E-KİTAP

.pdf

ePUB

ANILARINA SAYGI SERİSİ

ELEKTROTEKNİK

Prof. Ahmet AKHUNLAR

İTÜ Elektrik Fakültesi - Emekli Öğretim Üyesi

Tıpkı Basım
Basım : İTÜ Elektrik Fakültesi
İstanbul, 1965

TMMOB
Elektrik Mühendisleri Odası
1954

Eylül 2015 Ankara
ISBN: 978-605-01-0755-5
EMO YAYIN NO: EK/2015/609

Eserin sahibi: İ.T.Ü. Teknik Okulu

T. C.
İstanbul Teknik Üniversitesi
Teknik Okulu
Kütüphanesi
Sayı : 1011

NİHAT ŞENAY
ARMAĞANI

T.M.M.O.B.
ELEKTRİK MÜHENDİSLERİ ODASI
ANKARA ŞUBE KÜTÜPHANESİ
Demirbaş No: 1366
621.3 AKH 1975

ELEKTROTEKNİK

Yazan:
Prof. Y. Müh. Ahmet AKHUNLAR
İ.T.Ü. Elektrik Fakültesi
Eserin sahibi: İ.T.Ü. Teknik Okulu

4. BASKI

ÖZARKADAŞ MATBAASI
Molla Fenari Sokak No. 41
İSTANBUL
1975

ANILARINA SAYGI SERİSİ

Ahmet AKHUNLAR

1916 tarihinde İzmir' de doğmuştur. 1936' da Yüksek Mühendis Mektebine girmiş, 1937 yılında Maarif Vekaleti hesabına Almanya' ya gönderilmiştir. 1943 ' de Dresden Yüksek Mühendis Mektebi Kuvvetli Akım Kolundan mezun olmuştur. Aynı okulda bir süre asistanlık yapan Akhunlar, 1945 yılında yurda dönerek İTÜ Elektrik Fakültesi Teorik Elektrik Kürsüsüne asistan olmuştur. 1949' da yeterlik tezini vermiş, 1952' de ise Doçent ünvanını kazanmış ve Elektroteknik Kürsüsüne Doçent olarak atanmıştır.

1958 yılında Profesörlüğe yükseltilerek Elektroteknik ve Elektrik Ölçmesi Kürsüsündeki açık kadroya atanan Akhunlar Teknik Üniversiteye bağlı Teknik Okulda, Elektrik, Makina ve Maden Fakültelerinde çeşitli dersler vermiş, muhtelif zamanlarda araştırma ve inceleme aracıyla yurt dışına gitmiştir. Yabancı dilde ve Türkçe yazılmış 10' un üstünde makalesi,20' in üzerinde tercüme ve özet yazısı, ikisi tercüme 10' un üstünde, kitabı olan Prof.Akhunlar 1962-1964 yılları arasında Fakültede Dekanlık görevini yapmış, 1984 yılında yaş haddinden emekliye ayrılmıştır.

Bekar olan Prof. Ahmet Akhunlar 1991 yılında vefat etmiştir.

Yukarıdaki bilgi İTÜ İnternet Sayfasından alınmıştır

ÖNSÖZ

İ.T.Ü. Teknik Okulunda Makina Şubesi öğrencilerine okutulmakta olan Elektroteknik dersinin müfredatını gözönünde tutarak yazılan bu kitap esas itibariyle Doğru akım, Magnetik alan, Elektrik alanı, Bir fazlı alternatif akım ve Üç fazlı akım şeklinde beş bölüme ayrılmıştır. Kitabın son iki bölümü öğrencilere, kesit hesapları ve ölçü tekniği hakkında basit ve kısa bir bilgi vermek gayesiyle yazılmıştır.

Kitapta, esas itibariyle, rasyonel MKSA-sistemi birimleri kullanılmıştır.

Her bahiste görülen denklemlerin ve kanunların daha iyi anlaşılmasını sağlamak ve bunların nasıl kullanılacağını göstermek maksadiyle kitaba bir çok örnek konmuş ve ayrıca kitabın sonuna çözümleri ile birlikte problemler ilâve edilmiştir.

Kitabın, Mühendislik öğrenimi yapan bütün öğrencilere faydalı olmasını diler ve ilerdeki baskıların daha mükemmel bir hale gelmesi için yapılacak ikazlara şimdiden teşekkür ederim.

İstanbul, 1958 **Ahmet AKHUNLAR**

İÇİNDEKİLER

1. **DOĞRU AKIM** 1

1. Temel kavramlar 1

1—1. Elektriğin mahiyeti 1
1—2. Elektrik miktarı 1
1—3. Elektrik akımı 2
1—4. Elektrik devresi 2
1—5. Elektrik akımının yönü 3
1—6. Elektrik akımının şiddeti 3
1—7. İletken maddeler 5
1—8. Elektrik akımının tesirleri 5
1—9. Elektrik akımının yoğunluğu, elektronların hızı 6
1—10. Akım cinsleri 8
1—11. Gerilim ve elektromotör kuvvet 9

2. Ohm kanunu ve direnç 12

2—1. Ohm kanunu 12
2—2. Direncin hesabı 13
2—3. Direncin sıcaklıkla değişmesi 15
2—4. Temperatürlerin ölçülmesi 18
2—5. Kapalı devrede Ohm kanunu 19
2—6. Bir üretecin dış karakteristiği 21
2—7. Lineer olmayan karakteristikler 22
2—8. Potansiyel 23

3. Kirşof kanunları, elektrik devrelerinin hesabı 26

3—1. Kirşof kanunları 26
3—2. Elektrik devrelerinin hesabı 29
3—3. Dirençlerin seri ve paralel bağlanması, eşdeğer direnç 46

3—4. Zıt elektromotör kuvvet 53
3—5. Akım ve gerilimin ölçülmesi, şönt ve öndirenç 54
3—6. Gerilim bölücü bağlaması 54
3—7. Dirençin ölçülmesi 57
3—8. Üreteçlerin bağlanması 60

4. Yardımcı hesap metodları 63

4—1. Çevre akımları metodu 63
4—2. Adım-adım hesaplama 65
4—3. Süperpozisyon metodu 66
4—4. Üçgenin yıldıza çevrilmesi 68
4—5. Eşdeğer üreteç metodu 71

5. Elektrik işi ve elektrik gücü 73

5—1. Elektrik işi 73
5—2. Joule kanunu 74
5—3. Elektrik gücü 75
5—4. Verim 76
5—5. Isı tesirinin teknik tatbikatı 77
5—6. Maksimum güç teoremi 80
5—7. Güç bilânçosu 81

6. Termoelektrik olay ve tatbikatı 82

6—1. Termoelektrik olayın esası 82
6—2. Termoelektrik olayın ölçü tekniğindeki uygulamaları 83

7. Elektrik akımının kimyasal tesiri 84

7—1. Elektroliz olayı 84
7—2. Faraday kanunları 85
7—3. Polarizasyon 86
7—4. Piller 87
7—5. Akümülâtörler 89

8. Elektrik akımının gazlar içinden geçmesi 93

8—1. Gazlar içinde boşalma 93
8—2. Ark boşalmasının karakteristiği 94

II. MAGNETİK ALAN 96

9. Temel kavramlar 96

9—1. Magnetik alanın mahiyeti 96
9—2. Magnetik alanın gösterilmesi 96
9—3. Magnetik alanın yönü 97
9—4. Magnetik alanın temel büyüklükleri 98

10. Amper kanunu ve uygulamaları 99

10—1. Halka şeklindeki bobinin magnetik alanı 99
10—2. Magnetik alan şiddeti, Amper kanunu 101
10—3. Magnetik devrede Ohm kanunu 105
10—4. Biot - Savart formülü 107
10—5. Alanların birleştirilmesi 113

11. Demirli magnetik devreler 118

11—1. Demirin magnetik özellikleri 118
11—2. Magnetik histerezis 121
11—3. Demirin miknatıslanmadaki rolü 123
11—4. Sürekli miknatıslar 125

12. Magnetik devrelerin hesabı 125

12—1. Alan cizgilerinin kırılması 125
12—2. Magnetik kaçak 127
12—3. Seri ve paralel magnetik devreler 128
12—4. Magnetik devrelerin hesabı 131
12—5. Uyarma (ikaz) sargısının hesabı 140

13. Elektromagnetik endüksiyon 141

13—1. Magnetik alanın tesirleri 141
13—2. Transformasyon endüksiyonu 142
13—3. Endüksiyon akımının yönü (Lenz kaidesi) 143
13—4. Endüksiyen kanunu 144
13—5. Hareket endüksiyonu 148
13—6. Self - endüksiyon 152
13—7. Endüktansın hesabı 154
13—8. Ortak endüksiyon 161
13—9. Endüktanslı devrelerde geçici olaylar 167
13—10. Girdap akımları 172

14. Magnetik alanın enerjisi 173

14—1. Magnetik enerji 173
14—2. Histerezis kaybı 180

15. Magnetik alan içindeki kuvvetler 181

15—1. Elektromiknatısların çekme kuvveti 181
15—2. Magnetik alan içinde akım taşıyan bir iletkene tesir eden kuvvet 185
15—3. Paralel iletkenler arasındaki kuvvetler 190

III. ELEKTRİK ALANI 192

16. Temel kavramlar 192

16—1. Elekırik alanının mahiyeti 192
16—2. Alan şiddeti 193
16—3. Coulomb kanunu 194
16—4. Gerilim ve potansiyel 197
16—5. Elektrik akısı ve yoğunluğu 201
16—6. Elektrik alanında alan çizgilerinin kırılması 203

17. Kondansatörler 203

17—1. Paralel levhalı kondansatörler 203
17—2. Kapasite 204
17—3. Kapasitelerin hesabı 205
17—4. Kondansatörlerin paralel ve seri bağlanması 208
17—5. Kondansatörlerin teknikteki tatbikatı 211

18. Elektrik alanındaki enerji ve kuvvetler 212

18—1. Elektrik alanındaki enerji 212

19. Kondansatörlerin dolması ve boşalması 214

19—1. Kondansatörlerin dolması 214
19—2. Kondansatörlerin boşalması 217

IV. BİR FAZLI ALTERNATİF AKIM 219

20. Temel kavramlar 219

20—1. Sinüzoidal alternatif akım 219
20—2. Sinüzoidal akımların elde edilmesi 220

20—3. Alternatif akım ve gerilimlerin efikas ve ortalama değerleri 223
20—4. Sinüzoidal akım ve gerilimlerin fazörler yardımiyle gösterilmesi 228
20—5. Kompleks hesap 237

21. Alternatif akım devresinin elemanları 247

21—1. Omik direnç (R) 247
21—2. Endüktans (L) 250
21—3. Kapasite (C) 253

22. Seri bağlama 256

22—1. Seri bağlı endüktans ve aktif direnç (R - L devresi) 256
22—2. Seri bağlı kapasite ve aktif direnç (R-C devresi) 260
22—3. Seri bağlı endüktans, kapasite ve aktif direnç (R-L-C devresi) 263
22—4. Ohm kanununun kompleks şekli 264

23. Paralel ve seri - paralel bağlama 273

23—1. Paralel bağlamada toplam akımın grafik yardımiyle tâyini 273
23—2. Paralel bağlamada toplam akımın hesapla bulunması 275
23—3. Paralel bağlamanın kompleks hesap yardımiyle incelenmesi 279
23—4. Seri - paralel bağlama 285

24. Alternatif akım devrelerinin hesabı 291

24—1. İkinci Kirşof kanununun kompleks şekli 291

25. Rezonans 293

25—1. Seri rezonans (gerilimler rezonansı) 293
25—2. Paralel rezonans (akımlar rezonansı) 297

26. Yer eğrileri 299

26—1. Gerilim (empedans) diyagramı 299
26—2. Akım (admitans) diyagramı 301

27. Alernatif akımda güç ve enerji 305

27—1. Alternatif akımda güç 305
27—2. Alternatif akımda işin hesabı 314
27—3. Gücün kompleks ifadesi 314
27—4. Güç katsayısının düzeltilmesi (kompanzasyon) 318

28. Elektrik titreşimleri 322

28—1. Titreşim devresi 322
28—2. Titreşim devresinin diferansiyel denklemi 323
28—3. Diferansiyel denklemin çözümleri 324

29. Demir çekirdekli bobin 330

29—1. Demir çekirdekli bir bobinden geçen akım 330
29—2. Demir çekirdekli bobinin eşdeğer şeması ve fazör diyagramı 333
29—3. Demir kayıpları 334
29—4. Transformatör 337

30. Sinüzoidal olmayan akımlar 340

30—1. Fourier serisi, harmonik analiz 340
30—2. Efikas değer 344
30—3. Aktif güç ve güç katsayısı 345
30—4. R, L ve C nin akım şekline tesiri 346

V. ÜÇ FAZLI AKIM 347

31. Temel kavramlar 347

31—1. Çok fazlı sistemler 347
31—2. Simetrik sistemler 348
31—3. Bağlı sistemler 349

32. Üç fazlı sistem 353

32—1. Yıldız bağlama 353
32—2. Üçgen bağlama 364
32—3. Üç fazlı akımların faz sırası 369

33. İki fazlı sistem 370

33—1. Simetrik iki fazlı sistem 370

34. Üç fazlı akımın gücü 370

34—1. Aktif, reaktif ve görünen güçlerin hesabı 372
34—2. Dengeli ve dengesiz sistemler 374

35. Döner alan 375

35—1. Dairesel döner alan 375
35—2. Eliptik döner alan 380

VI. DOĞRU VE ALTERNATİF AKIMDA TEL KESİTLERİNİN HESABI 382

36. Doğru akımda tel kesitlerinin hesabı 382

36—1. Târifler 382
36—2. Gerilimin seçilmesinde rol oynayan faktörler 383
36—3. Tel Kesitlerini hesaplarken gözönüne alınacak hususlar 385
36—4. Doğru akımda besleme sistemleri 386
36—5. Tel kesitlerinin gerilim düşümüne göre hesabı 388
36—6. Bir, iki ve üç iletkenli sistemlerin karşılaştırılması 393

37. Alternatif akımda tel kesitlerinin hesabı 394

37—1. Alternatif akımda besleme sistemleri 394
37—2. Bir fazlı akımda tel kesitlerinin hesabı 394
37—3. Üç fazlı akımda tel kesitlerinin hesabı 399
37—4. Bir fazlı ve üç fazlı sistemlerin karşılaştırılması 402
37—5. Doğru akımın ve alternatif akımın elektroteknikteki rolleri 403

VII. ÖLÇÜ TEKNİĞİ 404

38. Ölçü âletleri 404

38—1. Genel bilgi 404
38—2. Âlet tipleri 404

39. Ölçü metodları 415

39—1. Akım şiddetinin ölçülmesi 415
39—2. Gerilimin ölçülmesi 416
39—3. Gücün ölçülmesi 417
39—4. Güç katsayısının ölçülmesi 423
39—5. Direncin ölçülmesi 423
39—6. Endüktansın ve kapasitenin ölçülmesi 425

PROBLEMLER 426

I. Doğru akım 426
II. Magnetik alan 463
III. Elektrik alanı 483
IV. Bir fazlı akım 493
V. Üç fazlı akım 508

ÖNEMLİ BÜYÜKLÜKLERİN FORMÜL İŞARETLERİ VE PRATİK BİRİMLERİ

Büyüklük	Formül işareti	Pratik birimi
İş	A	$J = W_S$
Reaktif iş	A_r	Vars (VArs)
Süseptans	B	S
Magnetik endüksiyon	B	T (Wb/m^2)
Kapasite	C	F
Elektrokimyasal eşdeğer	c	kg/C
Deplasman	D	C/m^2
EMK	E, e	V
Elektrik alan şiddeti	E	V/m
Kesit, yüzey	S, F	m^2
Frekans	f	Hz
İletkenlik	G	S
Magnetik iletkenlik	G_m	H
Ağırlık	G	N
Magnetik alan şiddeti	H	A/m (AW/m)
Akım şiddeti	I, i	A
Miknatıslanma	J	T
Akım yoğunluğu	J	A/m^2
Endüktans	L	H
Ortak endüktans	M	H
Görünen güç	N	VA
Kuvvet	P, F	N
Aktif güç	P	W
Elektrik miktarı	Q, q	C
Reaktif güç	Q	Var (VAr
Isı miktarı	Q	cal
Direnç	R	Ω
Magnetik direnç	R_m	H^{-1}
Periyod	T	s
Zaman	t	s
Gerilim	U, u	V
Potansiyel	V	V
Hız	v	m/s
Magnetik enerji	W_m	J

Büyüklük	Formül işareti	Pratik birim
Elektrik enerjisi	W_e	J
Enerji yoğunlukları	w_m , w_e	J/m^3
Reaktans	X	Ω
Admitans	Y	S
Empedans	Z	Ω
Sıcaklık katsayısı	α	$°C^{-1}$
Dielektrik sabiti	ε	F/m
Boşluğun diel. sab.	ε_0	$0{,}886 . 10^{-11}$ F/m
Amper - sarım	Θ	AW
Temperatür	θ	°C
Öziletkenlik	$\varkappa$	S/m
Magnetik geçirgenlik	μ	H/m
Boşluğun magnetik geç.	μ_0	$1{,}256 . 10^{-6}$ H/m
Özdirenç	ρ	Ωm
Kritik temperatür	τ	°C
Magnetik akı	Φ	Wb
Elektrik akısı	Φ_e	C
Sargı akısı	ψ	Wb
Dairesel frekans	ω	s^{-1}

I. DOĞRU AKIM

1. Temel kavramlar

1—1. Elektriğin mahiyeti.

Elektrik kütle gibi maddeye ait bir özelliktir. Tabiatta iki türlü elektrik vardır. Bunlara pozitif (+) ve negatif (−) elektrik adları verilir. Aynı cinsten elektrikli olan cisimler birbirlerini iterler ve farklı cinsten elektrikli olanlar ise birbirlerini çekerler. Fizik derslerinde görüldüğü gibi her atom, bir çekirdekle bunun etrafında dönen elektronlardan teşekkül eder. Çekirdek pozitif ve elektronlar ise negatif elektriklidir. En basit atom olan hidrojen atomunda bir elektron vardır. Hidrojen atomunun çekirdeğine proton adı verilir. Diğer atomların çekirdeklerinde protonlardan başka nötron denilen ve üstlerinde hiç bir elektrik bulunmayan parçacıklar da vardır. Bir atom nötr halde iken çekirdekteki proton sayısı çekirdek etrafında dönen elektronların sayısına eşit olur. Şayet atom bir veya bir kaç elektron kaybederse pozitif olarak elektriklenir. Buna karşılık, dışarıdan elektron kazanan bir atom da negatif olarak elektriklenecektir. Aynı şeyler atomların bir araya gelmesinden meydana gelen atom grupları yani moleküller için de cari olur. Bu gibi elektrikli atom ve moleküllere iyon (atom iyonu, molekül iyonu) adı verilir. Bir cismin pozitif elektrikli olması bu cisimde nötr hale nazaran elektron noksanlığına ve negatif elektrikli olması da elektron fazlalığına tekabül eder.

Cisimleri çeşitli yollardan elektriklemek kabildir. Meselâ iki cisim birbirine sürtülürse bunlardan biri pozitif olarak elektriklenirken diğeri negatif olarak elektriklenir. Bir asid, tuz veya baz eriyiği içine daldırılan bir maden çubuk da elektriklenir. Bu olay pillerin ve akümülâtörlerin esasını teşkil eder. Bir miknatıs civarında hareket ettirilen bir çubukta bazı şartlar altında bir ucu pozitif ve diğerinin negatif elektriklendiği görülür. Elektromagnetik endüksiyon denilen bu olay da elektrik generatörlerinin esasından ibarettir.

1—2. Elektrik miktarı.

Elektrikli bir cismin üstünde bulunan elektrik, elektrik miktarı veya elektrik yükü denilen bir büyüklükle belirtilir. Bu büyüklük formüllerde

Q veya q harfi ile gösterilir. Her büyüklük gibi elektrik miktarını ölçmek için de bir birime ihtiyaç vardır. Elektrik miktarının pratik birimi Coulomb (kulon okunur) olup kısa C harfi ile gösterilir. 1 kulon takriben $6{,}25.10^{18}$ elektronun toplam elektrik yüküne eşittir. Bu suretle bir elektronun taşıdığı negatif elektrik yükünün $1/6{,}25.10^{18}$ C veya takriben $1{,}6.10^{-19}$ C değerinde olduğu anlaşılır. Elektriğin atomu diyebileceğimiz bu elektrik yüküne elemanter yük adı verilir ve e harfi ile gösterilir.

Protonların taşıdığı elektrik yükü değerce elektronların yüküne yani e ye eşittir. Bundan dolayı, yukarıda belirtildiği gibi, nötr halde olan bir atomda proton sayısı çekirdek etrafında dönen elektronların sayısına eşit olur.

1 — 3. Elektrik akımı.

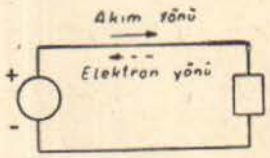
Elektrikli parçacıkların yönlü hareketine elektrik akımı adı verilir. Bu parçacıklar madenlerde elektronlardan ve elektrolit denilen asid, baz ve tuz eriyiklerinde ise pozitif ve negatif iyonlardan ibarettir. Bazı şartlar altında gazların içinden de elektrik akımı geçebilir. Gazların içinde elektrik akımı elektronların ve iyonların hareketinden husûle gelir. Radyo lâmbalarında (elektron tüpleri) elektrik akımı boşlukta elektronların hareketinden meydana gelir.

Madenlerde akımın meydana gelmesine sebep olan elektronlar atom çekirdeğine bağlı olmayan, cismin içinde atomlar arasında serbestçe hareket edebilen elektronlar olup bunlara serbest elektron adı verilir. Bakır vesaire gibi elektroteknikte kullanılan madenlerde serbest elektron sayısı oldukça büyüktür ve cm^3 de takriben 10^{23} serbest elektron vardır.

1 — 4. Elektrik devresi.

Meselâ bir maden içinde elektronların sürekli olarak akabilmeleri için kapalı bir yola ve elektronların hareket etmesine sebep olan bir tertibe ihtiyaç vardır. Bu suretle teşekkül eden bir sisteme elektrik devresi veya kısaca devre adı verilir. Şek. 1—1 de basit bir elektrik devresinin şeması görülmektedir. Devrede bir akımın geçmesine yani elektronların hareket etmesine sebep olan cihaza üreteç adı verilir. Üretecin vazifesi her hangi bir enerji şeklini elektrik enerjisine çevirmekten ibarettir. Meselâ piller ve akümülâtörler kimyasal enerjiyi ve elektrik generatörleri ise mekanik enerjiyi elektrik enerjisine çevirirler. Her elektrik devresinde elektrik enerjisini harcayan bir

veya birkaç cihaz veya makina bulunur. Yük veya harcayıcı adı verilen bu cihazların veya makinaların vazifesi elektrik enerjisini başka bir enerjiye çevirmekten ibarettir. Meselâ elektrik motorları elektrik enerjisini mekanik enerjiye ve elektrik ısı cihazları ise ısı enerjisine değiştirirler. Üreteç ile yük arasındaki bağlantılar teller vasıtasiyle yapılır. Şekilde görülen üretecin iki ucu olup bunlara kutup adı verilir. Bir doğru akım üretecinde bu kutuplardan biri pozitif işaretli ve diğeri de negatif işaretlidir. Pozitif kutba bağlı olan tele gidiş teli ve negatif kutba bağlı olana da dönüş teli denir. Bazan dönüş teli olarak toprağı veya madenî kısımları kullanarak bu telden tasarruf etmek kabil olur.



Şek. 1—1

Şemalarda bir devrenin muhtelif kısımları özel işaretlerle gösterilir. Meselâ Şek. 1—1 de yuvarlak işaret her hangi bir üreteci ve dikdörtgen ise her hangi bir yükü belirtirler. Diğer devre kısımları için kullanılan işaretler sırası geldikçe görülecektir. Bir elektrik devresinde her zaman bu üç esas eleman yani üreteç, yük ve teller bulunur. Pratikte bu kısımlardan başka ölçü âletleri (ampermetre, voltmetre gibi), sigortalar ve anahtarlar gibi kısımlar da devreye girerler. Ölçü âletlerinin vazifesi devredeki önemli büyüklükleri ölçmek, sigortaların vazifesi devreyi ve civarını tehlikeden korumak ve nihayet anahtarların vazifesi de devreyi açıp kapamak yani devreye kumanda etmektir.

1—5. Elektrik akımının yönü.

Pozitif elektrikli olan parçacıkların hareket yönleri elektrik akımının yönü olarak kabul edilmiştir. Bundan dolayı madenler içinde akımı meydana getiren elektronların hareket yönü ile pozitif akım yönü birbirine zıttır. Böylece akımın üreteç dışında pozitif kutuptan negatif kutba doğru ve üreteç içinde ise negatif kutuptan pozitif kutba doğru aktığı anlaşılır Şek. 1—1.

1—6. Elektrik akımının şiddeti.

Bir telden geçen akımın şiddeti telin her hangi bir kesitinden zaman biriminde geçen elektrik miktarı olarak tarif edilir. Şayet

telden t saniye zarfında Q kulon geçiyorsa akım şiddetini I harfi ile göstererek

$$I=\frac{Q}{t} \qquad (1-1)$$

bağıntısı elde edilir. Bu ifadeye göre akım şiddetinin pratik birimi 1 C/s, (s, zaman birimi saniyenin kısaltılmış şeklidir) olup bu birime kısaca amper adı verilir ve A ile gösterilir. Böylece

$$1\,\mathrm{A}=1\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{s}}$$

veya

$$1\,\mathrm{C}=1\,\mathrm{A\,s}$$

olduğu anlaşılır. Son denklem bize kulon yerine amper-saniye demek kabil olduğunu göstermektedir. Küçük akımları belirtmek için amper'in binde birine eşit olan mili-amper (kısaca mA) birimi ve büyükçe akımları belirtmek için de amper'in bin katına eşit olan kilo-amper (kısaca kA) birimi kullanılır :

$$1\ \mathrm{mA}=10^{-3}\ \mathrm{A},$$
$$1\ \mathrm{kA}=10^{3}\ \mathrm{A}.$$

Pratikte pillerin ve akümülâtörlerin kapasitesini, yani bunların kullanılamaz hale gelinceye kadar verebilecekleri elektrik miktarını, ölçmek için kulonun 3600 katına eşit olan birimden faydalanılır. Bu birim 3600 As ye eşit olduğundan ve bir saatte de 3600 s bulunduğundan 3600 As=1 Ah (h, saat işaretidir) olduğu anlaşılır. Buna amper-saat adı verilir.

Örnek 1—1. Bir telden $I=8$ A şiddetinde bir akım geçiyor. $t=2$ dakika zarfında telin her hangi bir kesitinden geçecek olan elektrik miktarını kulon ve amper-saat cinsinden bulunuz.

Cevap: (1—1) formülü Q ye göre çözülürse

$$Q=I\,t$$

denklemi elde edilir. Bu ifadede $I=8$A ve $t=2$ dak.$=2.60$ s$=120$ s konursa

$$Q=8\,.\,120=960\ \mathrm{C}=960/3600\ \mathrm{Ah}\approx 0{,}266\ \mathrm{Ah}$$

değeri bulunur. ($\approx$, yaklaşık olarak eşit işaretidir).

Örnek 1—2. Kapasitesi 100 Ah olan bir akümülâtör $I=5$ A'lik bir akımla boşalmaktadır. Kaç saat sonra boşalmaya bitmiş gözüyle bakmak icap eder ?

Cevap : (1—1) formülü yardımiyle

$$t=\frac{Q}{I}=\frac{100}{2}=20 \text{ h}$$

bulunur. Akümülâtör 20 saat sonunda boşalmış kabul edilebilir.

Örnek 1—3. Bir telden 12 A şiddetinde bir akım geçiyor. Bu telin kesitinden her saniye kaç elektron geçer ?

Cevap: Telden her saniye 12 C geçeceğinden ve $6.25.10^{18}$ elektron da bir kulon demek olduğundan her saniye $12.6,25.10^{18}=7,5.10^{19}$ elektron geçecektir.

Akımı bulmaya yarayan (1—1) formülü ancak zamanla değişmeyen akımlar için kullanılabilir. Şayet akım zamanla her hangi bir tarzda değişiyorsa bu takdirde (1—1) formülü yerine

$$i=\frac{dQ}{dt} \qquad (1—2)$$

formülünü kullanmak icap eder. Bu ifadede i, akımın her hangi bir andaki değerini (buna akımın anî değeri denilir), dQ ise çok kısa bir dt zamanı zarfında telden geçen elektrik miktarını gösterir.

1—7. İletken maddeler ve dielektrikler.

Elektrik akımını kolayca geçiren maddelere iletken ve buna karşılık akımın geçmesine karşı büyük zorluk gösteren maddelere dielektrik veya yalıtkan madde denilir. İletken maddeleri iki esas sınıfa ayırmak kabildir :

a) Madenî iletkenler : Kömür ve bütün madenler bu sınıfa girerler. Bunların içinden akım geçtiği vakit kimyasal yapılarında hiç bir değişiklik olmaz. Elektroteknikte en çok kullanılan maden bakırdır. Bakırdan sonra alüminyum gelir. Birinci sınıf iletken adı da verilen madenî iletkenlerde elektrik akımı serbest elektronların hareketlerinden doğar.

b) Elektrolitler (iletken sıvılar) : Asid, baz ve tuzların eriyiklerinden ibaret olan bu iletkenlerin kimyasal yapıları, içlerinden akım geçince bir değişikliğe uğrar. İkinci sınıf iletken adı da verilen bu maddelerde elektrik akımı iyonların hareketlerinden meydana gelir.

Yalıtkan maddeler de elektroteknikte önemli bir yer işgal ederler. Bu gibi maddelere örnek olarak porseleni, mikayı, camı, kauçuğu ve havayı gösterebiliriz.

1—8. Elektrik akımının tesirleri.

Bir iletkenden elektrik akımının geçtiğini ancak bu esnada ortaya çıkan bazı tesirlerle anlarız. Akımın pratik bakımdan önemli olan üç tesiri vardır :

a) Isı tesiri: İçinden akım geçen bir iletken ısınır. Bu tesirin zararlı sonuçları olabileceği gibi pratik bakımdan faydalı olan tatbikatı da vardır.

Elektrik sobası, ütü vesaire gibi cihazlar, termik ölçü âletleri faydalı tatbikata örnek olarak gösterilebilir.

Buna karşılık üreteçlerle yükleri birbirine bağlayan tellerde meydana gelen ısı bir kayıptan ibarettir. Isı tesiri her iki cins iletkende de görülür.

b) Kimyasal tesir: Yalnız elektrolitlerde ortaya çıkan ve elektrolitin kimyasal yapısında bazı değişikliklerin meydana gelmesine sebep olan bu tesirin teknik tatbikatına örnek olarak pilleri, elektrikle kaplamayı ve madenlerin tasfiyesini gösterebiliriz. Bu tesir ileride elektroliz bahsinde etraflı olarak gözden geçirilecektir.

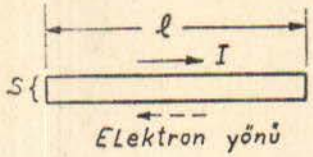
c) Magnetik tesir: İçinden akım geçen bir iletkenin civarına getirilen bir miknatıs ibresinin uğradığı sapma veya bir iletkenin diğer bir iletken üzerine yaptığı kuvvet tesiri bir magnetik tesirden ibarettir. Keza bir miknatıs civarında hareket ettirilen bir iletkende bir akımın husûle gelmesi şeklinde ortaya çıkan endüksiyon da magnetik tesirdir. Magnetik tesirin tatbikatına örnek olarak elektrik motorlarını, generatörleri ve bazı tip ölçü âletlerini gösterebiliriz.

Elektrik akımının yukarıda sayılan bu üç tesirinden başka bir de canlı varlıklar üstünde görülen fizyolojik tesiri vardır. Bu tesir canlılar için büyük bir tehlike teşkil edebilir.

1—9. Elektrik akımının yoğunluğu, elektronların hızı.

Şek. 1—2 de uzunluğu l ve kesiti S olan bir tel parçası görülmektedir. Bu telin beher cm^3 ünde n tane serbest elektron bulunsun.

Bir elektronun taşıdığı elektrik yükü e ile gösterildiğinden bu parçadaki toplam elektrik yükü $neSl$ olacaktır. Bu elektrik yükünün her



Şek. 1—2

hangi bir kesitten t saniye zarfında geçtiği kabul edilirse telden bu sırada akacak olan akımın şiddeti

$$I=neS\frac{l}{t}$$

olur. Bu formülde elektronların hızını gösteren l/t yerine v konursa

$$I=neSv$$

ifadesi elde edilir. Formülün iki tarafını telin S kesiti ile bölerek bulunan

$$J=\frac{I}{S}=nev \qquad (1-3)$$

ye akım yoğunluğu adı verilir. Bu suretle akım yoğunluğunun telin birim kesitinden geçen elektrik akımını gösterdiği anlaşılır. Yukarıdaki formülde kesit mm^2 veya cm^2 cinsinden alındığına göre yoğunluk A/mm^2 veya A/cm^2 olarak bulunur.

Örnek 1—4. Kesiti $S=4$ mm^2 olan bir telden $I=12$ A şiddetinde bir akım geçiyor. Bu akımın yoğunluğunu A/mm^2 ve A/cm^2 olarak hesaplayınız.

Cevap : $$J=\frac{12}{4}=3\ \frac{A}{mm^2}=300\ \frac{A}{cm^2}$$

(1—3) formülü yardımiyle elektronların hızını gösteren v için

$$v=\frac{J}{ne} \qquad (1-4)$$

bağıntısı bulunur. Burada $n=10^{23}$ cm^{-3} ve $e=1{,}6.10^{-19}$ C konacak olursa

$$v=\frac{J}{16000} \qquad (1-5)$$

formülü bulunur. Bu formülde J yi A/cm^2 olarak almak şartiyle v hızı cm/s cinsinden bulunur.

Örnek 1—5. Kesiti $S=10\ mm^2$ olan bir telden $I=50\ A$ geçiyor. Akım yoğunluğunu ve elektronların hızını bulunuz.

Cevap :
$$J=\frac{50}{10}=5\ \frac{A}{mm^2}=500\ \frac{A}{cm^2}\ ,$$

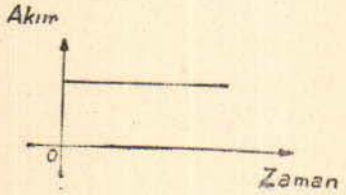
$$v=\frac{500}{16000}\approx 0{,}03\ \frac{cm}{s}=0{,}3\ \frac{mm}{s}\ .$$

Bu örnekten derhal görüleceği gibi iletkenler içinde elektronların hızı oldukça küçüktür.

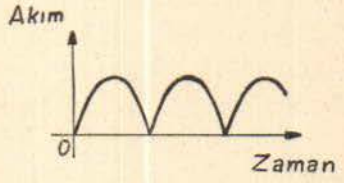
1 — 10. Akım cinsleri.

Pratikte esas itibariyle iki türlü akıma rastlanır :

a) Doğru akım: Pratikte doğru akım denince ekseriya hem yönü ve hem de değeri değişmiyen akım anlaşılır. Şek. 1—3 de doğru akımın grafiği görülmektedir. Bununla beraber doğru akım terimi daha genel olarak yönleri sabit kalan akımlar için kullanılır. Bu sebepten dolayı redresör yardımiyle alternatif akımından elde edilen akım da, değeri zamanla değişmekle beraber, bir doğru akımdır. Şek. 1—4 de redresörden alınan doğru akımın zamanla nasıl değiştiğini



Şek. 1—3



Şek. 1—4

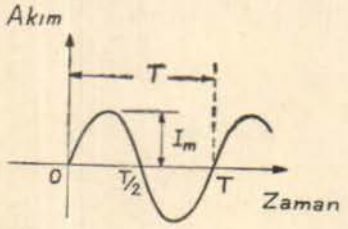
gösteren grafik görülmektedir. Doğru akım pratikte piller, akümülâtörler ve doğru akım generatörleri (dinamolar) vasıtasiyle elde edilir. Keza redresörler yardımiyle bu akımı alternatif akımdan da elde etmek kabildir.

b) Alternatif akım: Yönü zamanla değişen akıma alternatif akım denilir. Periyodik akımların değerleri ve yönleri zamanla periyodik olarak değişir. Böylece akım periyod adı verilen belli zaman aralık-

larında tekrar aynı değeri alır ve aynı yönde akar. Şek. 1—5 de pratik bakımdan önemli olan sinüs biçimindeki alternatif akım görülmektedir. I_m, akımın aldığı en büyük değeri, T de periyodu gösterir. Bir saniyedeki periyod sayısına frekans denilir ve f harfi ile gösterilir. Böylece frekansla periyod arasında

$$f=\frac{1}{T} \qquad (1-6)$$

bağıntısının carî olacağı anlaşılır. Periyod s ile ölçüldüğünden frekansın birimi 1/s olur. Bu birime Hertz adı verilir ve Hz şeklinde gösterilir. Pratikte rastlanan frekanslar ışık ve motor tesisatı için 50 ve 60 Hz dir. Radyo, televizyon ve radar tekniğinde çok daha yüksek frekanslar kullanılır. Bu gibi yüksek frekansları ölçmek için Hz'in 1000 katına eşit olan kilohertz (kısaca kHz) ve 10^6 katına eşit olan mega - hertz (kısaca MHz) birimleri kullanılır.



Şek. 1—5

Alternatif akım esas itibariyle alternatör adı da verilen alternatif akım generatörleri yardımiyle elde edilir. Ondülör denilen ve redresöre benziyen cihazlar vasıtasiyle alternatif akımı doğru akımdan da elde etmek mümkündür.

1—11. Gerilim ve elektromotör kuvvet.

Bir elektrik devresindeki üretecin vazifesinin her hangi bir enerjiyi elektrik enerjisine çevirmekten ve harcayıcının vazifesinin ise elektrik enerjisini başka bir enerjiye çevirmekten ibaret olduğunu yukarıda görmüştük. Bir üreteç tarafından t zamanı zarfında devreye verilen enerji A ile ve bu müddet zarfında devreden geçen elektrik miktarı Q ile gösterilirse beher kulon'a tekabül eden

$$E=\frac{A}{Q} \qquad (1-7)$$

ye üretecin elektromotör kuvveti adı verilir. Elektromotör kuvvet kısaca EMK şeklinde ifade edilir. Enerjinin pratik birimi 1 joul (kısaca J) olduğundan (1—7) ifadesine göre EMK'in birimi 1 J/C dur. Bu birime volt denilir ve kısaca V harfi ile gösterilir. O halde

$$1\,\mathrm{V}=1\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}},$$

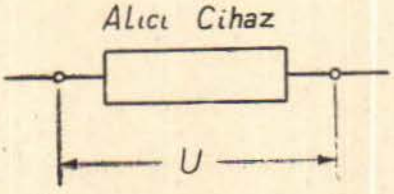
$$1\,\mathrm{J}=1\,\mathrm{C\,V}.$$

dur. Elektromotör kuvvet elektriği harekete geçiren kuvvet demektir. Gerçekte de EMK, devrede elektrik akımının doğmasına sebep olan şeydir. Bununla beraber bu terimdeki kuvvet tâbirinden bu büyüklüğün kuvvet cinsinden bir büyüklük olduğu anlamı çıkarılmamalıdır.

Aynı şekilde elektrik enerjisini başka bir enerjiye değiştiren bir harcayıcıda t zamanı zarfında harcanan enerji A ile gösterilirse beher kulon başına harcanan enerjiyi gösteren

$$U=\frac{A}{Q} \qquad (1—8)$$

büyüklüğüne elektrik gerilimi veya sadece gerilim adı verilir. Elektrik gerilimi bir devrede iki nokta arasında bulunur. Şek. 1—6 da bir cihazın uçları arasındaki gerilimin nasıl gösterileceği belirtilmiş-



Şek. 1—6

tir. Gerilim de EMK gibi iş/zaman boyutunda olduğundan volt birimi ile ölçülür. Küçük gerilimleri ölçmek için mili-volt (kısaca mV) biriminden ve yüksek gerilimleri ölçmek için de kilo-volt (kısaca kV) birimlerinden faydalanılır:

$$1\,\mathrm{mV}=10^{-3}\,\mathrm{V},$$

$$1\,\mathrm{kV}=10^{3}\,\mathrm{V}.$$

Örnek 1—6. Bir üreteç $t=20$ s zarfında devreye $A=150$ J değerinde bir enerji veriyor. Bu esnada devreden geçen akım $I=1{,}5$ A

olduğuna göre bu müddet zarfında devreden kaç kulon geçmiştir ? Kaynağın EMK'i nedir ?.

Cevap : $Q=1,5.20=30$ C, $E=150/30=5$ V.

Fizik derslerinde görüldüğü gibi zaman birimi zarfında görülen işe güç adı verilir. Güç P harfi ile gösterilirse

$$P=\frac{A}{t} \qquad (1-9)$$

olacak demektir. Gücün pratik birimi 1 J/s olup buna watt adı verilir ve kısaca W ile gösterilir :

$$1\ \mathrm{W}=1\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}}\ ,$$

$$1\ \mathrm{J}=1\ \mathrm{Ws}.$$

Son denklem bize Joule yerine watt - saniye denilebileceğini göstermektedir. (1—9) denklemi, yalnız güç sabit kaldığı vakit kullanılabilir.

Güç formülünden faydalanarak EMK ve gerilim için yukarıda verilen tarifleri, $Q=I\,t$ olduğunu da gözönüne alarak,

$$E=\frac{P}{I}\ , \qquad (1-10)$$

$$U=\frac{P}{I} \qquad (1-11)$$

şekillerine sokmak kabil olur. Böylece

$$1\ \mathrm{W}=1\ \mathrm{V\ A}$$

olduğu anlaşılır. Büyükçe güçleri ölçmek için watt'ın 10^3 katına eşit olan kilo - watt (kısaca kW) biriminden faydalanılır.

Örnek 1—7. Bir elektrik ütüsünün etiketinde $P=500$ W ve $U=110$ V yazılıdır. Bu ütü kaç amperle çalışır ?

Cevap : $I=500/110=4,54$ A.

Örnek 1—8. 220 Volt altında 3 A çeken bir elektrik sobasının gücünü bulunuz ?

Cevap : $P=220.3=660$ W $=0,66$ kW.

Örnek 1—9. Yukarıdaki örnekteki soba 5 saat zarfında kaç Joule sarfeder ?

Cevap : $A=660.5.3600=11880000$ J.

Elektrik enerjisini ölçmek için kullanılan diğer bir birim de kilowatt-saat birimidir. Kısaca kWh şeklinde gösterilen bu birim bir Jolule veya bir watt-saniyenin $3{,}6.10^6$ katına eşittir:

$$1\ \text{kWh}=3{,}6.10^6\ \text{J}=3{,}6.10^6\ \text{Ws}.$$

Örnek 1—10. Yukarıdaki örnekte harcanan işi kWh cinsinden bulunuz.

Cevap: $A=0{,}66.5=3{,}3$ kWh.

Örnek 1—11. EMK'i $E=100$ V olan bir generatör $t=2$ h (saat) müddetle $I=4$ A veriyor. Bu müddet zarfında generatör tarafından verilen enerjiyi bulunuz.

Cevap: $A=E\,I\,t=100.4.2=800$ Wh$=0{,}8$ kWh.

2. Ohm kanunu ve direnç

2—1. Ohm kanunu.

Elektrik enerjisini yalnız ısı enerjisine çeviren bir alıcı cihaz düşünelim. Bu cihazın uçları arasındaki gerilimin cihazdan geçen akıma oranını gösteren

$$R=\frac{U}{I} \qquad (2—1)$$

büyüklüğüne cihazın elektrik direnci veya sadece direnci denilir. Bu ifadeden görüleceği gibi direncin birimi 1 V/A olup buna ohm adı verilir ve kısaca Ω (omega okunur) harfi ile gösterilir. Böylece

$$1\ \Omega=1\ \frac{\text{V}}{\text{A}},$$

$$1\ \text{V}=1\ \Omega\ \text{A}.$$

olduğu anlaşılır. Büyük dirençleri ve meselâ izolasyon dirençlerini ölçmek için kilo-ohm (kΩ) ve mega-ohm (MΩ) birimlerinden faydalanılır:

$$1\ \text{k}\,\Omega=10^3\ \Omega,$$

$$1\ \text{M}\Omega=10^6\ \Omega.$$

Direnç genel olarak sabit bir büyüklük değildir. Bu sebepten dolayı (2—1) ifadesi veya bunun başka bir şekli olan

$$U=R\,I \qquad (2-2)$$

ifadeleri lineer değildir. Yani U ile I arasındaki bağıntı bir doğru ile gösterilemez. Zira bu ifadenin lineer olabilmesi için R=sabit şartının gerçeklenmesi icap eder. R=sabit şartını tahkik eden bir cihaz için (2—1) ve (2—2), Ohm kanunu denilen ve elektrotekniğin önemli bir kanununun matematik ifadelerini gösterirler. Kelime ile ifade edecek olursak R=sabit şartına uyan bir dirençte gerilim akımla orantılı olur.

(2—1) ifadesi

$$I=\frac{U}{R} \qquad (2-3)$$

şekline sokulacak olursa belli bir U gerilimi için R direnci ne kadar küçükse cihazdan o kadar çok akım geçeceği anlaşılır.

(2—3) ifadesinde

$$\frac{1}{R}=G \qquad (2-4)$$

koyalım. Böylece bu ifade

$$I=GU \qquad (2-5)$$

şekline girer. Direncin tersine eşit olan G ye iletkenlik adı verilir. (2—5) ifadesine göre belli bir gerilimde iletkenlik ne kadar büyük olursa akım da o kadar büyük olur. İletkenliğin birimi direnç birimlinin tersine yani $1/\Omega$ ya eşittir. Buna siemens adı verilir ve S harfi ile gösterilir :

$$1\ \mathrm{S}=\frac{1}{\Omega}\ .$$

Ohm kanununa uyan bir dirence omik direnç adı da verilir.

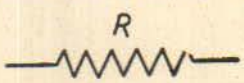
Örnek 2—1. $R=10\Omega$ luk bir dirençten $I=7{,}5$ A geçiyor. Bu direncin uçları arasındaki gerilim nedir ?

Cevap : $U=10.7{,}5=75$ V.

Örnek 2—2. $R=2\ \mathrm{k}\Omega$'luk bir direncin uçları arasındaki gerilim $U=150$ V dur. Bu dirençten geçen akımı bulunuz.

Cevap : $$I=\frac{150}{2000}=0{,}075\ \mathrm{A}=75\ \mathrm{mA}.$$

Dirençleri devre şemalarında Şek. 2—1 deki gibi göstereceğiz.



Şek. 2—1

2—2. Direncin hesabı.

Bir telin direnci uzunluğu ile orantılı ve kesiti ile ters orantılıdır ve ayrıca telin malzemesine de bağlıdır. Böylece uzunluğu l ve kesiti S olan bir telin direncinin

$$R=\frac{\rho l}{S} \qquad (2-6)$$

formülü ile hesaplanacağı ortaya çıkar. Bu ifadede ρ (ro okunur), tel malzemesine göre değişen bir sabitdir ve telin birim uzunluk ve birim kesitteki bir parçasının direncini gösterir.

Bu sabite özdirenç (özgül direnç) denilir. Pratikte tel uzunlukları metre ve tel kesitleri de mm^2 ile ölçülür. Bu suretle (2—6) formülünde uzunluk m ve kesit mm^2 olarak alınırsa direnci Ω olarak bulmak için özdirencin telin 1 mm^2 kesitinde ve 1 m uzunluğundaki bir parçasının direncini göstermesi icap eder.

Özdirencin tersine yani

$$\varkappa=\frac{1}{\rho} \quad (\varkappa, \text{ kapa okunur}) \qquad (2-7)$$

büyüklüğüne öziletkenlik (özgül iletkenlik) denilir. Özdirencin birimi $\Omega\ mm^2/m$ olduğundan öziletkenlik birimi $m/\Omega\ mm^2$ veya Sm/mm^2 olur. Cetvel I de teknikte kullanılan bazı önemli malzemelerin özdirençleri ve öziletkenlikleri verilmiştir. Bu değerler, biraz sonra görüleceği gibi sıcaklıkla değiştiklerinden, cetveldeki değerlerin hangi sıcaklık derecesine ait olduğunu belirtmek gerekir. Verilen cetvel 20°C (santigrat derecesi) içindir. Cetvelin dördüncü sütununda görülen α (alfa okunur) katsayısının anlamı biraz sonra görülecektir.

Cetvel I

Malzeme	ρ_{20} $\Omega mm^2/m$	$\varkappa_{20}$ Sm/mm^2	α_{20} $1/°C$
Gümüş	0,016	62,5	0,0038
Bakır	0,01786	56	0,00393
Alüminyum	0,02857	35	0,00377
Manganin (%84 Cu, %4 Ni, %12 Mn)	0,43	2,3	0,00004
Krom - Nikel (%79 Ni, %20 Cr, %1 Mn)	1,1	0,91	0,0002

Direnci hesaplarken öziletkenlik kullanıldığı takdirde direnç formülü

$$R=\frac{l}{\varkappa S} \qquad (2-8)$$

şekline girer.

Örnek 2—3. Uzunluğu $l=250$ m ve kesiti $S=4$ mm² olan bir bakır telin 20°C deki direncini ve iletkenliğini bulunuz. $\varkappa_{20}=56$ Sm/mm² dir.

Cevap : $R=\frac{250}{56.4}\approx 1{,}12\,\Omega,$

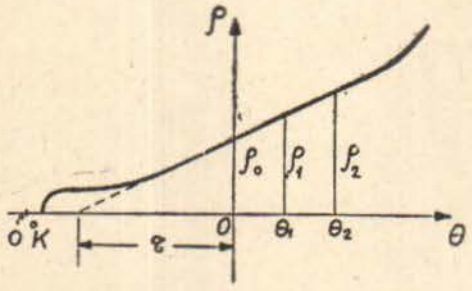
$$G=\frac{1}{1{,}12}=0{,}895\ \text{S}.$$

Örnek 2—4. Kesiti $S=10$ mm² ve direnci $R=4\Omega$ olan alüminyum telin uzunluğunu bulunuz. $\varkappa=35$ Sm/mm² dir.

Cevap : $l=4.35.10=1400$ m $=1{,}4$ km.

2 — 3. Direncin sıcaklıkla değişmesi.

Madenlerin direnci sıcaklık artınca yükselir. Buna karşılık kömürün ve elektrolitlerin direnci sıcaklıkla azalır. Pratik bakımdan önemli olan temperatür sınırları arasında madenlerin direnci sıcaklıkla orantılı olarak değişir. Şek. 2—2 de madenlerde özdirencin sıcaklıkla



Şek. 2—2

nasıl değiştiğini gösteren $\rho=f(\theta)$ eğrisi görülmektedir. Bu eğrinin incelenmesinden görüleceği gibi özdirenç çok alçak ve çok yüksek sıcaklıklarda sıcaklıkla orantılı değildir ve mutlak sıfır noktası (takriben —273°C veya O Kelvin derecesi) civarında âniden sıfıra iner. Bu durumda malzemenin süper - iletken hale geçtiği söylenir. Eğrininin doğru şeklindeki kısmı uzatılırsa temparatür eksenini sıfır noktasına

uzaklığı τ (to okunur) olan bir noktada keser. Buna kritik temperatür adı verilir. θ_1 ve θ_2 sıcaklıklarındaki özdirençler ρ_1 ve ρ_2 ile gösterilirse Şek. 2—2 deki benzer üçgenler yardımiyle

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\tau + \theta_1}{\tau + \theta_2} \qquad (2—9)$$

ifadesi elde edilir. Bu formül yardımiyle her hangi bir θ_1 sıcaklığındaki ρ_1 özdirenci bilinirken diğer bir θ_2 sıcaklığındaki ρ_2 özdirencini bulmak kabil olur. Kritik temperatür bakır için $\tau_{Cu}=235°C$ ve alüminyum için $\tau_{Al}=245°C$ kadardır.

Sıcaklıkla iletkenin boyutlarında bir değişiklik olmadığı kabul edilirse (2—9) formülünü θ_1 ve θ_2 sıcaklıklarındaki R_1 ve R_2 dirençleri cinsinden yazmak kabil olur. Böylece ρ_1/ρ_2 nin payını ve paydasını l/S ile çarpıp $R_1=\rho_1 l/S$ ve $R_2=\rho_2 l/S$ koyarak

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\tau + \theta_1}{\tau + \theta_2} \qquad (2—10)$$

formülü bulunur.

Örnek 2—5. Bakır telden sarılmış olan bir sargının $\theta_1=10°C$ deki direnci $R_1=4{,}5\Omega$ dur. Bu sargının $\theta_2=40°C$ deki R_2 direncini ve G_2 iletkenliğini bulunuz. $\tau_{Cu}=235°C$ dir.

Cevap : $$R_2=4{,}5\,\frac{235+40}{235+10}=4{,}5\cdot\frac{275}{245}\approx 5{,}05\ \Omega,$$

$$G_2=\frac{1}{5{,}05}\approx 0{,}198\ \text{S}.$$

Örnek 2—6. Uzunluğu $l=5$ km ve kesiti $S=25\ mm^2$ olan bir alüminyum telin, kışın ($-10°C$) ve yazın ($+30°C$) direnci ne olur? $\tau_{Al}=245°C$ dir.

Cevap : $$R_{20}=\frac{5000}{35.26}=5{,}71\ \Omega,$$

$$R_{30}=5{,}71\,\frac{245+30}{245+20}=5{,}71\cdot\frac{275}{265}=5{,}98\ \Omega,$$

$$R_{-10}=5{,}71\,\frac{245-10}{245+20}=5{,}71\cdot\frac{235}{265}=5{,}07\ \Omega.$$

Direnç formülünü başka bir şekle sokabiliriz. (2—10) formülü R_2 ye göre çözülürse

$$R_2=R_1\left[1+\frac{1}{\tau+\theta_1}(\theta_2-\theta_1)\right] \qquad (2-11)$$

ifadesi bulunur. Bu formülde bir kısaltma olmak üzere

$$\alpha_1=\frac{1}{\tau+\theta_1} \qquad (2-12)$$

konulursa ifade

$$R_2=R_1\left[1+\alpha_1(\theta_2-\theta_1)\right] \qquad (2-13)$$

şekline girer. (2—12) formülüne göre hem kritik temperatüre, yani kullanılan iletken malzemesine, ve hem de sıcaklığa bağlı olan α_1 katsayısına direnç sıcaklık veya temperatür katsayısı denir. Cetvel I de bazı malzemelerin 20°C deki sıcaklık katsayıları verilmiştir. Cetvelde manganin alaşımının sıcaklık katsayısının oldukça küçük olduğu görülmektedir. Bu gibi malzemeler bilhassa ölçü tekniğinde mümkün mertebe sabit bir direnç elde etmek maksadiyle kullanılırlar.

Bir malzemenin sıcaklık katsayısı temperatüre bağlı olarak değiştiğinden (2—13) formülü ancak θ_1 başlangıç temperatüründeki α_1 katsayısını kullanmak şartiyle doğru bir sonuç verir. Meselâ $\theta_1=20°C$ için sıcaklık katsayısı α_{20}, yani Cetvel I deki değerler alınmalıdır.

Örnek 2—7. Bir alüminyum sargının $\theta_1=20°C$ deki direnci $R_{20}=1{,}3\ \Omega$ dur. $\theta_2=95°C$ deki direnci bulunuz. $\alpha_{20}=0{,}00377°C^{-1}$ dir.

Cevap: $R_{95}=1{,}3\,[1+0{,}00377\,(95-20)]$
$=1{,}3\,(1+0{,}282)=1{,}3\,.\,1{,}282=1{,}666\ \Omega.$

Örnek 2—8. Bir bakır sargının $\theta_1=10°C$ deki direnci $R_{10}=6\Omega$ dur. $\theta_2=60°C$ deki direnci bulunuz. $\alpha_{20}=0{,}00393°C^{-1}$ dir.

Cevap: Bu örnekte sargının 10°C deki direnci verildiğinden α_1, bu temperatür için alınmalıdır. Verilen α değeri 20°C ye tekabül ettiğinden ilk önce 20°C deki direnci bulalım :

$$R_{20}=\frac{R_{10}}{1+\alpha_{20}(\theta_2-20)}=\frac{6}{1+0{,}00393\,(10-20)}$$

$$=\frac{6}{1-0{,}0393}=\frac{6}{0{,}97}=9{,}25\ \Omega.$$

Bu değer yardımiyle

$$R_{60}=6{,}25\,[1+0{,}00393\,(60-20)]$$
$$=6{,}25\,(1+0{,}157)=6{,}25\,.\,1{,}157=7{,}25\ \Omega.$$

bulunur.

Örnek 2–9. Bakırın kritik temperatürü $\tau_{Cu}=235°C$ olduğuna göre 0°C ve 15°C deki sıcaklık katsayılarını bulunuz.

Cevap: $$\alpha_0=\frac{1}{235}=0{,}00425°C^{-1},$$

$$\alpha_{15}=\frac{1}{235+15}=\frac{1}{250}=0{,}004°C^{-1}.$$

Yukarıdaki örneklerden kolayca görüleceği gibi direnç hesaplarını kritik temperatür yardımiyle yapmak daha elverişlidir.

Gerek (2—10) ve gerekse (2—13) formülleri ancak çok yüksek olmayan sıcaklık farkları için kullanılabilir. Buna karşılık meselâ 200°C den yüksek olan sıcaklık farkları için

$$R_2=R_1[1+\alpha_1(\theta_2-\theta_1)+\beta_1(\theta_2-\theta_1)^2] \qquad (2-14)$$

formülü daha doğru bir sonuç verir. Bu formülde α_1 bundan önce görülen sıcaklık katsayısını ve β_1 ise θ_1 temperatürüne tekabül eden bir katsayıyı göstermektedir. Meselâ bakır için 20°C de $\beta_{Cu}=0{,}6\cdot 10^{-6}°C^{-2}$ ve alüminyum için $\theta_{Al}=1{,}3\cdot 10^{-6}°C^{-2}$ dir.

2 — 4. Temperatürlerin ölçülmesi.

(2—10) formülü θ_2 ye göre çözülürse

$$\theta_2=\frac{R_2-R_1}{R_1}(\tau+\theta_1)+\theta_1 \qquad (2-15)$$

veya

$$\theta_2=\frac{R_2}{R_1}(\tau+\theta_1)-\tau \qquad (2-16)$$

formülü bulunur. Bu formüller yardımiyle θ_1 başlangıç sıcaklığındaki R_1 direnci bilinen bir sargının ısındıktan sonraki R_2 direncini ölçerek sıcak durumdaki temperatürünü bulmak kabil olur. Bu imkândan, meselâ elektrik makinalarında sargıların makina çalışırken alacağı temperatürü, termometre kullanmadan, ölçmek kabil olur.

Makina sargısındaki ısınma

$$\Delta\theta=\theta_2-\theta_1=\frac{R_2-R_1}{R_1}(\tau+\theta_1) \qquad (2-17)$$

formülü ile bulunur.

Örndk 2—10. Bir doğru akım makinasında uyarma sargısının (bakır) oda temperatüründeki (20°C) direnci 3 ohm olarak ölçülüyor.

Normal çalışma esnasında sargı direncinin 3,4 ohm'a çıktığı tesbit ediliyor. Sargının son temperatürünü ve ısınmasını bulunuz.

Cevap : (2—16) formülü yardımiyle

$$\theta_2=\frac{3,4}{3}\,(235+20)-235=54°C$$

bulunur. Sargı

$$\Delta\theta=54-20=34°C$$

kadar ısınmıştır.

2—5. Kapalı devrede Ohm kanunu.

$U=RI$ şeklindeki Ohm kanunu ancak bir direnç için kullanılabilir. Şek. 2—3 de görülen basit devrede bu kanun

$$E=(r+R)\,I \qquad (2-18)$$

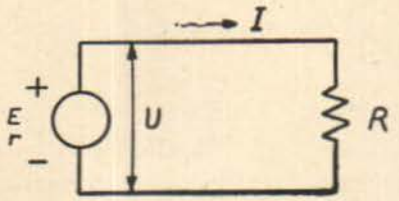
şeklini alır. Bu formülde E, üretecin EMK'ini, r üretecin iç direncini ve R de üretecin uçları arasına bağlanan dış direnci gösterir. Her üretecin küçük de olsa bir iç direnci vardır. Meselâ bir makinada sargıların direnci ve bir pilde de kullanılan elektrolitin direnci bu iç direnci husule getirir. Yukarıdaki formülde $U=RI$ konulursa

$$E=r\,I+U$$

ifadesi elde edilir ve buradan U için

$$U=E-r\,I \qquad (2-19)$$

formülü çıkarılır. Bu gerilim, hem R direncinin ve hem de üretecin uçları arasındaki gerilimdir.



Şek. 2—3

Örnek 2—11. EMK'i $E=1,5$ V ve iç direnci $r=0,5\ \Omega$ olan bir pilin uçları $R=3,5\ \Omega$ luk bir dirence bağlanıyor. Devreden geçecek olan akımı ve pilin uçları arasındaki gerilimi bulunuz, şek. 2—3.

Cevap: (2—18) ve (2—19) dan

$$I=\frac{1,5}{0,5+3,5}=0,475 \text{ A},$$

$$U=1,5-0,5 \,.\, 0,375 \approx 1,31 \text{ V}$$

değerleri bulunur.

Gerilimi $U=3,5 \,.\, 0,375 \approx 1,31$ V şeklinde de hesaplayabiliriz.

Şayet kapalı devrede şek. 2—4 de görüldüğü gibi arka arkaya bağlanmış birden fazla sayıda direnç varsa Ohm kanunu meselâ üç direnç için

$$E=(r+R_1+R_2+R_3)\,I \qquad (2—20)$$

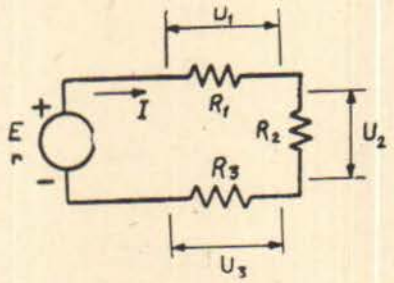
şekline girer. Dirençlerin uçlarındaki gerilimler sıra ile

$$U_1=R_1 I_1,$$
$$U_2=R_2 I_2,$$
$$U_3=R_3 I_3$$

ve üretecin uçları arasındaki gerilim

$$U=E-r\,I=U_1+U_2+U_3=(R_1+R_2+R_3)\,I$$

formülleri ile hesaplanır.



Şek. 2—4

Şek. 2—4 de görüldüğü gibi muhtelif cihazların içlerinde aynı akım geçecek tarzda arka arkaya bağlanmasına seri bağlama adı verilir.

Örnek 2—12. Şek. 2—4 de $E=40$ V. $r=0,2\ \Omega$, $R_1=2\ \Omega$, $R_2=3\ \Omega$ ve $R_3=6\ \Omega$ olduğuna göre

a) Dirençlerden geçen akımı,
b) Üretecin uçları arasındaki gerilimi,
c) Dirençlerdeki gerilimleri bulunuz.

Cevap: a) $I=\frac{40}{0,2+2+3+6}=3,57$ A,

b) $U=40-0,2\,.\,3,57=39,286$ V,

c) $U_1=2\,.\,3,57=7,14$ V,

$U_2=2\,.\,3,57=10,71$ V,

$U_3=6\,.\,3,57=21,42$ V.

Örnek 2—13. Bir üretecin uçlarına 3,5 Ω luk bir direnç bağlandığı vakit devreden 2,5 A ve 4,5 Ω bağlandığı vakit de 2 A geçiyor. Bu üretecin EMK'ini ve iç direncini bulunuz.

Cevap: EMK'i E ile ve iç direnci de r ile göstererek yazılan

$$\frac{E}{r+3,5}=2,5,$$

$$\frac{E}{r+4,5}=2$$

denklemlerinden $E=20$ V ve $r=0,5$ Ω bulunur.

Örnek 2—14. 40 V'luk bir gerilimde çalışabilen ve direnci 50 Ω olan bir cihazı 110 V ile çalıştırabilmek için bu dirence seri olarak diğer bir direnç bağlanacaktır. Bu direnç kaç ohm değerinde olmalıdır ?

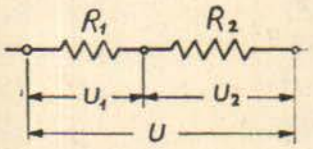
Cevap: Şek. 2—5 de görülen seri bağlı iki direnç için

$$U=U_1+U_2$$

ve

$$\frac{U_1}{U_2}=\frac{R_1}{R_2}$$

bağıntıları caridir. $R_1=50$ Ω, $U_1=40$ V ve $U=110$ V konursa birinci denklemden $U_2=70$ V ve ikinciden $R_2=87,5$ Ω bulunur.



Şek. 2—5

2 — 6. Bir üretecin dış karakteristiği.

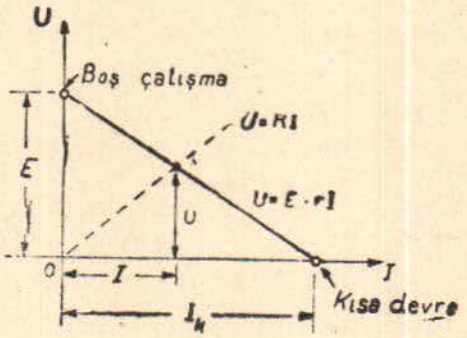
Bir üretecin uçları arasındaki gerilimi bulmaya yarayan

$$U=E-r\,I$$

ifadesini tekrar ele alalım. Devre açık olduğu vakit $I=0$ ve $U=E$ olur. Üretecin uçları arasındaki gerilimin EMK'ine eşit olduğu bu çalışma haline boş çalışma adı verilir. Şayet dış direnç $R=0$ yapılacak olursa bu durumda devreden

$$I_k=\frac{E}{r}$$

formülü ile hesaplanan bir akım geçer ki buna da kısa devre akımı ve bu çalışmaya da kısa devre adı verilir. Kısa devre halinde $U=0$ olur. Şek. 2—6 da U gerilimi ile I akımı arasındaki bağıntıyı gösteren grafik görülmektedir. Bir doğru olan bu grafiği çizebilmek için iki noktasının ve meselâ boş çalışma ve kısa devre noktalarının bilinmesi gerekir.



Şek. 2—6

Bu grafiğe üretecin dış karakteristiği adı da verilir. Herhangi bir R direnci için devreden geçen akım ve gerilim şekilde kesik çizgi ile belirtilen $U=RI$ doğrusunun dış karakteristiği kestiği noktaya tekabül eder.

Örnek 2—15. EMK'i $E=100$ V ve direnci $r=0{,}1\ \Omega$ olan bir üreteç kısa devre ediliyor. Bu esnada kaç amper geçer ?

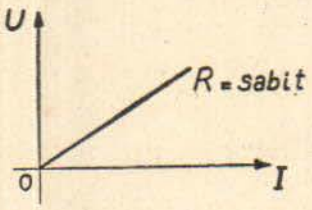
Cevap : $I_k=\frac{100}{0{,}1}=1000$ A.

Bu örnek kısa devre akımlarının oldukça yüksek değerler alacağını göstermektedir.

2—7. Lineer olmayan karakteristikler.

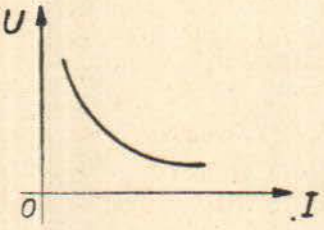
Bundan önce $U=RI$ denkleminin bir doğru ile gösterilmesi için $R=$sabit şartının gerçeklenmesi gerektiğini görmüştük. Bu şartın yerine gelmesi o kadar kolay değildir. Meselâ madenlerin direnci

sıcaklığa bağlı olarak değiştiğinden bu şartın yerine gelebilmesi ancak iletken sıcaklığının sabit kalmasına bağlı olur. Şayet R=sabit şartı gerçeklenirse $U=f(I)$ bağıntısını gösteren grafik (buna gerilim - akım karakteristiği de denilir) şek. 2—7 de görüldüğü gibi bir doğrudan ibaret olur ve lineer karakteristik adını alır.



Şek. 2—7

Pratikte lineer olmayan karakteristiklere de rastlanır. Meselâ bir enkandesan lâmbanın (kızaran telli lâmba), elektrik arkının ve kuru redresörün karakteristikleri lineer değildir. Şek. 2—8 de ark karakteristiği örnek olarak verilmiştir. Bu eğrinin incelenmesinden akım yükseldikçe ark geriliminin alçaldığı ve dolayısiyle ark direncinin küçüldüğü anlaşılır.



Şek. 2—8

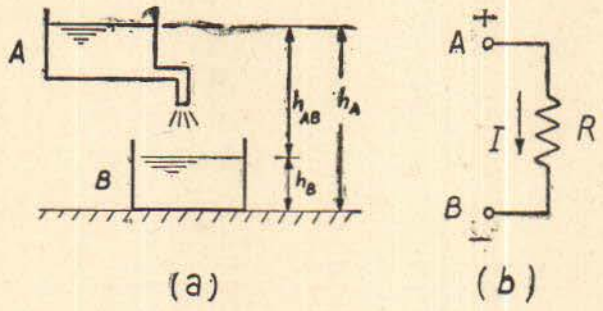
Bu gibi lineer olmayan elemanları ihtiva eden devrelerde akımları grafik yoldan hesaplamak kabil olur.

2 — 8. Potansiyel

Şek. 2—9 (a) da suyun A kabından B kabına akmasına sebep bu kablardaki sıvıların h_A ve h_B seviyeleri arasındaki

$$h_{AB}=h_A-h_B$$

farkıdır. Aynı tarzda şek. 2—9 (*b*) de görülen *R* direncinden bir *I* akımının geçmesine sebep olan şey de A ve B uçlarının elektriksel seviyeleri arasındaki farktan ibarettir.



Şek. 2—9

İşte bu elektriksel seviyelere potansiyel adı verilir. Potansiyeli *V* harfi ile göstereceğiz. Böylece A ve B uçlarının potansiyelleri V_A ve V_B olacaktır. Bu potansiyeller arasındaki fark ise A ve B noktaları arasındaki U_{AB} gerilimidir:

$$U_{AB} = V_A - V_B . \qquad (2—21)$$

Bu sebepten dolayı gerilime potansiyel farkı adı da verilir. Potansiyelin de gerilim gibi volt birimi ile ölçüleceği aşikârdır.

Elektrik akımı yüksek potansiyelli noktalardan alçak potansiyelli noktalara doğru akar.

Su örneğinde A ve B kablarındaki suların seviyeleri yere nazaran ölçülmüştür. Bu seviyeleri başka herhangi bir şeye nazaran da ölçmek kabil olup bunlar arasındaki fark değişmez.

Yer referans olarak seçildiği takdirde bunun kendi seviyesi sıfır itibar edilmiş olur. Elektrik devresinde de potansiyelleri ölçmek için bir referans noktası seçmek icap eder. Bu noktanın potansiyeli sıfır kabul edilir. Elektroteknikte ekseriya kullanılan referans topraktır. Bu sebepten dolayı elektrik devresinde toprak ile birleştirildiği kabul edilen herhangi bir nokta potansiyeller için referans olarak seçilir. Bu suretle devreye ait herhangi bir noktanın potansiyeli bu nokta ile referans noktası arasındaki gerilimden ibaret olur.

Potansiyel pozitif ve negatif değerler alabilen bir büyüklüktür.

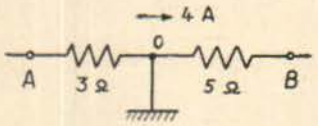
Meselâ Şek. 2—10 da A noktasının, topraklandığı kabul edilen O noktasına nazaran potansiyeli

$$V_A = 3 \cdot 4 = 12 \text{ V}$$

olduğu halde B noktasının O ya nazaran potansiyeli

$$V_B = -5 \cdot 4 = -20 \text{ V}$$

dur (zira akım O dan B ye doğru aktığından O nun potansiyeli B den daha yüksektir).



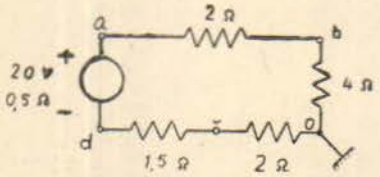
Şek. 2—10

Örnek 2—16. Şek. 2—11 de *a, b, c* ve *d* noktalarının O ya göre potansiyellerini bulunuz.

Cevap : Devreden geçen akım

$$I = \frac{20}{0{,}5+2+5+2+1{,}5} = 2\text{A}$$

olduğundan sırayla



Şek. 2—11

$$V_a = (2+4)\ 2 = 12 \text{ V},$$
$$V_b = 4 \cdot 2 = 8 \text{ V},$$
$$V_c = -2 \cdot 2 = -4 \text{ V},$$
$$V_d = -(1{,}5+2)\ 2 = -7 \text{ V}.$$

değerleri elde edilir. Meselâ *a* ve *c* noktaları arasındaki gerilim

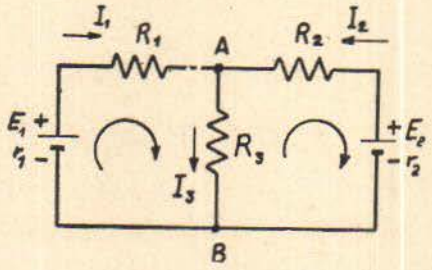
$$U_{ac} = V_a - V_c = 12 - (-4) = 12 + 4 = 16 \text{ V}$$

olur.

3. Kirchhoff (Kirşof) kanunları, elektrik devrelerinin hesabı

3—1. Kirşof Kanunları.

a) Akımlar kanunu. Elektrik devreleri her zaman bundan önceki bahislerde görülenler gibi basit olmaz. Meselâ şek. 3—1 de daha karışık bir devre görülmektedir. Bu şemada görülen ve ikiden fazla kolun birleştiği ve B gibi noktalarına düğüm noktası denilir. Kirşof'un akımlar kanunu (buna birinci Kirşof kanunu da denilir) bu gibi noktalara ait olup ifadesi şu şekildedir :



Şek. 3—1

Bir düğüm noktasına gelen akımların toplamı bu noktadan giden akımların toplamına eşittir. Meselâ şek. 3—1 de A noktası için gelen akımlar I_1 ve I_2 ve giden akım ise I_3 olduğundan bu nokta için Kirşof Kanunu

$$I_1+I_2=I_3$$

şeklinde olur. Bu denklemi

$$I_1+I_2-I_3=0$$

şeklinde de yazmak kabil olduğundan gelen akımlara pozitif ve gidenlere de negatif işaret vererek kanunu şöyle de söylemek kabil olur :

Bir düğüm noktasında akımların cebrik toplamı sıfıra eşittir. Bu genel olarak

$$\Sigma I=0 \qquad (3—1)$$

şeklinde ifade edilir. Burada Σ işareti cebrik toplamı belirtir.

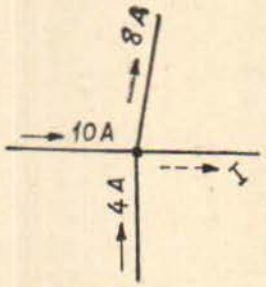
Örnek 3—1. Şek. 3—2 de I akımının şiddetini ve yönünü bulunuz.

Cevap : Eğer bu akımın yönü şekilde kesik çizgi ile belirtilen tarzda alınırsa

$$10+4-8-I=0$$

denklemi yardımiyle $I=6$ A bulunur. Böylece akımın seçilen yönde aktığı anlaşılır (zira bu değer pozitif çıkmıştır). Şayet I akımı ters yönde seçilseydi bu sefer

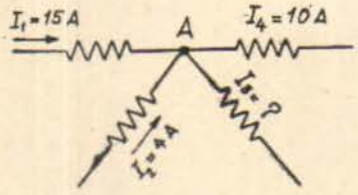
$$10+4-8+I=0$$



Şek. 3—2

ifadesinden $I=-6$ A yani negatif bir değer bulunur ve bu suretle akımın seçilen yönün tersine yani yine düğümden dışarı aktığı anlaşılırdı.

Örnek 3—2. Şek. 3—3 de I_4 akımı A düğüm noktasına doğru veya bu noktadan dışarı doğru aktığına göre I_3 akımını hesaplıyanız ve yönünü belirtiniz.



Şek. 3—3

Cevap: I_3 akımının yönü düğüm noktasına doğru seçilirse I_4 akımı bu noktaya doğru aktığı vakit birinci Kirşof kanunu yardımiyle

$$I_1+I_2+I_3+I_4=0$$

denklemi yazılır. Değerler yerine konursa $I_3=-29$ A bulunur. Akım negatif çıktığından seçilen yönün tersine A dan dışarı doğru akacaktır. I_4 akımı dışarı doğru aktığı vakit I_3 akımının yine A ya doğru aktığı kabul edilerek

$$I_1+I_2+I_3-I_4=0$$

ifadesi yazılır ve buradan $I_3=-9$ A değeri bulunur. Yani bu durumda da I_3 akımı A dan dışarı doğru akar.

Birinci Kirşof kanunu elektriğin sakınımı prensibinin tabiî bir sonucudur. Gerçekten şek. 3—1 de meselâ A noktasına t zamanı zarfında gelen elektrik miktarları Q_1 ve Q_2 ile ve bu noktadan giden de Q_3 ile gösterilirse

$$Q_1+Q_2=Q_3$$

olması icap eder. Bu ifade t zamanına bölünürse birinci Kirşof denklemi elde edilir.

b) Gerilimler kanunu : İkinci Kirşof kanunu adını da alan bu kanun elektrik çevrelerine aittir. Bir elektrik devresinde herhangi bir düğüm noktasından hareket ederek tekrar aynı noktaya gelmek üzere devre üzerinden tâkip edilen kapalı yola çevre adı verilir. Meselâ şek. 3—1 de A noktasından kalkıp E_1 üreteci üstünden giderek B noktasına ve buradan da R_3 direnci üstünden tekrar A ya gelinirse bir çevre teşkil edilmiş olur. Keza sağdaki üreteç üzerinden giderek de ikinci bir çevre elde edilebilir. Gerilimler kanunu şöyle ifade edilir :

Bir çevrede EMK'lerin cebrik toplamı bu çevredeki dirençlerde meydana gelen gerilim düşümlerinin cebrik toplamına eşittir. Bunu matematik olarak

$$\Sigma E=\Sigma R I \qquad (3-2)$$

şeklinde gösteririz. Her iki cebrik toplamı teşkil ederken aşağıdaki tarzda davranılır :

ΣE nin teşkili için : Çevre için herhangi bir hareket yönü seçildikten sonra bu yönde tesir eden EMK'ler pozitif ve diğerleri negatif olarak işaretlenir. EMK'lerin tesir yönü (—) kutuptan (+) kutba doğrudur. Diğer bir deyimle çevre üzerinde belli bir yönde giderken ilk önce (—) kutbuna rastlanan üreteçlerin EMK'i pozitif olarak ve (+) kutbuna rastlananların EMK'i de negatif olarak alınır.

ΣRI nin teşkili için : Bu cebrik toplamı teşkil ederken de kabul edilen çevre yönünde akan akımların meydana getirdikleri gerilimler (gerilim düşümleri) pozitif ve ters yönde akan akımların meydana getirdikleri gerilim düşümleri ise negatif işaretlenir.

İkinci Kirşof denklemi şöylece bulunabilir :

Şek. 3—1 de A noktasının potansiyelini V_A ile gösterelim. Bu

noktadan sola doğru giderken R_1 direncinden geçince potansiyel R_1I_1 kadar yükselerek $V_A+R_1I_1$ olur. Üreteçden geçerken potansiyel E_1 kadar alçalır (+ kutuptan — kutba geçildiği için) ve r_1I_1 kadar yükselir. Böylece B noktasına gelinmiş olur ve bu noktanın potansiyeli $V_A+R_1I_1-E_1+r_1I_1$ olur. R_3 direnci üzerinden B den A ya doğru giderken potansiyel R_3I_3 kadar yükselerek tekrar V_A değerini alır. Bu suretle

$$V_A+R_1I_1-E_1+r_1I_1+R_3I_3=V_A$$

yazarak buradan

$$E_1=R_1I_1+r_1I_1+R_3I_3$$

ifadesi bulunur ki bu da saat ibreleri yönünde giderek yazılan ikinci Kirşof denkleminden başka bir şey değildir.

3—2. Elektrik devrelerinin hesabı.

Bir elektrik devresinin hesabı denince genel olarak bu devrede EMK'ler ve dirençler verilmişken muhtelif kollardan geçen akımların ve muhtelif noktalar arasındaki gerilimlerin hesabı anlaşılır. Meselâ bir elektrik devresinde akımları hesaplamak isteyelim. Devredeki kol sayısını k ile ve düğüm noktası sayısını da d ile gösterelim. Bu suretle k tane bilinmiyen akım var demektir. Bunları bulabilmek için k denkleme ihtiyaç vardır. Bu denklemlerden $d-1$ tanesi akımlar kanunu ve $k-(d-1)=k-d+1$ tanesi de gerilimler kanunu yardımiyle yazılır. Bu maksatla bağımsız bir denklem sistemi yazabilmek için akımlar kanunu $d-1$ düğüm noktası için ve gerilimler kanunu da $k-d+1$ çevre için kullanılacaktır. Bu esnada bağımsız çevreleri seçerken dikkatli davranmak gerekir. Bunun için de en iyisi her yeni gerilim denklemini yazarken bundan önce kullanılmayan bir veya birden fazla kolun çevreye girmesine dikkat edilir.

Çevre için herhangi bir pozitif çevre yönü (saat yönü veya bunun tersi) seçildikten sonra EMK'lerin cebrik toplamı teşkil edilirken, yukarıda görüldüğü gibi, bu yönde tesir eden EMK'ler + olarak ve ters yönde tesir edenler de — olarak işaretlenir. EMK'lerin tesir yönü — kutuptan + kutba doğrudur. Gerilim düşümlerinin cebrik toplamı teşkil edilirken de kabul edilen çevre yönünde akan akımların gerilim düşümü + ve ters yönde akanların gerilim düşümleri ise — olarak alınır. Bu işaret kaidelerine riayet edilmezse her iki Kirşof kanunu da yanlış ifade edilmiş olur.

Bir elektrik devresini hesap ederken tâkip edilecek yolu şu şekilde özetliyebiliriz:

a) Akımların yönleri daha belli olmadığından her koldaki akıma keyfî birer yön verilir ve harflerle işaretlenir, bu yönler oklarla belirtilir.

b) Gelen akımları + ve giden akımları da — işaretliyerek d—1 düğüm noktası için akım denklemleri yazılır. Aynı denklemler gelen akımların toplamının giden akımların toplamına eşit olduğunu yazmak suretiyle de elde edilebilir.

c) Bağımsız çevreler ve bunların pozitif yönleri seçilir. Yukarıda belirtilen hususlar gözönüne alınarak EMK'lerin ve gerilim düşümlerinin cebrik toplamları teşkil edilerek gerilim denklemleri yazılır.

d) Bu suretle elde edilen ve sayıları k olan denklemler meselâ determinantlardan faydalanarak (veya başka yoldan) çözülür ve böylece akımlar bulunmuş olur.

e) Bulunan akımlar pozitif çıktığı takdirde hesaba başlarken akımlar için kabul edilen yönler gerçek yönlerdir. Buna karşılık akımlar negatif çıkacak olursa bunlar için seçilen yönler gerçek yönün tesiridir.

Örnek 3—3. Şek. 3—1 de

$E_1=30$ V, $E_2=28$ V, $r_1=0{,}4\ \Omega$, $r_2=0{,}2\ \Omega$,
$R_1=2{,}6\ \Omega$, $R_2=3{,}8\ \Omega$ ve $R_3=1{,}2\ \Omega$ olduğuna göre akımları hesaplayınız.

Cevap: Bu devrede düğüm sayısı $d=2$ ve kol sayısı $k=3$ dür. Bundan dolayı ancak bir tane bağımsız akım denklemi ve iki tane de bağımsız gerilim denklemi yazabiliriz. Meselâ akımları şekilde belirtilen tarzda seçerek A noktası için akımlar kanunu yardımiyle

$$I_1+I_2=I_3 \qquad \text{(a)}$$

denklemi elde edilir. B noktası için yazılacak olan denklem bunun aynı olur. Bağımsız çevreler A B E_1 ve A E_2 B A olsun. Çevre yönleri şekildeki gibi yani saat ibreleri yönünde alınacak olursa ilk çevre için

$$30=(0{,}4+2{,}6)\ I_1+1{,}2\ I_3$$

veya

$$30=3\ I_1+1{,}2\ I_3 \qquad \text{(b)}$$

denklemi ve ikinci çevre için de

$$-28=-(0{,}2+3{,}8)\ I_2-1{,}2\ I_3$$

veya

$$28=4\ I_2+1{,}2\ I_3 \qquad \text{(c)}$$

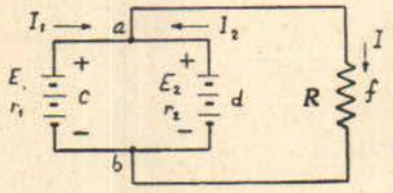
denklemi elde edilir. (*b*) ve (*c*) denklemlerinden, I_3 yerine (*a*) denklemindeki eşiti konursa bu ifadeler

$$30=3\,I_1+1{,}2\,(I_1+I_2)=4{,}2\,I_1+1{,}2\,I_2, \qquad \text{(d)}$$

$$28=4\,I_2+1{,}2\,(I_1+I_2)=1{,}2\,I_1+5{,}2\,I_2 \qquad \text{(e)}$$

şekillerine girerler. İki bilinmiyenli olan bu denklem sistemi herhangi bir metod yardımiyle çözülürse $I_1=6$ A ve $I_2=4$ A değerleri elde edilir. Bu akımlar pozitif çıktığından seçilen yönlerde akarlar. Nihayet (*a*) denkleminden $I_3=10$ A değeri bulunur. Bu akım da seçilen yönde akmaktadır.

Örnek 3—4. Şek. 3—4 de paralel bağlı iki akümülâtör bataryası ve R direnci tarafından meydana gelmiş olan devrede $E_1=6$ V, $E_2=5$ V, $r_1=0{,}3$ ohm (E_1 bataryasının iç direnci), $r_2=0{,}1$ ohm (E_2 bataryasının iç direnci) ve $R=2$ ohm olduğuna göre akımları ve R direncinin uçları arasındaki gerilimi bulunuz.



Şek. 3—4

Cevap: Verilen devrede kol sayısı $k=3$ ve düğüm noktası sayısı $d=2$ olduğundan birinci Kirşof kanunu yardımiyle ancak $d-1=2-1=1$ tane bağımsız akım denklemi ve ikinci Kirşof kanunu yardımiyle

$$k-d+1=3-2+1=2$$

tane bağımsız gerilim denklemi yazılabilir.

Akımları şekilde belirtilen yönlerde alarak meselâ *a* düğüm noktası için birinci Kirşof kanunu yardımiyle

$$I_1+I_2-I=0$$

veya

$$I_1+I_2=I \qquad \text{(a)}$$

ifadesi elde edilir. *bcafb* ve *bdafb* çevreleri bağımsız çevreler olarak seçilirse meselâ saat ibrelerinin yönünü pozitif çevre yönü olarak seçerek ikinci Kirşof kanunu yardımiyle ilk çevre için

$$E_1 = r_1 I_1 + RI$$

ve ikinci çevre için

$$E_2 = r_2 I_2 + RI$$

ifadeleri yazılır. Verilen değerler yerine konursa bu denklemler

$$6 = 0{,}3\, I_1 + 2\, I, \qquad \text{(b)}$$

$$5 = 0{,}1\, I_2 + 2\, I \qquad \text{(c)}$$

şekillerine girerler.

Üçüncü bir denklem *bcadb* çevresi için yazılabilirse de bu suretle elde edilecek olan

$$6 - 5 = 1 = 0{,}3\, I_1 - 0{,}1\, I_2 \qquad \text{(d)}$$

ifadesi (b) ve (c) den bağımsız değildir (bu denklemi (c) yi (b) den çıkararak bulabilirdik).

Üç bilinmiyeni ihtiva eden (a), (b), (c) denklem sistemini çeşitli yollardan çözmek kabildir. Meselâ bu maksatla (b) ve (c) de I yerine (a) daki karşılığı konursa

$$6 = 0{,}3\, I_1 + 2\,(I_1 + I_2) = 2{,}3\, I_1 + 2\, I_2, \qquad \text{(e)}$$

$$5 = 0{,}1\, I_2 + 2\,(I_1 + I_2) = 2\, I_1 + 2{,}1\, I_2. \qquad \text{(f)}$$

denklemleri bulunur. (e) 2,1 ile ve (f) de 2 ile çarpılırsa

$$12{,}6 = 4{,}83\, I_1 + 4{,}2\, I_2, \qquad \text{(g)}$$

$$10 = 4\, I_1 + 4{,}2\, I_2 \qquad \text{(h)}$$

ifadeleri bulunur. Şimdi (h) denklemi (g) den çıkarılarak

$$2{,}6 = 0{,}83\, I_1$$

veya

$$I_1 = 3{,}133 \text{ A}$$

değeri bulunur. Bu değer pozitif çıktığından I_1 için seçilen yön gerçek akım yönüdür ve dolayısiyle E_1 bataryası deşarj olmaktadır (boşalmaktadır). I_1 için bulunan değer (f) denkleminde yerine konursa

$$5 = 6{,}266 + 2{,}1\, I_2$$

bulunur ve buradan

$$I_2 = -0{,}603 \text{ A}$$

değeri elde edilir.

Bu değer negatif çıktığından I_2 akımı için seçilen yön gerçek yönün tersidir ve dolayısiyle bu akım E_2 bataryasının pozitif kutbundan girdiğinden batarya şarj olmaktadır (dolmaktadır).

Nihayet I akımı için (a) denklemi yardımiyle

$$I=3{,}133-0{,}603=2{,}53 \text{ A}$$

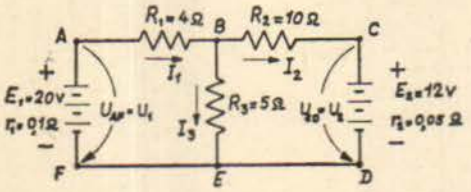
değeri bulunur. Bu akım için seçilen yön gerçek yönden ibarettir.

$R=2$ Ohm'luk direncin uçları arasındaki gerilim için Ohm kanunu yardımiyle

$$U=RI=2\,.\,2{,}53=5{,}06 \text{ V}$$

değeri bulunur.

Örnek 3—5. Şek. 3—5 deki devrede kollardan geçen akımları ve bataryaların uçları arasındaki gerilimleri hesaplayınız. r_1 ve r_2 bataryaların iç dirençlerini göstermektedir.



Şek. 3—5

Cevap: Akımların yönleri şekilde belirtildiği gibi seçilirse meselâ B noktası için

$$I_1=I_2+I_3 \qquad \text{(a)}$$

denklemi elde edilir. ABCDEFA bağımsız çevresi için saat yönünde giderek

$$20-12=0{,}1\,I_1+4\,I_1+10\,I_2+0{,}05\,I_2$$

veya sadeleştirerek

$$8=4{,}1\,I_1+10{,}05\,I_2 \qquad \text{(b)}$$

ifadesi ve ABEFA bağımsız çevresi için de yine saat yönünde giderek

$$20=0{,}1\,I_1+4\,I_1+5\,I_3$$

veya

$$20=4{,}1\,I_1+5\,I_3 \qquad \text{(c)}$$

ifadesi elde edilir. Son denklemde I_3 yerine (a) denkleminden bulunan

$$I_3=I_1-I_2$$

eşiti konursa bu denklem

$$20=4{,}1\,I_1+5\,(I_1-I_2)$$

veya

$$20=9{,}1\,I_1-5\,I_2 \qquad (d)$$

şekline girer. (d) denkleminden

$$I_1=\frac{20+5\,I_2}{9{,}1} \qquad (e)$$

bulunur. Bunu (b) denkleminde yerine koyarak

$$8=4{,}1\,\frac{20+5\,I_2}{9{,}1}+10{,}05\,I_2=9{,}01+12{,}3\,I_2$$

denklemi bulunur ve buradan

$$I_2=\frac{8-9{,}01}{12{,}3}=-\frac{1{,}01}{12{,}3}=-0{,}082\ \text{A}$$

değeri elde edilir. Bu akımın negatif çıkması seçilen yönün gerçek yönün tersi olduğunu göstermektedir. Bu sebepten dolayı akım E_2 bataryasının pozitif kutbundan çıkar ve dolayısiyle bu batarya deşarj olur.

I_1 için (e) yardımiyle

$$I_1=\frac{20+5\,(-0{,}082)}{9{,}1}=\frac{19{,}59}{9{,}1}=2{,}14\ \text{A}$$

bulunur. Bu akımın pozitif çıkması seçilen yönün gerçek yöne uyduğunu gösterir Akım E_1 bataryasının pozitif kutbundan çıkmakta yani bu batarya deşarj olmaktadır.

Nihayet I_3 akımı için (a) denklemi yardımiyle

$$I_3=I_1-I_2=2{,}14-(-0{,}082)=2{,}14+0{,}082=2{,}222\ \text{A}$$

değeri elde edilir.

Bataryaların uçları arasındaki gerilimleri hesaplamak için şöyle hareket edilir :

Bir devrede herhangi iki nokta arasındaki gerilimi hesaplamak için bu iki nokta arasına bir gerilim işaret oku çizeriz. Bu okun başı ve sonu herhangi bir şekilde seçilebilir. Meselâ Şek. 3—5 de E_1 bataryasının uçları yani A ve F noktaları arasındaki gerilim A dan F ye doğru yönelen AF oku ile ve E_2 bataryasının uçları arasındaki gerilim de C den D ye doğru yönelen CD oku ile belirtilmiştir. Birinci gerilim U_{FA} şeklinde ve ikinci gerilim ise U_{CD} şeklinde yani okun başını gösteren harf ilk önce ve sonunu gösteren harf ise

ikinci olarak yazılır. Bu iş yapıldıktan sonra bir kolu bu gerilim tarafından kapatılan herhangi bir çevre alınarak bu çevre için gerilim denklemi yazılır. Yalnız bu denklemi yazarken hesaplanacak olan gerilim tıpkı bir gerilim düşümü gibi denklemin ikinci tarafına yazılır. İşaretine gelince bu da gerilim oku gidilen çevre yönünde olup olmadığına göre pozitif veya negatif olur. Meselâ şek. 3—5 de U_{AF} gerilimi ve E_1 bataryası tarafından kapatılan çevre için saat yönünde gidilerek

$$E_1 = r_1 I_1 + U_{AF}$$

denklemi ve U_{CD} gerilimi ile E_2 bataryası tarafından kapatılan çevre için de yine saat yönünde gidilerek

$$-E_2 = r_2 I_2 - U_{CD}$$

denklemi elde edilir. Bu denklemler yardımiyle

$$U_{AF} = U_1 = E_1 - r_1 I_1 = 20 - 0{,}1 \,.\, 2{,}14 = 20 - 0{,}214 = 19{,}786 \text{ V}$$

$$U_{CD} = U_2 = E_2 + r_2 I_2 = 12 + 0{,}05 \,.\, (-0{,}082) = 12 - 0{,}0041 = 11{,}996 \text{ V}$$

bulunur. Bu gibi gerilim hesapları sonunda değerlerin negatif çıkması da mümkündür. Nitekim yukarıdaki örnekte gerilim okları F den A ya ve D den C ye doğru alınmış olsaydı bu takdirde $U_{FA} = -19{,}786$ ve $U_{DC} = -11{,}996$ V değerleri bulunurdu.

Böylece

$$U_{AF} = -U_{FA}$$

ve

$$U_{DC} = -U_{CD}$$

olduğu görülmektedir.

İki nokta arasındaki gerilimi hesaplamak için takip edilebilecek olan diğer yol da şu şekildedir:

Meselâ şek. 3—5 de A noktasının potansiyelini V_A ile ve F noktasının potansiyelini de V_F ile gösterelim. Şimdi meselâ A dan F ye doğru herhangi bir yol üzerinden giderek potansiyeldeki değişmeyi takip edelim. Meselâ A dan F ye doğru E_1 bataryası üzerinden gidecek olursak şu sonucu elde ederiz: Bataryanın iç direncinden geçerken potansiyel $r_1 I_1$ kadar yükselir. Zira akım yüksek potansiyelli noktalardan alçak potansiyelli noktalara doğru akar. Buna karşılık bataryadan geçerken pozitif kutuptan negatif kutba atlandığından

potansiyel bataryanın EMK'i kadar yani E_1 volt kadar alçalır. Böylece F noktasının potansiyeline gelinmiş olur ki söylediklerimizi

$$V_A + r_1 I_1 - E_1 = V_F$$

denklemiyle ifade edebiliriz. Bu denklem yardımiyle

$$V_A - V_F = E_1 - r_1 I_1$$

bulunur.

Diğer taraftan A ve B noktalarının potansiyelleri arasındaki fark bu noktalar arasındaki gerilime eşit olduğundan

$$U_{AF} = V_A - V_F = E_1 - r_1 I_1$$

olduğu anlaşılır.

Yukarıda iki nokta arasındaki gerilimi hesaplamak için verilen bilgi genel mahiyette olup bu noktalar arasını birleştiren devre kısmı ne şekilde olursa olsun uygulanabilir. Ancak bir üretecin veya şarj olan bir bataryanın uçları arasındaki gerilimin yalnızca değerini bulmak istediğimiz vakit birinci halde

$$U = E - r I \qquad (3-3)$$

ve ikinci halde ise

$$U = E + r I \qquad (3-4)$$

formüllerinden faydalanmak kabil olur. Her iki formülde de r, üretecin veya bataryanın iç dirençlerini ve I de üreteçte (+) kutuptan çıkan ve bataryada (+) kutba giren akımı göstermektedir.

Örnek 3—6. Şek. 3—5 deki devrede A ve C noktaları arasındaki gerilimi hesaplayınız.

Cevap : $V_A - R_1 I_1 - R_2 I_2 = V_C$

yazdıktan sonra $R_1 = 4$ ohm $R_2 = 10$ ohm ve $I_1 = 2{,}14$ A, $I_2 = -0{,}082$ A konursa

$$V_A - V_C = U_{AC} = 4 \,.\, 2{,}14 + 10 \,.\, (-0{,}082) = 8{,}56 - 0{,}82 = 7{,}74 \text{ V}$$

değeri bulunur. Ayni değeri

$$R_1 I_1 + R_2 I_2 - U_{AC} = 0$$

ifadesi yardımiyle de hesaplayabiliriz.

Örnek 3—7. Şek. 3—5 deki devrede U_{FC} gerilimini hesaplayınız.

Cevap: $U_{FC}=U_{FA}+U_{AC}$ dir. $U_{AC}=7{,}74$ V bundan önce bulunmuştu. U_{FA} gerilimi için

$$20=0{,}1\,.\,2{,}14-U_{FA}$$

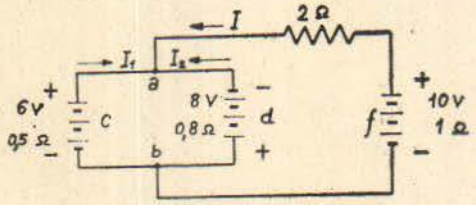
ifadesinden $U_{FA}=-19{,}786$ V değeri elde edilir.

Bunun yardımiyle

$$U_{FC}=-19{,}786+7{,}74=-12{,}046\ \text{V}$$

bulunur. F ve C arasındaki gerilimin değeri 12,046 V dur. Bunun negatif çıkmasının sebebi gerilim yönü olarak F den C ye doğru olan yönün alınmasıdır. Şayet bunun tersi alınsaydı o vakit $U_{CF}=-U_{FC}=+12{,}046$ V çıkacaktı.

Örnek 3—8. Şek. 3—6 daki devrede I_1, I_2, ve I akımlarının değerlerini ve yönlerini tâyin ediniz ve a, b noktaları arasındaki gerilimi hesaplayınız.



Şek. 3—6

Cevap: İkinci Kirşof kanununu bcafb çevresine uygulayarak

$$6-10=-4=0{,}5\,I_1-3\,I \qquad \text{(a)}$$

denklemi ve bcadb çevresine uygulayarak

$$6+8=14=0{,}5\,I_1-0{,}8\,I_2 \qquad \text{(b)}$$

denklemi elde edilir. Birinci Kirşof kanununu meselâ a noktasına uygulayarak

$$I_1+I_2+I=0$$

veya

$$I=-I_1-I_2 \qquad (c)$$

denklemi bulunur. I nın bu karşılığı (a) da yerine konursa bu ifade

$$-4=3{,}5\,I_1+3\,I_2 \qquad (d)$$

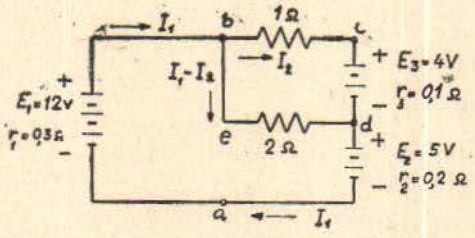
şeklini alır. (b) denklemi 7 ile çarpıldıktan sonra (d) den çıkarılırsa $I_2=-11{,}86$ A değeri bulunur. I_2 için bulunan bu değer (d) de yerine konursa $I_1=9{,}02$ A değeri elde edilir. Nihayet I için (c) denklemi yardımiyle $I=-9{,}02-(-11{,}86)=2{,}84$ A bulunur. Bu sonuçlara göre I_1 ve I akımları için seçilen yönler gerçek yönlerden ve I_2 için seçilen yön ise gerçek yönün tersinden ibarettir.

a ve b noktaları arasındaki gerilimi

$$6=0{,}5\,I_1+U_{ab},$$
$$8=-0{,}8\,I_2-U_{ab},$$
$$10=3\,I+U_{ab}.$$

denklemlerinden herhangi biri yardımiyle hesaplamak kabildir. Neticede $U_{ab}=1{,}49$ V değeri elde edilir.

Örnek 3—9. Şek. 3—7 de akımları bulunuz.



Şek. 3—7

Cevap : Devre problemlerini çözerken bilinmiyenlerin ve dolayısiyle bağımsız denklemlerin sayısını bazan bir düğüm noktasındaki akımlardan birini diğerinin farkı veya toplamı şeklinde yazarak azaltmak kabil olur. Meselâ Şek. 3—4 deki devrede I yerine I_1+I_2 ve Şek. 3—6 da $-I_1-I_2$ yazılabilir. Bu suretle akımlar için birinci Kirşof denklemlerini yazmaya lüzum kalmaz. Verilen problemde bed kolundan geçen akım I_3 ile gösterilecek yerde I_1-I_2 olarak alınırsa ikinci Kirşof kanununu aE_1 *bcda* çevresine uygulayarak

$$14-4-5=0{,}3\,I_1+I_2+0{,}1\,I_2+0{,}2\,I_1$$

veya

$$3=0{,}5\,I_1+1{,}1\,I_2 \qquad \text{(a)}$$

denklemi ve $a\,E_1\,bed\,E_2\,a$ çevresine uygulayarak da

$$12-5=0{,}3\,I_1+2\,(I_1-I_2)+0{,}2\,I_1$$

veya

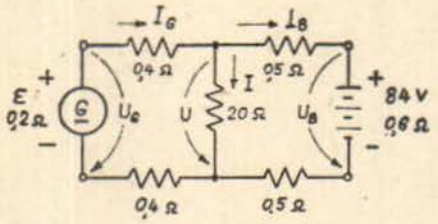
$$7=2{,}5\,I_1-2\,I_2 \qquad \text{(b)}$$

denklemi elde edilir. (a), (b) denklem sistemi çözülürse

$$I_1=3{,}653\text{ A ve }I_2=1{,}067\text{ A}$$

değerleri bulunur.

Örnek 3—10. Şek. 3—8 de batarya $I_B=10$ A ile şarj olduğuna göre



Şek. 3—8

a) U_B ve U gerilimlerini,

b) Generatör akımı I_G yi,

c) Generatörün EMK'ini ve uçları arasındaki U_G gerilimini hesaplayınız.

Cevap : a) Bataryanın uçları arasındaki gerilimi gösteren U_B için

$$84=-0{,}6\,I_B+U_B$$

ifadesi yardımiyle $U_B=90$ V bulunur. 20 ohm'luk direncin uçları arasındaki U gerilimi ise

$$U=(0{,}5+0{,}5)\,I_B+U_B$$

ifadesine göre $U=100$ V olacaktır.

b) 20 ohm'un uçları arasındaki gerilim 100 V olduğundan bu dirençten geçen akım $I=100/20=5$ A dir. Generatörün verdiği akım ise birinci Kirşof kanununa göre

$$I_G = I + I_B = 5 + 10 = 15 \text{ A}$$

değerindedir.

c) Generatörün uçları arasındaki U_G gerilimi için

$$U_G = (0{,}4 + 0{,}4)\, I_G + U$$

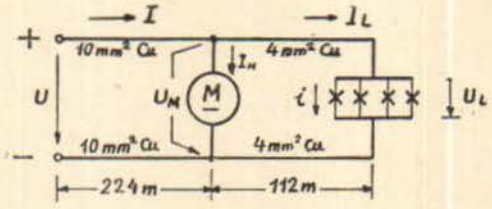
ifadesi yardımiyle $U_G = 112$ V değeri bulunur.

Nihayet EMK için

$$E = 0{,}2\, I_G + U_G$$

ifadesinden $E = 115$ V buluruz.

Örnek 3—11. Şek. 3—9 da motor tarafından $I_M = 8$ A ve $U_L = 100$ V gerilimi altında bulunan her lâmba tarafından $i = 0{,}5$ A çekildiğine göre motorun uçlarındaki ve hattın başındaki gerilimi hesaplayınız. Hattın bakır telden olduğu kabul edilecek ve bakırın öziletkenliği $\varkappa = 56$ Sm/mm² alınacaktır.



Şek. 3—9

Cevap : İlk önce hattın direncini bulalım. 112 m uzunluğundaki 4 mm² kesitindeki kısmın direnci

$$R_1 = \frac{2.112}{56.4} = 1\,\Omega$$

ve 224 m uzunluğundaki ve 10 mm² kesitindeki kısmın direnci ise

$$R_2 = \frac{2.224}{56.10} = 0{,}8\,\Omega$$

dur. Gidiş ve dönüş tellerinden dolayı yukarıdaki formüllerde uzunlukların iki katı alınmıştır. Bütün lâmbalar tarafından çekilen toplam akım $I_L = 4\, i = 4.05 = 2$ A dir. Buna motor akımını ilâve ederek şebekeden çekilen akım için $I = I_M + I_L = 8 + 2 = 10$ A bulunur. Motorun uçları arasındaki gerilim için

$$U_M = R_1 I_L + U_L$$

denklemi yardımiyle $U_M = 102$ V ve hattın başındaki U gerilimi için de

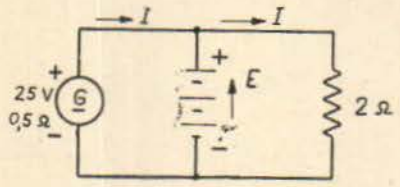
$$U = R_2 I + U_M$$

formülü yardımiyle $U = 110$ V değeri elde edilir.

Örnek 3—12. Şek. 3—10 daki devrede batarya kolundan akım geçmediğine göre

a) 2 ohm'uk dirençten geçen akımı (I),
b) Bataryanın EMK'ini (E)

hesaplayınız.



Şek. 3—10

Cevap: a) Bataryadan akım geçmediğine göre generatörden ve 2 ohm'luk dirençten aynı I akım geçer. Böylece generatörle 2 ohm tarafından teşkil edilen çevre için yazılan

$$25 - E = 0{,}5\, I$$

ifadesinden $I = 10$ A bulunur.

b) Generatörle batarya tarafından teşkil edilen çevre için yazılan

$$25 = (0{,}5 + 2)\, I = 2{,}5\, I$$

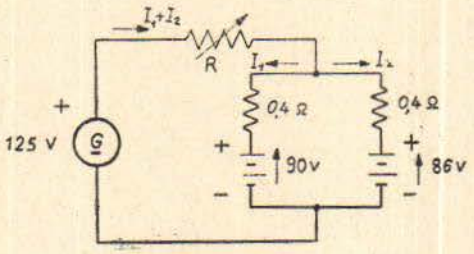
denleminden de $E = 20$ V bulunur. Aynı değeri batarya ile 2 ohm'luk direnç tarafından teşkil edilen kapalı çevre yardımiyle de bulabilirdik:

$$E = 2\, I = 2 \,.\, 10 = 20 \text{ V}$$

Örnek 3—13. Şek. 3—11 de paralel bağlı olan iki akü bataryası G generatörü tarafından şarj edilmektedir. Sağdaki bataryanın şarj akımı R reostası yardımiyle $I_2 = 35$ A olarak âyar edilmiştir. Buna göre :

a) Soldaki bataryanın şarj akımı nedir ?

b) R direnci kaç ohm üzerine âyar edilmiştir ?



Şek. 3—11

Cevap : a) iki batarya tarafından teşkil edilen çevre için meselâ saat yönünde giderek

$$90-86=-0{,}4\,I_1+0{,}4\,I_2$$

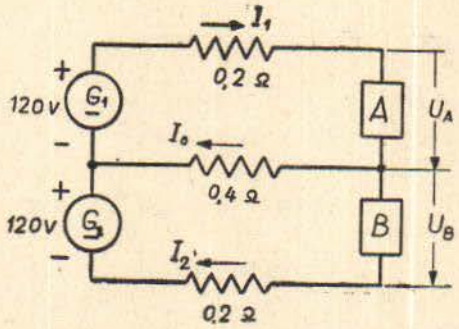
şeklindeki gerilim denklemi yazılabilir. Bu ifadede $I_2=35$ A koyarak $I_1=25$ A bulunur.

b) Generatörle meselâ soldaki batarya tarafından teşkil edilen çevre için

$$125-90=R\,(I_1+I_2)+0{,}4\,I_1$$

olacağından şarj akımlarını yerlerine koyarak $R=25/60=0{,}416$ ohm değeri elde edilir.

Örnek 3—14. Şek. 3—12 de görülen üç iletkenli doğru akım besleme sisteminde $I_1=25$ A ve $I_2=20$ A olduğuna göre A ve B cihazlarının uçları arasındaki gerilimleri bulunuz.



Şek. 3—12

Cevap : Ortadaki telden (buna nötr teli de denir) geçen akım için

$$I_0 = I_1 - I_2$$

ifadesinden $I_0 = 5$ A bulunur. G_1 generatörü ile A cihazı tarafından teşkil edilen çevreye ikinci Kirşof kanununu uygulayarak yazılan

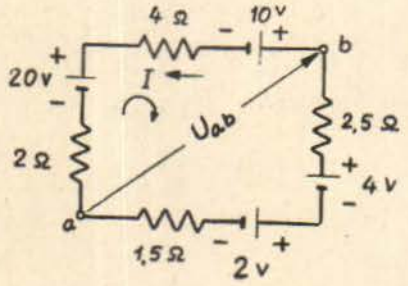
$$120 = 0{,}2\, I_1 + U_A + 0{,}4.5$$

denkleminden $U_A = 113$ V ve G_2 generatörü ile B cihazı tarafından teşkil edilen çevre için yazılan

$$120 = -0{,}4.5 + U_B + 0{,}2\, I_2$$

denkleminden de $U_B = 118$ V bulunur.

Örnek 3—15. Şek. 3—13 de akımı ve U_{ab} gerilimini bulunuz.



Şek. 3—13

Cevap : İlk anda böyle bir kaç EMK ihtiva eden devreden akımın hangi yönde akacağı kestirilemiyeceğinden keyfî olarak bir yön verelim ve devre için gerilim denklemini yazalım. Meselâ saat yönünde gidilirse

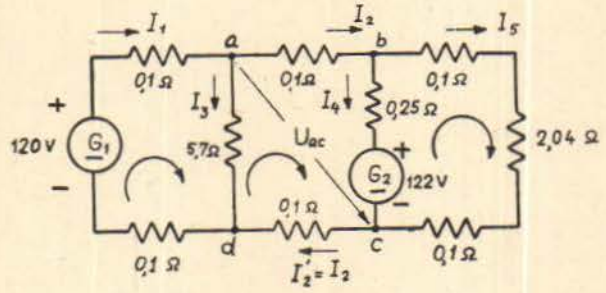
$$20 + 10 - 4 - 2 = -(2 + 4 + 2{,}5 + 1{,}5)\, I$$

yazarak buradan $I = -2{,}4$ A bulunur. O halde akım ters yönde akmaktadır. U_{ab} gerilimini bulmak için meselâ yukarıdaki çevre yardımiyle

$$20 + 10 = (2 + 4)\, I - U_{ab}$$

yazıp burada $I = -2{,}4$ A konursa $U_{ab} = -44{,}4$ V (veya $U_{ba} = 44{,}4$ V) bulunur.

Örnek 3—16. Şek. 3—14 de akımları ve U_{ac} gerilimini bulunuz.



Şek. 3—14

Cevap : Akımların yönleri keyfî olarak seçildikten sonra meselâ *a*, *b* ve *c* gibi bağımsız üç düğüm noktası için

$$I_1=I_2+I_3\,, \tag{a}$$

$$I_2=I_4+I_5\,, \tag{b}$$

$$I'_2=I_4+I_5 \tag{c}$$

ifadeleri elde edilir. Son iki denklemden $I'_2=I_2$ olduğu görülür. Şekilde belirtilen çevreler ve çevre yönleri yardımiyle

$$120=0{,}2\,I_1+5{,}7\,I_3\,, \tag{d}$$

$$-122=0{,}2\,I_2+0{,}25\,I_4-5{,}7\,I_3\,, \tag{e}$$

$$122=-0{,}25\,I_4+2{,}25\,I_5 \tag{f}$$

şeklindeki gerilim denklemleri bulunur. I_1, I_2, I_3, I_4 ve I_5 gibi beş bilinmiyen akımı ihtiva eden (a), (b), (d), (e) ve (f) denklemleri çözülürse

$$I_1=30\text{ A},\ I_2=10\text{ A},\ I_3=20\text{ A},\ I_4=-40\text{ A ve }I_5=50\text{ A}$$

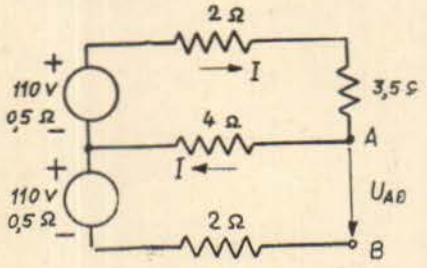
değerleri bulunur. Bunlardan I_4 akımı negatif çıktığından yönü seçilenin tersine yani yukarı doğrudur.

a ve *c* noktaları arasındaki gerilim için

$$-122=0{,}1\,I_2+0{,}25\,I_4+U_{ac}$$

ifadesi yardımiyle $U_{ac}=113$ V bulunur.

Örnek 3—17. Şek. 3—15 de A ve B noktaları arasındaki gerilimi hesaplayınız.



Şek. 3—15

Cevap : Yukarıdaki çevreden geçen akım

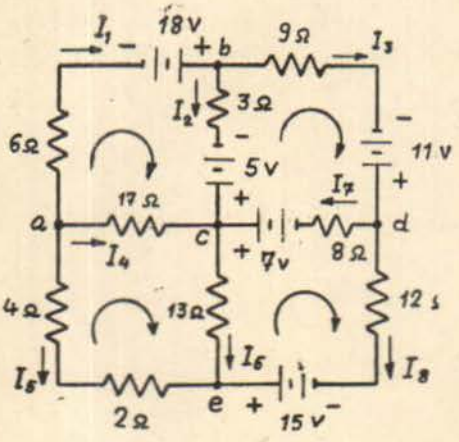
$$I=\frac{110}{0,5+2+3,5+4}=11 \text{ A}$$

dir. Aşağıdaki çevre için yazılan

$$110=-4\ I+U_{AB}$$

denklemi yardımiyle $U_{AB}=154$ V değeri bulunur.

Örnek 3—18. Şek. 3—16 da akımları hesaplayınız.



Şek. 3—16

Cevap: Seçilen akım yönleri yardımiyle a, b, d ve e noktaları için

$$I_1+I_4+I_5=0\,,$$
$$I_1-I_2-I_3=0\,,$$
$$I_3-I_7-I_8=0\,,$$
$$I_6+I_8+I_5=0$$

denklemleri ve belirtilen çevreler için

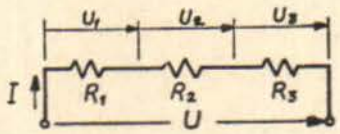
$$18+5=23=6\,I_1+3\,I_2-17\,I_4\,,$$
$$11+7-5=13=-3\,I_2+9\,I_3+8\,I_7\,,$$
$$15-7=8=-8\,I_7+12\,I_8-13\,I_6\,,$$
$$0=17\,I_4+13\,I_6-6\,I_5$$

ifadeleri elde edilir. Bu denklemler çözülürse

$$I_1=1{,}873\text{ A},\ I_2=0{,}515\text{ A},\ I_3=1{,}358\text{ A},$$
$$I_4=-0{,}601\text{ A},\ I_5=-1{,}272\text{ A},\ I_6=0{,}205\text{ A},$$
$$I_7=0{,}291\text{ A},\ I_8=1{,}067\text{ A}$$

değerleri bulunur. I_4 ve I_5 akımları negatif çıktığından yönleri ters seçilmiştir.

Bazı hallerde muhtelif tarzlarda bağlı olan direnç tertipleri yerine bir tek direnç koyarak hesapları sadeleştirmek kabil olur. Meselâ şek. 3—17 de görülen seri bağlamada



Şek. 3—17

$$U=U_1+U_2+U_3$$

olduğundan $U_1=R_1\,I$, $U_2=R_2\,I$ ve $U_3=R_3\,I$ koyarak

$$U=(R_1+R_2+R_3)\,I$$

yazılır. Bu üç direncin yerine konacak olan direnç R_0 ile gösterilirse

$$U=R_0\,I$$

olması gerekeceğinden

$$R_0=R_1+R_2+R_3 \qquad (3-5)$$

bulunur.

R_0 direncine eşdeğer direnç adı verilir. Böylece seri bağlamada eşdeğer direncin bütün dirençleri toplamak suretiyle bulunacağı anlaşılır.

Yekdiğerinin aynı olan n adet direnç seri bağlı ise bu takdirde eşdeğer direnç bir direncin n katına eşit olur :

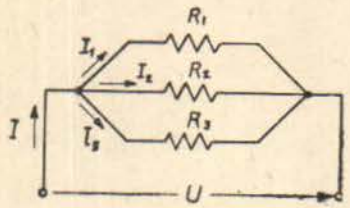
$$R_0=n\,R. \qquad (3-6)$$

Örnek 3—19. Elimizde $R_1=2\,\Omega$, $R_2=5\,\Omega$ ve $R_3=12\,\Omega$ luk üç direnç var. Bunları ikişer ikişer seri bağlayarak hangi dirençler elde edilir ? Üç direnç seri bağlanırsa kaç ohm elde edilir ?

Cevap :

$$R_1+R_2=2+5=7\ \Omega,$$
$$R_1+R_3=2+12=14\ \Omega,$$
$$R_2+R_3=5+12=17\ \Omega,$$
$$R_1+R_2+R_3=2+5+12=19\ \Omega.$$

Dirençler Şek. 3—18 de görülen tarzda yani uçları arasındaki gerilimler aynı olacak şekilde bağlanırsa buna da paralel bağlama adı verilir. Bu bağlamada



Şek. 3—18

$$I=I_1+I_2+I_3$$

ve $I_1=U/R_1$, $I_2=U/R_2$, $I_3=U/R_2$ olduğundan

T.M.M.O.B.
ELEKTRİK MÜHENDİSLERİ ODASI
ANKARA ŞUBE KÜTÜPHANESİ

$$I=U\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)$$

yazılabilir. Bu üç paralel direnç yerine konacak olan R_0 eşdeğer direnci için

$$I=\frac{U}{R_0}$$

olması gerekeceğinden son iki ifadeyi karşılaştırarak

$$\frac{1}{R_0}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3} \qquad (3-7)$$

denklemi bulunur.

Bu ifade iki direnç halinde

$$\frac{1}{R_0}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$$

veya

$$R_0=\frac{R_1 R_2}{R_1+R_2} \qquad (3-8)$$

şekline girer. Dirençler eşit olduğu takdirde n direnç için

$$R_0=\frac{R}{n} \qquad (3-9)$$

formülü kullanılır.

İletkenlikler yardımiyle (3—7) ifadesi

$$G_0=G_1+G_2+G_3$$

şekline girer. Burada $G_0=1/R_0$ eşdeğer iletkenliği ve $G_1=1/R_1$, $G_2=1/R_2$, $G_3=1/R_3$ ise paralel bağlı iletkenlikleri göstermektedir.

Örnek 3—20. $R_1=4\ \Omega$ ve $R_2=6\ \Omega$ luk iki direnci paralel bağlayarak kaç ohm elde edilir?

Cevap : $R_0=\frac{4\,.\,6}{4+6}=\frac{24}{10}=2{,}4\ \Omega.$

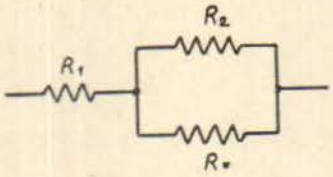
Örnek 3—21. $R_1=5\ \Omega$, $R_2=2{,}5\ \Omega$, $R_3=2\ \Omega$ luk üç direnç paralel bağlıdır. Eşdeğer direnci ve eşdeğer iletkenliği bulunuz.

Cevap : $\frac{1}{R_0} = \frac{1}{5} + \frac{1}{2{,}5} + \frac{1}{2} = \frac{2+4+5}{10} = \frac{11}{10}$

yazarak $R_0 = 10/11 \approx 0{,}91\ \Omega$ ve $G_0 = 1/0{,}91 = 1{,}1$ S bulunur.

Paralel bağlamada eşdeğer direncin en küçük dirençten daha küçük olduğu kolayca görülebilir. Bu özellikten meselâ mevcut dirençlerden daha küçük dirençler elde etmek için faydalanılır.

Şayet dirençler meselâ şek. 3—19 da görüldüğü gibi hem seri ve hem de paralel bağlı iseler bağlamaya seri - paralel veya karışık bağlama adı verilir.



Şek. 3—19

Bir seri - paralel bağlamanın eşdeğerini bulmak için paralel ve seri bağlamaların eşdeğerini bulup hepsini toplamak icap eder. Meselâ şek. 3—19 da eşdeğer direnç

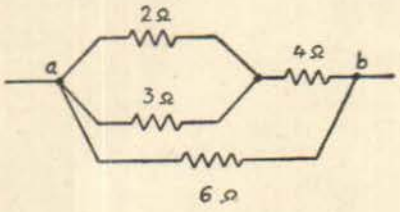
$$R_0 = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

olacaktır.

Örnek 3—22. Şek. 3—19 da $R_1 = 2\ \Omega$, $R_2 = 20\ \Omega$, $R_3 = 150\ \Omega$ dur. Eşdeğer direnci bulunuz.

Cevap : $R_0 = 2 + \frac{20 \cdot 150}{20 + 150} = 2 + 17{,}6 = 19{,}6\ \Omega.$

Örnek 3—23. Şek. 3—20 de *a* ve *b* noktaları arasındaki eşdeğer direnci bulunuz.



Şek. 3—20

Cevap :
$$R_0=\frac{\left(\frac{2\,.\,3}{2+3}+4\right)\cdot 6}{\frac{2\,.\,3}{2+3}+4+6}\approx 1{,}26\ \Omega.$$

Şek. 3—17 deki seri bağlamada her direncin uçları arasındaki gerilimler

$$\left.\begin{aligned} U_1&=R_1 I=\frac{R_1}{R_0}U,\\ U_2&=R_2 I=\frac{R_2}{R_0}U,\\ U_3&=R_3 I=\frac{R_3}{R_0}U \end{aligned}\right\} \qquad (3—10)$$

ifadeleri yardımiyle ve şek. 3—18 de görülen paralel bağlamada da her paralel dirençten geçen akımlar

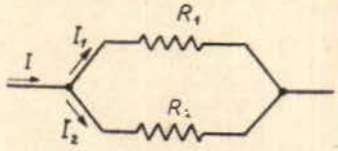
$$\left.\begin{aligned} I_1&=\frac{U}{R_1}=\frac{R_0}{R_1}I,\\ I_2&=\frac{U}{R_2}=\frac{R_0}{R_2}I,\\ I_3&=\frac{U}{R_3}=\frac{R_0}{R_3}I \end{aligned}\right\} \qquad (3—11)$$

formülleri ile bulunabilir. Meselâ iki direnç için son ifadeler

$$\left.\begin{aligned} I_1&=\frac{R_2}{R_1+R_2}I,\\ I_2&=\frac{R_1}{R_1+R_2}I \end{aligned}\right\} \qquad (2—12)$$

şekillerine girerler.

Örnek 3—24. Şek. 3—21 de $R_1=6\ \Omega$, $R_2=2\ \Omega$ ve $I=16$ A dir. I_1 ve I_2 akımlarını bulunuz. Eşdeğer direnç kaç ohm olur ?



Şek. 3—21

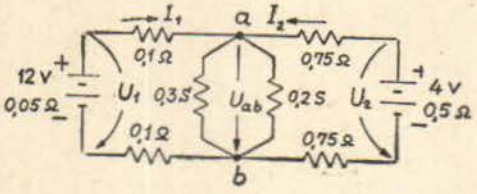
Cevap: $I_1=\dfrac{2}{6+2}\,16=4$ A

$I_2=\dfrac{6}{6+2}\,16=12$ A

dir. Eşdeğer direnç $R_0=2\,.\,6/8=1{,}5\ \Omega$ dur.

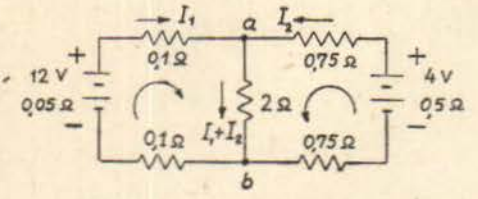
Aşağıda eşdeğer dirençleri kullanarak devrelerin hesabını sadeleştirmenin kabil olduğunu göstermek için bir örnek verilmiştir.

Örnek 3—25. Şek. 3—22 deki devrede bataryalardan geçen akımları, bataryaların uçları arasındaki gerilimleri ve *a*, *b* noktaları arasındaki gerilimi bulunuz.



Şek. 3—22

Cevap: Paralel bağlı olan dirençler yerine eşdeğeri konursa ve-



Şek. 3—23

rilen devre şek. 3—23 de görülen hale geçer. Aranan akımlar için seçilen yönler yardımiyle, şekilde belirtilen çevreler için,

$$12=(0{,}05+0{,}1+0{,}1)\,I_1+2\,(I_1+I_2),$$
$$4=(0{,}5+0{,}75+0{,}75)\,I_2+2\,(I_1+I_2)$$

şeklindeki gerilim denklemleri elde edilir. Bu denklemler sadeleştirilirse

$$12=2{,}25\,I_1+2\,I_2\,,$$
$$4=2\,I_1+4\,I_2$$

ifadeleri bulunur. Bu iki denklemi çözerek akımlar için $I_1=8$ A ve $I_2=-3$ A değerleri elde edilir. Bu sonuçlara göre I_1 akımı için seçilen

yön gerçek akım yönüne uymakta ve buna karşılık I_2 için seçilen yön gerçek yönün tersine bulunmaktadır. O halde 12 voltluk batarya deşarj ve 4 volt'luk batarya ise şarj olmaktadır.

Bataryaların uçları arasındaki gerilimler için seçilen gerilim işaret okları yardımiyle

$$12=0{,}05\,I_1+U_1\,,$$

$$4=0{,}5\,I_2+U_2$$

denklemleri yazılabilir. Buradan $U_1=11{,}6$ V ve $U_2=5{,}5$ V değerleri bulunur. Nihayet a ve b noktaları arasındaki gerilim için

$$12=0{,}25\,I_1+U_{ab}\,,$$

$$4=2\,I_2+U_{ab}$$

ifadelerinden her hangi biri yardımiyle $U_{ab}=10$ V buluruz. Aynı gerilimi U_1 ve U_{ab} gerilimleri ile 0,1 ohm'luk dirençler tarafından teşkil edilen çevre için meselâ saat yönünde giderek yazılan,

$$-U_1+0{,}2\,I_1+U_{ab}=0$$

denkleminden veya U_3 ve U_{ab} gerilimleri ile 0,75 ohm'luk dirençler tarafından teşkil edilen çevre için yazılan,

$$U_2-1{,}5\,I_2-U_{ab}=0$$

denkleminden bulmak kabildir. a ve b noktaları arasına bağlı bulunan 2 ohm'luk dirençten geçen akım $I_1+I_2=8+(-3)=5$ A olduğundan U_{ab} gerilimini $U_{ab}=2\,.\,5=10$ V şeklinde de bulabiliriz. Bu gerilimi bulduktan sonra (şayet sorulmuş olsaydı) iletkenlikleri 0,2 S (siemens) ve 0,3 S olan dirençlerden geçen akımları Ohm kanunu yardımiyle yani $I=G\,U$ formülünden faydalanarak kolayca bulabilirdik. Böylece meselâ 0,2 S den geçen akımı I' ile ve 0,3 S den geçen akımı I'' ile göstererek

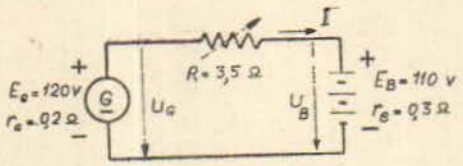
$$I'=0{,}2\,.\,10=2\text{ A},$$

$$I''=0{,}3\,.\,10=3\text{ A}$$

değerleri bulunur. Bu akımlar a noktasından b noktasına doğru akacaklardır.

3—4. Zıt elektromotör kuvvet.

Şek. 3—24 de bir akümülâtör bataryasını doldurmak maksadiyle hazırlanan bir bağlama görülmektedir. Şekilde G ile işaret edilen ve EMK'i $E_G=120$ V ve iç direnci $r_G=0{,}2\ \Omega$ olan doğru akım generatörü



Şek. 3—24

bataryayı doldurmak için lüzumlu olan enerjiyi temin etmektedir. Generatörün ve bataryanın aynı işaretli kutupları birbirine birleştirilmiştir. Devreden geçen akım

$$I=\frac{120-110}{0{,}2+3{,}5+0{,}3}=\frac{10}{4}=2{,}5\ \text{A}$$

dir. Bu akım generatörün pozitif kutbundan çıktığı halde bataryanın pozitif kutbundan girmektedir. Bataryanın EMK'i generatörün EMK'ine zıt yönde tesir ettiğinden akımı alçaltan bir tesir göstermiştir. Bu sebepten bataryanın EMK'ine (E_B) zıt EMK adı verilir. Yukarıdaki bağlamada batarya bir harcayıcı rolünü oynar. Zıt EMK'e yalnız enerji harcayan bir cihazda rastlanır. Ancak bu çeşit bir EMK'e meselâ bir ısı cihazında olduğu gibi, elektrik enerjisini yalnız ısı enerjisine değiştiren bir cihazda rastlanmaz. Zıt EMK ancak elektrik enerjisini ısıdan başka bir şekle de çeviren bir cihazda vardır. Meselâ batarya elektrik enerjisini kimyasal enerjiye çevirdiğinden bir zıt EMK'i vardır. Aynı şekilde elektrik enerjisini mekanik enerjiye çeviren bir elektrik motorunda da bir zıt EMK olacaktır.

Şek. 3—24 de generatörün uçları arasındaki gerilim

$$U_G=E_G-r_G\,I=120-0{,}2\,.\,2{,}5=119{,}5\ \text{V}$$

ve bataryanın uçları arasındaki gerilim ise

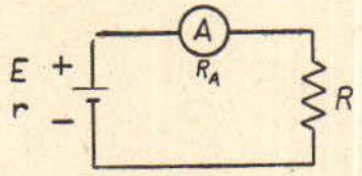
$$U_B=E_B+r_B\,I=110+0{,}3\,.\,2{,}5=110{,}75\ \text{V}$$

dur.

Böylece harcayıcı olarak çalışan ve dolan akümülâtör bataryasının uçları arasındaki gerilimin EMK'den daha büyük olduğu anlaşılır. Halbuki generatörde durum tamamen tersinedir.

3—5. Akım ve gerilimin ölçülmesi, şönt ve öndirenç.

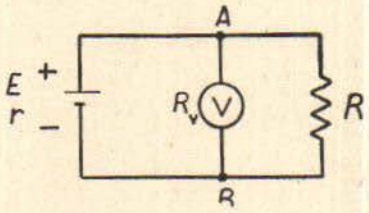
Elektrik akımını ölçmek için ampermetre denilen ölçü âletinden faydalanılır. Ampermetre Şek. 3—25 de görüldüğü gibi devreye seri olarak bağlanır. Bu esnada âletin içinden ölçülecek olan akım geçer.



Şek. 3—25

İleride ölçü tekniği bahsinde bu âletlerin nasıl çalıştıkları görülecektir. Her cihaz gibi ampermetrenin de bir iç direnci vardır (R_A). Yalnız bu âlet devreye seri olarak sokulduğundan önemli bir değişikliği önlemek için direncin küçük olması gerekir.

Elektrik gerilimini ölçmek için voltmetre adı verilen ölçü âletinden faydalanılır. Bu âlet esas itibariyle bir ampermetre gibidir. Şek.



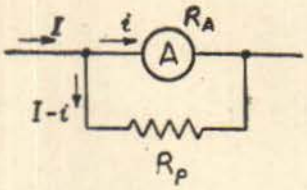
Şek. 3—26

3—26 da görüldüğü gibi voltmetre gerilimi ölçülen noktalar arasına yani paralel olarak bağlanır. Voltmetrenin iç direnci R_V ile gösterilirse A ve B noktaları arasındaki direnç

$$R_{AB}=\frac{R_V R}{R_V+R}=\frac{R}{1+R/R_V}$$

olur. Bu formülden kolayca görüleceği gibi devrede önemli bir değişiklik olmaması için voltmetrenin iç direnci büyük olmalıdır.

Bir ampermetre ancak beli akım şiddetlerine kadar kullanılabilir. Bu değer âletin üstünde okunan değerdir. Bundan daha yüksek akımlar âlet için tehlikelidir. Ampermetre ile daha yüksek akımları ölçebilmek için şönt adı verilen bir direnç kullanılır. Şek. 3—27 de



Şek. 3—27

şönt görülmektedir. R_p ile gösterilen şönt direnci ampermetreye paralel bağlanmıştır. Bu direnç şöyle hesaplanır: Ampermetrenin ölçebileceği en yüksek akımı i ile ve ölçmek istediğimiz akımı da I ile gösterelim. Şek. 3—27 yardımiyle

$$Ri = R_p\,(I-i)$$

yazarak buradan

$$R_p = \frac{i}{I-i}\,R_A$$

veya

$$R_p = \frac{R_A}{I/i-1} = \frac{R_A}{m-1}\left(m=\frac{I}{i}\right) \qquad (3—13)$$

formülü bulunur.

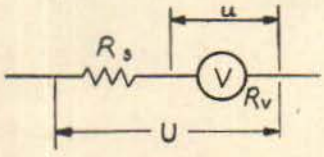
Örnek 3—26. İç direnci $R_A=1\ \Omega$ olan ve $i=10$ mA'e kadar ölçebilen bir ampermetre yardımiyle $I=5$ A'e kadar ölçmek istiyoruz. Şöntü bulunuz.

Cevap: $m=I/i=5/0{,}01=500$ olduğundan

$$R_p = \frac{1}{500-1} = \frac{1}{499} \approx 0{,}002\ \Omega$$

bulunur. Ampermetre şöntle birlikte iken gösterdiği değerleri $m=500$ ile çarparak esas devreden geçen akımı buluruz. Meselâ ampermetre $i=4$ mA gösteriyorsa ana devreden $I=500\,.\,0{,}004=2$ A geçer.

Bir voltmetre de ancak belli gerilimler için kullanılabilir. Voltmetre ile daha yüksek gerilimleri ölçmek için öndirenç denilen bir dirençten faydalanılır. Şek. 3—28 de görüldüğü gibi bu direnç voltmetreye seri olarak bağlanır.



Şek. 3—28

Öndirenç şöyle hesaplanır: Voltmetrenin ölçebildiği en büyük gerilimi u ile ve ölçmek istediğimizi de U ile gösterelim. Şek. 3—28 den

$$R_s=\frac{U-u}{u/R_V}=\frac{U-u}{u}R_V=\left(\frac{U}{u}-1\right)R_V$$

$$=(n-1)\,R_V\left(n=\frac{U}{u}\right) \qquad (3-14)$$

formülü bulunur.

Örnek 3—27. İç direnci $R_V=1000\ \Omega$ olan ve 5 V'a kadar ölçen bir voltmetre ile 100 V'a kadar ölçmek istiyoruz. Öndirenç ne olmalıdır?

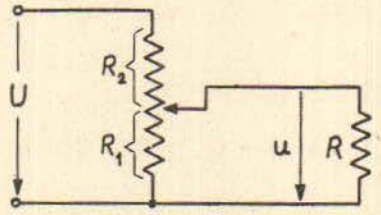
Cevap: $n=U/u=100/5=20$ olduğundan

$$R_s=(20-1)\,1000=19000\ \Omega=19\ \text{k}\Omega$$

bulunur. Öndirençle birlikte olan bu voltmetre $u=3$ V gösterdiği vakit esas gerilim $U=20\,.\,3=60$ V'dur.

3 — 6. Gerilim bölücü bağlaması (montajı).

Elimizdeki gerilimden daha küçük olan gerilimleri elde etmek istediğimiz vakit gerilim bölücü denilen bağlamadan faydalanabiliriz.



Şek. 3—29

Şek. 3—29 da bu bağlamanın prensip şeması görülmektedir. Burada U elimizdeki gerilimi ve u da elde edilecek olan gerilimi gösterir. Bu bağlamada u gerilimi

$$u=\frac{U}{R_2+\dfrac{R_1R}{R_1+R}}\,\frac{R_1R}{R_1+R}$$

dir. R direnci R_1 den çok büyük olduğu takdirde son ifade

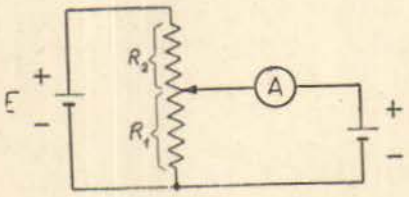
$$u=\frac{R_1}{R_1+R_2}\,U \qquad (3-15)$$

şekline girer. Gerilim bölücüden laboratuvarlarda geniş ölçüde faydalanılır.

Şek. 3—29 da R yük direnci yerine bir pil konursa Şek. 3—30 daki bağlama elde edilir. Bu bağlamada EMK'i e olan pilden akım geçmediği vakit R_1 direncinin uçları arasındaki gerilim e ye eşit olur:

$$\frac{R_1}{R_1+R_2}\,E=e\,. \qquad (3-16)$$

Bu bağlamadan EMK'leri ölçmek için faydalanılır.

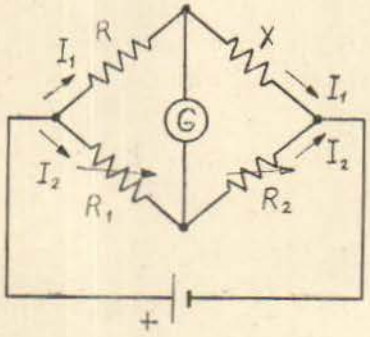


Şek. 3—30

3—7. Direncin ölçülmesi.

Pratikte elektrik direncini ölçmek için bazı bağlamalar kullanılır. Aşağıda bunlardan bazıları kısaca anlatılacaktır.

a) *Wheatstone köprüsü.* Şek. 3—31 deki bağlamada X ölçülecek



Şek. 3—31

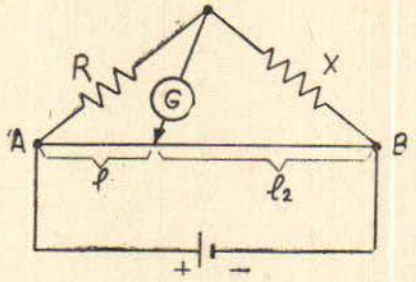
olan direnci gösterir. R_1, R_2 ve R bilenen dirençlerdir (R_1 ve R_2 âyar edilebilen dirençlerdir). Şekilde G ile işaretlenen ölçü âletinden (galvanometre) akım geçmediği vakit

$$R I_1 = R_1 I_2 ,$$
$$X I_1 = R_2 I_2$$

olacaktır. Bu iki denklemi birbirine bölerek

$$X = \frac{R_2}{R_1} R \qquad (3-17)$$

ifadesi elde edilir. Böylece köprü dengede olduğu, yani ölçü âletinden akım geçmediği zaman karşı karşıya bulunan dirençlerin çarpımları yekdiğerine eşit olur. Yukarıdaki ifadede R_1, R_2 ve R değerlerini yerine koyarak X direnci bulunur. Pratikte R_1 ve R_2 dirençleri bir



Şek. 3—32

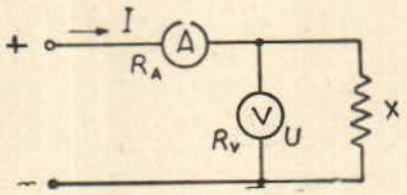
tel ile teşkil edilir ve böylece şek. 3—32 deki telli köprü elde edilir. AB teli gerek malzeme ve gerekse kesit bakımından homogen olduğu takdirde R_1/R_2 yerine uzunluklar arasındaki l_1/l_2 oranını almak kabil olur ve bu suretle direnç formülü

$$X = \frac{l_2}{l_1} R \qquad (3-18)$$

şekline girer.

b) *Voltmetre - ampermetre metodu.*

Ohm kanununa göre $R = U/I$ olduğundan direnci bulmak için gerilimi ve akımı ölçmek yetecektir. Şek. 3—33 de bu maksat için hazırlanabilecek olan bir bağlama görülmektedir. Bu bağlamada voltmetre X direncinin uçlarındaki gerilimi doğru ölçmekte ise de amper-



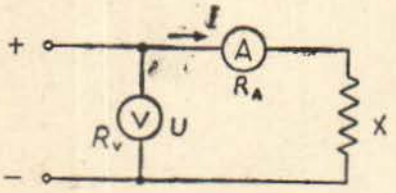
Şek. 3—33

metre voltmetreden geçen akımı birlikte ölçer. Bundan dolayı direnci doğru olarak bulmak için I yerine $I-\frac{U}{R_V}$ almak icap eder. Böylece direnç

$$X=\frac{U}{I-\frac{U}{R_V}} \qquad (3—19)$$

formülü ile hesaplanır.

Şek. 3—34 de direnci ölçmek için hazırlanabilecek olan diğer bir montaj görülmektedir. Bu montajda ampermetre X direncinden geçen



Şek. 3—34

akımı gösterirse de voltmetre ampermetredeki gerilim düşümünü birlikte ölçer. Direncin tam değeri ancak

$$X=\frac{U-R_A I}{I}=\frac{U}{I}-R_A \qquad (3—20)$$

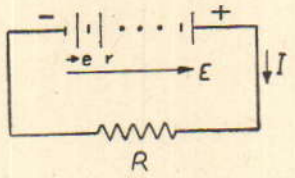
formülü ile bulunur.

Yukarıdaki açıklamalardan direnci U/I şeklinde hesaplamakla her iki montajda da bir hata yapılacağı ortaya çıkar. Bununla beraber küçük dirençleri şek. 3—33 ve büyük dirençleri de şek. 3—34 ile ölçersek yapılan hata az olur.

3—8. Üreteçlerin bağlanması.

Pratikte çeşitli sebeplerden dolayı üreteçleri beraber çalıştırmak icap eder. Üreteçleri üç tarzda bağlamak kabildir. Seri bağlama, paralel bağlama, karışık bağlama. Şimdi bunları gözden geçirelim:

a) *Seri bağlama.* Bu bağlamanın gayesi büyük gerilimler elde etmekten ibarettir. Bu sebeple üreteçler EMK'leri aynı yönde tesir edecek şekilde bağlanırlar. Şek. 3—35 de seri bağlama görülmekte-



Şek. 3—35

dir. Seri bağlı olan üreteçlerin hepsinin aynı iç dirence ve aynı EMK'e sahip olduğunu kabul edelim. Devreden geçecek olan akım

$$I=\frac{ne}{nr+R} \quad (n=\text{üreteç sayısı}) \qquad (3—21)$$

dir. Burada e ve r bir tek üretecin EMK'ini ve iç direncini gösterir. Böylece sistemin (pil veya akümülâtör halinde sisteme batarya adı verilir) EMK'inin ve direncinin

$$E=ne\,,$$

$$R_i=nr$$

olduğu anlaşılır.

Örnek 3—28. Beherinin EMK'i $e=1{,}5$ V ve iç direnci $r=0{,}01\ \Omega$ olan $n=50$ pil seri bağlanarak bir batarya teşkil ediliyor. Bu bataryanın uçları $R=2\ \Omega$ luk bir dirençle birleştiriliyor. Devreden geçecek olan akımı ve bataryanın uçları arasındaki gerilimi bulunuz.

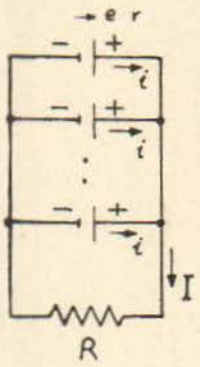
Cevap:

$$I=\frac{50\,.\,1{,}5}{50\,.\,0{,}01+2}=\frac{75}{2{,}5}=30\ \text{A},$$

$$U=75-0{,}5\,.\,30=75-15=60\ \text{V}.$$

b) *Paralel bağlama.*

Üreteçleri paralel bağlamak suretiyle bir üretecin verebileceği akımdan daha büyük akımlar elde etmek kabil olur. Şek. 3—36 da paralel bağlı m üreteç görülmektedir.



Şek. 3—36

R direncinden geçen akım

$$I=\frac{e}{\frac{r}{m}+R} \qquad (3—22)$$

formülü ile ve her üreteçten geçen akım

$$i=\frac{I}{m} \qquad (3—23)$$

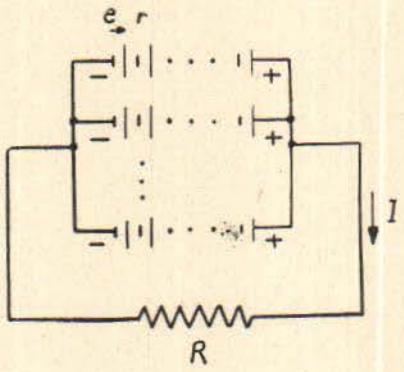
formülü ile bulunur. (3—22) formülüne göre sistemin EMK'i bir tek üretecin EMK'ine ve iç direnci ise bir üretecin iç direncinin $1/m$ ine eşittir.

Örnek 3—29. Bundan önceki örnekte piller paralel bağlandığı takdirde 2 ohm'luk dirençten kaç amper geçer ?

Cevap: $$I=\frac{1,5}{\frac{0,01}{50}+2}\approx 0,75 \text{ A.}$$

c) *Karışık (seri - paralel) bağlama.*

Bu bağlama büyük gerilimler ve büyük akımlar elde etmek için kullanılır. Şek. 3—37 de n seri bağlı üreteçten teşekkül eden m grubu paralel bağlayarak elde edilen karışık bağlama görülmektedir. R direncinden geçen akım



Şek. 3—37

$$I=\frac{ne}{\frac{nr}{m}+R} \qquad (3—24)$$

olur. Böylece sistemin EMK'inin ve iç direncinin

$$E=ne\,,$$

$$R_i=\frac{nr}{m}$$

olacağı ortaya çıkar.

Bu bağlamada $N=n\,m$ üreteç vardır. (3—24) formülünde $m=N/n$ konursa bu formül

$$I=\frac{ne}{\frac{rn^2}{N}+R}=\frac{e}{\frac{rn}{N}+\frac{R}{n}} \qquad (3—25)$$

şekline girer. Bu ifade, paydası minimum olduğu vakit en büyük değeri alır. Böylece akımın maksimum değerini elde edebilmek için paydanın n'e göre türevini bularak bunu sıfıra eşit yazmak gerekeceğinden

$$\frac{r}{N} = \frac{R}{n^2}$$

veya

$$R = \frac{n^2}{N} r = \frac{n}{m} r = R_i \qquad (3-26)$$

şartı bulunur. Dolayısiyle sistemin iç direnci dış dirence eşit olduğu vakit akımın maksimum olacağı anlaşılır.

Örnek 3—30. Elimizde beherinin EMK'i $e=1,5$ V ve iç direnci $r=1\ \Omega$ olan 6 pil var. Bunları $n=3$ ve $m=2$ olacak şekilde karışık bağlarsak $R=1,5\ \Omega$'luk dış dirençten kaç amper geçer?

Cevap:
$$I = \frac{3 \cdot 1,5}{\frac{3 \cdot 1}{2} + 1,5} = 1,5\ \text{A}.$$

Örnek 3—31. Elimizde beherinin EMK'i $e=15$ V ve iç direnci $r=0,5\ \Omega$ olan 72 pil var. $R=4\ \Omega$ luk bir dış dirençten maksimum akımın geçmesi için bunları nasıl bağlamak icap eder?

Cevap: $\frac{n \cdot 0,5}{m} = 4$ ve $nm=72$ denklemleri yardımiyle $n=24$, $m=3$ bulunur. Böylece 24 pili seri bağlayarak 3 grup teşkil edilir ve bunlar da paralel bağlanırsa akım maksimum olur. Maksimum akımın değeri

$$I = \frac{24 \cdot 1,5}{\frac{24 \cdot 0,5}{3} + 4} = 4,5\ \text{A}$$

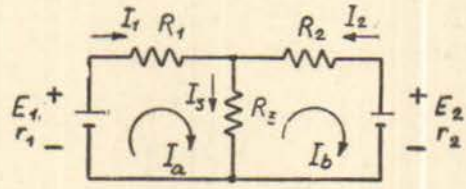
dir.

4. Yardımcı hesap metotları

4—1. Çevre akımları metodu.

Karışık elektrik devrelerini Kirşof kanunlarına dayanarak hesaplamak bazan uzun hesaplara yol açar. Bu hesapları sadeleştirerek akımları bulmak için bazı metodlar mevcut olup bunlar esas itibariyle yine Kirşof kanunlarına dayanırlar. Devrelerin hesabı için önemli olan bu metodlardan ilk önce çevre akımları metodu aşağıda görülecektir.

Şek. 4—1 de görülen ve iki bağımsız çevresi olan devreyi gözönüne alalım. Bağımsız çevreleri şekilde belirtildiği gibi seçtikten



Şek. 4—1

sonra her çevreden gelişi güzel yönde bir çevre akımının aktığını kabul edelim. Böylece iki çevreye ait ortak koldan geçen akımı bu bu çevre akımlarının toplamı veya farkı cinsinden ifade etmek kabil olur. Meselâ Şek. 4—1 de I_3 akımı

$$I_3=I_a-I_b$$

olur. Bu ifade birinci Kirşof kanununun yerini tutar. İkinci Kirşof kanunu yardımiyle bu iki çevre için yazılacak olan denklemler

$$E_1=(r_1+R_1)\,I_1+R_3\,I_3\,,$$
$$-E_2=-(r_2+R_2)\,I_2-R_3\,I_3$$

şeklindedir. Bu ifadelerde kol akımlarını gösteren I_1, I_2 ve I_3 çevre akımları cinsinden ifade edildiği takdirde

$$I_1=I_a\,,\ I_2=-I_b\,,\ I_3=I_a-I_b \qquad \text{(a)}$$

olacağından

$$E_2=(r_1+R_1)\,I_a+R_3\,(I_a-I_b),$$
$$-E_2=(r_2+R_2)\,I_b-R_3\,(I_a-I_b)$$

bulunur. Bu denklemler sadeleştirilirse

$$\left.\begin{aligned} E_1&=(r_1+R_1+R_3)\,I_a-R_3\,I_b\,,\\ -E_2&=-R_3\,I_a+(r_2+R_2+R_3)\,I_b \end{aligned}\right\} \qquad \text{(b)}$$

denklemleri elde edilir. (b) denklemleri çözülüp I_a ve I_b çevre akımları bulunduktan sonra kol akımları (a) ifadeleri yardımiyle elde edilir. (b) nin ilk denkleminde $(r_1+R_1+R_3)\,I_a$, (a) çevresinde aktığı kabul edilen I_a akımının bu çevredeki dirençlerde meydana getirdiği gerilim düşümlerinin toplamını ve $-R_3\,I_b$ ise bitişik çevredeki I_b

akımının ortak R_3 direncinde meydana getirdiği gerilim düşümüdür. Bu son terimin önündeki (—) işaretinin sebebi R_3 den geçen çevre akımlarının farklı yönlerde akmasıdır. Çevre akımları ortak koldan aynı yönde geçtikleri takdirde bunun işareti (+) olur.

Bu metod yardımiyle hesapları yapmak için her çevrede gelişi güzel yönlerde akan bir çevre akımı kabul edilir ve gerilim denklemleri yazılır. Bu denklemlerin sayısı çevre sayısına eşit olacağından daima Kirşof kanunlarına göre düzenlenecek olan denklem sayısından azdır. Gerilim denklemleri çözülerek çevre akımları bulunduktan sonra kol akımlarının hesabı güç olmaz.

Örnek 4—1. Şek. 4—1 de $E_1=64$ V. $E_2=40$ V, $r_1=r_2=0$, $R_1=2\,\Omega$, $R_2=5\,\Omega$, $R_3=10\,\Omega$ olduğuna göre akımları bulunuz.

Cevap : $64=(2+10)\,I_a-10\,I_b$,

$-40=-10\,I_a+(5+10)\,I_b$

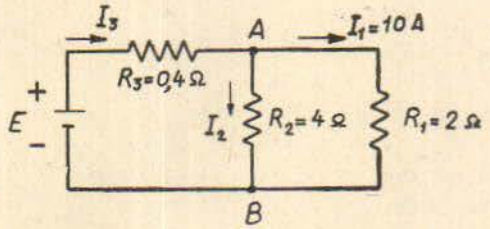
denklemlerini yazarak buradan $I_a=7$ A ve $I_b=2$ A bulunur. Kollardan geçen gerçek akımlar için

$I_1=I_a=7$ A, $I_2=-I_b=-2$ A (akım yönü ters, batarya doluyor). $I_3=I_a-I_b=7-2=5$ A değerleri elde edilir.

Not : Bundan önce görülen problemleri bir defa da çevre akımları metodu yardımiyle çözünüz.

4—2. Adım - adım hesaplama.

Bu metodu bir örnek üzerinde açıklıyalım. Şek. 4—2 de $R_1=2\,\Omega$ luk dirençten geçen akım $I_1=10$ A olduğuna göre diğer kısımlardan geçen akımları ve E EMK'ini bulmak istiyelim. Bu maksatla verilen



Şek. 4—2

devre için Kirşof denklemlerini yazıp bu denklemlerde $I_1=10$ A koyarak, I_2 , I_3 ve E yi hesaplamak düşünülebilir. Fakat böyle yapacak

yerde şu yoldan gidelim. A ve B noktaları arasındaki gerilim $U_{AB}=2\,.\,10=20$ V olduğundan $R_2=4\,\Omega$ luk dirençten $I_2=20/4=5$ A geçer. Bataryadan geçen akım ise

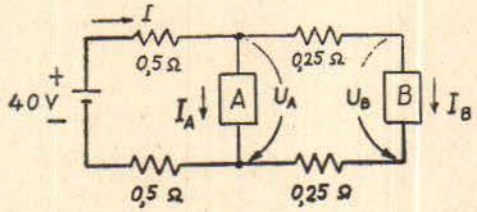
$$I_3=I_1+I_2=10+5=15 \text{ A}$$

olur. Nihayet

$$E=20+0{,}4\,.\,15=20+6=26 \text{ V}$$

olacaktır. Böylece adım-adım giderek değerler bulunmuş olur.

Örnek 4—2. Şek. 4—3 de A cihazı için $I_A=6$ A ve B cihazı için $I_B=4$ A dir. Üretecin akımını ve cihazların gerilimlerini bulunuz.

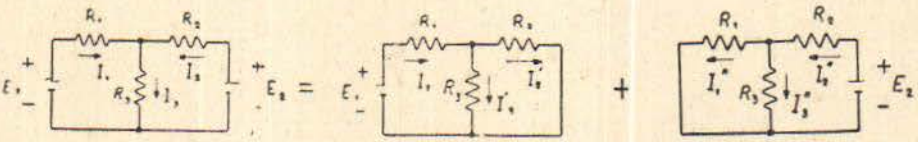


Şek. 4—3

Cevap: Üreteç akımı $I=I_A+I_B=6+4=10$ A dir. A cihazının gerilimi $U_A=40-(0{,}5+0{,}5)\,10=40-10=30$ V ve B cihazının gerilimi ise $U_B=30-(0{,}25+0{,}25)\,4=30-2=28$ V dur.

4 — 3. Süperpozisyon metodu.

Bu metodun esasını da yine bir örnek üzerinde açıklayalım. Şek. 4—4 deki devrede meselâ R_2 direncinden geçen akım



Şek. 4—4

$$I_3=\frac{R_2}{R_1(R_2+R_3)+R_2R_3}E_1+\frac{R_1}{R_1(R_2+R_3)+R_2R_3}E_2$$

ifadesiyle hesaplanır (bu ifadeyi çıkarınız). Bu akım iki kısımdan müteşekkil olup bunlardan

$$I_3'=\frac{R_2}{R_1(R_2+R_3)+R_2R_3}E_1$$

bileşeni devrede yalnız E_1 varken ve E_2 kaldırılıp yeri kısa devre edilmişken R_3 den geçen akımı ve

$$I_3' = \frac{R_1}{R_1(R_2+R_3)+R_2R_3} E_2$$

bileşeni ise devreden yalnız E_2 varken ve E_1 kaldırılıp yeri kısa devre edilmişken aynı dirençten geçen akımı gösterir. Bu kaide genel olup diğer akımlar için de durum aynıdır. İşte bu şekilde akımları hesaplamaya süperpozisyon adı verilir. Süperpozisyon metodu yardımiyle akımları hesaplarken devrede bir tek EMK kalıncaya kadar bütün EMK'lerin kaldırıldığı ve bunların yerine, şayet varsa, iç dirençlerin bırakıldığı ve yoksa kısa devre edildiği kabul edilir. Böylece her bir EMK'in geçireceği akımlar bulunduktan sonra her hangi bir koldan geçen akım bu kısmî akımları (yönlerini de gözönüne alarak) toplamak suretiyle bulunur.

Örnek 4—3. Şek. 4—4 de $E_1=64$ V, $E_2=40$ V, $R_1=2\ \Omega$, $R_2=5\ \Omega$, $R_3=10\ \Omega$ olduğuna göre akımları bulunuz.

Cevap : $E_2=0$ yapılırsa Şek. 4—4 de ortadaki bağlama elde edilir. Bu bağlamada akımlar

$$I_1' = \frac{64}{2+\frac{5\,.\,10}{5+10}} = \frac{64}{2+\frac{50}{15}} = \frac{64\,.\,15}{80} = 12\ \text{A},$$

$$I_2' = \frac{10}{5+10}\ 12 = 8\ \text{A},$$

$$I_3' = 12-8 = 4\ \text{A}$$

dir. $E_1=0$ yapılırsa sağ taraftaki bağlama şekli elde edilir. Burada

$$I_1'' = 6-1 = 5\ \text{A},$$

$$I_2'' = \frac{40}{5+\frac{2\,.\,10}{2+10}} = \frac{40\,.\,12}{80} = 6\ \text{A},$$

$$I_3'' = \frac{2}{2+10}\ 6 = 1\ \text{A}$$

olur. Bu kısmî akımlar, yönlerini de gözönüne alarak, toplanırsa

$$I_1 = I_1' - I_1'' = 12-5 = 7\ \text{A},$$

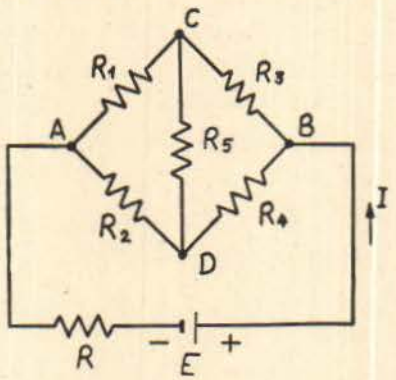
$$I_2 = -I_2' + I_2'' = -8+6 = -2\ \text{A},$$

$$I_3 = I_3' + I_3'' = 4+1 = 5\ \text{A}$$

değerleri bulunur. Bu örnek bundan önce çevre akımları metodu yardımiyle çözülmüş ve aynı değerler elde edilmiştir (Örnek 4—1).

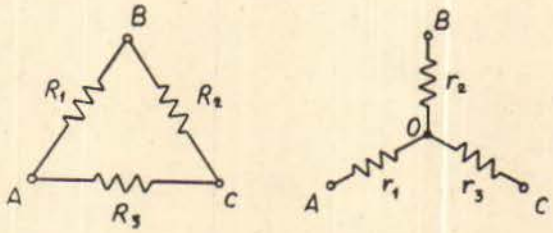
4—4. Üçgenin yıldıza çevrilmesi.

Bundan önce devreleri hesaplarken seri ve paralel bağlı dirençler yerine bunların eşdeğerlerini koyarak hesapları kısaltmak kabil olduğunu görmüştük. Bazan devrede seri ve paralel tarzda bağlı olmayan dirençler de bulunabilir. Meselâ şek. 4—b de A ve B noktaları arasında bulunan dirençler ne seri ve ne de paralel bağlıdırlar.



Şek. 4—5

Bunlardan meselâ R_1 , R_2 , R_5 dirençleri bir üçgen gibi ve meselâ R_2 , R_4 , R_5 dirençleri de bir yıldız gibi bağlanmışlardır. Üçgen tarzında bağlanan üç direnç yerine yıldız şeklinde bağlanmış üç direnç koymak kabildir. Ayni şey yıldız için de söylenebilir. Yani bir yıl-



Şek. 4—6

dızı da üçgene çevirmek kabildir. Şek. 4—6 da A ve B noktaları arasındaki direnç, üçgen için $\frac{R_1 (R_2+R_3)}{R_1+R_2+R_3}$ ve yıldız için r_1+r_2 dir. İki bağlamanın yekdiğerine eşdeğer olması halinde

$$r_1+r_2=\frac{R_1(R_2+R_3)}{R_1+R_2+R_3} \qquad (a)$$

olur. Aynı düşünce B, C ve C, A nokta çiftlerine uygulanırsa

$$r_2+r_3=\frac{R_2(R_3+R_1)}{R_1+R_2+R_3} \qquad (b)$$

$$r_3+r_1=\frac{R_3(R_1+R_2)}{R_1+R_2+R_3} \qquad (c)$$

denklemleri bulunur. (a), (b) ve (c) yardımiyle

$$\left.\begin{aligned} r_1&=\frac{R_1R_3}{R_1+R_2+R_3}\,,\\ r_2&=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2+R_3}\,,\\ r_3&=\frac{R_2R_3}{R_1+R_2+R_3}\,, \end{aligned}\right\} \qquad (4-1)$$

formülleri bulunur. Bu formüller yardımiyle bir üçgene eşdeğer olan yıldızın dirençlerini hesaplamak kabil olur. Dirençlerin eşit olması halinde

$$R_1=R_2=R_3=R_\Delta$$

koyarak

$$R_\lambda=\frac{R_\Delta}{3} \qquad (4-2)$$

formülü elde edilir.

(4—1) formüllerine göre her hangi bir yıldız direncini bulmak için bu direncin bağlı bulunduğu noktanın iki yanındaki üçgen dirençlerini birbiriyle çarpıp sonucu üçgen dirençlerinin toplamına bölmek gerekir.

(4—1) denklemleri R_1, R_2 ve R_3 dirençlerine göre çözülürse

$$\left.\begin{aligned} R_1&=\frac{r_1r_2+r_2r_3+r_3r_1}{r_3}\,,\\ R_2&=\frac{r_1r_2+r_2r_3+r_3r_1}{r_1}\,,\\ R_3&=\frac{r_1r_2+r_2r_3+r_3r_1}{r_2}\,, \end{aligned}\right\} \qquad (4-3)$$

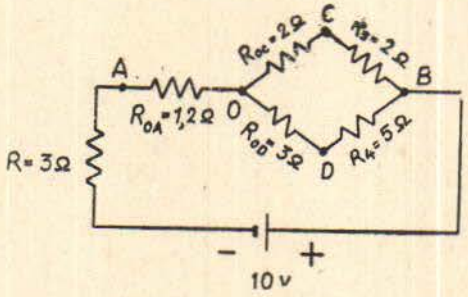
formülleri bulunur. Bu ifadelerden, bir yıldızı eşdeğer üçgene çevirmek için faydalanılır. Dirençler eşit olduğu vakit

$$R_{\Delta}=3\,R_{\curlyvee} \qquad (4-4)$$

olur.

Örnek 4—4. Şek. 4—5 de $R_1=4\,\Omega$, $R_2=6\,\Omega$, $R_3=2\,\Omega$, $R_4=5\,\Omega$, $R_5=10\,\Omega$, $R=3\,\Omega$ ve $E=10$ V'dur I akımını bulunuz.

Cevap: ACD üçgeni eşdeğer yıldıza çevrilirse şek. 4—7 deki bağlama elde edilir. Bu bağlamada



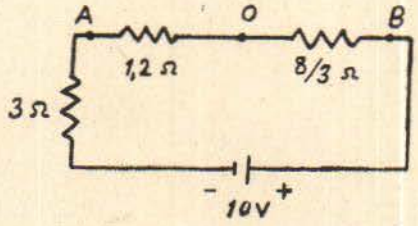
Şek. 4—7

$$R_{OA}=\frac{R_1 R_2}{R_1+R_2+R_5}=\frac{4\,.\,6}{4+6+10}=\frac{24}{20}=1{,}2\,\Omega,$$

$$R_{OC}=\frac{R_1 R_5}{R_1+R_2+R_5}=\frac{4\,.\,10}{20}=2\,\Omega,$$

$$R_{OD}=\frac{R_2 R_5}{R_1+R_2+R_5}=\frac{6\,.\,10}{20}=3\,\Omega$$

olur. O ve B arasındaki kısmı sadeleştirerek şek. 4—8 deki bağlamaya geçilir. O ve B arasındaki direnç



Şek. 4—8

$$R_{OB}=\frac{(2+2)\,(3+5)}{2+2+3+5}=\frac{4\,.\,8}{12}=\frac{8}{3}=2{,}66\ \Omega$$

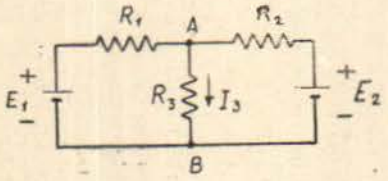
dur. Nihayet akım için

$$I=\frac{10}{3+1{,}2+2{,}66}=\frac{10}{6{,}86}=1{,}46\ \text{A}$$

değeri elde edilir.

4 — 5. Eşdeğer üreteç metodu.

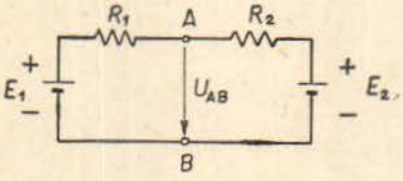
Bu metodu da yine bir örnek üzerinde açıklayacağız. Şek. 4—9 da R_3 direncinden geçen akımın $I_3=\frac{R_2E_1+R_1E_2}{R_1(R_2+R_3)+R_2R_3}$ formülüyle



Şek. 4—9

hesaplanacağını biliyoruz. Diğer taraftan A ve B arasında R_3 direncinin bulunmadığı vakit bu noktalar arasındaki gerilim için şek. 4—10 yardımiyle

$$U_{AB}=E_1-\frac{E_1-E_2}{R_1+R_2}R_1=\frac{R_2E_1+R_1E_2}{R_1+R_2}$$

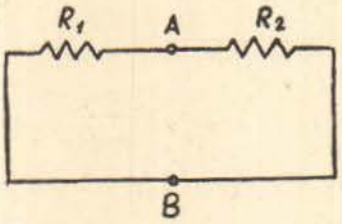


Şek. 4—10

ifadesi bulunur. Yine bu durumda E_1 ve E_2 kaldırılarak yerleri kısa devre edilecek olursa şek. 4—11 deki bağlama elde edilir. Bu bağlamada A ve B noktaları arasındaki direnç

$$R_{AB}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$$

olacaktır. Şimdi

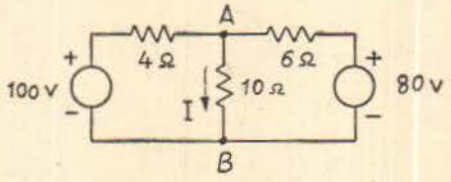


Şek. 4—11

$$I=\frac{U_{AB}}{R_{AB}+R_3} \qquad (4-5)$$

formülü ile hesaplanan akımın I_3 akımından başka bir şey olmadığı kolayca gösterilebilir. (4—5) ifadesi EMK'i U_{AB} ve iç direnci R_{AB} ye eşit olan ve uçlarına R_3 direnci bağlanan bir üretecin verdiği akımı gösterir. Bu üretece eşdeğer üreteç adı verilir. Bu suretle bir devrede her hangi bir koldan geçen akımı hesaplamak için bu dirençten başka geri kalan devre yerine EMK'i U_{AB} ye ve iç direnci R_{AB} ye eşit olan bir üreteç almak kabil olduğu anlaşılır. U_{AB} yi hesaplarken, akımı hesaplanacak olan kol kaldırılır ve bu kolun bağlı bulunduğu noktalar arasındaki gerilim hesaplanır. R_{AB} yi hesaplarken de bütün üreteçleri kaldırarak yerlerine iç dirençleri konur veya iç dirençleri yoksa kısa devre edilir.

Örnek 4—5. Şek. 4—12 de 10 Ω'luk dirençten geçen akımı bulunuz.



Şek. 4—12

Cevap : 10 Ω kaldırılırsa devreden

$$i=\frac{100-80}{4+6}=\frac{20}{10}=2\ \text{A}$$

geçer. A ve B arasındaki gerilim ise

$$U_{AB}=100-4\,.\,2=100-8=92\ \text{V}$$

olur. R_{AB} direnci

$$R_{AB}=\frac{4\cdot 6}{4+6}=2{,}4\ \Omega$$

dur. Böylece

$$I=\frac{92}{2{,}4+10}=\frac{92}{12{,}4}=7{,}4\ \text{A}$$

olur.

5. Elektrik işi ve elektrik gücü

5 — 1. Elektrik işi.

Elektriğin tıpkı ısı enerjisi ve mekanik enerji gibi bir enerji cinsi olduğunu biliyoruz. Uçları arasındaki gerilim U volt olan ve içinden bir t müddeti zarfında Q kulon'luk elektrik miktarı geçen bir cihazda görülen iş kitabın başında görüldüğü gibi

$$A=UQ \qquad (5-1)$$

formülü veya $Q=It$ koyarak bulunan

$$A=UIt \qquad (5-2)$$

formülü yardımiyle hesaplanır. U gerilimi volt cinsinden, I akımı amper cinsinden ve t zamanı da saniye cinsinden alınırsa iş joule (J) yani watt - saniye (Ws) olarak çıkar. EMK'i E volt olan bir üretecin verdiği iş ise

$$A=EQ \qquad (5-3)$$

veya

$$A=EIt \qquad (5-4)$$

formüllerinden biri yardımiyle hesaplanır. E nin bir zıt EMK'i göstermesi halinde bu formüller ısıdan başka hale geçen işi verirler.

Elektrik işi için pratikte kullanılan önemli bir birim kilowatt - saat'dır. Kısaca kWh şeklinde gösterilen bu iş birimi kitabın başında görüldüğü gibi $3{,}6\cdot 10^6$ Ws (J) ye eşittir :

$$1\ \text{kWh}=3{,}6\cdot 10^6\ \text{Ws (J)}.$$

Evlerde ve fabrikalarda harcanan elektrik enerjisi kWh birimiyle belirtilir.

Örnek 5—1. Bir ev tesisatına aşağıdaki cihazlar bağlıdır:

4 adet beheri 100 W'lık ampul,
2 adet beheri 60 W'lık ampul,
1 adet 1000 W'lık elektrik sobası

kWh fiyatı 20 kuruş olan bir yerde bu cihazların 10 saat çalışması kaça mal olur?

Cevap: $A=(4\,.\,0{,}1+2\,.\,0{,}06+1)\;10=15{,}2$ kWh olduğundan bu iş $15{,}2\,.\,20=304$ kuruşa mal olur.

5—2. Joule kanunu.

Makinaların ve genel olarak bütün cihazların vazifesi mevcut bir enerjinin şeklini değiştirmektir. Meselâ ısı cihazları elektrik enerjisini ısı enerjisine, elektrik motorları mekanik enerjiye ve elektrik lâmbaları ise ısı ve ışık enerjisine çevirirler. Elektrik enerjisinin hangi şekle geçeceği kullanılan cihazın cinsine bağlıdır. Meselâ bir dirençten akım geçtiği vakit elektrik enerjisi ısı haline geçer. Direncin uçları arasındaki gerilim U ile ve içinden geçen akım da I ile gösterilirse t zamanı zarfında ısıya değişen iş

$$A=U\,I\,t$$

olacaktır. Bu formülde U yerine Ohm kanunu yardımiyle $U=R\,I$ veya I yerine $I=U/R$ koyarak

$$A=U\,I\,t=R\,I^2\,t=\frac{U^2}{R}\,t$$

ifadeleri elde edilir. Bu işin kalori cinsinden karşılığını bulmak için

1 Ws (J) $\equiv$ 0,239 cal $\approx$ 0,24 cal ($\equiv$, eşdeğer işaretidir)

olduğunu yani 1 Ws tarafından 0,239 küçük kalorinin meydana getirildiğini gözönüne almamız gerekir. Böylece elde edilen ısı miktarını Q ile göstererek

$$Q=0{,}24\,A=0{,}24\,U\,I\,t=0{,}24\,R\,I^2\,t=0{,}24\,\frac{U^2}{R}\,t \qquad (5—5)$$

formülleri bulunur. Bu ifadelerin belirttiği gerçeğe Joule kanunu adı verilir. Cetvel II de teknikte kullanılan çeşitli iş birimleri görülmektedir. Bu cetvel yardımiyle bir iş biriminden diğerine kolayca geçebiliriz.

CETVEL II

	Ws (J)	kWh	cal	kcal	kgm
1 Ws (J) =	1	$0{,}278 \cdot 10^{-6}$	0,239	$0{,}239 \cdot 10^{-3}$	0,102
1 kWh =	$3{,}6 \cdot 10^{6}$	1	$0{,}86 \cdot 10^{6}$	860	367
1 cal =	4,184	$1{,}16 \cdot 10^{-6}$	1	10^{-3}	0,4269
1 kcal =	4184	$1{,}16 \cdot 10^{-3}$	1000	1	426,9
1 kgm =	9,81	$2{,}72 \cdot 10^{-6}$	2,34	$2{,}34 \cdot 10^{-3}$	1

Elektrik enerjisinin ısıdan başka şekle geçmesi ancak bir EMK'-in mevcut olmasına bağlıdır. Bu EMK'in yönü akım yönünün zıddıdır (zıt EMK). Meselâ elektrik motorunda bu çeşit bir EMK mevcut olup EIt işi mekanik işe çevrilir. Keza elektrolitlerde elektrik enerjisinin kimyasal enerjiye değişmesi de bu çeşit bir zıt EMK'in varlığı ile ilgilidir.

Örnek 5—2. $R=5$ Ohm'luk bir dirençten $I=10$ A geçiyor. $t=20$ dakika zarfında meydana gelen ısıyı bulunuz.

Cevap: $Q=0{,}24 \cdot 5 \cdot 10^2 \cdot 20 \cdot 30=72000$ cal$=72$ kcal (kilokalori).

5 — 3. Elektrik gücü.

Mekanikten bilindiği gibi zaman biriminde görülen işe güç adı verilir. Bir makina ve bir cihaz hakkında bir hüküm verebilmek için bunun belli bir müddet zarfında gördüğü işten ziyade gücü önemlidir. Elektrik makinaları ve cihazları güçleri ile karakterize edilirler. Güç ile iş arasındaki bağıntı

$$P=\frac{A}{t} \qquad (5—5)$$

şeklindedir. Yalnız bu formülün gücün sabit olması halinde câri olduğunu unutmamak gerekir. Elektrik gücü ise

$$P=UI \qquad (5—6)$$

veya

$$P=EI \qquad (5—7)$$

formülleri yardımiyle bulunur. Elektrik gücü W veya kW birimi ile ölçülür. kW birimi ile diğer güç birimleri arasındaki bağıntılar

$$1\ \text{kW}=1{,}36\ \text{PS}=102\ \text{kgm/s},$$
$$1\ \text{PS}=0{,}736\ \text{kW}=75\ \text{kgm/s}$$

şeklindedir. Burada PS, buhar beygirini göstermektedir. Elektrik motorlarının verdiği mekanik güç ekseriya PS birimi ile belirtilir.

İçinden I akımı geçen bir R direncindeki gücü bulmak için

$$P=UI=RI^2=\frac{U^2}{R} \qquad (5-8)$$

formüllerinden biri kullanılabilir.

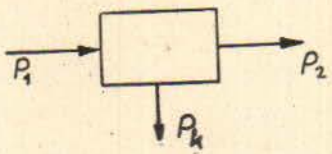
Örnek 5—3. 60 W ve 110 V'luk bir lâmba kaç amper çeker. Bu lâmbanın direnci nedir ?

Cevap : $$I=\frac{60}{110}=0{,}545\ \text{A},$$

$$R=\frac{110}{0{,}545}\approx 200\ \Omega.$$

5 — 4. Verim.

Şek. 5—1 deki dikdörtgen her hangi bir makina veya cihazı göstermektedir. Bu tertibin verdiği faydalı güç P_2 daima aldığı güç



Şek. 5—1

P_1 den küçüktür. Bunun sebebi de cihaz veya makina içindeki kayıplardır. Bu iki güç arasındaki

$$P_k=P_1-P_2$$

farkı kaybolan yani faydalı bir hale geçmiyen gücü gösterir. Bu fark ne kadar küçük ve dolayısiyle

$$\eta=\frac{P_2}{P_1} \qquad (5-9)$$

oranı (η, eta okunur) ne kadar büyükse makinadan veya cihazdan o kadar iyi faydalanılır. Bu orana verim veya randıman adı verilir. Verim ekseriya yüzde cinsinden belirtilir. Yüzde cinsinden verim değeri

$$\eta = 100 \frac{P_2}{P_1} \qquad (5-10)$$

formülü ile hesaplanır.

Örnek 5—4. Mekanik gücü 3 PS ve verimi % 88 olan bir elektrik motoru şebekeden kaç watt çeker ?

Cevap : $P = \frac{3 \cdot 0{,}736}{0{,}88} = 2{,}5 \text{ kW} = 2500 \text{ W}.$

Verimi η_1 olan bir makina η_2 verimindeki diğer bir makinayı çalıştırdığı vakit grubun verimi

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \qquad (5-11)$$

formülü ile bulunur (bu formülü çıkarınız).

Örnek 5—5. Elektrikle işleyen bir tulumba yardımiyle, kuyu suyu seviyesinden 3 metre yüksekte bulunan 10 m^3 hacmındaki bir sarnıç 20 dakikada doldurulmaktadır. Tulumbanın verimi % 20 ve bu tulumbayı çalıştıran elektrik motorunun verimi % 80 dir. Elektrik motoru 220 Volt'luk bir şebekeye bağlı olduğuna göre kaç amper çeker ? Grubun verimi nedir ?

Cevap : 10 dakika zarfında tulumbanın gördüğü iş 3.10000=30000 kgm dir. Tulumbanın gücü ise 30000/20.60=25 kgm/s veya 25/75=1/3 PS dir. Tulumba motordan 1/3 . 0,2=1,67 PS veya 1,67 . 0,736=1,23 kW alır. Motorun şebekeden çektiği güç

$$P = \frac{1{,}23}{0{,}8} = 1{,}54 \text{ kW} = 1540 \text{ W}$$

dır. Böylece motor şebekeden

$$I = \frac{1540}{220} = 7 \text{ A}$$

çeker. Grubun verimi

$$\eta = 0{,}2 \cdot 0{,}8 = 0{,}16 = \% 16$$

dır.

5 — 5. Isı tesirinin teknik tatbikatı.

Bir iletkenden elektrik akımı geçtiği vakit meydana gelen ısı bazı hallerde faydalı bir iş görür. Meselâ ısı cihazlarında durum

böyledir. Buna karşılık meselâ elektrik tesisatlarındaki iletkenlerde ve kablolarda meydana gelen ısı bir kayıp teşkil eder. Elektrik akımının ısı tesirinin faydalı tatbikatına örnek olarak elektrik ısı cihazlarını, termik ölçü âletlerini, sigortaları ve elektrik lâmbalarını gösterebiliriz. Isı cihazları ya bir maddenin sıcaklığını yükseltmek veya bir yeri ısıtmak için kullanılırlar. Özgül ısısı c olan (özgül ısı bir maddenin 1 gramının sıcaklığını 1°C yükseltmek için lüzumlu olan ısıyı gösterir) bir maddenin m gramının sıcaklığını θ_1 dereceden θ_2 dereceye çıkarmak için lüzumlu olan kalori miktarı

$$Q = mc\,(\theta_2 - \theta_1) \qquad (5-12)$$

formülü ile bulunur. Bu kalori meselâ verimi η olan bir elektrik ısı cihazı yardımiyle sağlandığı takdirde

$$mc\,(\theta_2 - \theta_1) = 0{,}24\,\eta\,A = 0{,}24\,\eta\,Pt$$
$$= 0{,}24\,\eta\,UIt = 0{,}24\,\eta\,RI^2t = 0{,}24\,\eta\,\frac{U^2}{R}\,t \qquad (5-13)$$

olur. Isı cihazlarında verim $\eta \approx \%\,80 - 90$ arasındadır. Bu formül yardımiyle ısı cihazlarının hesabı yapılabilir. Su için $c = 1$ cal/g°C dir. Isı cihazlarında iletken olarak ekseriya krom - nikel teli kullanılır.

Örnek 5—4. 2 litre suyun sıcaklığını 15 dakikada 20°C den 95°C ye çıkaracak olan bir ısı cihazı yapmak istiyoruz. Bu cihazın gücünü bulunuz. Şebeke gerilimi 110 V olduğuna göre bu maksat için kullanılan telin direnci ne olur ? Cihazın verimi % 80 alınacaktır.

Cevap : 2 litre suyun sıcaklığını 95—20 = 75°C yükseltmek için $2000 \cdot 75 = 150000$ cal = 150 kcal ye ihtiyaç vardır. Cihazın gücü P ile gösterilirse

$$150000 = 0{,}24\,\eta\,Pt$$

formülünde $\eta = 0{,}8$ ve $t = 15$ dakika $= 15 \cdot 60$ s koyarak

$$P = \frac{150000}{0{,}24 \cdot 0{,}8 \cdot 15 \cdot 60} \approx 870 \text{ W}$$

bulunur. Telin direnci ise

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{110^2}{870} \approx 13{,}9\ \Omega$$

dur.

Örnek 5—5. Direnci 10 Ω olan bir ısı cihazı 1 dakikada 1 kg suyun sıcaklığını 24°C yükseltmektedir. Cihazın veriminin % 100 olduğunu kabul ederek

a) Dirençten geçen akımı bulunuz.

b) Direnç telinin çapı 0,7 mm olduğuna göre uzunluğunu hesaplayınız (telin öziletkenliği 1,1 Sm/mm² alınacaktır).

Cevap : a) Isı cihazının verdiği kalori

$$Q=1000 \cdot 24=24000 \text{ cal}$$

dir. Böylece $\eta=\%\,100=1$ olduğundan

$$Q=0{,}24\ RI^2 t$$

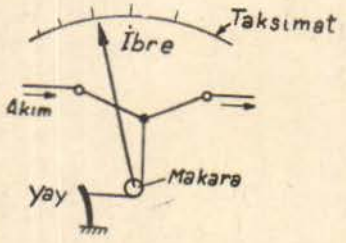
formülü yardımiyle $I=12{,}9$ A bulunur.

b) Telin kesiti $S=\frac{\pi \cdot 0{,}7^2}{4}=0{,}384$ mm² olduğundan uzunluğu

$$l=\varkappa SR=1{,}1 \cdot 0{,}384 \cdot 10=4{,}22 \text{ m}$$

olur.

Termik ölçü âletleri bir telin, içinden akım geçince uzamasına dayanırlar. Şek. 5—2 de böyle bir âletin prensip şeması görülmektedir. Bu âletler hem doğru hem de ilerde görülecek olan alternatif akımda kullanılırlar.



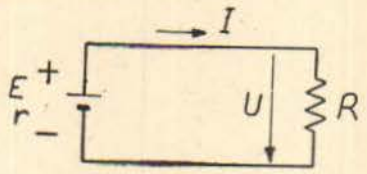
Şek. 5—2

Elektrik tesisatlarında çeşitli sebeplerden dolayı aşırı akımlar ortaya çıkabilir. Meselâ belli bir akım için kurulan bir tesisde daha fazla cihaz bağlayarak akımın arttırılması halinde veya bir motoru fazla yüklemek suretiyle aşırı akımlar meydana gelir. Keza tesisatta, cihazlarda ve makina sargılarında meydana gelebilecek olan kısa devre arızaları da akımın normal değerinin üstüne çıkmasına sebep olur. Aşırı akımlar hem tesisat için ve hem de civar için

tehlikelidir. Zira akımın normal değerin üstüne çıkması, iletkenlerin fazla ısınmasına ve dolayısiyle yangına sebep olur. Bu gibi tehlikelerin önüne geçmek için meselâ ev tesisatlarında eriyen telli veya otomatik tipten sigortalar kullanılır. Eriyen telli sigortalar normal akımlardan daha yüksek akımlarda eriyerek devreyi açar ve tehlikeyi önlerler.

5 — 6. Maksimum güç teoremi.

Şek. 5—3 de görülen basit devrede I akımı



Şek. 5—3

$$I=\frac{E}{r+R}$$

formülü ile ve R dış direncinde harcanan güç ise

$$P=R\,I^2=\frac{E^2\,R}{(r+R)^2}$$

formülü ile bulunur. Yalnız R direncinin değiştirildiğini kabul ederek bu gücün ne zaman en büyük değerini aldığını bulalım. Bu maksadla ifadenin R direncine göre türevini alıp sıfıra eşit yazalım :

$$\frac{dP}{dR}=\frac{E^2\,(r-R)}{(r+R)^3}=0.$$

Bu ifade $r=R$ için sıfır olacağından böylece üretecin iç direnci dış dirence eşit olduğu zaman gücün maksimum olacağı anlaşılır (zira ikinci türev $r=R$ için negatiftir). $r=R$ şartı yerine geldiği vakit devreden

$$I=\frac{E}{2R}$$

akımı geçer ve direncin uçları arasında

$$U=R\,I=\frac{E}{2},$$

yani EMK'in yarısına eşit olan bir gerilim meydana gelir.

$r=R$ olması halinde R direncinde harcanan güç

$$P_{max}=\frac{E^2}{4R}=\frac{EI}{2}$$

değerini alacağından bunu üretecin verdiği EI gücüne bölerek bulunan sistemin verimi % 50 ye eşit olur. Böylece üreteçten maksimum güç çekildiği vakit verimin alçak olduğu ortaya çıkar. Bu sebepten dolayı güç adaptasyonu denilen bu durumun kuvvetli akım tekniğinde bir uygulaması yoktur. Buna karşılık zayıf akım tekniğinde güç adaptasyonundan geniş ölçüde faydalanılır.

Örnek 5—6. EMK'i $E=10$ V ve iç direnci $r=0{,}5\ \Omega$ olan batarya bir R direncini besliyor:

a) Harcanan gücün maksimum olması için R direnci ne olmalıdır?
b) Bu maksimum güç nedir ?

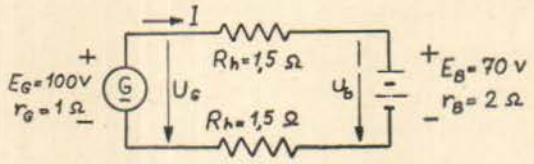
Cevap : a) $R=r=0{,}5\ \Omega$

b) $P_{max}=\frac{E^2}{4R}=\frac{10^2}{4.0{,}5}=50$ W.

5 — 7. Güç bilânçosu.

Bir elektrik devresinde harcanan güçlerin toplamının üreteçlerin verdikleri güçlerin toplamına eşit olması gerekir. Bundan faydalanarak bir devredeki akım ve gerilimler hesaplandıktan sonra bu şartın kontroluna güç bilânçosu adı verilir.

Örnek 5—7. Şek. 5—4 deki devre için güç bilânçosunu yapınız.



Şek. 5—4

Cevap : Devreden geçen akım

$$I=\frac{100-70}{1+1{,}5+1{,}5+2}=\frac{30}{6}=5\ \text{A}$$

dir. Generatörün devreye verdiği güç

$$P_G = E_G\, I = 100 \,.\, 5 = 500 \text{ W}$$

ve generatörün iç direncinde kaybolan güç

$$p_G = r_G\, I^2 = 1 \,.\, 5^2 = 25 \text{ W}$$

dır. Beheri 1,5 Ω olan gidiş ve dönüş tellerinde kaybolan güç

$$p_h = 2R_h\, I^2 = 2 \,.\, 1{,}5 \,.\, 5^2 = 75 \text{ W}$$

dır. Bataryada kimyasal enerjiye değişen güç

$$P_B = E_B\, I = 70 \,.\, 5 = 350 \text{ W}$$

ve bataryanın iç direncinde kaybolan güç

$$p_B = r_B\, I^2 = 2 \,.\, 5^2 = 50 \text{ W}$$

dır. Yapılan hesaplar doğru ise

$$P_G = p_G + p_h + p_B + P_B$$

olması gerekir. Gerçekten

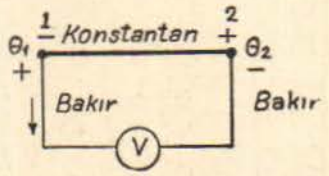
$$500 = 25 + 75 + 50 + 350 = 500 \text{ W}$$

dır.

6. Termoelektrik olay ve uygulamaları

6 — 1. Termoelektrik olayın esası.

Elektrik enerjisinin ısı enerjisine değişmesi mümkün olduğu gibi tersine olarak ısı enerjisini elektrik enerjisine çevirmek kabildir. Şek. 6—1 de termoelektrik olayı göstermek maksadiyle hazırlana-



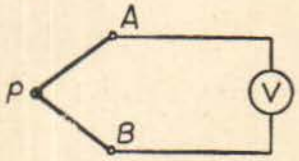
Şek. 6—1

bilecek bir tertip görülmektedir. Bu tertipte bir konstantan (bakır-nikel - manganez alaşımı) telî 1 ve 2 noktalarında iki bakır tele lehimlenmiş ve bakır teller de bir voltmetreye bağlanmıştır. Şimdi 1 ve 2 noktaları farklı sıcaklıklarda tutulacak olursa devreden bir akım geçer. 1 noktasının θ_1 sıcaklığı 2 noktasının θ_2 sıcaklığından yüksek olduğu takdirde akım okla belirtilen yönde akar. O halde daha sıcak olan noktada bakır pozitif ve konstantan ise negatif elektriklidir. Bu suretle elde edilen gerilim hem kullanılan madenlere ve hem de lehim noktalarının sıcaklıkları arasındaki $\theta_1 - \theta_2$ farkına bağlıdır. Meselâ bakır - konstantan halinde beher 100°C fark için yaklaşık olarak 4,2 mV elde edilir. Termoelektrik olaydan enerji elde etmek için faydalanmak ekonomik değildir. Zira bu suretle elde edilen gerilimler çok alçak olduğundan bir kaç yüz volt alabilmek için binlerce lehim noktasını seri olarak bağlamak gerekir. Bundan başka bu enerji değişiminin verimi de alçak olup harcanan ısının büyük bir kısmı kaybolur.

6 — 2. Termoelektrik olayın ölçü tekniğindeki uygulamaları.

Termoelektrik olaydan ölçü tekniğinde iki yerde faydalanılır: Sıcaklık derecelerini ölçmek için ve alçak alternatif akımları ölçmek maksadı ile.

a) *Sıcaklık derecelerinin ölçülmesi.* Şek. 6—2 de temperatürleri ölçmek için kullanılan bir termoelektrik çiftin prensip şeması görülmektedir. *PA* ve *PB* telleri *P* noktasında lehim veya kaynakla birbirine birleştirilmiştir. *P* noktası ölçülecek olan temperatüre getirilir ve *A*, *B* noktalarının temperatürü ise sabit tutulur. Böylece V voltmetresi tarafından ölçülen termoelektrik gerilim *P* noktasının



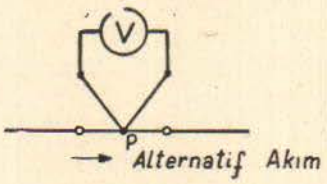
Şek. 6—2

temperatürü ile sabit temperatür arasındaki farka tekabül eder. Temperatürü ölçebilmek için, termoelektrik gerilimle temperatür arasındaki bağıntının bilinmesi icap eder. Keza ölçü âletini doğrudan doğruya derece cinsinden taksimatlandırmak da kabildir. Ölçülecek olan temperatüre göre muhtelif maden çiftleri kullanılır. Bakır - konstantan çifti çok alçak temperatürlerden 500°C ye kadar kullanılır ve daha yüksek temperatürler için yaklaşık olarak 1600°C ye kadar) plâtin - plâtinrodyum çiftinden faydalanılır.

Termoelektrik çiftler az yer kapladığı gibi bunların ısı atâleti küçük olduğundan zorlukla ulaşılabilen yerlerin (meselâ makina sargılarının) temperatürlerini süratle ölçmek kabil olur.

b) *Alternatif akımların ölçülmesi.*

Küçük doğru akımları ölçmek nisbeten kolay olduğu halde alternatif akımların ölçülmesi zorluk çıkarır. Bu sebepten dolayı alternatif akımı bir termoelektrik çift yardımiyle doğru akıma çevirip bunu ölçmek düşünülmüştür. Şek. 6—3 de böyle bir tertibin prensip şeması görülmektedir. Telden alternatif akım geçince *P* noktası ısınarak doğru akım voltmetresinden bir akım geçer ve bu âlet husûle gelen ve alternatif akımın şiddetine bağlı olan doğru gerilimi ölçer.

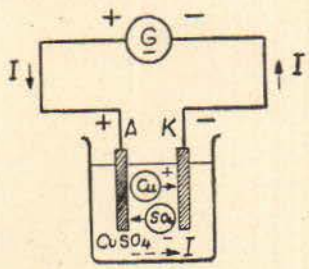


Şek. 6—3

7. Elektrik akımının kimyasal tesiri

7—1. Elektroliz olayı.

Sulandırılmış veya eritilmiş asit, baz ve tuzların, içlerinden elektrik akımı geçince kimyasal bir değişmeye uğradıklarını biliyoruz. Bu olaya elektroliz adı verilir. Şek. 7—1 de bakır sülfatın elektro-



Şek. 7—1

lizi görülmektedir. Elektrolit içine daldırılan levhalara elektrod denilir. Üretecin pozitif kutbuna bağlı olan elektroda anod ve negatif kutbuna bağlı olana da katod denilir. Elektrolitin yani bakır sülfa-

tın molekülleri daha akım geçmeden önce bakır (Cu) ve (SO_4) iyonlarına ayrılmıştır. Bunlardan bakır iyonu pozitif elektrikli ve SO_4 iyonu ise negatif elektriklidir. Bakır iyonu iki pozitif elemanter yük ve SO_4 iyonu ise iki negatif elemanter yük taşır. Bunu belirtmek için Cu^{++} ve SO_4^{--} yazılır. Elektrodlara gerilim uygulanınca Cu^{++} iyonları katod tarafından çekilerek bu levhaya doğru ve SO_4^{--} iyonları da anod tarafından çekilerek buna doğru giderler. Bu sebepten dolayı katoda giden Cu^{++} iyonlarına katyon ve anoda giden SO_4^{--} iyonlarına da anyon denilir. Katoda varan Cu^{++} iyonları burada iki elektronla birleşerek nötr bakır atomu haline geçerler ve katod levhası üstünde birikirler. Buna karşılık anoda gelen SO_4^{--} iyonları, üstlerindeki fazla elektronları pozitif elektrikli olan anoda terkederler. Anod levhası şayet bakırdan ise bu takdirde SO_4 bir bakır atomu ile birleşerek yeni bir $CuSO_4$ molekülü husûle gelir. Yukarıda açıklanan elektroliz olayı esnasında katodda bakır açığa çıkar ve bu levha bakırla kaplanır. Anod levhası bakır olduğu takdirde elektrolit bakır bakımından zayıflamaz. Olaydan meselâ eşyaları kaplamak için faydalanılabilir. Keza saf olmayan bakırı anod olarak almak suretiyle katodda saf bakır (elektrolitik bakır) elde etmek kabil olur. Bakır için söylenen şeyler her hangi bir maden için caridir. Böylece eşyaları nikel, krom vesaire gibi her hangi bir madenle kaplamak ve madenleri saf halde etmek mümkün olur. Bir elektroliz olayında hidrojen ve madenler (ve maden yerini alan kökler, meselâ NH_4 gibi) katodda ve asid, baz, tuz artıkları ise anodda açığa çıkarlar. Meselâ HCl, H_2SO_4, KOH, NaCl ve NH_4Cl in elektrolizinde H, K, Na, NH_4 katodda ve Cl, SO_4 OH ise anodda açığa çıkarlar. Katoda giden hidrojen ve madenler ekseriya saf kaldıkları halde anoda giden asid, baz ve tuz artıkları ya anod levhası ile birleşirler veya eriyik içine giderler.

7—2. Faraday kanunları.

Bir elektroliz olayında elektrodlarda açığa çıkan maddeler devreden geçen elektrik miktarı ile orantılıdır (1. Faraday kanunu):

$$G = c\,Q = c\,I\,t. \qquad (7—1)$$

Bu formülde bir orantı katsayısı olan c sayıca, $Q=1$ kulon'luk elektrik miktarı tarafından açığa çıkarılan madde miktarını gösterir. c ye elektrokimyasal eşdeğer adı verilir. Elektrokimyasal eşdeğer elemanların cinsine göre değişir ve değeri 2. Faraday kanunu ile tâyin olunur. Aynı elektrik miktarı tarafından açığa çıkarılan maddelerin miktarları arasındaki oran bu maddelerin kimyasal eş-

değerleri arasındaki orana eşittir (2. Faraday kanunu). Bir maddenin kimyasal eşdeğeri atom ağırlığını valansına bölerek bulunur. Böylece atom ağırlığını A ile valansı da n ile göstererek beher kulon başına açığa çıkan ağırlığı gösteren c için

$$c=\frac{G}{Q}=\frac{1}{96500}\frac{A}{n} \qquad (7-2)$$

formülü bulunur. Bu formüldeki 96500 C/g değeri ölçülerin verdiği bir sonuçtur. Hidrojenin atom ağırlığı $A=1$ ve valansı $n=1$ olduğundan 1 g hidrojen açığa çıkarmak için 96500 kulon'a ihtiyaç vardır. Aynı şekilde bir maddenin kimyasal eşdeğerini açığa çıkarmak için 96500 kulon lâzım olur.

(7—2) formülündeki c karşılığı (7—1) de yerine konursa

$$G=\frac{A}{96500\ n}\,I\,t \qquad (7-3)$$

formülü bulunur. Çok atomlu katyon ve anyonlar halinde A, molekülsel ağırlığı ve n de iyonun valansını gösterirler. Meselâ SO_4 için $A=1.32+4.16=96$ dır (S in atom ağırlığı 32 ve O nunki ise 16 dır).

Örnek 7—1. Bakır sülfatın elektrolizinde $I=100$ A lik akım $t=4$h zarfında kaç kg bakır açığa çıkarır ?

Cevap : Bakırın atom ağırlığı $A=63,6$ ve $CuSO_4$ deki valansı $n=2$ olduğundan

$$G=\frac{63,6}{96500.2}\,100\,.\,4\,.\,60\,.\,60=474,5\ \text{g}=0,4745\ \text{kg}$$

bakır katodda açığa çıkar.

7 — 3. Polarizasyon.

Şimdi bir elektroliz olayının güç bilânçosunu teşkil edelim. Elektrolitin de belli bir direnci olduğundan harcanan gücün bir kısmı bu dirençte ısı şeklinde kaybolur. Elektrolitin direnci R ile gösterilirse bu güç RI^2 olur. Diğer taraftan harcanan gücün geri kalan kısmı kimyasal enerjiye çevrilir. Bu gücü P_p ile gösterirsek sistemin güç bilânçosu

$$P=RI^2+P_p$$

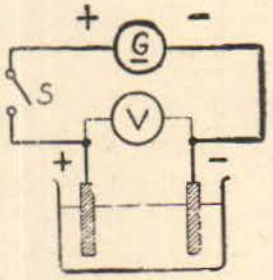
olur. Burada P, elektroliz için harcanan toplam gücü göstermektedir. Denklemin iki yanı I akımına bölünürse

$$\frac{P}{I}=RI+\frac{P_p}{I}$$

ifadesi bulunur. Burada P/I, eletroliz kabının uçları arasındaki U gerilimini ve $P_p/I=E_p$ ise polarizasyon gerilimi veya polarizasyon EMK'i denilen gerilimi gösterir. Böylece formül

$$U=RI+E_p \qquad (7-4)$$

şekline girer. Elektrodlar arasında meydana gelen bu gerilimin varlığı bir deneyle kolayca göterilebilir. Şek. 7—2 de S anahtarı açıl



Şek. 7—2

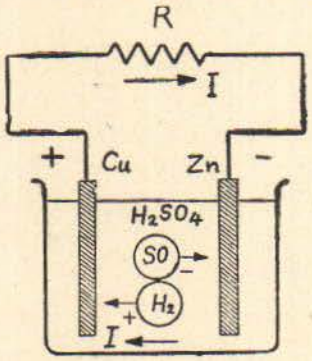
cak olursa voltmetre elektrodlar arasında bir gerilimin bulunduğunu gösterir. Bu gerilim de polarizasyon geriliminden başka bir şey değildir. Polarizasyon geriliminin meydana gelmesinin sebebi bir az sonra pil bahsinde görülecektir.

7—4. Piller.

Bir maden çubuk bir elektrolit içine daldırılırsa ikisi arasında bir potansiyel farkı husûle gelir ki buna temas EMK'i adı verilir. Bu potansiyel farkının meydana gelişi şöyle açıklanır: Elektrolit içine daldırılan madenin iyonlarını elektrolite geçirmeğe çalışan bir basınç vardır. Erime basıncı denilen bu basınca elektrolit içindeki osmotik basınç karşı koyar. Erime basıncı üstün olduğu vakit pozitif maden iyonları elektrolite geçerek elektrolit pozitif ve elektron bakımından zenginleşen maden negatif olarak elektriklenir (meselâ $ZnSO_4$ ve Zn gibi). Buna karşılık osmotik basınç üstün olduğu takdirde maden iyonları elektrolitten madene geçerler ve böylece maden çubuk pozitif olarak elektriklenirken elektrolit negatif elektriklenir. Madenin ve elektrolitin elektriklenmesi neticesinde ikisi arasında bir potansiyel farkı meydana gelir. Meydana gelen EMK'in büyüklüğü madenin cinsine ve elektrolitin konsantrasyonuna bağlıdır. İki farklı maden çubuk bir elektrolit içine daldırılırsa her iki elektrodla elektrolit arasında bir gerilim meydana gelecektir. Maden çubuklar arasında elde edilen gerilim ise, çubukların polaritesine

göre, bu iki gerilimin toplamına veya farkına eşit olur. Aynı cinsten iki çubuğu bir elektrolit içine daldırarak bir gerilim elde edilemez. Halbuki aynı çubukları farklı elektrolitlere daldırmak suretiyle bir gerilim almak kabildir.

Yukarıda açıklanan temas EMK'i pillerin esasını teşkil eder. Şek. 7—3 de volta pili görülmektedir. Bu pilin pozitif kutbu bakır ve negatif kutbu ise çinkodur. Pilin EMK'i yaklaşık olarak 1 V kadardır. Pilin uçlarına bir R direnci bağlanırsa bir akım geçer ve bir üreteç meydana gelir. Pilin içinden akım geçmeğe başlayınca SO_4^{--} iyonları çinkoya giderler ve orada Zn ile birleşerek $ZnSO_4$ husûle gelir. Böylece çinko elektrod harcanır. Bakır elektroda giden hidrojen ise burada açığa çıkar. Akım vermeye başladıktan bir müddet sonra volta pilinin EMK'i çok düşer. Bu düşmenin sebebi pilin için-

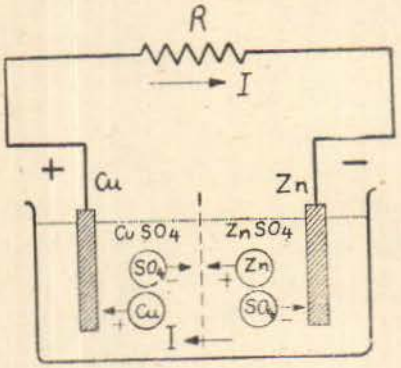


Şek. 7—3

de cereyan eden polarizasyon olayıdır. Pozitif elektroda gelen hidrojen iyonları burada nötr hale geçerek bu elektrod üstünde bir tabaka teşkil ederler ve böylece bakırın elektrolitle temasını keserler. Hidrojenin temas gerilimi bakırdan çok düşük olduğu için pilin EMK'i azalmış olur. Elektroliz olayında görülen polarizasyon da bu şekilde ortaya çıkar. Bir elektrolit içine aynı cinsten iki maden levha daldırarak yapılan bir elektrolizde iyonların elektrodlar üstünde toplanması bunların karakterini değiştireceğinden bir pilin varlığı şartı sağlanmış olur. Polarizasyonu önlemek için depolarizatör adı verilen maddeler kullanılır. Bol oksijen veren bu maddeler hidrojenle birleşerek su teşkil ederler ve böylece hidrojen tabakasının meydana çıkmasını önlerler.

Löklanşe pilinde pozitif kutup kömür ve negatif kutup ise çinkodur. Elektrolit olarak NH_4Cl kullanılmıştır. Pil akım verince Cl^- iyonu negatif elektroda giderek $ZnCl_2$ meydana getirir. Kömür elektroda giden NH_4^+ iyonu ise NH_3 e ve H^+ iyonuna ayrılır. Hidrojenin polarizasyon tesirini önlemek için kömür çubuğun etrafı MnO_2

ile sarılmıştır. Bir depolarizatör olan bu madde hidrojenle birleşerek $2\ MnO_2+H_2=Mn_2O_3+H_2O$ reaksiyonu meydana gelir. EMK'i takriben 1,5 V kadar olan leklanşe pilinin kuru tipi pratikte cep lâmbalarında çok kullanılır. Şeması Şek. 7—4 de görülen Danyel pili farklı prensibe dayanarak işler. Bu pilde negatif çinko çubuk, çinko sülfat ($ZnSO_4$)



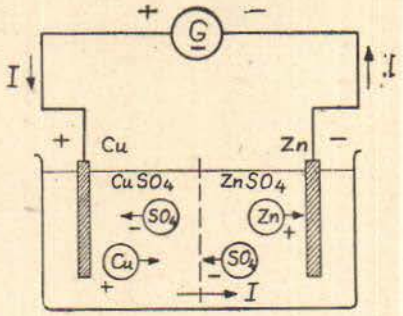
Şek. 7—4

eriyiği içine ve pozitif bakır çubuk ise bakır sülfat ($CuSO_4$) içine daldırılmıştır. Elektrolitlerin karışmaması için aralarına mesamatlı (delikli) bir bölme konmuştur. Pil çalışırken Cu iyonları pozitif çubukta nötr hale geçerken SO_4 kökleri Zn atomları ile birleşerek $ZnSO_4$ meydana gelir. Böylece soldaki sıvının konsantrasyonu azalırken sağdakininki artar.

Ölçü tekniğinde kullanılan Weston pili Danyel pilinin bir tipidir. Bu pilin (+) elektrodu cıva ve (—) elektrodu kadmiyum amalgamdır. Elektrolit $CdSO_4$ olup depolarizatör olarak Hg_2SO_4 kullanılmıştır. Pilin EMK'i 1,0183 V kadardır.

7 — 5. Akümülâtörler.

Elektrokimyasal olaylar ekseriya tersinirdir. Yani akımı ters yönde geçirerek olayı tersine cereyan ettirmek kabil olur. Meselâ yukarıda gördüğümüz Danyel pilinde durum böyledir. Gerçekten Şek. 7—5 de görüldüğü gibi bir üreteçden sağlanan akım Danyel pilinden zıt yönde geçirilirse elektrodların rölü değişecektir. Böylece iyonların hareket yönleri değişerek soldaki sıvının konsantrasyonu artar ve sağdakinin ise azalır. Zn iyonları ise çinko elektrod üzerinde toplanırlar. Bu olay sonunda pil tekrar eski haline gelerek mesamatlı bölmenin iki tarafında başlangıç durumundaki konsantrasyonlar elde edilir. Pil olarak çalışırken elektrik enerjisi şeklinde harcanan enerji bu suretle



Şek. 7—5

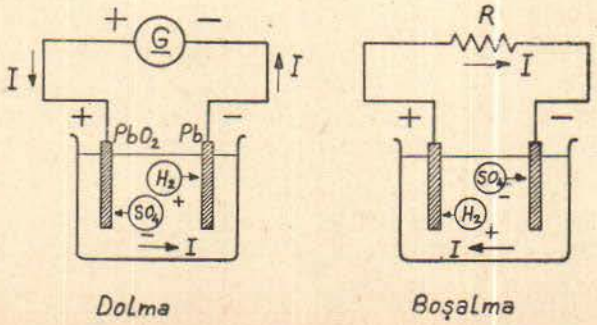
kimyasal enerji halinde tekrar pile iade edilir. Bu durumdaki pil tekrar bir dirence bağlanırsa biriktirilmiş olan kimyasal enerji elektrik enerjisi şeklinde harcanır. Elektrik enerjisini kimyasal enerji halinde saklayan ve istendiği vakit bu enerjiyi sarfeden bu cihazlara akümülâtör adı verilir. Danyel pili teorik olarak akümülâtör özelliğini haiz olmakla beraber pratikte kullanılmaz. Pratikte kullanılan aküleri (akümülâtörün kısaltılmışı) asitli ve bazlı olarak iki ana gruba ayırmak kabildir.

a) Asitli (kurşunlu) aküler.

Asitli akünün dolmuş durumda pozitif elektrodu PbO_2 ve negatif elektrodu saf kurşundur. Elektrolit ise H_2SO_4 eriyiğidir. Pozitif levhalar koyu kahve renginde ve negatif levhalar ise gri renktedir. Akünün doldurulması ve boşalması esnasında meydana gelen reaksiyonları

$$Pb^{+}O_2 + 2H_2SO_4 + Pb^{-} \underset{D}{\overset{B}{\rightleftarrows}} Pb^{+}SO_4 + 2H_2O + Pb^{-}SO_4$$

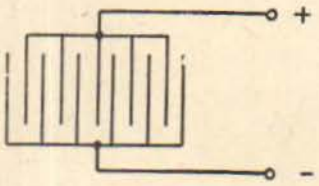
şeklinde bir tek denklemle ifade etmek kabildir. Boşalma (B) esnasında olaylar soldan sağa ve dolma (D) esnasında ise sağdan sola doğru cereyan eder. Şek. 7—6 da dolma ve boşalma esnasında iyonların hareket



Şek. 7 — 6

yönleri görülmektedir. Boşalmış durumda her iki elektrod kurşun sülfat haline geçerler. Yukarıdaki denklemin incelenmesinden boşalma esnasında konsantrasyonun azaldığı (su artar) ve dolma esnasında da arttığı (su azalır) görülür. Konsantrasyondaki ve dolayısiyle asidin özgül ağırlığındaki bu değişmeden dolma ve boşalmanın safhalarını takip etmek için faydalanılır. Özgül ağırlık areometre yardımiyle kontrol edilir. Asid ne kadar hafifse areometre de o kadar derine batar. Genel olarak dolmuş olan aküde özgül ağırlık takriben 1,20 kadar olmalı ve boşalan aküde 1,16 nın altına düşmemelidir. Özel maksadlar için daha yüksek değerler de kullanılır. Kurşunlu aküde pozitif levhalar genel olarak birbirine bağlı düşey ve yatay kurşun kaburgalardan teşkil edilir. Böylece levhanın yüzeyi büyütülmüş olur. Bu levhaların PbO_2 tabakası ile kaplanmasını sağlayan işleme akü tekniğinde formasyon adı verilir. Negatif levhalar ızgara şeklindedir. Bu ızgaranın hücrelerine PbO oksidi hamur halinde doldurulur. İlk doldurmada PbO hidrojen iyonları tarafından mesamatlı Pb haline sokulur.

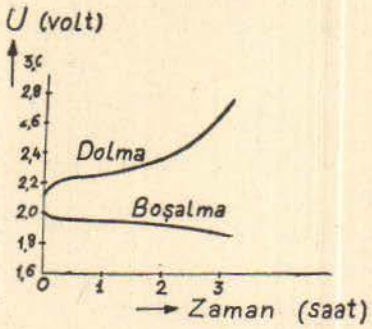
Bir çok levha kullanılması halinde (+) ve (—) levhalar paralel bağlanırlar. Negatif levha sayısı bir fazla alınır ve böylece dış tarafta negatif elektrodlar bulunur, şek. 7—7. Levhalar arasındaki boşluğu



Şek. 7—7

muhafaza etmek ve levhaların birbirleriyle temasa gelerek kısa devre teşkil etmelerini önlemek maksadı ile aralarına seperatör denilen levhalar konulur.

Akünün uçları arasındaki gerilim hem çekilen akıma ve hem de dolma ve boşalma durumuna bağlıdır. Şek. 7—8 de gerilimin dolma ve boşalma esnasında nasıl değiştiği görülmektedir. Dolmuş durumda akünün gerilimi 2 V kadardır. Boşalma esnasında gerilim düşer. Gerilim yaklaşık olarak 1,83 volta düşünce boşalmaya bitmiş gözüyle bakmak gerekir. Dolma esnasında gerilim ilk önce yavaş olarak 2,5 volta kadar yükselir. Dolmanın sonlarına doğru gerilim 2,8 volta kadar yükselir ve (—) elektroda gelen hidrojen iyonları artık birleşecek fazla $PbSO_4$ molekülü bulamayacağından asit teşekkülü azalır ve



Şek. 7—8

hidrojen kaçmağa başlar. Akü tekniğinde bunu belirtmek için dolmanın sonuna doğru akünün kaynadığı söylenir.

Boşalma esnasında verebileceği elektrik miktarına akünün kapasitesi adı verilir. Kapasite Ah birimi ile ölçülür. Akümülâtörün kapasitesi geometrik boyutları ile ilgili bir büyüklüktür. Seri bağlı akülerden teşekkül eden bir bataryanın kapasitesi bir tek akünün kapasitesine, buna karşılık *n* tane paralel bağlı aküden teşekkül eden bir bataryanın kapasitesi bir akünün kapasitesinin *n* katına eşittir. Kapasite ayrıca aküden çekilen akıma da bağlı olup en yüksek kapasite en yavaş boşalmada elde edilir. Aküde biriken şey elektrik miktarı olmayıp enerjidir, yani akü bir enerji deposu rolünü oynar.

Akünün iki türlü verimi vardır. Boşalma esnasında aküden alınan enerjinin dolma esnasında aküye verilen enerjiye oranına akünün Wh (watt - saat) verimi denilir. Ah - verimi ise aküden boşalma esnasında çekilen elektrik miktarının dolma esnasında harcanan elektrik miktarına oranını gösterir. Kurşunlu akünün Ah - verimi % 90 civarında olduğu halde Wh - verimi % 70 - 80 kadardır.

Akülerin bakımında dikkat edilecek en önemli noktalar şunlardır: Boşalma esnasında belli bir gerilimin altına inmemek gerekir; akümülâtörü imâl eden firma tarafından bildirilen en yüksek dolma ve boşalma akımlarını aşmamağa dikkat etmelidir; levhaların sertleşmesine yani $PbSO_4$ kristallerinin teşekkülüne mâni olmalıdır (buna sülfatlaşma denilir). Sülfatlaşmanın önüne geçmek için, akü çalışmasa bile arada bir (6 ilâ 8 haftada bir) doldurma ve boşalma işlemini tekrar etmelidir.

Kurşunlu akülerin kabları içi kurşunla kaplanmış tahtadan, camdan veya bakalitten yapılır.

b) Bazlı aküler (demir - nikelli aküler).

Bu akülerde pozitif elektrod $Ni(OH)_3$ ve negatif elektrod ise demirdir. Elektrolit olarak KOH kullanıldığından bu cins akülere bazlı akü adı verilir. Bu akülerin levhaları da asitli gibi ızgara şeklindedir. Bazlı akülerdeki kimyasal reaksiyonlar

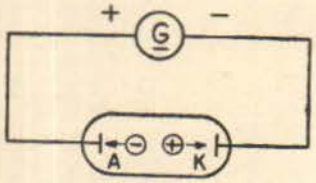
$$Fe^{-} + KOH + 2Ni^{+}(OH)_3 \underset{D}{\overset{B}{\rightleftarrows}} Fe^{-}(OH)_2 + KOH + 2Ni^{+}(OH)_2$$

denklemi ile gösterilebilir. Bu denklem boşalma esnasında soldan sağa ve dolma esnasında da sağdan sola doğru okunur. KOH kimyasal reaksiyonda hiç bir rol oynamaz ve yalnız iletken olarak iş görür. Bazlı akülerin bir özelliği de dolma ve boşalma esnasında konsantrasyonun değişmemesidir. Bazlı akünün gerilimi 1,5 V kadardır. Bu gerilim boşalma esnasında 1,1 volta kadar düşer ve dolma esnasında da 1,8 volta kadar yükselir. Bazlı akülerin gerek Ah - ve gerekse Wh - verimleri kurşunlu akülerden daha alçaktır. Bununla beraber bazlı aküler kurşunlu akülere nazaran daha sağlam olup iç dirençleri de büyük olduğundan kısa devrelere karşı daha dayanıklıdır. Keza bu aküler kurşunlulardan daha hafiftir. Bu sebepten bazlı aküler portatif işlerde sık sık kullanılmaktadır. Bazlı akülerin kabları nikelli demir saçtan yapılır.

8. Elektrik akımının gazlar içinden geçmesi

8—1. Gazlar içinde boşalma.

Normal şartlar altında iyi bir yalıtkan olan gazlar bazı şartlar altında iletken hale geçerek elektrik akımının akmasını sağlarlar. Şek. 8—1 de görülen tübün içini bir gazla doldurduktan sonra elektrodlar arasına bir gerilim uygulayalım. Gaz atomlarının hepsi nötr halde olmayıp bir kısmı meselâ radyoaktif ışınların etkisi ile iyon haline geçmiş bulunurlar. Bundan dolayı tıpkı elektrolizde olduğu gibi pozi-



Şek. 8—1

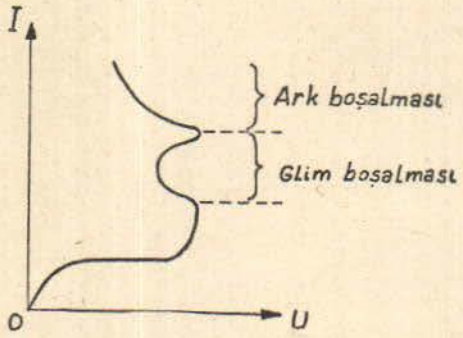
tif iyonlar katoda (K) ve negatif iyonlar ise anoda (A) doğru giderler. Elektrodlara varan iyonlar burada nötr hale geçerler. Yeni iyonların teşekkülü ile bu hareket ve dolayısiyle akımın sürekli bir hale geçmesi sağlanır. İçi boşaltılmış olan bir tübde de bir elektrik akımı elde etmek kabildir. Yalnız bunun için elektron neşreden bir elektrodun bulunması gerekir. Radyolarda kullanılan elektron lâmbalarında akım bu şekilde ve ısıtılan bir katoddan fırlatılan elektronlar yardımiyle meydana gelir. Bu akım bir elektron akımıdır.

Yukarıda açıklanan gaz boşalmalarının bir dış yardıma ihtiyacı vardır. Meselâ radyoaktif ve röntgen ışınlarının etkisi ile iyonların teşekkülü ve ısıtılan katoddan elektron intişarı bu işi görmektedir. Teknik bakımdan önemli olan diğer bir boşalma şekli de hiç bir dış yardıma ihtiyaç olmadan boşalmanın kendi kendini idame ettirmesidir. Bu boşalma, kritik bir gerilim değerinden itibaren iyon akımının yeni iyonları teşkil etmesiyle gerçeklenir. Bu da çarpışma sonunda olur. Bir iyon gaz içinde hareket ederken bir nötr atoma rastlarsa bu çarpışma esnasında nötr atomdan elektronlar koparılabilir. Çarpışma neticesinde yeni bir pozitif iyon ve serbest hale geçen elektronlar ortaya çıkar. Bu iyonlar diğer nötr atomlara çarparak bunları iyon haline getirirlerken elektronlar da nötr atomlara ilâve olarak bunların negatif iyon haline geçmesine sebep olurlar. Bu olayın sürekli olarak devamı neticesinde yeni iyonlar meydana gelerek iyon akımı kendini idame eder.

Kendi kendine boşalmaların teknik bakımdan en önemlileri glim boşalması ve ark boşalmasıdır. Her iki boşalma da ışıklı boşalmalardır. Glim boşalmasından teknikte glim lâmbasında faydalanılmaktadır. Glim boşalmasında elektrodlar soğuk kaldığı halde ark boşalmasında elektrodların ve bilhassa katodun sıcaklığı kuvvetli olarak yükselir. Katodun böyle kuvvetli ısınmasının sebebi pozitif iyonların bu elektroda şiddetle çarpmalarından ileri gelir. Bu çarpışma sonunda katoddan elektron intişarı başlar. Böylece ark boşalmasında akım hem çarpma neticesinde husule gelen iyonlar ve hem de katoddan fırlayan elektronlar tarafından meydana getirilir. Ark boşalmasında elektrodların kızgın hale gelmesinden teknikte ark fırınlarında, ark kaynağında ve civa buharlı redresörde faydalanılmaktadır. Ark boşalmasının aydınlatma maksadiyle kullanılması eski önemini kaybetmiştir.

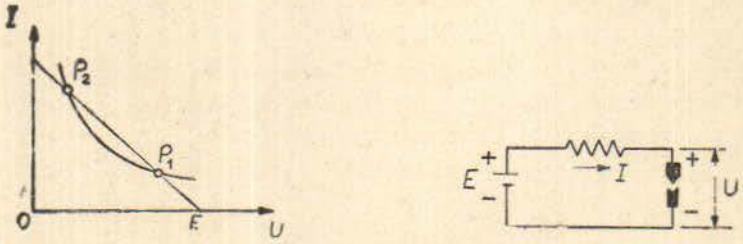
8—2. Ark boşalmasının karakteristiği.

Şek. 8—2 de gazlar içindeki boşalmanın tam karakteristiği yani $I=f(U)$ grafiği görülmektedir. Ark boşalması glim boşalmasını takip eder. Ancak yüksek basınçlarda ark boşalmasını doğrudan doğruya da



Şek. 8—2

meydana getirmek kabildir. Arkı meydana getirmek için pratikte kullanılan metod elektrodları (meselâ iki kömür çubuğunu) ilk önce birbirine değdirip temas noktası kuvvetli bir şekilde ısındıktan sonra bunları birbirinden ayırmaktır. Şek. 8—3 de ark karakteristiği görül-



Şek. 8—3

mektedir. Arkı besliyen üretecin EMK'i E ile ve devredeki direnç R ile gösterilirse ark gerilimi

$$U = E - R\,I$$

olur. Bu denklemin gösterdiği doğru, karakteristiği P_1 ve P_2 gibi iki noktada keser. Bunlardan P_1 kararsız bir çalışma noktasıdır. Zira bu noktada akım biraz alçaldığı takdirde arkın gerilim ihtiyacı mevcut gerilimden daha büyük olur ve dolayısiyle akım, ark kopuncaya kadar alçalmağa devam eder. Buna karşılık akım bir az yükselecek olursa arkın gerilim ihtiyacı mevcut gerilimden küçük olacağından akım kararlı bir çalışma noktası olan P_2 noktasına kadar yükselir. R direncini âyar ederek P_2 noktasının yerini ve dolayısiyle ark akımını değiştirmek kabil olur.

Doğru akım arkının, çektiği akıma göre değişen, 36 - 45 V arasında bir gerilime ihtiyacı vardır. Bu sebepten dolayı şebeke gerilimi ile bu gerilim arasındaki farkı seri dirençte yoketmek icap eder.

II. MAGNETİK ALAN

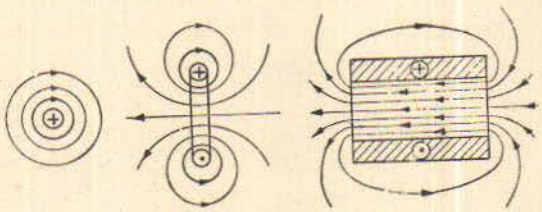
9. Temel kavramlar

9—1. Magnetik alanın mahiyeti.

İçinden elektrik akımı geçen iletkenlerin civarındaki ortam özel bir durumda bulunur. Bu özel durum meselâ küçük miknatıslara veya içinden akım geçen diğer iletkenlere tesir eden kuvvetlerle belli olur. İşte bu durumu belirtmek yani akım taşıyan iletkenlerin etrafındaki ortamın bir özelliğe sahip olduğunu ifade etmek için iletkenlerin civarında bir magnetik alanın mevcut olduğu söylenir. Fizikte başka karakterde olan alanlar da vardır. Meselâ kütleler üzerine tesir eden kuvvetlerle varlığını belli eden yer çekimi alanı gibi. İleride elektroteknikte elektrik alanı denilen bir çeşit alanın daha mevcut olduğu görülecektir. Yalnız şimdilik şu kadarını söyliyelim ki elektrik alanları durmakta olan elektrik yükleri tarafından da meydana getirilebildiği halde magnetik alanlar hareket eden elektrik yükleri yani elektrik akımları tarafından meydana getirilirler.

9—2. Magnetik alanın gösterilmesi.

Magnetik alanı göstermek için alan çizgisi kavramından faydalanılır. Bu kavramı anlamak için basit bir deney kâfi gelir. Bir karton üstüne demir tozlarını serptikten sonra kartona dik olarak yerleştirilen iletkenden bir akım geçirilecek olursa bu tozların belli eğriler üzerinde dizildikleri tesbit edilir. İşte bu eğrilere alan çizgisi adı verilir. Şek. 9—1 de doğru şeklindeki iletkenin, daire biçiminde kıvrıl-



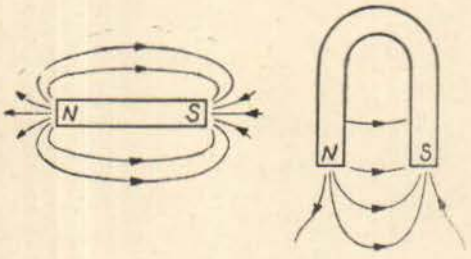
Şek. 9—1

mış iletkenin (sarım) ve bir bobinin alan çizgileri görülmektedir. Şekilde iletkenin ve sarımın kâğıt düzlemine dik oldukları farzedilmiştir. Doğru halinde alan çizgileri, merkezleri iletkenin ekseni üzerinde bulunan dairelerdir. Bobinde alan çizgilerinin belli bir geometrik şekli olmayıp ancak bobin içinde takriben paralel doğrulardan ibarettir. Alan çizgileri her zaman böyle basit şekilleri haiz değildirler. Bobinin içinde olduğu gibi alan çizgileri birbirine paralel doğrulardan ibaret olan bir alana düzgün (üniform) alan adı verilir.

Magnetik alanın alan çizgileri kapalı eğrilerdir.

9 — 3. Magnetik alanın yönü.

Fizik derslerinden bildiğimiz gibi magnetik tesirler miknatıs denilen cisimler civarında da görülür. Şek. 9—2 de çubuk ve at nalı biçimindeki miknatıslar görülmektedir. Miknatısların magnetik tesiri bilhassa iki uçda kuvvetli olarak görülür. Bu uçlara miknatısın ku-



Şek. 9—2

tupları adı verilir. Bir miknatıs serbest hareket edebilecek şekilde asılacak olursa arzın magnetik alanının tesiri ile dönerek bir ucu arzın kuzey kutbunu ve diğer ucu ise güney kutbunu gösterir. Arzın kuzey kutbunu gösteren uca kuzey kutup ve diğerine de güney kutup denilir. Magnetik alanın yönünün kuzey kutuptan güney kutba doğru olduğu kabul edilmiştir. Şek. 9—2 de alanın yönü oklarla belirtilmiştir.

Aynı isimli kutuplar birbirini iterler ve farklı kutuplar ise birbirini çekerler. Bu sebebten bir miknatısın alanı içine sokulan küçük bir miknatısın kuzey kutbu bulunduğu noktadaki alanın yönünü gösterir. Bir sarım veya bir bobin tarafından meydana getirilen magnetik alanın yönü şu kaide yardımiyle bulunur : Akım yönünde döndürülen bir burgunun ilerleme yönü alan yönüyle intibak eder. Şek. 9—1 de + işareti akımın kâğıt düzlemine girdiğini ve · işareti ise kâğıt düzleminden bize doğru geldiğini gösterirler. Yukarıdaki kaide yardı-

miyle bobinin ve sarımın meydana getirdikleri alanların yönleri araştırılacak olursa şekilde oklarla belirtilen yönler elde edilir. Doğru şeklindeki iletken halinde bu kaide şu şekle girer: Akım yönünde ilerlediği düşünülen bir burgunun dönme yönü alan yönü ile intibak eder. Bu yönü bulmak için kullanılan bir pratik kaide de sağ el kaidesidir: Açılan baş parmak akım yönünü gösterecek şekilde iletkeni sağ elimizle kavradığımızı farzedersek bu esnada diğer parmaklarımız alanın yönünü gösterirler. Sarım ve bobin halinde ise baş parmak alanın yönünü ve diğer parmaklar akım yönünü gösterir.

9—4. Magnetik alanın temel büyüklükleri.

Magnetik alanın her noktada bir yönü olduğu gibi genel olarak noktadan noktaya değişen bir şiddeti vardır. Alanın şiddeti magnetik endüksiyon denilen ve B harfi ile gösterilen bir büyüklükle belirtilir. Alan çizgileri ne kadar sıksa yani birbirine ne kadar yakınsa alan da o kadar şiddetli olur. Meselâ şek. 9—1 de bobinin içindeki alan dışarıya nazaran daha şiddetli olur.

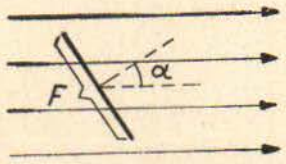
Magnetik alanın tesirleri bakımından yalnız magnetik endüksiyon değeri kâfi gelmez. Diğer bir önemli büyüklük de magnetik akıdır. Φ (fi okunur) harfi ile gösterilen magnetik akı düzgün bir alan içinde şu şekilde bulunur: Alan çizgilerine dik olarak yerleştirildiği düşünülen bir F yüzeyinden geçen magnetik akı

$$\Phi = B\,F \qquad (9-1)$$

formülü ile bulunur. Şayet F yüzeyi alan çizgilerine dik değilse bu takdirde Φ akısı

$$\Phi = B\,F\cos\alpha \qquad (9-2)$$

formülü ile hesaplanır. Bu formülde α, F yüzeyine ait normalin alan yönüyle teşkil ettiği açıyı göstermektedir, şek. 9—3.



Şek. 9—3

Magnetik endüksiyon vektör karakterinde olan bir büyüklüktür. Yani bu büyüklük hem bir yöne hem de bir değere sahiptir. Bu vektörü göstermek için $\vec{B}$ sembolü kullanılır. Magnetik alanın her hangi

bir noktasında $\vec{B}$ vektörünün doğrultusu bu noktadan geçen alan çizgisinin o noktadaki teğeti doğrultusunda olup yönü de alanın yönünden ibarettir. Şek. 9—4 de P noktasındaki magnetik endüksiyon vektörü görülmektedir. Vektörün uzunluğu o noktadaki değerini belirtir. Düzgün alanda $\vec{B}$ her noktada aynı değer ve yöndedir. Magnetik endüksiyonun tersine olarak magnetik akı skaler bir büyüklüktür. $\vec{B}$ vektörünün her noktada teğet olduğu çizgilere magnetik endüksiyon çizgisi adı verilir. Bu çizgilerin şekli alan çizgileri gibidir.

Şek. 9—4

Magnetik akının pratik birimi Vs olup buna Weber (Wb) adı da verilir. İleride elektromagnetik endüksiyon bahsi görülürken magnetik akının neden bu birimle ölçüldüğü anlaşılacaktır. Magnetik endüksiyon için (9—1) formülü yardımiyle Vs/m^2 (Wb/m^2) birimi elde edilir. Bu birime Tesla denir ve T şeklinde gösterilir.

Magnetik akı ve magnetik endüksiyon için bazan kullanılan maxwell (M) ve gauss (G) birimleri pratik birimler değildir. Bu birimlerle pratik birimler arasında şu bağıntılar vardır:

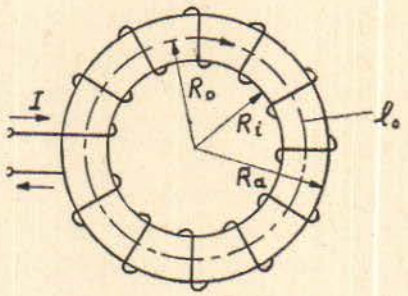
$$1\ M = 1\ Gcm^2 = 10^{-8}\ Wb,$$
$$1\ G = 10^{-4}\ Wb/m^2 = 10^{-4}\ T.$$

Magnetik alanı göstermek maksadiyle faydalanılan endüksiyon çizgilerinin sayısını sınırlamak için (zira gerçekte her noktada bir çizgi geçer) bu çizgilere dik olan birim yüzeyden geçen çizgi sayısının B ye eşit veya B ile orantılı olduğu kabul edilir. Ayni şey alan çizgileri için de caridir.

10. Amper kanunu ve uygulamaları

10—1. Halka şeklindeki bobinin magnetik alanı.

Şek. 10—1 de halka biçiminde bir çekirdek üstüne sarılmış olan bir bobin görülmektedir. Bu halkanın kesiti meselâ kare, dikdörtgen ve daire gibi herhangi bir şekilde ve halkanın malzemesi de tahta, porselen, kâğıt, demir vesaire gibi herhangi bir maddeden olabilir.



Şek. 10—1

Sarım sayısı w olan sargıdan bir akım geçtiği vakit halka içinde bir magnetik alan meydana gelir. Bu alanın alan çizgileri sistemdeki simetriden dolayı merkezleri halkanın merkezinden ibaret olan dairelerdir. Yine simetriden dolayı herhangi bir alan çizgisi boyunca magnetik endüksiyon hep aynı değerde kalacaktır. Endüksiyon değeri yarıçap doğrultusunda aynı değerde kalmaz. Bununla beraber ince ve büyük bir halkada endüksiyonun her yerde aynı değerde kaldığını kabul etmek mümkün olur. Halka içinde meydana gelen alanın yönünü burgu veya sağ el kaidesi yardımiyle kolayca bulabiliriz.

Şimdi böyle bir halkada sargıdan geçen akımı (I), sargının sarım sayısını (w) ve halkanın ortalama uzunluğunu (l_0) değiştirmek suretiyle deneyler yapılacak olursa herhangi bir metod yardımiyle ölçülen magnetik endüksiyonun (B) wI/l_0 ile orantılı olduğu ve ayrıca halkanın malzemesine de bağlı olduğu görülür. Böylece

$$B=\mu \frac{wI}{l_0} \qquad (10—1)$$

yazılabilir. Bu ifadede malzemeye ait bir değer olan μ (mü okunur) ye çekirdek malzemesinin magnetik geçirgenliği veya permeabilitesi adı verilir. (10—1) den μ için Vs/mA birimi elde edilir. $V/A=\Omega$ olduğu gözönüne alınırsa bu birimin Ωs/m şeklinde yazılabileceği ortaya çıkar. Elektroteknikte Ωs ye kısaca Henry adı verilir ve H harfi ile gösterilir. Böylece μ nün birimi için H/m yazılabilir.

Magnetik geçirgenlik

$$\mu=\mu_0 \mu_r \qquad (10—2)$$

şeklinde iki faktörden teşekkül eder. Bunlardan μ_0 boşluğun ve çok

yakın olarak havanın geçirgenliğini gösterir. Bunun değeri bu kitapta kullandığımız pratik birim sisteminde

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{m} = 1{,}256 \cdot 10^{-6} \frac{H}{m}$$

dir. Bağıl geçirgenlik adını alan μ_r her hangi bir malzeme içinde geçirgenliğin boşluğa nazaran ne kadar büyük veya küçük olduğunu gösterir. Birimsiz bir sayı olan μ_r hava için takriben 1'e eşit olduğundan havada $\mu = \mu_0$ olduğu kabul edilir.

(10—1) ifadesinde görülen ve sarım sayısını akım şiddeti ile çarpmak suretiyle bulunan wI ye kısaca amper - sarım adı verilir. Amper - sarımı θ harfi ile gösterirsek (10—1) denklemi

$$B = \mu \frac{\theta}{l_0} \qquad (10—3)$$

şekline girer. Sarım sayısını gösteren w birimsiz bir değer olduğundan θ nın birimi amper'dir. Bununla beraber bu değerin özelliğini belirtmek maksadiyle amper yerine amper - sarım denilir ve kısaca AW şeklinde gösterilir.

10 — 2. Magnetik alan şiddeti, Amper kanunu.

(10—1) ifadesinde görülen ve beher uzunluk birimine düşen ammer - sarımı gösteren

$$H = \frac{wI}{l_0} = \frac{\theta}{l_0} \qquad (10—4)$$

ya magnetik alan şiddeti adı verilir. Bunu yukarıdaki ifadelerde yerine koyarak

$$B = \mu H \qquad (10—5)$$

şeklinde basit bir denklem bulunur. Magnetik alan şiddeti de magnetik endüksiyon gibi vektörel bir büyüklüktür. $\vec{H}$ vektörünün yönü $\vec{B}$ vektörünün aynidir.

(10 - 4) ifadesi yardımiyle alan şiddeti için A/m (veya A/cm) veya AW/m (veya AW/cm) birimi elde edilir. Magnetik akının maxwell ve magnetik endüksiyonun da gauss birimleri ile ölçüldüğü birim sisteminde alan şiddetinin birimi örsted'dir. Bu birim ile A/cm birimi arasında

$$1 \frac{A}{cm} = 0{,}4\pi \text{ örsted} = 1{,}256 \text{ örsted}$$

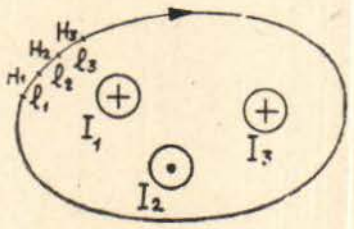
bağıntısı vardır. Örsted birimi pratikte hemen hemen hiç kullanılmaz.

(10—4) ifadesini

$$\theta = wI = Hl_0 \qquad (10—6)$$

şeklinde yazalım. Magnetik alan şiddetini alan çizgisinin uzunluğu ile çarparak bulunan Hl_0'a magnetik gerilim adı verilir. (10—6) ifadesine göre her noktasında magnetik alan şiddeti sabit olan bir alan çizgisi boyunca hesaplanan magnetik gerilim bu alan çizgisi tarafından sınırlanan bir yüzeyi delen akımların toplamına eşittir. Şek. 10—1 deki halkada l_0 alan çizgisi tarafından sınırlanan yüzeyden I akımı w defa ve aynı yönde geçtiğinden bu toplam wI olarak bulunur. Akımların hepsinin aynı yönde olmaması halinde wI yerine ΣI yi yani akımların cebrik toplamını almak gerekir.

Şek. 10—2 de I_1, I_2 ve I_3 akımları tarafından meydana getirilen magnetik alana ait herhangi bir alan çizgisi görülmektedir. I_1 ve I_3 akımları kâğıdın arkasına doğru ve I_2 akımı ise önüne doğru akmaktadır. Bu alan çizgisinin yönü akımların değerine bağlıdır. Şayet I_1+I_3



Şek. 10—2

toplamı I_2 akımından büyükse, burgu kaidesine göre alan şekilde belirtilen yönde olur. Buna karşılık I_2 akımı I_1+I_3 den büyükse alan ters yönde olacaktır. Alan çizgisi boyunca her noktada alan farklı yönde ve farklı değerdedir. Bununla beraber alan çizgisi üstünde alınan l_1, l_2, l_3, ... gibi küçük parçalar boyunca alanın H_1, H_2, H_3, ... gibi sabit değerler aldığını kabul edebiliyorsak bu takdirde (10—6) ifadesi

$$H_1l_1+H_2l_2+H_3l_3+\ldots=I_1-I_2+I_3=\theta$$

şeklini alır. Bu ifadeyi daha genel olarak

$$\Sigma Hl=\Sigma I=\theta \qquad (10—7)$$

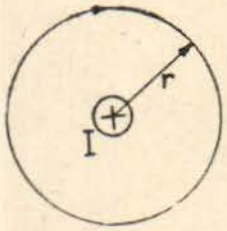
şeklinde yazabiliriz. Nihayet alan çizgisi ile zincirlenen akımların hep

ayni yönde ve aynı değerde olması halinde (w sarımlı bir bobin hali) bu ifade

$$\Sigma Hl = wI = \theta \qquad (10-8)$$

şeklini alacaktır.

(10—6), (10—7 ve (10—8) ifadelerinin belirttiği gerçeğe Amper kanunu denilir. Amper kanunu magnetik alanların hesabı için çok önemli bir kanundur. Şimdi ilk önce bu kanundan faydalanarak doğru şeklindeki iletkenin (iletkenin çok uzun olduğu farzediliyor) civarında meydana getirdiği alanın şiddetini bulalım. Şek. 10—3 de görülen ve



Şek. 10—3

yarıçapı r olan alan çizgisi boyunca alan şiddeti her noktada aynı değerdedir (simetriden dolayı). Bu sebepten dolayı Amper kanununa göre

$$2\pi r H = I$$

olacaktır. Buradan

$$H = \frac{I}{2\pi r} \qquad (10-9)$$

formülü elde edilir. Bu ifade bize iletkenden uzaklaştıkça alan şiddetinin azaldığını gösterir.

Örnek 10—1. Bir telden $I = 10$ A geçiyor. $r = 20$ cm uzaktaki alan şiddetini ve magnetik endüksiyonu (havada) bulunuz.

Cevap: $$H = \frac{10}{2\pi \cdot 20} = \frac{1}{4\pi} \approx 0{,}08 \ \frac{\text{A}}{\text{cm}} = 8 \ \frac{\text{A}}{\text{m}} ,$$

$$B = \mu_0 H = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 8 = 1{,}13 \cdot 10^{-5} \text{ T}.$$

Telin dışında olduğu gibi içinde de bir magnetik alan meydana gelir. Burada da alan çizgileri simetriden dolayı dairelerden ibarettir. Şek. 10—4 de r yarıçaplı dairenin içinde kalan akım I' ile gösterilirse Amper formülü

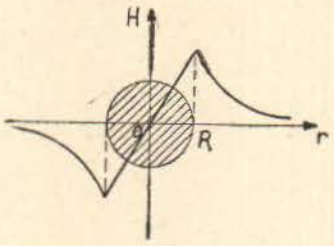
Şek. 10—4

$$2\pi r H_i = I'$$

şeklinde olur. Zira ΣI olarak yalnız alan çizgisinin içinde bulunan akımların toplamı alınır. Dışardaki akımların hiç bir rolü yoktur. Telin birim kesitinden geçen akım yani akım yoğunluğu $I/\pi R^2$ (R telin yarıçapıdır) olduğundan $I' = \pi r^2 I/\pi R^2 = r^2 I/R^2$ olur. Böylece içteki alan şiddeti için

$$H_i = \frac{I}{2\pi R^2} r \qquad (10—10)$$

formülü bulunur. Bu ifadeye göre alan şiddeti merkezden çevreye doğru r uzaklığı ile orantılı olarak artmaktadır. Şek. 10—5 de H nın



Şek. 10—5

telin içinde ve dışında r uzaklığı ile nasıl değiştiğini gösteren grafik verilmiştir. İletken yüzeyinde $r=R$ koyarak her iki formül yardımiyle $H = I/2\pi R$ bulunur.

Örnek 10—2. Şek. 10—1 deki halkanın ortalama uzunluğu $l_0 = 60$ cm dir. Bu halkanın içinde ve havada $B = 100\ G = 10^{-2}$ T değerinde bir magnetik endüksiyon elde etmek için θ amper - sarımı ne olmalıdır?

Cevap :
$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{10^{-2}}{4\pi . 10^{-7}} \approx 8000\ \frac{A}{m}$$

olduğundan

$$\theta = H l_0 = 8000 . 0{,}6 = 4800\ AW$$

bulunur.

Not: B endüksiyonu gauss cinsinden alındığı takdirde H yı A/cm olarak bulmak için $\mu_0=1{,}256$ Gcm/A almalıdır (bu değeri bulunuz). Meselâ yukarıdaki misâlde $B=100$ G olduğundan

$$H=\frac{100}{1{,}256}\approx 80\ \frac{\text{A}}{\text{cm}}$$

bulunur. Daha pratik bir formül $1/1{,}256\approx 0{,}8$ alarak elde edilir:

$$H=\frac{B}{1{,}256}\approx 0{,}8\ \text{B}. \qquad (10-11)$$

10 — 3. Magnetik devrede Ohm kanunu.

Şek. 10—1 deki halkanın F kesitinden geçen Φ akısı

$$\Phi=BF$$

dir. Bu ifadeden bulunan $B=\Phi/F$ endüksiyonu (10—3) denkleminde yerine konursa bu ifade

$$\frac{\Phi}{F}=\mu\frac{\theta}{l_0}$$

şeklini alır. Bu denklemi

$$\Phi=\frac{\theta}{l_0/\mu F} \qquad (10-12)$$

şekline sokalım. Nihayet burada

$$R_m=\frac{l_0}{\mu F} \qquad (10-13)$$

kısaltmasını kullanarak

$$\Phi=\frac{\theta}{R_m}=\frac{wI}{R_m} \qquad (10-14)$$

yazılabilir. Φ akısı sargıdan geçen I akımı tarafından meydana getirilmekte ve akının büyüklüğü wI çarpımı yani amper - sarım tarafından tâyin edilmektedir. Dolayısiyle akıyı meydana getiren sebep θ dır. Bir elektrik devresinde de buna benzeyen bir durumla karşılaşılır. Elektrik devresinde I akımının geçmesine sebep olan şey üretecin EMK'idir. Bundan dolayı elektrik devresindeki EMK'e benziyen $\theta=wI$ ye magnetomotör kuvvet (kısaca MMK şeklinde yazılır) adı da verilir. Φ akısı da I akımına benzetilebilir. Nihayet şek. 10—1 deki sistemin de bir magnetik devre olduğu söylenir.

Elektrik devresi ile magnetik devre arasındaki benzerlik sırf şeklendir. Zira Φ akısı, I akımı gibi elektronların veya başka bir şeyin

hareketinden meydana gelmez. Yani magnetik devrede akan bir şey yoktur. Magnetik devre her zaman şek. 10—1 deki gibi basit olmaz. Daha karışık tipteki devreler ileriki bahislerde görülecektir.

Elektrik devresinde akımın $I=E/R$ şeklindeki Ohm kanunu yardımiyle bulunduğunu biliyoruz. Φ akısını bulmaya yarayan $\Phi=\theta/R_m$ denklemi de şeklen Ohm kanununa benzediğinden buna magnetik devrenin Ohm kanunu adı verilir. R direncinin elektrik devresinde oynadığı rolü magnetik devrede oynayan R_m ye magnetik direnç veya relüktans denilir. Magnetik direncin tersine magnetik iletkenlik veya permeans adı verilir ve G_m ile gösterilir :

$$G_m=\frac{1}{R_m} \cdot \qquad (10-15)$$

Magnetik direnç için (10—14) yardımiyle A/Vs veya 1/Ωs birimi ve magnetik iletkenlik için de (10—15) yardımiyle Ωs birimi bulunur. Ωs ye kısaca henry dendiğinden, R_m nin pratik birimi 1/H ve G_m nin birimi de H şeklinde gösterilir.

Elektrik direnci telin uzunluğuna, kesitine ve malzemesine bağlı idi. Aynı şekilde bir magnetik devrenin direnci magnetik devrenin uzunluğuna, kesitine ve malzemesine bağlıdır. (10—13) formülünde görüldüğü gibi ortalama uzunluğu l_0 ve kesiti F olan bir magnetik devrenin direnci tıpkı elektrik direnci gibi hesaplanmaktadır. Magnetik devrenin ortalama uzunluğu bir ortalama alan çizgisinin uzunluğudur. Meselâ şek. 10—1 deki halkanın iç yarıçapı R_i ile ve dış yarıçapı da R_a ile gösterilirse ortalama uzunluk

$$l_0=2\pi\,\frac{R_i+R_a}{2}=2\pi R_0$$

olur. Burada

$$R_0=\frac{R_i+R_a}{2}$$

halkanın ortalama yarı çapını göstermektedir.

Örnek 10—3. İç yarıçapı $R_i=18$ cm ve dış yarıçapı $R_a=22$ cm olan bir halkanın kesiti kare şeklindedir. Bobinin içinde ve havada $B=50$ G'lık bir magnetik endüksiyon elde etmek için ne kadar amper-sarıma ihtiyaç vardır ?

Cevap : Magnetik devrenin ortalama yarıçapı

$$R_0=\frac{18+22}{2}=\frac{40}{2}=20 \text{ cm}$$

olduğundan ortalama uzunluk

$$l_0 = 2\pi \cdot 20 = 40\pi \approx 125 \text{ cm}$$

dir. Halkanın kalınlığı 22—18=4 cm olduğundan magnetik devrenin kesiti $F = 4^2 = 16 \text{ cm}^2$ dir. Bu suretle Halkadan geçen magnetik akı için

$$\Phi = BF = 50 \cdot 16 = 800 \text{ M} = 0{,}8 \cdot 10^{-5} \text{ Wb}$$

değeri bulunur. Diğer taraftan magnetik direnç

$$R_m = \frac{125}{1{,}256 \cdot 10^{-8} \cdot 16} = 0{,}625 \cdot 10^9 \text{ H}^{-1}$$

dir. Böylece aranan θ için

$$\theta = \Phi R_m = 0{,}8 \cdot 10^{-5} \cdot 0{,}625 \cdot 10^9 \text{ AW} = 5000 \text{ AW}$$

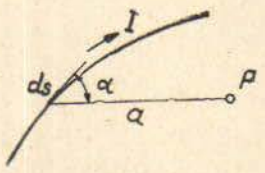
elde edilir. Bu amper - sarımı meselâ $w = 500$ sarımlı sargıdan $I = 10$ A veya $w = 100$ sarımlı sargıdan $I = 50$ A geçirmek suretiyle sağlamak kabil olur. θ yı bulduktan sonra bunu sağlamak için kullanılacak olan sargının sarım sayısını tayin etmek gerekir. Bu da biraz sonra görüleceği gibi sargıyı besliyen gerilime bağlı olan bir husustur.

10 — 4. Biot - Savart formülü.

Yukarıda elde edilen formül ancak çok uzun bir iletken için doğru sonuç verir. Herhangi bir şekilde olan bir iletkenin alanını bu formülle hesaplayamayız. Bazı iletken tertiplerinin alanlarını hesaplamaya yarayan bir formül

$$dH = \frac{I\, ds \sin \alpha}{4\pi a^2} \qquad (10—16)$$

şeklindeki Biot - Savart formülüdür. Bu formülde ds şek. 10—6 da görülen iletken üzerinde alınan sonsuz küçüklükte bir uzunluk elemanı-



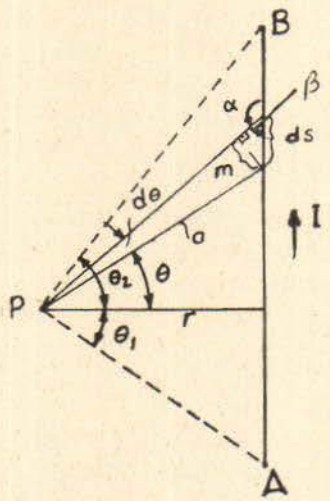
Şek. 10—6

nı, a bu elemanla alanın hesaplandığı P noktası arasındaki uzaklığı α ise ds elemanı ile ds yi P noktasına birleştiren doğru arasındaki açıyı göstermektedir. (10—16) formülü, içinden I akımı geçen ds elemanının P noktasında meydana getirdiği dH alanını verir. dH nın doğrultusu ds ve a tarafından teşkil edilen düzleme dik olup yönü de

ds parçası için uygulanan burgu veya sağ el kaidesi yardımiyle bulunur. Bu formülü basit matematik işlemler yardımiyle çıkarmak kabil olmadığı gibi uzunluk elemanları ile çalışmak mümkün olmadığından deney yolu ile de tahkiki yapılamaz. (10—16) formülü yardımiyle bazı matematik şekilleri haiz olan tertiplerin alanlarını hesaplayabiliriz.

a) Bir iletken parçasının civarındaki alan.

Şek. 10—7 de görülen AB iletken parçasından r uzaklığında bulunan P noktasındaki alanı hesaplamak için şöyle hareket edilir: $\alpha=\pi-\beta$ olduğundan (10—16) formülündeki $ds \sin\alpha = ds \sin\beta$ dır ve şek. 10—7 yardımiyle bunun m parçasına eşit olduğu görülmektedir. Diğer ta-



Şek. 10—7

raftan bu parça yarıçapı a ya eşit olan bir dairede $d\theta$ açısı tarafından görülen bir yay gibi alınabileceğinden (sonsuz küçük boyutlardan dolayı) $ds \sin\beta = a d\theta$ olacaktır. Yine şekilden $a = r/\cos\theta$ yazabiliriz. Böylece 10—16 formülü

$$dH = \frac{I a d\theta}{4\pi a^2} = \frac{I \cos\theta d\theta}{4\pi r}$$

şekline girer. Bunun θ_1 ve θ_2 sınırları arasında integrali hesaplanarak P noktasındaki alan şiddetini veren

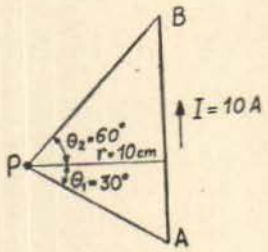
$$H = \frac{I}{4\pi r}\int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos\theta d\theta = \frac{I}{4\pi r}\Big|\sin\theta\Big|_{\theta_1}^{\theta_2} = \frac{I}{4\pi r}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1) \quad (10—17)$$

formülü elde edilir. Bu formülü sonsuz uzunluktaki iletkene uygulamak istersek $\theta_1 = -90°$ ve $\theta_2 = +90°$ almamız gerekir. Böylece

$$H = \frac{I}{4\pi r} [\sin(+90°) - \sin(-90°)] = \frac{I}{2\pi r}$$

bulunur ki bu da yukarıda Amper kanunundan faydalanarak çıkarılan formülden başka bir şey değildir.

Örnek 10—4. Şek. 10—8 de P noktasındaki alan şiddetini bulunuz.



Şek. 10—8

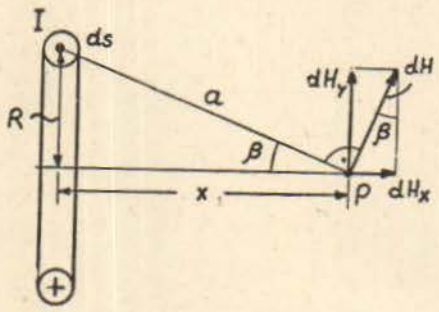
Cevap :

$$H = \frac{10}{4\pi \cdot 0{,}1} [\sin 60° - \sin(-30°)]$$

$$= \frac{100}{4\pi} [0{,}866 - (-0{,}5)] = 10{,}93 \frac{\text{A}}{\text{m}}.$$

b) Daire şeklindeki bir sarımın ekseni üzerindeki alan şiddeti.

Şek. 10—9 da görülen ve içinden I akımı geçen sarımın, ekseni üzerinde ve merkezinden x uzaklığında meydana getirdiği alan şiddetini



Şek. 10—9

(10—16) formülü ile bulmak için şöyle hareket edilir : Sarım üzerinde alınan herhangi bir ds elemanı P noktasında bir dH alanı meydana getirir. $\alpha=90^\circ$ olduğundan

$$dH=\frac{I\,ds}{4\pi a^2}$$

dir. dH alanını dH_x ve dH_y gibi biri eksen doğrultusunda ve diğeri de eksene dik doğrultuda bulunan iki bileşene ayıralım. Bunlar için şek. 10—9 yardımiyle

$$dH_x=dH\sin\beta\,,$$

$$dH_y=dH\cos\beta$$

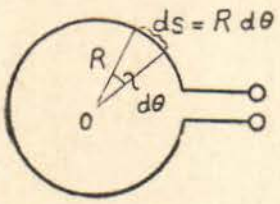
ifadeleri bulunur. Karşılıklı uzunluk elemanlarına ait olan dH_y alanları aynı değerde fakat ters yönlerde olacaklarından birbirlerine ifna ederler ve böylece P noktasındaki alan, hepsi eksen doğrultusunda ve aynı yönde olan dH_x bileşenleri yardımiyle bulunur. $dH_x=dH\sin\beta$ da $dH=Ids/4\pi a^2$ koyarak

$$dH_x=\frac{I\,ds\sin\beta}{4\pi a^2}$$

bulunur. ds yerine şek 10—10 yardımiyle

$$ds=R\,d\theta$$

koyabiliriz. Burada R sarımın yarıçapını göstermektedir. Bu suretle elde edeceğimiz.



Şek. 10—10

$$dH_x=\frac{IR\sin\beta}{4\pi a^2}\,d\theta$$

ifadesinin $\theta_1=0$ ve $\theta_2=2\pi$ sınırları arasındaki integrali hesaplanırsa

$$H_x=\frac{IR\sin\beta}{4\pi a^2}\int_0^{2\pi}d\theta=\frac{IR\sin\beta}{2a^2} \qquad (10-18)$$

formülü bulunur. Bu formülde

$$\sin\beta=\frac{R}{\sqrt{R^2+x^2}},$$

$$a^2=R^2+x^2$$

koyarak

$$H_x=\frac{IR}{2\,(R^2+x^2)^{3/2}} \qquad (10-19)$$

yazılabilir. Sarım merkezindeki alan şiddeti için $x=0$ koyarak

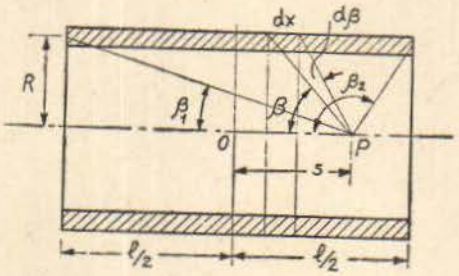
$$H_0=\frac{I}{2R} \qquad (10-20)$$

formülü elde edilir. O halde merkezdeki alan, akımı dairenin çapına bölerek bulunur.

Şayet bir tek sarım yerine sık sarılmış w sarımdan meydana gelen yassı bir bobin varsa bu takdirde alanı bulmak için yukarıdaki ifadeleri ayrıca w ile çarpmak gerekir.

c) Bir bobinin ekseni üzerindeki alan.

Son olarak şek. 10—11 de görülen bobinin (buna solenoid de denilir) ekseni üzerindeki alanı hesaplayalım. Tek tabaka halinde sarılmış olan bobinin uzunluğu l ve yarıçapı R olsun. Bobin yanyana kon-



Şek. 10—11

muş sarımlardan meydana geldiğinden dx uzunluk elemanından wdx/l sarım bulunur. Bu elemanın bobinin ortasından s uzaklığında bulunan P noktasından meydana getirdiği alan için (10—18) yardımiyle

$$dH=\frac{IR\sin\beta}{2a^2}\frac{wdx}{l}$$

bulunur. Bu ifade $dx=ad\,\beta/\sin\beta$ koyarak

$$dH=\frac{wIR\,d\beta}{2\,al}$$

şekline girer. Nihayet $a=R/\sin\beta$ olduğu gözönüne alınırsa

$$dH=\frac{wI\sin\beta\,d\beta}{2l}$$

bulunur. Bu ifadenin β_1 ve β_2 sınırları arasında integrali hesaplanırsa P noktasındaki alan şiddetini veren

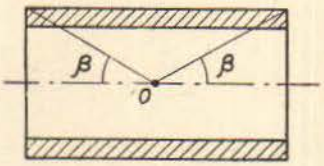
$$H=\frac{wI}{2l}\int_{\beta_1}^{\beta_2}\sin\beta\,d\beta=\frac{wI}{2l}\Big|-\cos\beta\Big|_{\beta_1}^{\beta_2}=\frac{wI}{2l}(\cos\beta_1-\cos\beta_2)\qquad(10-21)$$

formülü bulunur.

Bobinin ortasında $\beta_2=180^\circ-\beta_1$ olacağından yukarıdaki formül

$$H_0=\frac{wI\cos\beta}{l}\qquad(10-22)$$

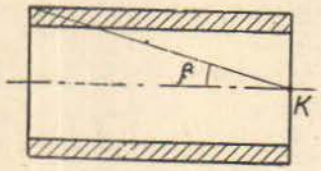
şekline girer, şek. 10—12. Nihayet bobinin bir ucunda $\beta_2=90^\circ$ olacağından



Şek. 10—12

$$H_K=\frac{wI\cos\beta}{2\,l}\qquad(10-23)$$

bulunur, şek. 10—13.



Şek. 10—13

Bobinin çok uzun olması halinde (teorik olarak sonsuz uzun) (10—22) ve (10—23) ifadelerinde $\beta=0$ koyarak

$$H_0=\frac{wI}{l}, \qquad (10—24)$$

$$H_K=\frac{wI}{2l} \qquad (10—25)$$

formülleri elde edilir.

Örnek 10—5. Uzunluğu $l=40$ cm ve sarım sayısı $w=1000$ olan bir bobinden $I=8$ A geçiyor. Bu bobinin çok uzun olduğunu kabul ederek O ve K noktalarındaki alan şiddetlerini bulunuz.

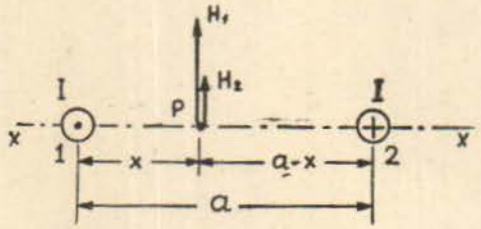
Cevap :

$$H_0=\frac{1000\,.\,8}{40}=200\ \frac{\text{A}}{\text{cm}},$$

$$H_K=\frac{1000\,.\,8}{2\,.\,40}=100\ \frac{\text{A}}{\text{cm}}.$$

10 — 5. Alanların birleştirilmesi.

Şek. 10—14 de 1 ve 2 çok uzun ve paralel iki iletkeni göstermektedir. Bu iletkenlerden zıt yönlerde fakat eşit değerde akımların geç-



Şek. 10—14

tiği kabul edilmiştir (meselâ bir hattın gidiş ve dönüş telleri gibi). İki iletkenin bulunduğu düzlemde tellere ait alan şiddetleri her noktada aynı yönde olur. Bunu burgu kaidesi yardımiyle derhal görebiliriz. Meselâ iki tel arasında bulunan P noktasında 1 teline ait olan alan şiddeti H_1 bu noktadan geçen alan çizgisini gösteren daireye teğet olup yukarı doğru yönelir. Keza 2 teline ait olan H_2 alan şiddeti de yine aynı noktadan geçen fakat 2 ye ait olan alan çizgisini gösteren daireye teğettir ve yine yukarıya doğru yönelmiştir. Böylece P noktasında ayni yönde iki alan şiddeti var demektir. Bunların bileşkesi ise

$$H=H_1+H_2$$

olacaktır. P noktasının 1 iletkeninden uzaklığı x ile gösterilirse H_1 ve H_2

$$H_1=\frac{I}{2\pi x},$$

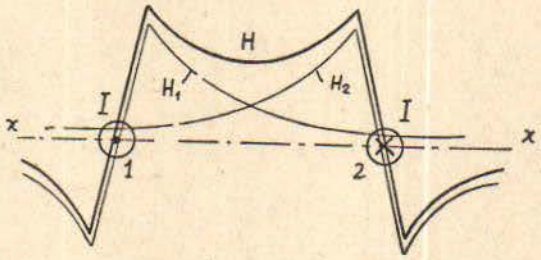
$$H_2=\frac{I}{2\pi\,(a-x)}$$

ifadeleriyle bulunurlar. Bileşke alan ise

$$H=\frac{I}{2\pi}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{a-x}\right)=\frac{aI}{2\pi x\,(a-x)} \qquad (10-26)$$

olur.

Şek. 10—15 de iki paralel iletkenin bulunduğu düzlemde H_1, H_2 ve H alanlarının nasıl değiştiği görülmektedir.

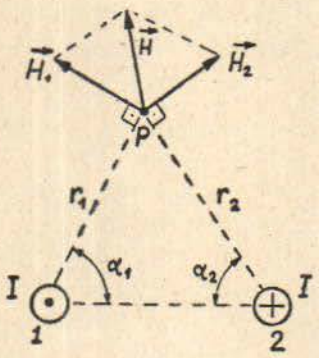


Şek. 10—15

Örnek 10—6. $I=12$ A, $a=20$ cm ve $x=4$ cm için bileşke alan şiddetini bulunuz.

Cevap: $$H=\frac{20\,.\,12}{2\pi\,.\,4\,(20-4)}=\frac{240}{128}=18{,}7\,\frac{\text{A}}{\text{cm}}.$$

P noktası $x-x$ düzlemi dışında her hangi bir noktada bulunduğu takdirde bileşke alanı bulmak için şöyle hareket edilir: Şek. 10—16



Şek. 10—16

da 1 ve 2 tellerinden sıra ile r_1 ve r_2 uzaklıklarından bulunan bir P noktası görülmektedir. Bu noktada 1 teli H_1 alanını ve 2 teli ise H_2 alanını meydana getirir. Bu alan şiddetleri

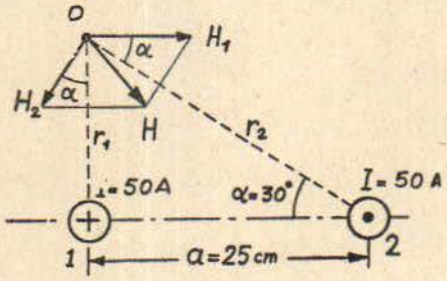
$$H_1=\frac{I}{2\pi r_1}\,,$$

$$H_2=\frac{I}{2\pi r_2}$$

formülleri ile hesaplanır. P noktasındaki bileşke alan ise yukarıda olduğu gibi artık H_1 ve H_2 yi aritmetik olarak toplamak suretiyle bulunamazlar. Zira bu iki alanı gösteren $\vec{H}_1$ ve $\vec{H}_2$ vektörleri aynı yönde değildir. Bu sebepten dolayı $\vec{H}$ bileşke alanını bulmak için $\vec{H}_1$ ve $\vec{H}_2$ yi vektörel olarak toplamak gerekir:

$$\vec{H}=\vec{H}_1+\vec{H}_2\,.$$

Örnek 10—7. Şek. 10—17 de P noktasındaki alan şiddetini bulunuz.



Şek. 10—17

Cevap: İlk önce H_1 ve H_2 alanlarını bulalım. $r_2 = a/\cos\alpha = 25/\cos 30°$ $25/0.866 = 28{,}8$ cm ve $r_1 = r_2 \sin\alpha = 28{,}8 \sin 30° = 28{,}8 \cdot 0{,}5 = 14{,}4$ cm olduğundan

$$H_1 = \frac{I}{2\pi r_1} = \frac{50}{2\pi \cdot 14{,}4} = 0{,}553 \frac{\text{A}}{\text{cm}},$$

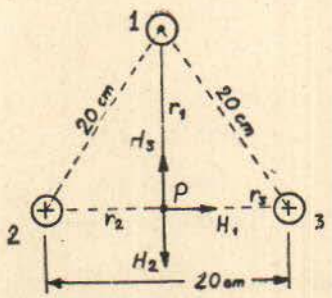
$$H_2 = \frac{I}{2\pi r_2} = \frac{50}{2\pi \cdot 28{,}8} = 0{,}276 \frac{\text{A}}{\text{cm}}$$

bulunur. P noktasındaki bileşke alan şiddetini grafik yoldan veya hesaplayarak bulmak kabildir. $\vec{H}$ vektörünü grafik yoldan bulmak için $\vec{H}_1$ ve $\vec{H}_2$ vektörlerini bir ölçek yardımiyle çizdikten sonra bunların geometrik toplamını teşkil etmek gerekir. Bu suretle elde edilecek olan $\vec{H}$ vektörünün yönü P deki alan şiddetinin yönünü ve uzunluğu bu alanın değerini verir. Bileşke alan şiddetini hesapla bulmak için şöyle hareket edilir: $\vec{H}_2$ vektörünü biri yatay doğrultuda ve diğeri de düşey doğrultuda olmak üzere iki bileşene ayıralım. Bunlardan yatay bileşen için şek. 10—17 yardımiyle $H_{2x} = H_2 \sin\alpha = 0{,}276 \cdot 0{,}5 = 0{,}138$ A/cm değeri ve düşey bileşen için de $H_{2y} = H_2 \cos\alpha = 0{,}276 \cos 30° = 0{,}276 \cdot 0{,}866 = 0{,}239$ A/cm değeri bulunur. Aynı şekilde $\vec{H}_1$ vektörü de bileşenlere ayrılacak olursa $H_{1x} = H_1 = 0{,}553$ A/cm ve $H_{1y} = 0$ olduğu görülür. Böylece $\vec{H}$ vektörünün yatay doğrultaki bileşeni için $H_x = H_{1x} - H_{2x} = 0{,}553 - 0{,}138 = 0{,}415$ A/cm ve düşey doğrultudaki bileşeni için de $H_y = H_{2y} = 0{,}239$ A/cm değerleri elde edilir. Bileşke alan şiddeti ise

$$H = \sqrt{H_x^2 + H_y^2} = \sqrt{0{,}415^2 + 0{,}239^2} = 0{,}479 \frac{\text{A}}{\text{cm}}$$

dir.

Örnek 10—8. Şek. 10—18 de 1, 2, 3 bir üç fazlı alternatif akım hattının paralel iletkenleridir. 1 telinden $I = 40$ A ve 2 ile 3 tellerin-



Şek. 10—18

den de $I_2=I_3=20$ A geçmektedir. İletkenler arasındaki uzaklıklar 20 cm olduğuna göre P noktasındaki alan şiddetini ve magnetik endüksiyonu (havada) bulunuz.

Cevap: $r_1=\sqrt{20^2-10^2}=17{,}3$ cm, $r_2=r_3=20$ cm olduğundan 1, 2 ve 3 tellerinin P noktasında meydana getirdikleri alan şiddetleri

$$H_1=\frac{I_1}{2\pi r_1}=\frac{40}{2\pi\,.\,1{,}73}=0{,}368\ \frac{\text{A}}{\text{cm}},$$

$$H_2=\frac{I_2}{2\pi r_2}=\frac{20}{2\pi\,.\,20}=0{,}159\ \frac{\text{A}}{\text{cm}},$$

$$H_3=H_2=0{,}159\ \frac{\text{A}}{\text{cm}}$$

dir. H_2 ve H_3 alanları eşit değerde fakat ters yönde olduklarından birbirini ifna ederler ve böylece P noktasındaki alan şiddeti $H_P=H_1=0{,}368$ A/cm olur. Bu noktadaki magnetik endüksiyon ise

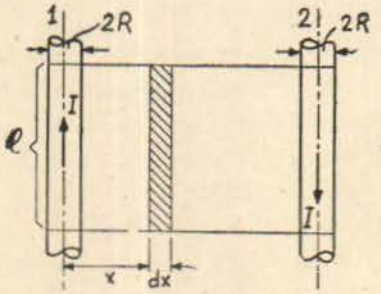
$$B_P=\mu_0 H_P=1{,}256\,.\,10^{-8}.\,0{,}368=0{,}463\,.\,10^{-8}\ \text{Vs/cm}^2=0{,}463\,.\,10^{-4}\ \text{T}$$

dır.

Paralel iletkenler arasında kalan yüzeyden geçen akıyı şöyle hesaplayabiliriz: Şek. 10—14 deki iletkenlerin yarı çaplarını R ile gösterelim. 1 iletkeninden x uzaklığında alan şiddeti $H_1=I/2\pi x$ ve magnetik endüksiyon

$$B_1=\frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

dir. Şek. 10—19 da belirtilen ve uzunluğu l ve genişliği dx olan dF yüzey elemanından geçen akı



Şek. 10—19

$$d\Phi_1 = B_1\, dF$$

dir. $dF = l\,dx$ olduğundan

$$d\Phi_1 = \frac{\mu_0 l I}{2\pi}\,\frac{dx}{x}$$

olacaktır. Bunun R ve $a-R$ sınırları arasındaki integralini hesaplayarak

$$\Phi_1 = \frac{\mu_0 l I}{2\pi}\int_R^{a-R}\frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 l I}{2\pi}\ln\frac{a-R}{R} \qquad (10-27)$$

formülü bulunur (ln işareti, kaidesi $e=2{,}718...$ sayısına eşit olan neperiyen logaritmayı gösterir). 2 iletkeni de teller arasından aynı akıyı geçireceğinden l uzunluğu boyunca geçen akı için

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = 2\Phi_1 = \frac{\mu_0 l I}{\pi}\ln\frac{a-R}{R} \qquad (10-28)$$

formülü bulunur. Pratikte ekseriya $a \gg R$ olduğundan $a-R$ yerine a alınabilir.

Örnek 10—9. Çok uzun paralel iki tel arasındaki uzaklık $a=25$ cm ve tellerin yarıçapı $R=3$ mm dir. Gidiş ve dönüş tellerinden geçen akım $I=50$ A olduğuna göre $l=5$ m boyunca teller arasından geçen akıyı bulunuz.

Cevap : $\Phi = \dfrac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 50}{\pi}\ln\dfrac{25-0{,}3}{0{,}3} = 0{,}44 \cdot 10^{-3}\text{Wb} = 44000\text{ M}.$

11. Demirli magnetik devreler

11—1. Demirin magnetik özellikleri.

Bağıl geçirgenliğin yani μ_r nin boşlukta 1'e eşit olduğunu bundan önce görmüştük. Gaz, sıvı veya katı haldeki bir çok maddenin bağıl geçirgenliği 1'e çok yakındır. Bağıl geçirgenlikleri 1'den küçük olan maddelere diyamagnetik ve 1'den büyük olanlara da paramagnetik madde adı verilir. Hidrojen, su, bakır ve gümüş diyamagnetik gruba ve hava, alüminyum ve silisyum ise paramagnetik gruba girerler. Demir, çelik, dökme demir, kobalt ve bazı alaşımların bağıl geçirgenliği bu gruba girmeyen maddelerin geçirgenliğine nazaran çok büyüktür. Teknik bakımdan önemli olan bu grupta bulunan maddelere, grubun başında gelen demire izafeten, ferromagnetik madde adı verilir.

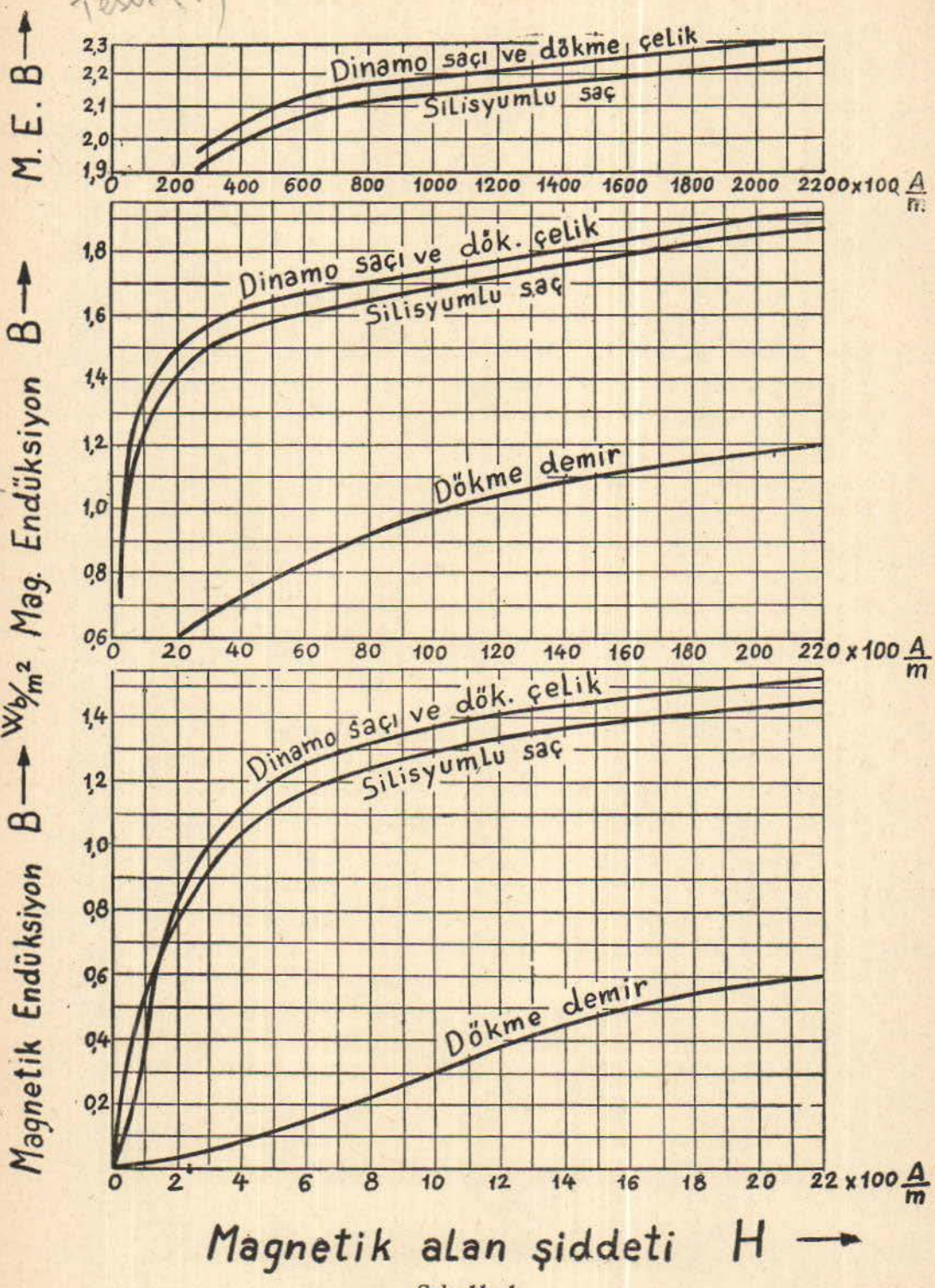
Ferromagnetik maddelerin geçirgenlikleri çok yüksek değerler aldıktan başka bu maddelerin μ_r katsayıları hem maddenin cinsine, hem magnetik alanın şiddetine ve hem de maddenin daha önce geçirdiği magnetik hallere bağlıdır. Teknikte μ_r ile H alan şiddeti arasındaki bağıntıyı gösteren eğri yerine B magnetik endüksiyonu ile H arasındaki bağıntıyı gösteren eğri çizilir. Bu suretle elde edilen $B=f(H)$ eğrisine miknatıslanma eğrisi adı verilir. Teknik hesaplarda bu eğriden faydalanılır. Gerek B ile H arasındaki bağıntıyı ve gerekse μ ile H (veya B) arasındaki bağıntıyı tam olarak gösteren matematik bir ifade yoktur. Her ferromagnetik cismin özel bir miknatıslanma eğrisi vardır. Şek. 11—1 de teknik bakımdan önemli olan bazı maddelerin miknatıslanma eğrileri verilmiştir.

Miknatıslanma eğrisini çizmek için demir üstüne bir bobin yerleştirip bu bobinden geçen akımı sıfırdan başlayarak arttırmak gerekir. Yalnız bu maksatla kullanılan nümunenin daha önce miknatıslanmamış olması lâzımdır. Muhtelif akımlara tekabül eden H değerlerini hesapla bulup B leri de ölçecek olursak bu suretle hazırlanacak olan bir cetvel yardımiyle $B=f(H)$ eğrisini çizebiliriz. $I=0$ için $H=0$ ve $B=0$ olur ve dolayısiyle eğri sıfır noktasından başlar (bu sebepten eğriye ilk miknatıslanma eğrisi de denilir). Bunun sebebi demirin daha önce miknatıslanmamış olmasıdır.

Şek. 11—1 de görülen eğriler incelenecek olursa bunların belli bir değerden itibaren yatıklaştıkları göze çarpar. Eğriler yatıklaştıktan sonra alan şiddeti çok arttırıldığı halde magnetik endüksiyonun pek az değiştiği görülür. Bu hali belirtmek için demirin doyduğu söylenir.

Miknatıslanma eğrisi yardımiyle H veya B den biri bilinirken diğerini bulmak mümkün olduğu gibi her hangi bir H veya B değerine tekabül eden μ geçirgenliğini de tayin etmek kabildir. Bunun için $\mu=B/H$ oranını hesaplamak gerekir. En büyük geçirgenliği bulmak için O noktasından eğriye bir teğet çizerek bunun eğriye değdiği noktanın B ve H değerlerini yekdiğerine bölmek lâzımdır. Doyma bölgesinde geçirgenlik çok alçalır. Demirin kullanılmasındaki gaye yüksek geçirgenlikten faydalanarak yüksek endüksiyonlar sağlamak olduğundan genel olarak 1,2... 1,5 T (12... 15000 G) lık endüksiyondan ileri gidilmez ve dolayısiyle demir pratikte aşırı doymuş halde kullanılmaz.

Örnek 11—1. Ortalama uzunluğu $l_0=80$ cm olan ve silisyumlu çelik levhadan yapılmış bir halka içinde $B=1$ T$=10^4$ G lık bir magnetik endüksiyon elde etmek istiyoruz. Sarım sayısı $w=200$ olan bobinden (buna ikaz veya uyarma sargısı da denilir) kaç amper geçirmelidir?


Magnetik Endüksiyon B → Wb/m² Mag. Endüksiyon B → M. E. B →
Dinamo saçı ve dökme çelik
Silisyumlu saç
Dinamo saçı ve dök. çelik
Silisyumlu saç
Dökme demir
Dinamo saçı ve dök. çelik
Silisyumlu saç
Dökme demir
Magnetik alan şiddeti H →

Şek. 11—1

Cevap: Silisyumlu çelik levhaya ait olan miknatıslanma eğrisinden $B=1$ T lık bir endüksiyonun $H=3{,}5$ A/cm alanı tarafından meydana getirildiği bulunur. Böylece lüzumlu olan amper - sarım için

$$\theta = Hl_0 = 3{,}5 \,.\, 80 = 280 \text{ AW}$$

değeri bulunur. Bu amper - sarımı, $w=200$ sarımlı uyarma sargısından

$$I = \frac{\theta}{w} = \frac{280}{200} = 1{,}4 \text{ A}$$

geçirerek elde edebiliriz.

Bu endüksiyonun iki katını yani $B=2$ T yı meydana getirmek için lüzumlu olan alan şiddeti için aynı eğriden $H=400$ A/cm değeri bulunur. Bu alan şiddeti $\theta = 400 \,.\, 80 = 32000$ AW değerindeki amper - sarım tarafından meydana getirilir. Dolayısiyle endüksiyonu iki katına çıkarmak için $32000/280 \approx 114$ defa daha büyük bir amper - sarıma ihtiyaç vardır. Her iki haldeki geçirginlikler

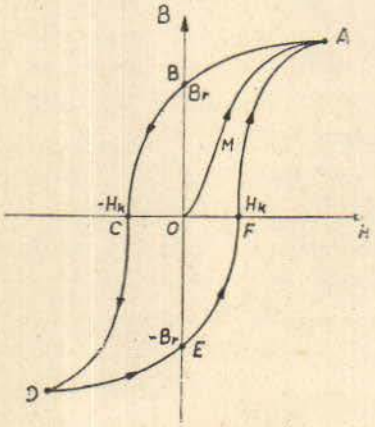
$$\mu_r = \frac{B}{\mu_0 H} = \frac{10^{-4}}{1{,}256 \,.\, 10^{-8} \,.\, 3{,}5} \approx 2280,$$

$$\mu_r = \frac{2 \,.\, 10^{-4}}{1{,}256 \,.\, 10^{-8} \,.\, 400} \approx 40$$

dır. Böylece 2 T daki geçirgenliğin 1 T dakinden $2280/40 \approx 57$ defa küçük olduğu ortaya çıkar (doyma).

11 — 2. Magnetik histerezis.

Başlangıçta miknatıslanmamış olan bir ferromagnetik cisim I akımını arttırmak suretiyle miknatıslanacak olursa şek. 11—2 de tekrar



Şek. 11—2

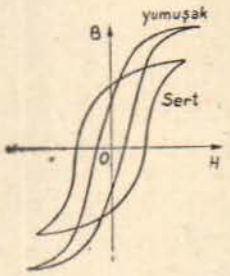
çizilen ilk miknatıslanma eğrisi (M) elde edilir. Bu suretle meselâ A noktasına kadar geldikten sonra sargıdan geçen akım ve dolayısiyle magnetik alan şiddeti azaltıldığı takdirde B magnetik endüksiyonu ilk miknatıslanma eğrisi üzerinden azalmayıp, bu eğrinin üst tarafında bulunan bir eğriyi takip ederek azalır. Uyarma akımını keserek alan şiddeti sıfır yapılırsa ($H=0$), magnetik endüksiyonun sıfır olmadığı ve dolayısiyle ferromagnetik cisimde bir miktar miknatıslanmanın kaldığı görülür. Bu duruma tekabül eden magnetik endüksiyon OB parçası ile ölçülür. Bu miknatıslanmayı yok etmek için magnetik alanı meydana getiren sargıdan zıt yönde bir akım geçirmek gerekir. Bu akım sıfırdan başlayarak ters yönde arttırılacak olursa şiddeti OC parçası ile ölçülen değere vardığı vakit endüksiyon sıfır olur. Bundan sonra alan şiddetini arttırmağa devam edersek B endüksiyonu yön değiştirerek CD eğrisi boyunca yükselir. D noktası ilk miknatıslanma esnasında gelinen A noktasının simetriği olup bu noktadaki H ve B değerleri A dakinin aynıdır. D noktasına gelindikten sonra akım tekrar azaltılacak olursa magnetik endüksiyon ilk önce azaldığı AB eğrisine simetrik olan DE eğrisi boyunca azalır. Akım kesildiği zaman cismin üstünde kalan miknatıslanma OE parçası ile ölçülür ki bu değer OB ye eşit fakat ters işaretlidir. Bundan sonra akımın yönü tekrar değiştirilerek arttırılacak olursa magnetik endüksiyon azalarak F noktasında sıfır olur. Bu esnada OF parçası ile ölçülen alan şiddeti OC parçası ile ölçülen alan şiddetine eşit fakat ters işaretlidir. F den itibaren akım arttırılmaya devam edilirse endüksiyon ikinci defa yön değiştirerek artar ve A noktasında tekrar ilk değerini alır.

Yukarıda açıklanan gecikme olayına histerezis adı verilir. Şek. 11—2 de görülen kapalı eğri histerezis bükümüdür. $H=0$ olduğu vakit magnetik endüksiyonun aldığı değere remanens endüksiyonu denir ve B_r şeklinde gösterilir. Miknatıslanmayı yok eden alan şiddetine de koersitif kuvvet adı verilir ve H_k şeklinde gösterilir.

Histerezis büklümünün şekli ve B_r, H_k değerleri kullanılan malzemenin cinsine göre değişir. Sert magnetik malzemelerin histerezis büklümleri geniş ve koersitif kuvvetleri yüksek olur. Buna karşılık yumuşak magnetik malzemelerin büklümleri dar ve koersitif kuvvetleri küçük olur. Şek. 11—3 de sert ve yumuşak malzemelere ait büklümler görülmektedir. Sert malzemelere örnek olarak sertleştirilmiş çeliği ve yumuşak malzemelere örnek olarak da dinamo saçını gösterebiliriz.

Şek. 11—2 nin incelenmesinden herhangi bir endüksiyona bir kaç alan şiddetinin tekabül ettiği anlaşılır. Bununla beraber elektrik makinalarında ve elektromiknatıslarda kullanılan demir cinslerinin

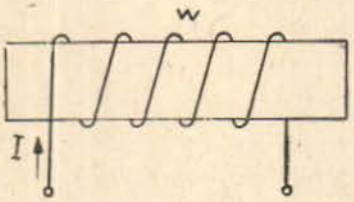
bükümleri dar olduğundan hesaplarda miknatıslanma eğrisini kullanmakla büyük bir hatâ işlenmiş olmaz.



Şek. 11—3

11 — 3. Demirin miknatıslanmadaki rolü.

Şek. 11—4 de demir çekirdekli bir bobin görülmektedir. Bu bobinin içinde hava bulunsaydı magnetik endüksiyon ile alan şidddeti arasındaki bağıntı $B_0=\mu_0 H$ şeklinde olurdu. Halbuki bobin içine demirin sokulması endüksiyonun artmasına ve $B=\mu_0\mu_r$ $H=\mu_r B_0$ gibi bir değere yükselmesine sebep olmuştur. Hava içinde aynı endüksiyonu elde etmek için H alan şiddetini ve dolayısiyle bobinin amper-sarımını arttırmayı düşünebiliriz. Bu sebepten dolayı demir içinde



Şek. 11—4

endüksiyonun artmasına sebep olarak bizzat demirde munzam amper-sarımların varlığını kabul edebiliriz. Bu amper - sarımlar sargının amper - sarımlarına eklenerek endüksiyonun kuvvetli bir şekilde yükselmesini sağlarlar.

Demir içindeki endüksiyonla hava içindeki endüksiyon arasındaki

$$J=B-B_0=B-\mu_0 H \qquad (11-1)$$

farkına miknatıslanma adı verilir. Magnetik endüksiyon gibi T veya G birimi ile ölçülen miknatıslanma da B gibi H alan şiddetine bağlı olduğundan k bir orantı katsayısını göstermek üzere

$$J=k\mu_0 H \qquad (11-2)$$

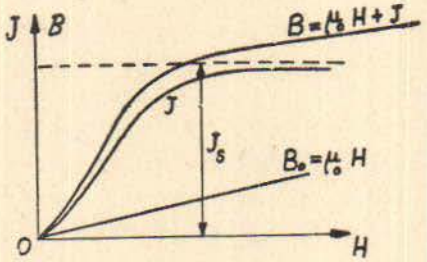
yazabiliriz. k ya magnetik duyarlık (veya süseptibilite) adı verilir. Yukarıdaki denklemler birleştirilecek olursa

$$B=\mu_0 H(1+k)=\mu_0\mu_r H \qquad (11-3)$$

ifadesi elde edilir ve böylece

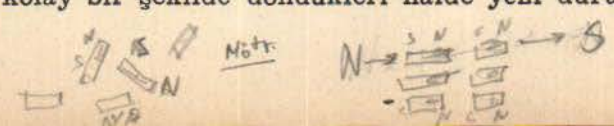
$$\mu=1+k \qquad (11-4)$$

olduğu anlaşılır. Magnetik duyarlık da bağıl geçirgenlik gibi birimsiz bir sayıdır. Şek. 11—5 de ferromagnetik maddelere ait $J=f(H)$ eğrisi görülmektedir. Bu eğri incelenirse, H arttıkça J nin de yükseldiği ve en nihayet sabit bir değer (J_s) aldığı görülür. Miknatıslanma bu sabit değeri aldıktan sonra H arttırılsa bile J değişmez. Bu sabit değere doyma miknatıslanması denilir. Bundan önce gördüğümüz $B=f(H)$ eğrisi şekil bakımından $J=f(H)$ eğrisine benzerse de H arttıkça sabit bir değere yaklaşmayıp gittikçe büyür.



Şek. 11—5

Demirin magnetik alan üstünde yaptığı şiddetlendirici tesirin sebebi şöyle açıklanabilir: Her atom ve molekülde elektronlar çekirdek etrafında ve ayrıca kendi eksenleri etrafında bir dönme hareketi yaparlar. Elektronların yaptığı bu hareketler bir elektrik akımına tekabül eder (molekülsel akımlar). Bu molekülsel akımlar tarafından doğurulan magnetik tesirler cisim içinde yekdiğerini ifna ettiği vakit cisim dışarıya karşı magnetik bakımdan nötr halde bulunur. Her bir molekülsel akım küçük bir miknatıs gibi kabul edilebileceğinden nötr halde bu miknatıslar, magnetik tesirleri birbirini yokedecek şekilde, karma karışık bir durumda bulunurlar. Cisim bir dış magnetik alan içine sokulur sokulmaz (meselâ demir çubuk bobin içine sokulunca) bu küçük miknatısları döndürmeğe çalışan kuvvetler tesir eder. Bu esnada miknatıslar dış alanı destekliyecek hale geçerler. Bobinden geçen akım ve dolayısiyle bunun meydana getirdiği H alanı ne kadar şiddetli ise o kadar fazla miknatıs birbirini ve dış alanı destekliyecek duruma geçer. Başlaşlangıçta molekülsel miknatıslar nisbeten kolay bir şekilde döndükleri halde yeni duruma gelen miknatısların



sayısı arttıkça geri kalanların dönmesi zorlaşır. Bu durumda artık demir doymaya başlamıştır. Bütün molekülsel miknatıslar aynı yöne geldikleri andan itibaren artık demirin alan üzerinde oynadığı şiddetlendirici rol sona erer. Demirin tam doyması demek olan bu sınır haline pratik olarak ulaşmak mümkün değildir. Miknatıslayıcı alanın şiddeti belli bir değerden itibaren alçaltılmağa başlanırsa molekülsel miknatıslar da başlangıçtaki durumlarına yani düzensiz duruma gelmeğe başlarlar. Cisim miknatıslanırken nasıl bütün molekülsel miknatıslar derhal aynı yöne gelmiyorsa H alçaldığı vakit de derhal ilk duruma geçemezler. Bir nevi sürtünme demek olan bu olay, bobinden geçen akım sıfır yapılsa bile, demirde çok sayıda molekülsel miknatısın yönelmiş halde kalmasına sebep olur (remanens endüksiyonu). Bütün molekülsel miknatısları ilk duruma yani düzensiz duruma getirmek için koersitif kuvvet dediğimiz ters alan şiddetine ihtiyaç vardır.

11—4. Sürekli miknatıslar.

Elektroteknikte çeşitli maksatlarla kullanılan sürekli (daimî) miknatıslar remanens halde bulunan demirden (veya diğer bir ferromagnetik maddeden) başka bir şey değildir. Bu remanens miknatıslanmayı meydana getirmek için demiri bir bobin içine sokmak ve bobinden bir akım geçirmek kâfidir. Keza demiri, diğer bir miknatısın magnetik alanı içine sokmak veya bu miknatısa sürtmek suretiyle de miknatıslamak kabildir. Ancak remanens endüksiyonları yeter derecede büyük ve koersitif kuvvetleri yüksek olan maddeler sürekli miknatıs olarak kullanılmaya elverişlidir (Wolframlı ve Kromlu çelik cinsleri gibi).

Sürekli miknatıslara kullanıldığı yere göre şekil verilir. Ekseriya rastlanan şekiller çubuk ve at nalıdır.

Yukarıdaki açıklamalardan anlaşılacağı gibi magnetik tesirler yalnız elektrik akımları tarafından doğurulmaktadır. Magnetik tesirleri yaratan akım bir sargıdan geçen akım olabileceği gibi bir molekülsel akım da olabilir.

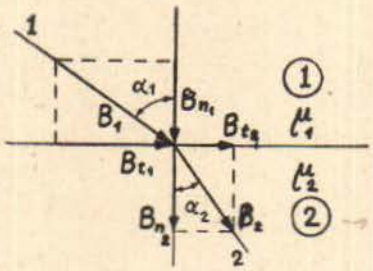
12. Magnetik devrelerin hesabı

12—1. Alan çizgilerinin kırılması.

Elektrik makinalarının, transformatörlerin, elektromiknatısların ve daha bir çok elektrik cihazlarının en önemli kısmını magnetik devre teşkil eder. Bir magnetik devreyi hesaplamak için ilk önce meydana gelen alanın şeklini bilmek gerekir. Demirli devrelerde bu

şekli yaklaşık da olsa kolayca tâyin edebiliriz. Alanın şeklini tâyin etmek bakımından önemli olan noktalardan birisi alan çizgilerinin kırılması ve diğeri de kaçaktır. Şimdi ilk önce kırılmayı inceleyelim.

Şek. 12—1 de 1 ve 2 farklı geçirgenlikteki iki ortamı göstermektedir. Birinci ortamda 1 doğrultusunda gelen alan çizgisi iki ortamı ayıran sınır yüzeyinde bir kırılmaya uğrayarak ikinci ortamda 2 doğrultusunu takip eder. İki ortamdaki B_1 ve B_2 endüksiyonlarını



Şek. 12—1

biri sınır yüzeyine dik doğrultuda bulunan normal bileşene (B_{n1} ve B_{n2}) ve diğeri de sınır yüzeyinde bulunan teğetsel bileşene (B_{t1} ve B_{t2}) ayıracak olursak bunlar için

$$B_{n1}=B_{n2}\,, \tag{12—1}$$

$$\frac{B_{t1}}{B_{t2}}=\frac{\mu_1}{\mu_2} \tag{12—2}$$

bağıntıları câri olur. Normal bileşenin sabit kaldığını belirten ilk bağıntıyı bulmak için sınır yüzeyinde bir F parçası alalım. Bu yüzey parçasına giren akı $\Phi_1=B_1 F\cos\alpha_1=B_{n1} F$ ve çıkan akı ise $\Phi_2=B_2 F\cos\alpha_2=B_{n2} F$ dir. F yüzeyine giren akı çıkan akıya eşit olacağından $\Phi_1=\Phi_2$ ve dolayısiyle $B_{n1}=B_{n2}$ olur. Son bağıntıyı bulmak için de magnetik gerilimden faydalanacağız. Teğetsel doğrultuda geçen bir akı için her iki ortam paralel bağlanmış durumdadır. Bu sebepten dolayı tıpkı elektrik devresinde olduğu gibi sınır yüzeyinde bulunan iki nokta arasındaki magnetik gerilim her iki ortam için aynıdır. Böylece bir l uzunluğu boyunca $H_{t1}\,l=H_{t2}\,l$ olacağından

$$H_{t1}=H_{t2} \tag{12—3}$$

bulunur. Alan şiddetinin teğetsel bileşeninin sabit kaldığını gösteren

bu ifadede $H_{t1}=B_{t1}/\mu_1$ ve $H_{t2}=B_{t2}/\mu_2$ koyarak (12—2) denklemi elde edilir.

Her iki ortamda alan çizgilerinin normal ile teşkil ettiği açılar için

$$\operatorname{tg}\alpha_1=\frac{B_{t1}}{B_{n1}},$$

$$\operatorname{tg}\alpha_2=\frac{B_{t2}}{B_{n2}}$$

yazılabilir. Bu iki ifadeyi birbirine böldükten sonra $B_{n1}=B_{n2}$ ve $B_{t1}/B_{t2}=\mu_1/\mu_2$ olduğunu gözönüne alacak olursak

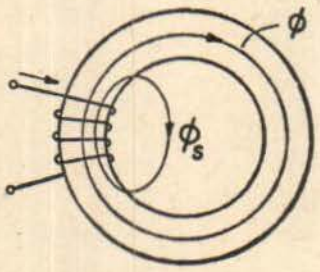
$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{\operatorname{tg}\alpha_2}=\frac{\mu_1}{\mu_2}=\frac{\mu_{r1}}{\mu_{r2}} \qquad (12—4)$$

ifadesini buluruz.

Birinci ortamın geçirgenliği çok yüksek olan bir madde (meselâ demir) ve ikinci ortamın da alçak geçirgenlikli bir madde (meselâ hava) olması halinde (12—4) ifadesine göre α_2 açısı α_1 den çok küçük olacaktır. Bu sebepten dolayı alan çizgileri demirden havaya geçerken geniş ölçüde bir kırılmaya uğrayarak hemen hemen demir yüzeyine dik olarak çıkarlar.

12 — 2. Magnetik kaçak.

Şek. 12—2 de görüldüğü gibi bir demir halka üstüne yerleştirilen bobin halkanın yalnız bir kısmını saracak olursa yalnız demir içinden geçen Φ akısından başka, alan çizgileri hava üzerinden kapa-



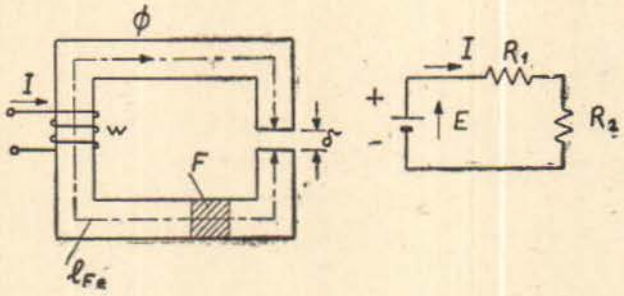
Şek. 12—2

nan bir Φ_s akısı meydana gelir. Kaçak akısı denilen bu akı çekirdek içindeki Φ akısına nazaran küçüktür. Bunun sebebi de Φ_s akısına ait alan çizgilerinin kısmen, magnetik direnci demirin magnetik direncinden çok büyük olan hava içinden geçmeleridir.

12 — 3. Seri ve paralel magnetik devreler.

a) Seri magnetik devreler.

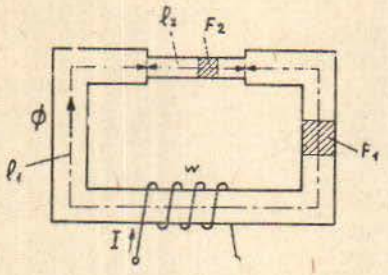
Elektrik devresinde dirençlerin seri bağlanması gibi bir magnetik devre de seri bağlı magnetik dirençlerden teşekkül edebilir. Şek. 12—3 de böyle bir seri magnetik devre görülmektedir. Bir elektromiknatısı gösteren bu magnetik devrede seri bağlı iki magnetik di-



Şek. 12—3

renç vardır: Kesiti F ve ortalama uzunluğu l_{Fe} olan demir çekirdeğin direnci, kesiti F ve uzunluğu δ olan hava aralığının direnci. Ekseriya magnetik devrelerde bu hava aralığına ihtiyaç vardır. Esasen magnetik devrenin vazifesi bu hava aralığında belli bir magnetik akı meydana getirmekten ibarettir.

Bir seri magnetik devrede kaçak ihmal edildiği takdirde magnetik akı her noktada aynı değerde olur. Bu husus, seri elektrik devresinde akımın her yerde aynı değerde olmasına tekabül eder. Bu sebepten dolayı demir içindeki ve hava aralığındaki magnetik endüksiyonlar B_{Fe} ve B_δ ile gösterilirse her iki kısmın kesiti aynı kabul edildiğinden $\Phi = B_{Fe} F = B_\delta F$ yazarak buradan $B_{Fe} = B_\delta$ bulunur. Yani havadaki endüksiyon demirdekinin aynıdır. Şek. 12—4 de görülen magnetik devrede ise iki kısmın kesitleri farklı olduğundan $B_1 F_1 = B_2 F_2$ ve dolayısiyle endüksiyonlar farklı değerde olacaktır.



Şek. 12—4

Bu seri magnetik devredeki magnetik dirençler R_{m1}, R_{m2},... ile ve alanı doğuran amper - sarım da θ ile gösterilirse Φ akısı

$$\Phi=\frac{\theta}{R_{m1}+R_{m2}+....}=\frac{\theta}{\Sigma R_m} \qquad (12—5)$$

olur. Bu bağıntı seri elektrik devresi için cari olan Ohm kanununa benzer. Şek. 12—3 ün sağında bu magnetik devreye eşdeğer olan elektrik devresi görülmektedir.

(12—5) ifadesini

$$\theta=\Phi\,(R_{m1}+R_{m2}+....)$$

şeklinde yazdıktan sonra $R_{m1}=l_1/\mu_1 F_1$, $R_2=l_2/\mu_2 F_2$,... konursa $B=\Phi/F$ ve $H=B/\mu$ olduğunu da gözönüne alarak

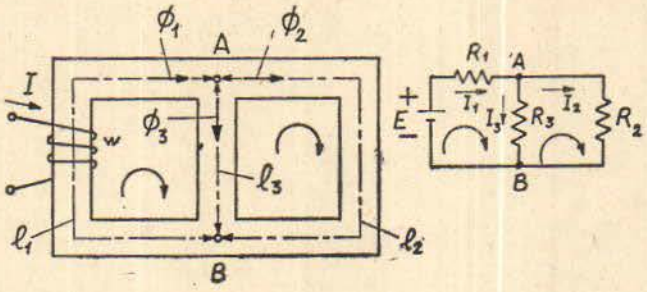
$$\theta=H_1l_1+H_2l_2+....=\Sigma\, Hl \qquad (12—6)$$

formülü elde edilir. Bundan önce gördüğümüz bu formül Amper kanunundan başka bir şey değildir. Burada H_1l_1, H_2l_2,... sırayla 1, 2,... bölgelerine ait magnetik gerilimleri gösterirler. Magnetik devrelerin hesabı bu son formül yardımiyle yapılır.

b) Paralel magnetik devreler.

Magnetik devrede de akıların kollara ayrılması mümkündür. Şek. 12—5 böyle bir magnetik devreyi göstermektedir. Sargıdan geçen I akımı tarafından meydana getirilen Φ_1 akısı A bölgesinde Φ_2 ve Φ_3 şeklinde iki akıya ayrılır. B bölgesinde bu iki akı birleşerek tekrar Φ_1 akısını meydana getirirler. Böylece

$$\Phi_1=\Phi_2+\Phi_3 \qquad (12—7)$$



Şek. 12—5

yazmak kabil olur. Bu denklem elektrik devresindeki birinci Kirşof denkleminin yerine geçer.

A ve B arasında paralel bağlı olan l_2 ve l_3 parçalarının magnetik dirençleri R_{m2} ve R_{m3} ile gösterilirse tıpkı elektrik devresinde olduğu gibi

$$\Phi_2 R_{m2} = \Phi_3 R_{m3} \qquad (12—8)$$

olur. Bu ifadeyi

$$H_2 l_2 = H_3 l_3 \qquad (12—9)$$

şeklinde de yazabiliriz. Bu denklemler magnetik gerilimin her iki paralel kol için aynı olduğunu belirtmektedir.

Şek. 12—5 in sağında magnetik devreye eşdeğer olan paralel elektrik devresi görülmektedir. Magnetik devredeki A ve B bölgeleri elektrik devresindeki A ve B düğümlerine tekabül ederler. Keza şekilde oklarla belirtilen elektrik çevrelerine magnetik devrede yine oklarla belirtilmiş olan magnetik çevreler tekabül ederler. Sağdaki çevre için yukarıda bulunan ifadeler elektrik çevresi için câri olan 2. Kirşof denklemlerinin yerine geçerler. Böylece Amper kanunu 2. Kirşof kanununun yerini almış olur. Soldaki çevre için aynı şekilde

$$\theta = \Phi_1 R_{m1} + \Phi_3 R_{m3} \qquad (12—10)$$

veya

$$\theta = H_1 l_1 + H_3 l_3 \qquad (12—11)$$

ifadeleri elde edilir.

Kirşof kanunları için carî olan işaret kaideleri aynı şekilde magnetik devreler için de kullanılabilir.

12 — 4. Magnetik devrelerin hesabı.

Bir magnetik devre genel olarak boyutları (uzunluk ve kesit) ve malzemeleri farklı olan bölgelerden teşekkül eder. Bu bölgelerden biri veya bir kaçı ekseriya hava aralığıdır. Bölgelerin her birinde magnetik alanın düzgün olduğunu kabul etmekle büyük bir hatâ işlenmiş olmaz. Ancak böyle bir kabul yaparak magnetik devreyi hesaplamak kabil olur.

Magnetik devrelerde esas itibariyle iki tip problemle karşılaşılır:

1. Devrede belli bir Φ akısı elde etmek için lüzumlu olan θ amper - sarımının tâyini.

2. Mevcut bir θ amper - sarımı tarafından meydana getirilen Φ akısının tâyini.

Pratik bakımdan daha önemli olan 1. tip problemleri çözmek için şöyle hareket edilir: Boyutları ve malzemeleri verilen magnetik devrede her hangi bir bölgenin kesiti F_k ile gösterilirse akı belli olduğundan bu bölgeye ait magnetik endüksiyon

$$B_k = \frac{\Phi}{F_k} \qquad (12-12)$$

formülü ile hesaplanır. Bu değerler bulunduktan sonra ferromagnetik malzemelerin içindeki alan şiddetleri (H_k) her malzemeye ait miknatıslanma eğrisi yardımiyle tâyin edilir. Hava aralıklarındaki alan şiddeti (H_δ) ise

$$H_\delta = \frac{B_\delta}{\mu_0} \qquad (12-13)$$

formülü ile hesaplanır. Hava aralığındaki endüksiyonu gösteren B_δ gauss cinsinden ölçüldüğü takdirde H_δ, bundan önce de görüldüğü gibi

$$H_\delta = \frac{B_\delta}{1{,}256} \approx 0{,}8\ B_\delta \qquad (12-14)$$

formülü yardımiyle bulunur. Eğer B_δ, T cinsinden ölçülürse H_δ yı A/m cinsinden $H_\delta = 8{,}10^5\ B_\delta$ yardımiyle hesaplayabiliriz.

H değerleri de bulunduktan sonra lüzumlu olan θ amper - sarımı

$$\theta = \Sigma\ H_k\ l_k \qquad (12-15)$$

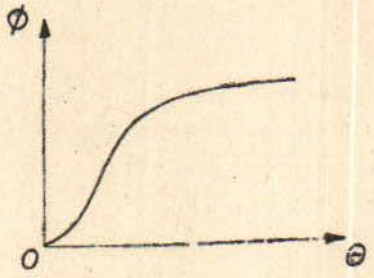
ifadesi yardımiyle hesaplanır. Bu formülde l_k, muhtelif bölgelerin ortalama uzunluklarını göstermektedir. Hava aralıkları için δ harfini

kullanacağız. Bu ortalama uzunluklar magnetik devrenin şekline göre bulunan ortalama alan çizgileri üstünde ölçülür.

Bilhassa bir kaç bölgeden meydana gelen magnetik devrelerde yukarıdaki hesapları bir cetvel halinde tertiplemek faydalı olur (örneklere bakınız).

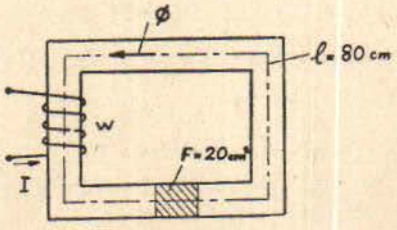
Paralel magnetik devrelerin hesabında takip edilecek olan yol aşağıda verilecek olan örnekler üzerinde daha iyi anlaşılacaktır.

2. Tipteki magnetik devre problemlerini genel olarak doğrudan doğruya çözmek kabil değildir (yalnız basit magnetik devrede bu problemi doğrudan doğruya çözmek kabil olur). Bunun da sebebi demir içinde geçirgenliğin endüksiyona bağlı olması ve endüksiyonun da henüz bilinmemesidir. Bu sebepten dolayı bu çeşit problemin çözümü 1. tip probleme ait çözümün bir kaç kere tekrarlanmasiyle elde edilir. Bunun için de keyfî olarak seçilen bir kaç akı değerine tekabül eden θ amper - sarımlarını hesaplayıp magnetik karakteristik adı verilen $\Phi = f(\theta)$ eğrisi çizilir ve bu eğriden faydalanarak her hangi bir θ amper - sarımına tekabül eden Φ akısı bulunur. Şek. 12—6 da



Şek. 12—6

görülen magnetik karakteristik miknatıslanma eğrisine benzer. Problemi çözmek için bütün karakteristiği çizmeğe lüzum yoktur. Eğrinin bir kaç noktasını bulduktan sonra enterpolasyon yaparak Φ akısı bulunur. Bu metod hem seri ve hem de paralel magnetik devreler için uygulanabilir.



Şek. 12—7

Örnek 12—1. Şek. 12—7 deki magnetik devrede çekirdek dökme çeliktendir. $\Phi=10^{-3}$ Wb değerinde bir magnetik akı elde etmek için $w=200$ sarımlı sargıdan kaç amper geçirmek gerekir?

Cevap: $B=\Phi/F=10^{-3}/20=0{,}5\ .\ 10^{-4}$ Wb/cm^2 $=0{,}5$ T dır. Bu endüksiyon için dökme çeliğin miknatıslanma eğrisinden $H=120$ A/m bulunur. Çekirdeğin ortalama uzunluğu $l=0{,}8$ m olduğundan lüzumlu olan amper - sarım için

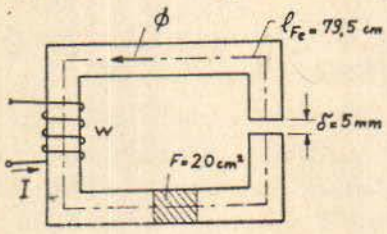
$$\theta=Hl=120\ .\ 0{,}8=96 \text{ AW}$$

değeri elde edilir. Sargıdan

$$I=\frac{\theta}{w}=\frac{96}{200}=0{,}48 \text{ A}$$

geçirmek gerekir.

Örnek 12—2. Şek. 12—7 de görülen çekirdekte $\delta=5$ mm lik bir hava aralığı açılarak şek. 12—8 de görülen magnetik devre elde edi-



Şek. 12—8

liyor. Bu durumda yine aynı magnetik akıyı elde etmek için sargıdan kaç amper geçirmek gerekir? Kaçak ihmal edilecektir.

Cevap: Kaçak ihmal edildiğinden demir çekirdekte ve hava aralığında endüksiyon aynı olup $B_\delta=B_{Fe}=\Phi/F=0{,}5$ T dır. Bu endüsiyon için dökme çelik içinde $H_{Fe}=120$ A/m dir. Hava aralığında ise

$$H_\delta=\frac{0{,}5\ .\ 10^{-3}}{1{,}256\ .\ 10^{-6}}=400000 \text{ A/m}$$

olur. Böylece lüzumlu amper - sarım için

$$\theta=H_{Fe}\,l_{Fe}+H_\delta\,\delta=120\ .\ 0{,}795+400000\ .\ 0{,}005=$$
$$=95{,}5+2000=2095{,}5 \text{ AW}$$

değeri elde edilir. Bu amper - sarımı elde edebilmek için sargıdan

$$I = \frac{2095{,}5}{200} = 10{,}5 \text{ A}$$

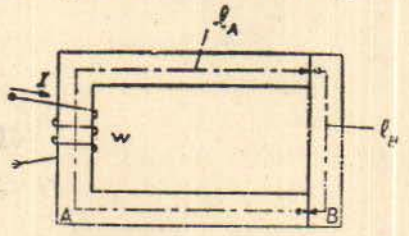
geçirmelidir.

Bu iki örneğin karşılaştırılmasından hava aralığının magnetik devredeki rolü derhal ortaya çıkar. Gerçekten hava aralığı yokken yalnız 96 amper - sarıma ihtiyaç olduğu halde hava aralığının varlığı amper - sarımın $2095{,}5/96 \approx 21{,}8$ defa arttırılmasına sebep olmuştur (aynı akıyı elde etmek için). Bu noktayı gözönüne alarak bilhassa elektrik makinalarında hava aralığını mümkün mertebe küçük tutmağa çalışılır.

Örnek 12—3. Şek. 12—7 deki sargıdan $I = 2{,}5$ A geçirildiği vakit meydana gelecek olan akıyı hesaplayınız.

Cevap: $\theta = wI = 200 \cdot 2{,}5 = 500$ AW ve $H = wI/l = 500/80 = 62{,}5$ A/cm dir. Dökme çeliğin miknatıslanma eğrisinden bu alan şiddetine tekabül eden endüksiyon için $B = 0{,}167 \cdot 10^{-3}$ Wb/cm^2 = 16700 G değeri elde edilir. Çekirdeğin kesiti $F = 20$ cm^2 olduğundan $\Phi = BF = 0{,}167 \cdot 10^{-3} \cdot 20$ Wb = 334000 M bulunur.

Örnek 12—4. Şek. 12—9 da görülen magnetik devre iki bölgeden teşekkül etmekte olup A parçasının ortalama uzunluğu $l_A = 1{,}5$ m, kesiti $F_A = 10$ cm^2 ve B parçasının ortalama uzunluğu $l_B = 0{,}5$ m, kesiti $F_B = F_A = 10$ cm^2 dir. A nın malzemesi silisyumlu çelik levhadan ve B nin malzemesi ise dökme demirdendir. Çekirdekte $\Phi = 10^{-3}$ Wb lik bir akı meydana getirmek için lüzumlu olan amper - sarımı bulunuz.



Şek. 12—9

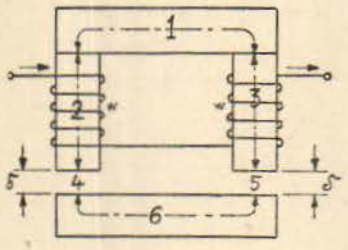
Cevap: A parçasındaki endüksiyon $B_A = \Phi/F_A = 1$ Wb/m^2 dir. Silisyumlu çelik levhanın miknatıslanma eğrisinden $B_A = 1$ Wb/m^2 için $H_A = 3{,}5$ A/cm ve dökme demirin miknatıslanma eğrisinden $B_B = 1$ Wb/m^2 için $H_B = 105$ A/cm bulunur. Böylece lüzumlu amper - sarım için

$$\theta = H_A l_A + H_B l_B = 3{,}5 \cdot 150 + 105 \cdot 50$$
$$= 525 + 5250 = 5775 \text{ AW}$$

değeri elde edilir.

Buraya kadar incelenen örneklerde en fazla iki farklı bölgenin bulunduğu kabul edilmiştir. Şayet bölge sayısı daha çoksa bu takdirde hesapları bir cetvel halinde yapmanın daha faideli olduğunu yukarıda söylemiştik. Şimdi buna ait bir örnek görelim.

Örnek 12—5. Şek. 12—10 da görülen elektromiknatısa ait bilgi aşağıdaki cetvelin ilk dört sütununda verilmiştir. Hava aralığında 1 T değerinde bir endüksiyon elde etmek için lüzumlu olan amper - sarım nedir ve bu amper - sarımı elde etmek için birbirini destekliyecek şekilde seri bağlı olan $w=500$ sarımlı sargılardan kaç amper geçirmek gerekir ? Kaçak ihmal edilecektir.



Şek. 12—10

$\Phi=8\,.\,10^{-3}$Wb

Bölge No.	Malzeme	l 10^{-2} m	F 10^{-4} m^2	B T	H 10^2 /m	Hl AW
1	Dökme çelik	30	100	0,8	1,9	57
2	»	15	80	1	3	45
3	»	15	80	1	3	45
4	Hava aralığı	0,4	80	1	8000	3200
5	»	0,4	80	1	8000	3200
6	Dökme demir	35	130	0,615	12	735

$\Theta=\Sigma Hl=7282$ AW

Cevap: Hava aralığındaki endüksiyon 1 T olduğundan her yerde aynı olan akı $\Phi=8\,.\,10^{-3}$ Wb dir. Böylece muhtelif bölgelerdeki endüksiyonlar için bulunan değerler cetvelde beşinci sütuna ve cetvelin altıncı sütununa da miknatıslanma eğrileri yardımiyle bulunan alan şiddetleri yazılmıştır. Hava aralıkları için alan şiddeti $H_\delta=B_\delta/\mu_0$ formülü ile hesaplanmıştır. Bu alan şiddetlerini her bölgenin uzunluğu ile çarparak bulunan değerler yedinci sütundadır. Nihayet bu kısmî

magnetik gerilimleri toplayarak lüzumlu amper - sarım değeri için $\theta = 7282$ AW bulunur. İki sargı birbirini destekliyecek tarzda seri bağlı olduğundan $\theta = 2wI$ dır. Buradan lüzumlu uyarma akımı için $I = 7282/2.500 \approx 7{,}28$ A değeri bulunur.

Yukarıdaki örnekte kaçak ihmal edilemediği takdirde problemi şöyle çözmek gerekir: Meselâ kaçağın % 15 kadar olduğu kabul edilirse hava aralığından geçen akıyı Φ_δ ve sargının bulunduğu kısımdan geçen akıyı da Φ ile göstererek

$$\Phi - \Phi_\delta = 0{,}15\,\Phi = \Phi_s$$

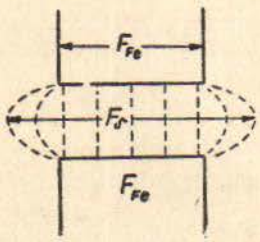
yazılır ve buradan $\Phi = \Phi_\delta/0{,}85$ bulunur (Φ_s kaçak akısıdır). $\Phi_\delta = 8.10^{-3}$ Wb olduğundan $\Phi = 8 . 10^{-3}$ Wb$/0{,}85 \approx 9{,}4 . 10^{-3}$ Wb elde edilir. Hesaplar aşağıdaki cetvelde özetlenmiştir.

Bölge No.	Malzeme	l 10^{-2} m	F 10^{-4} m²	Φ 10^{-3} Wb	B Wb/m²	H 10^2 A/m	Hl AW
1	Dökme çelik	30	100	0,94	0,94	2,5	75
2	»	15	80	0,94	1,17	4,9	73,5
3	»	15	80	0,94	1,17	4,9	73,5
4	Hava aralığı	0,4	80	0,8	1	8000	3200
5	»	0,4	80	0,8	1	8000	3200
6	Dökme demir	35	130	0,8	0,615	21	735

$\Theta = \Sigma Hl = 7357$ AW

Bu durumda sargıdan $I = 7357/2.500 \approx 7{,}36$ A geçirmek gerekir.

Hava aralığından geçen alan çizgileri bu aralık büyükçe olduğu zaman kenarlara kayarlar, şek. 12—11. Bu suretle hava aralığında da bir kaçak meydana geliyor demektir. Bunu hesaplarda gözönüne al-

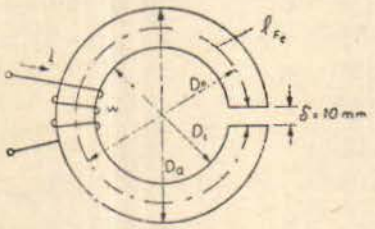


Şek. 12—11

mak için hava aralığının kesiti demir kesitinden biraz büyük alınır. Hava aralığı kesitini bulmak için demir kesitin çarpılması gereken

faktör 1 ile 1,2 arasında değişir : $F_\delta=(1...1,2)\,F_{Fe}$. Burada en büyük faktör en büyük hava aralığına tekabül eder.

Örnek 12—6. Şek. 12—12 de görülen ve dinamo saçından yapılan halkanın iç çapı $D_i=10$ cm ve dış çapı $D_a=14$ cm dir. Halkanın kesiti $F_{Fe}=4$ cm² olduğuna göre $\Phi=0,4\,.\,10^{-3}$ Wb değerinde bir akı elde etmek için $w=600$ sarımlı sargıdan kaç amper geçirmek gerekir? Hava aralığının kesiti $F_\delta=1,1\,F_{Fe}$ olarak alınacaktır.



Şek. 12—12

Cevap : Demir içindeki endüksiyon

$$B_{Fe}=\frac{0,4\,.\,10^{-3}}{4}=10^{-4}\ \text{Wb/cm}^2$$

dir. Hava aralığının kesiti $F_\delta=1,1\,.\,4=4,4$ cm² olduğundan buradaki endüksiyon

$$B_\delta=\frac{0,4\,.\,10^{-3}}{4,4}\approx 0,91\,.\,10^{-4}\ \text{Wb/cm}^2$$

dir. Dinamo saçına ait olan miknatıslanma eğrisi yardımiyle $B_{Fe}=10^{-4}$ Wb/cm² için $H_{Fe}=3$ A/cm ve hava aralığı için de

$$H_\delta=\frac{B_\sigma}{\mu_0}=\frac{0,91\,.\,10^{-4}}{1,256\,.\,10^{-8}}=7280\ \frac{\text{A}}{\text{cm}}$$

bulunur. Halkanın ortalama çapı

$$D_0=\frac{10+14}{2}=22\ \text{cm}$$

ve ortalama uzunluğu

$$l_0=\pi D_0=22\,\pi=69,08\ \text{cm}$$

dir. Dinamo saçının uzunluğu ise

$$l_{Fe}=l_0-\delta=69,08-1=68,08\ \text{cm}$$

olur. Böylece θ için

$$\theta = H_{Fe}\, l_{Fe} + H_\delta\, \delta = 3 \,.\, 68{,}08 + 7280 \,.\, 1$$
$$= 204 + 7280 = 7484 \text{ AW}$$

değeri bulunur. Sargıdan

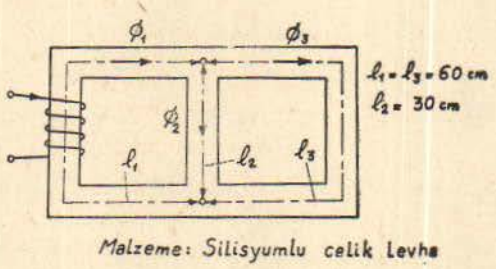
$$I = \frac{7484}{600} \approx 12{,}5 \text{ A}$$

geçirmek lâzımdır.

Bir magnetik devre bir kaç sargı tarafından uyarıldığı vakit bu sargıların bağlanış şekillerine göre farklı magnetik durumlar meydana gelir. Sargıları elektriksel bakımdan seri veya paralel ve magnetik bakımdan da birbirini destekleyecek veya birbirinin tesirini azaltmağa çalışacak şekilde bağlamak kabildir.

Yukarıda görülen örneklerin hepsi seri magnetik devrelere aitdir. Aşağıda paralel devrelere ait iki örnek verilmiştir.

Örnek 12—7. Şek. 12—13 de üç fazlı transformatörlerde rastlanan bir magnetik devre tipi görülmektedir. Ortadaki kısımda $\Phi_2 = 2 \,.\, 10^{-3}$ Wb değerinde bir magnetik akı elde etmek için lüzumlu olan amper-sarımı hesaplayınız. Kesit her yerde aynı olup $F = 20$ cm^2 dir. Kaçak ihmal edilecektir.



Şek. 12—13

Cevap: Orta kısımdaki endüksiyon

$$B_2 = \frac{\Phi_2}{F} = \frac{2 \,.\, 10^{-3}}{20 \,.\, 10^{-4}} = 1 \text{ T}$$

dır. Bu değer için silisyumlu levhanın miknatıslanma eğrisinden $H_2 = 3{,}5$ A/cm bulunur. Sağ taraftaki bölgedeki alan şiddeti ise

$$H_2 l_2 = H_3 l_3$$

formülü yardımiyle hesaplanır. $l_2=30$ cm ve $l_3=60$ cm olduğundan $H_3=3{,}5\,.\,30/60=1{,}75$ A/cm elde edilir. Bu alan şiddetine tekabül eden magnetik endüksiyon için yine miknatıslanma eğrisinden $B_3\approx 0{,}725$ T bulunur. Bu kısımdaki akı $\Phi_3=B_3F=0{,}725\,.\,20\,.\,10^{-4}=1{,}4\,.\,10^{-3}$ Wb dir. Böylece soldaki bölgeden geçen akı için

$$\Phi_1=\Phi_2+\Phi_3=2\,.\,10^{-3}+1{,}45\,.\,10^{-3}=3{,}45\,.\,10^{-3}\ \text{Wb}$$

bulunur. Bu kısımdaki endüksiyon

$$B_1=\frac{\Phi_1}{F}=\frac{3{,}45\,.\,10^{-3}}{20\,.\,10^{-4}}=1{,}725\ \text{T}$$

ve bu endüksiyona ait alan şiddeti $H_1=120$ A/cm dir. Sol taraftaki magnetik çevre için carî olan

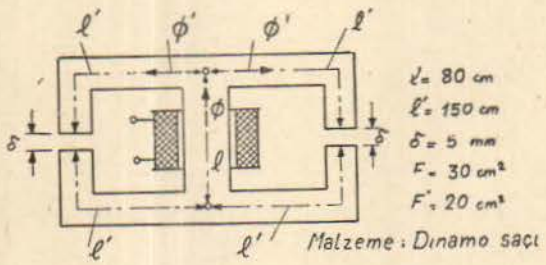
$$\theta=H_1l_1+H_2l_2$$

formülü yardımiyle aranan amper - sarım için

$$\theta=120\,.\,60+3{,}5\,.\,30=7200+105=7305\ \text{AW}$$

değeri elde edilir.

Örnek 12—8. Şek. 12—14 deki magnetik devrede ortadaki kısımda $\Phi=1{,}2\,.\,10^{-3}$ Wb değerinde bir akı meydana getirmek için $w=300$ sarımlı uyarma sargısından kaç amper geçirmek lâzımdır ? Kaçak ihmal edilecektir.



Şek. 12—14

Cevap : Magnetik devredeki simetriden dolayı (sağ taraf sol tarafın aynıdır) sargı tarafından meydana getirilen Φ akısı iki eşit akıya ayrılır. Bu akı Φ' ile gösterilirse $\Phi'=\Phi/2=0{,}6\,.\,10^{-3}$ Wb olur. Yine simetriden dolayı devrenin yalnız bir tarafını incelemek kâfi gelir. Orta kısımdaki ve yan kısımlardaki endüksiyonlar sıra ile $B=\Phi/F=0{,}4$ T ve $B'=\Phi'/F=0{,}3$ T dır. Bu endüksiyonlar için dinamo saçına ait miknatıslanma eğrisinden alan şiddetleri için $H\approx 0{,}5$ A/cm

ve $H' \approx 0{,}7$ A/cm değerleri bulunur. Hava aralığındaki endüksiyon da $B_\delta' = 0{,}3$ T olduğundan aralıktaki alan şiddeti $H_\delta = 2400$ A/cm olur. Böylece θ için

$$\theta = Hl + 2H'l' + H_\delta \delta = 0{,}5 \cdot 80 + 2 \cdot 0{,}7 \cdot 150 + 2400 \cdot 0{,}5$$

$$= 40 + 210 + 1200 = 1450 \text{ AW}$$

değeri bulunur. Sargıdan

$$I = \frac{1450}{300} = 4{,}83 \text{ A}$$

geçirmek lâzımdır.

12 — 5. Uyarma (ikaz) sargısının hesabı.

Belli bir magnetik akı elde etmek için lüzumlu olan θ amper-sarımını bulduktan sonra sıra bu işi görecek olan uyarma sargısının hesabına yani sargının sarım sayısının ve kullanılacak tel kesitinin tâyinine gelir.

Uyarma sargısını besliyecek olan gerilim U ile, bu sargının direnci R ile ve uyarma akımı I ile gösterilirse Ohm kanununa göre

$$U = RI$$

dir. Sargının ortalama sarım uzunluğu l_m ile gösterilirse telin uzunluğu

$$l = wl_m$$

olacağından R için

$$R = \frac{wl_m}{\varkappa S}$$

yazılabilir. Burada S, tel kesitini göstermektedir. Böylece S için

$$S = \frac{wIl_m}{\varkappa U} = \frac{\theta l_m}{\varkappa U} \qquad (12-16)$$

formülü bulunur.

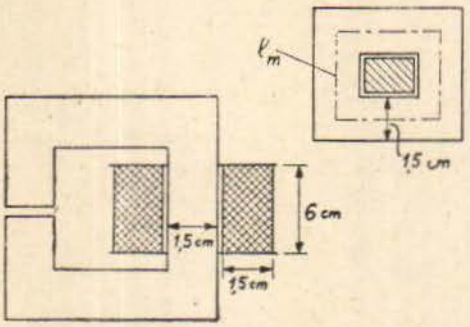
Sargıdan geçirilecek olan akım müsaade edilen akım yoğunluğu (J) yardımiyle bulunur:

$$I = JS. \qquad (12-17)$$

Akım yoğunluğunun değeri soğutma şartlarına bağlı olup yaklaşık olarak 1—6 A/mm^2 arasındadır.

Yukarıdaki hesapları yaptıktan sonra elde edilen sarımların magnetik devreye yerleştirilip yerleştirilemiyeceğini kontrol etmek ve sargının ısı bakımından durumunu incelemek gerekir.

Örnek 12—9. Şek. 12—15 de görülen bobin $U=110$ V ile beslendiğine göre kullanılacak telin (bakır) kesitini, uyarma akımını ve sarım sayısını hesaplayınız. Akım yoğunluğu 4,5 A/mm² alınacaktır. $\theta=4200$ AW dir.



Şek. 12—15

Cevap: Bobinin ortalama sarım uzunluğu $l_m \approx 13$ cm $=0{,}13$ m olduğundan tel kesiti için

$$S=\frac{4200\,.\,0{,}13}{45\,.\,110}=0{,}11 \text{ mm}^2$$

bulunur. Sargı ısındıktan sonra direnci en yüksek değeri alacağından $\varkappa$ için 56 yerine 45 Sm/mm² alınmıştır.

Kullanılacak olan akım

$$I=4{,}5\,.\,0{,}11=0{,}495 \text{ A}$$

ve sarım sayısı

$$w=\frac{4200}{0{,}495}=7500$$

dir.

13. Elektromagnetik endüksiyon

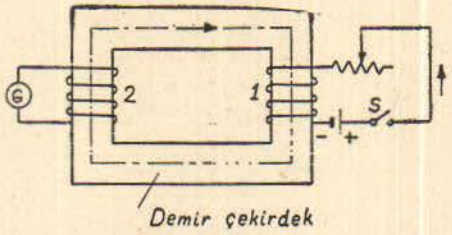
13 — 1. Magnetik alanın tesirleri.

Magnetik alanın teknik önemi bu alan içinde görülen iki tesire dayanır: Elektromagnetik endüksiyon tesiri ve mekanik kuvvet tesiri. Bu bahiste göreceğimiz elektromagnetik endüksiyonun en önemli tek-

nik tatbikatı elektrik generatörleri ve transformatörlerdir. Kuvvet tesirinin en önemli teknik tatbikatına örnek olarak elektrik motorlarını ve elektromiknatısları gösterebiliriz.

13 — 2. Transformasyon endüksiyonu.

Magnetik alan yardımiyle gerilim elde etmeğe yarayan olaya elektromagnetik endüksiyon olayı veya sadece endüksiyon olayı denilir. Şek. 13—1 de endüksiyon olayını görmek için yapılabilecek olan bir deneyin prensip şeması görülmektedir. Bu şekilde görülen ve bir



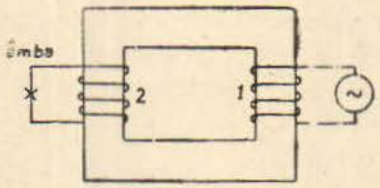
Şek. 13—1

üreteç tarafından beslenen 1 bobini bir magnetik alan meydana getirir. Bu magnetik alanın alan çizgileri 2 bobinin içinden de geçer. 2 bobininin uçları hassas bir ölçü âletine (G galvanometresi) bağlanmıştır. *S* anahtarı açıkken galvanometrede hiç bir sapma görülmez. Buna karşılık *S* anahtarı kapatılır kapatılmaz galvanometre sapar. Kısa süren bu sapma bize anahtar kapatılır kapatılmaz 2 bobininden bir akım geçtiğini gösterir. Anahtar tekrar açılacak olursa galvanometrenin yine kısa süren bir sapma yaptığı görülür. Yalnız bu sefer sapma ters yöndedir ve dolayısiyle 2 bobininden geçen akım anahtar kapatıldığı vakit geçen akımın tersidir. Bir devreden akımın geçebilmesi için bir gerilime ihtiyaç olduğundan gerek anahtar kapatıldığı ve gerekse açıldığı zaman 2 bobininde bir gerilimin meydana geldiği anlaşılır. 1 bobini ile 2 bobini arasında elektriksel bakımdan her hangi bir bağlantı olmadığından 2 den bir akım geçmesine sebep olan şey anahtar kapatıldığı zaman meydana gelen ve açıldığı zaman da yok olan magnetik alandır. İşte bu olaya endüksiyon olayı adı verilir. Endüksiyon olayı esnasında 2 bobininde bir EMK endüklenir ve bu EMK de galvanometre devresinden bir endüksiyon akımının akmasına sebep olur.

Endüksiyon yapabilmek için 2 bobini içinden geçen akıyı değiştirmek lâzımdır. Bu değişme meselâ yukarıda olduğu gibi anahtarı açıp kapamak suretiyle elde edilebileceği gibi, 1 bobininin devresinde bulunan direnci değiştirmek suretiyle de elde edilebilir. Bu direnç arttırılacak olursa 1 den geçen akım küçüleceğinden magnetik alan da

zayıflar ve direnç azaltılacak olursa akım büyüyerek alan şiddetlenir. Bu iki hale tekabül eden endüksiyon akımının yönleri birbirine zıttır.

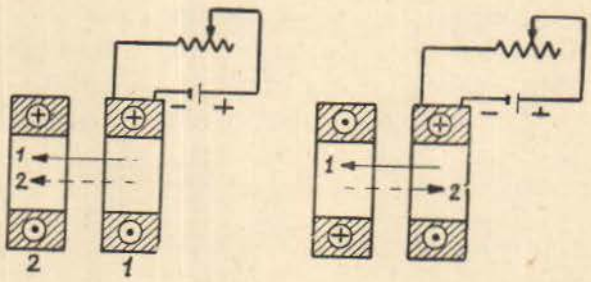
Yukarıda açıklanan endüksiyon olayında gerek alanı yaratan 1 bobini ve gerekse endüksiyonun meydana geldiği 2 bobini hiç bir hareket yapmadığından bu olaya hareketsiz endüksiyon veya transformasyon endüksiyonu denilir. 1 sargısından geçen akımı ve dolayısiyle magnetik alanı anahtar veya direnç yardımiyle değiştirecek yerde bu sargıyı şek. 13—2 de görüldüğü gibi zamanla değişen bir akım veren bir alternatif akım üreteci ile besliyerek de değiştirmek kabildir. Böylece magnetik alan sürekli olarak değer ve yön bakımından değişeceğinden 2 sargısında sürekli olarak akan bir alternatif akım elde edilir. İşte bu şekilde çalışan cihazlara transformatör adı verilir. Şek. 13—2 de 2 sargısının uçları bir lâmbaya bağlanmıştır.



Şek. 13—2

13 — 3. Endüksiyon akımının yönü (Lenz kaidesi).

Bir endüksiyon olayı esnasında meydana gelen endüksiyon akımının yönü Lenz kaidesi denilen bir kaide yardımiyle tâyin edilir. Bu kaideye göre endüksiyon akımı kendisini meydana getiren magnetik alandaki değişmeleri önliyecek şekilde akar. Şek. 13—3 de bu kaideyi



Şek. 13—3

açıklamak için yapılan deneyler görülmektedir. Soldaki montajda 1 bobini tarafından meydana getirilen akımın zayıflatıldığı ve sağdaki

montajda ise bu akımın şiddetlendirildiği kabul edilmiştir. 1 bobininin meydana getirdiği magnetik alan her iki halde de 1 oku yönündedir. Endüksiyon akımı tarafından meydana getirilen alanların yönleri ise 2 oku ile belirtilmiştir. Magnetik alan zayıflarken Lenz kaidesine göre endüksiyon akımı bunu önliyecek bir alan meydana getirecek şekilde akacaktır. Bu şart ancak endüksiyon akımının alanı endükleyen alan yönünde olduğu zaman yerine gelir. Magnetik alan şiddetlenirken de endüksiyon akımı bunu önlemek zorundadır. Bu da endüksiyon akımı tarafından meydana getirilen alan endükleyen alana zıt yönde olduğu vakit yerine gelir. Her iki halde endüksiyon akımının hangi yönde akacağı şekilde belirtilmiştir.

13 — 4. Endüksiyon kanunu.

Bir endüksiyon olayında meydana gelen EMK magnetik akının değişim hızı ve sargının sarım sayısı ile orantılıdır. Magnetik akının t zamanına göre değişim hızı matematikde $d\Phi/dt$ türevi ile ifade edilir. Böylece magnetik akının Vs (Wb) birimi ile ve gerilimin de V birimi ile ölçüldüğü pratik sistemde endüksiyon EMK'i için

$$e = w \frac{d\Phi}{dt} \qquad (13-1)$$

yazılır. Endüksiyon EMK'i de genel olarak Φ akısı gibi zamanla değiştiğinden bu formülde EMK için küçük harf kullanılmıştır. Şayet Φ akısı Maxwell cinsinden alınırsa EMK'i V cinsinden bulabilmek için $1\ M = 10^{-8}$ Vs olduğunu gözönüne alarak formülü ayrıca 10^{-8} ile de çarpmak icap eder :

$$e = w \frac{d\Phi}{dt} \cdot 10^{-8}. \qquad (13-2)$$

Yukarıdaki denklemlerde $d\Phi/dt$ bir tek sarımda endüklenen EMK'i gösterir. Φ akısı her sarım için aynı olduğu takdirde bütün sargıda endüklenen EMK $d\Phi/dt$ yi w ile çarparak bulunabilir. Şayet her sarımdan Φ_1 , Φ_2,... gibi farklı akılar geçerse endüksiyon formülü

$$e = \left(\frac{d\Phi_1}{dt} + \frac{d\Phi_2}{dt} + ... \right) = \frac{d(\Phi_1 + \Phi_2 + ...)}{dt} \qquad (13-3)$$

şeklini alır. Bu formülde görülen

$$\psi = \Phi_1 + \Phi_2 + ... \quad (\psi, \text{ psi şeklinde okunur}) \qquad (13-4)$$

akısı bütün sarımlardan geçen akıların toplamını gösterdiğinden buna toplam akı veya sargı (zincir) akısı denir. Her sarımdan aynı Φ akısının (buna sarım akısı da denilir) geçmesi halinde sargı akısı

$$\psi = w\Phi \qquad (13-5)$$

olacaktır. Nihayet w_1 sarımdan Φ_1 akısı, w_2 sarımdan Φ_2 akısı vs. geçerse toplam akı

$$\psi = w_1\Phi_1 + w_2\Phi_2 + ... = \Sigma\, w\Phi \qquad (13-6)$$

olur.

Yukarıdaki açıklamaya dayanarak endüksiyon EMK'i için genel olarak cari olan

$$e = \frac{d\psi}{dt} \qquad (13-7)$$

formülü yazılabilir.

Elektromagnetik endüksiyon kanununu belirten (13—1) veya (13—7) ifadeleri bu şekilleri ile endüksiyon EMK'inin yönünü hesaba katmazlar. Bu da formülün önüne bir (—) işareti koymakla sağlanabilir. Böylece

$$e = -w\,\frac{d\Phi}{dt} \qquad (13-8)$$

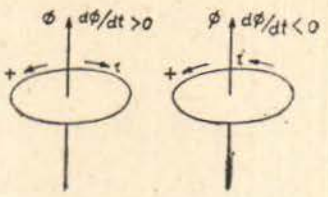
veya

$$e = -\,\frac{d\psi}{dt} \qquad (13-9)$$

ifadeleri elde edilir. Şimdi bu işaretin anlamını açıklayalım. Şek. 13—4 de bir tek sarım görülmektedir. Bu sarım üzerinde seçilecek

Şek. 13—4

olan akım yönüne burgu kaidesi yardımiyle bulunan bir pozitif akı yönü tekabül eder. Şek. 13—4 de pozitif akım yönü ve buna tekabül eden pozitif akı yönleri oklarla belirtilmiştir. Φ akısı arttığı yani $d\Phi/dt$ pozitif olduğu zaman Lenz kaidesine göre akım negatif yönde akacaktır. Bu durum şek. 13—5 de sol tarafta gösterilmiştir. Buna karşılık akı azaldığı yani $d\Phi/dt$ negatif olduğu zaman Lenz kaidesine göre akım pozitif yönde akar. Bu durum da şek. 13—5 de sağ tarafta belirtilmiştir. Akım yönü ile EMK yönü ayni olduğundan böylece $d\Phi/dt > 0$ için $e < 0$ ve $d\Phi/dt < 0$ için de $e > 0$ olduğu anlaşılır. Yukarıda (—) işareti olan endüksiyon formüllerinin her iki halde de doğru sonuç verecekleri kolayca görülebilir.



Şek. 13—5

Örnek 13—1. $w=500$ sarımlı bir sargıdan geçen magnetik akı $\Phi=10^{-3}\cos 100\,t$ (Wb) fonksiyonuna göre değişiyor. Bu sargıda endüklenecek olan EMK'i bulunuz.

Cevap : $e=-500\cdot\dfrac{d(10^{-3}\cos 100\,t)}{dt}=50\sin 100\,t$ (V)

Şek. 13—1 de 2 bobini ve galvanometreden meydana gelen devrenin toplam direnci R ile gösterilirse bu devreden geçen akım için Ohm kanunu yardımiyle

$$i=\frac{e}{R}=-\frac{w}{R}\frac{d\Phi}{dt} \qquad (13-10)$$

ifadesi elde edilir. dt zamanı zarfında 2 sargısından geçen elektrik miktarı dQ ile gösterilirse yukarıdaki bağıntı yardımiyle

$$dQ=idt=-\frac{w}{R}\,d\Phi$$

yazılabilir. Magnetik akı Φ_1 değerinden Φ_2 değerine gelinceye kadar geçecek olan elektrik miktarı ise

$$Q=-\frac{w}{R}\int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi$$

integrali ile hesaplanacaktır. Böylece

$$Q=-\frac{w}{R}(\Phi_2-\Phi_1) \qquad (13-11)$$

formülü bulunur. Bu değişme bir t zamanı zarfında yapıldığı takdirde ortalama akım

$$I_0=\frac{Q}{t}=-\frac{w}{Rt}(\Phi_2-\Phi_1) \qquad (13-12)$$

formülü ile ve ortalama EMK'de

$$E_0 = RI_0 = -\frac{w}{t}(\Phi_2 - \Phi_1) \qquad (13-13)$$

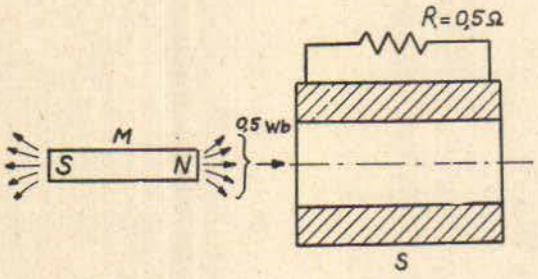
formülü ile hesaplanır.

Şayet t zamanı zarfında 2 sargısından geçen Q elektrik miktarını ölçebilirsek w ve R bilindiği takdirde (13—11) yardımiyle $\Phi_2 - \Phi_1$ değişmesini bulmak kabil olur. Elektrik miktarını balistik galvanometre denilen bir âletle ölçebiliriz. Şek. 13—1 de S anahtarını açıp kapamak veya direnci değiştirmek suretiyle 2 sargısında bir endüksiyon yapıldığı vakit bu sargının devresine sokulan balistik galvanometrenin ilk sapması devreden geçen elektrik miktarı için bir ölçü teşkil eder. İlk sapma α ile gösterilirse

$$Q = k\,\alpha \qquad (13-14)$$

olur. Bu formülde k, galvanometreye ait bir sabiti gösterir.

Örnek 13—2. Şek. 13—6 da çubuk şeklindeki M miknatısının akısı 5 μWb dir (1 μWb=10^{-6} Wb). Direnci $R_s = 1{,}5\ \Omega$ ve sarım sayısı



Şek. 13—6

$w=500$ olan S bobininin uçları $R=0{,}5\ \Omega$ luk bir dirençle birleştirilmiştir. İlk önce bobinden çok uzakta bulunan miknatıs hızlı olarak bobin için sokulduğuna göre

a) Bobinden geçecek olan elektrik miktarını,

b) Çubuk 0,1 saniye zarfında bobin içine girdiğine göre ortalama akım şiddetini,

c) Ortalama EMK'i

hesaplayınız.

Cevap: a) $\Phi_1 = 0$ ve $\Phi_2 = 5 \cdot 10^{-6}$ Wb olduğundan

$$Q = \frac{500}{1{,}5+0{,}5}(0 - 5 \cdot 10^{-6}) = -1{,}25 \cdot 10^{-3}\ \text{C}$$

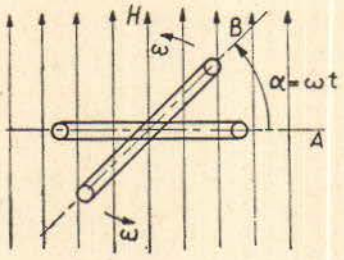
bulunur.

b) $I_0 = -1{,}25 \cdot 10^{-3}/0{,}1 = -1{,}25 \cdot 10^{-2}\ \text{A} = -12{,}5\ \text{mA}.$

c) $E_0 = -2 \cdot 12{,}5 = -25\ \text{mV}.$

13—5. Hareket endüksiyonu.

Şek 13—7 de hareket endüksiyonunu açıklamak maksadiyle yapılabilecek bir deney görülmektedir. Bu şekilde görülen çerçeve, alan çizgileri yukarıya doğru yönelen düzgün bir alan içine yerleştirilmiştir. Çerçeve A durumunda iken içinden geçen akı $\Phi_m = BF$ dir. Bura-



Şek. 13—7

da B, düzgün olduğu kabul edilen magnetik alandaki sabit endüksiyonu ve F ise çerçevenin yüzeyini göstermektedir. Şimdi bu çerçeve sabit bir açısal hızla (ω) meselâ sola doğru döndürülürse herhangi bir t anında yatay eksenle $\alpha = \omega t$ açısını teşkil eder. Bu anda çerçeveden geçen akı

$$\Phi = BF \cos \alpha = \Phi_m \cos \omega t \qquad (13—15)$$

olur. Bu suretle çerçeve içinden geçen akının değiştiği anlaşılır. Çerçevenin sarım sayısı w ile gösterilirse bu dönme hareketinin devamınca endüklenecek olan EMK için

$$e = -w \frac{d\Phi}{dt} = w\omega\Phi_m \sin \omega t = E_m \sin \omega t \qquad (13—16)$$

formülü elde edilir. Bu formülde

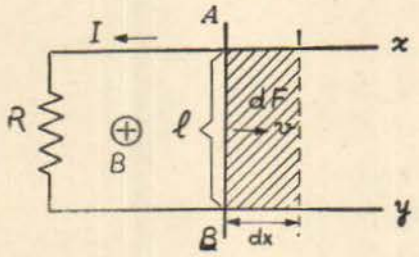
$$E_m = w\omega\Phi_m = w\omega BF, \qquad (13—17)$$

sargıda endüklenen ve zamanla sinüs fonksiyonu gibi değişen EMK'in maksimum değerini gösterir. (13—15) ifadesine göre zamanla kosinüs gibi değişen akının maksimum değeri ise $\Phi = BF$ dir.

Bu EMK bir hareket sonunda elde edildiği için olaya hareket endüksiyonu adı verilir. Çerçeveyi sabit tutup magnetik alanı ve dolayısiyle bu alanı meydana getiren sistemi (meselâ uzun bir bobini) döndürmek suretiyle de aynı endüksiyon tesiri elde edilir.

Hareket endüksiyonu elektrik generatörlerinin prensibini teşkil eder. Şek. 13—7 de verilen tertibe doğru akım generatörlerinde rastlanır. Her ne kadar (13—16) ifadesine göre elde edilen EMK zamanla değişen bir EMK ise de bu generatörde bulunan ve kolektör adı verilen bir parça yardımiyle generatörün verdiği akımı doğru akıma çevirmek kabil olur. Alternatif akım generatörlerinde ise sargılar sabit tutulup magnetik alanı meydana getiren sistem hareket ettirilir.

Şek. 13—8 de hareket endüksiyonuna ait diğer bir örnek görülmektedir. Bu sistemde x ve y paralel iki iletkeni ve AB ise bu iletkenler üstünde kayabilen bir teli göstermektir. Bütün sistemin, magnetik endüksiyonu B olan ve alan çizgileri kâğıdın arkasına doğru giden düzgün bir alan içine ve alan çizgilerine dik olarak yerleştiril-



Şek. 13—8

diği kabul edilmiştir. Şimdi AB teline meselâ sağa doğru sabit v hızı ile düzgün bir hareket yaptırılacak olursa R direncinden bir akımın geçtiği görülür. Bu akımın meydana gelmesine sebep olan şey, AB teli ile R direnci tarafından teşkil edilen kapalı çevreden geçen magnetik akının değişmesidir. AB telinin x ve y iletkenleri arasında kalan uzunluğu l ile gösterilirse sonsuz küçük dt zamanı zarfında süpürülen ve şekilde taranmış olan dF yüzeyinden geçen akı

$$d\Phi = B\,dF = B\,l\,dx$$

olarak bulunur. Bunu endüksiyon formülünde yerine koyarak ($w=1$)

$$e = -Bl\,\frac{dx}{dt}$$

formülü bulunur. Bu ifadede dx/dt, AB iletkeninin v hızını gösterdiğinden (işareti gözönüne almayarak)

$$E = Blv \qquad (13—18)$$

yazılabilir. Gerek B ve gerekse v nin sabit oldukları kabul edildiğinden bu suretle elde edilen EMK sabit olur. Bu sebepten EMK, E şeklinde gösterilmiştir.

Sistemden geçen akımın yönü Lenz kaidesi yardımiyle kolayca bulunabilir. Bu yönü bulmak için kullanılan pratik bir kaide de sağ el kaidesidir:

Sağ el kaidesi: Sağ el, alan çizgileri avuç içine girecek ve açılan baş parmak iletkenin hareket yönünü gösterecek şekilde tutulursa açılmış vaziyette olan diğer parmaklar endüksiyon EMK'inin ve dolayısiyle endüksiyon akımının yönünü gösterirler.

Şek. 13—8 de alan veya hareket yönlerinden biri değişecek olursa endüksiyon akımının yönü de değişir.

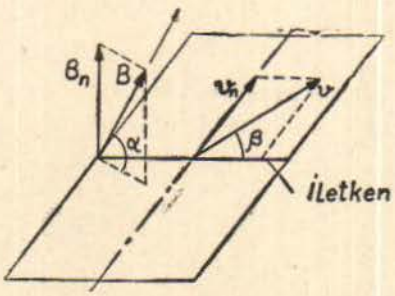
(13—18) formülünde E yi volt cinsinden bulmak için B yi Vs/cm^2 (veya Vs/m^2), l yi cm (veya m) ve v yi de cm/s (veya m/s) olarak almak icap eder. B endüksiyonu G cinsinden alındığı takdirde $1\,G = 10^{-8}$ Vs/cm^2 olduğunu gözönüne alarak bu formülü 10^{-8} ile çarpmalıdır:

$$E = Blv \,.\, 10^{-8}. \qquad (13—19)$$

Örnek 13—3. Uzunluğu $l = 80$ cm olan bir çubuk düzgün bir magnetik alan içinde ($B = 10^{-4}$ Vs/cm^2) $v = 5$ m/s sabit hızıyla hareket ediyor. Alan, iletken ve hareket yönleri birbirine dik olduğuna göre çubukta endüklenen gerilimi hesaplayınız.

Cevap: $E = 10^{-4} \,.\, 80 \,.\, 500 = 4$ V.

Şek. 13—8 de iletkenin hem kendisine ve hem de alan çizgilerine dik olarak hareket ettiği kabul edilmiştir. Şayet şek. 13—9 da gö-



Şek. 13—9

rüldüğü gibi alan çizgileri hareket düzlemi ile bir α açısı teşkil edecek olurlarsa yukarıdaki formüllerde B yerine bunun hareket düzlemine dik doğrultudaki $B_n = B \sin \alpha$ bileşenini almak gerekir :

$$E = B l v \sin \alpha. \qquad (12-20)$$

Nihayet iletken ayrıca kendisine dik kalarak hareket edecek yerde kendisiyle bir β açısı teşkil eden bir doğrultuda hareket ederse v yerine bunun iletkene dik doğrultudaki $v_n = v \sin \beta$ bileşenini almak gerekir :

$$E = B l v \sin \alpha \sin \beta. \qquad (13-21)$$

Son formülden kolayca görülebileceği α ve β açılarından herhangi biri sıfır olursa $E = 0$ olur ve dolayısiyle hiçbir endüksiyon tesiri görülmez. Bu açıların sıfırdan farklı olmaları halinde iletkenin hareket esnasında alan çizgilerini kestiği söylenir ve hareket endüksiyonunun ancak alan çizgileri iletken tarafından kesildiği vakit meydana gelebileceğinden bahsedilir. Alan çizgisi kavramı sırf alanı göstermek için kullanılan bir kavram olduğundan bu kesilme de gerçek bir olay değildir.

Örnek 13—4. Yukarıdaki örnekte $\alpha = 30°$ ve $\beta = 60°$ olduğuna göre endüksiyon EMK'i kaç volt olur ?

Cevap : $E = 4 \sin 30°. \sin 60° = 4 . 0{,}5 . 0{,}866 = 1{,}73$ V.

Yukarıda incelediğimiz örnekte Φ akısı zamanla düzgün bir şekilde değişir. Düzgün değişen bir alan içinde yapılan endüksiyonda sabit bir gerilim elde edilir. Böyle bir değişme halinde endüksiyon formülünü başka bir şekle sokmak kabildir. Magnetik akı Δt zamanı zarfında Φ_1 değerinden Φ_2 değerine gelmişse (azalarak veya çoğalarak) endüksiyon EMK'i

$$E = -w \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{\Delta t} = -w \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \qquad (13-22)$$

olur. Burada $\Delta \Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ (Δ, delta şeklinde okunur) akıdaki artmayı veya azalmayı gösterir.

Örnek 13—5. Şek. 13—1 deki sistemde 2 sargısında $w_2 = 5000$ sarım vardır. 1 sargısının devresinde bulunan direnci arttırmak suretiyle magnetik akı $\Phi_1 = 2 . 10^{-3}$ Wb değerinden $\Phi_2 = 1{,}5 . 10^{-3}$ Wb değerine indiriliyor. Bu değişme düzgün bir şekilde ve $\Delta t = 0{,}5$ s zarfında yapıldığına göre 2 sargısında meydana gelen EMK'i bulunuz.

Cevap : $E=5000\,\frac{2\,.\,10^{-3}-1{,}5\,.\,10^{-3}}{0{,}5}=5$ V.

13 — 6. Self - endüksiyon.

Magnetik devrede akı için câri olan

$$\Phi=\frac{wI}{R_m}=G_m\,wI$$

formülünü tekrar ele alalım. Şayet her sarımdan aynı Φ akısı geçecek olursa w sarım için sargı akısı

$$\psi=w\,\Phi=\frac{w^2}{R_m}\,I=w^2\,G_m\,I$$

olur. Bir kısaltma olmak üzere

$$L=\frac{w^2}{R_m}=w^2\,G_m \qquad (13-23)$$

koyarak sargı akısı için

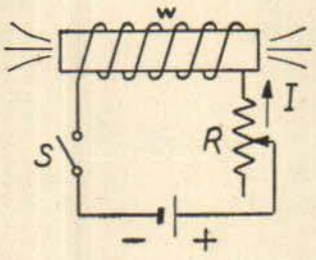
$$\psi=LI \qquad (13-24)$$

yazmak kabil olur. Yukarıdaki ifadelere göre, $\Omega s=1$ H (henry) birimiyle ölçeceğimiz L ye self - endüktans veya sadece endüktans adı verilir. Self - endüktans, devrenin boyutlarına, şekline ve magnetik geçirgenliğine bağlı olan bir büyüklüktür. Demirsiz magnetik devrelerde R_m magnetik direnci sabit olduğundan bu gibi sistemlerde endüktans da sabit olur. Bu durumda ψ akısı I akımı ile orantılı olacaktır. Buna karşılık demirli magnetik devrelerde direnç geçirgenliğe bağlı olarak değişir. Diğer taraftan magnetik geçirgenlik de alan şiddetine ve dolayısiyle sargıdan geçen akıma bağlı olduğundan bu akım değiştikçe endüktans da akıma bağlı olarak değişir.

Pratikte rastlanan endüktans değerleri için H birimi oldukça büyük olduğundan bunun yerine ekseriya mili - henry birimi kullanılır:

$$1\text{ mH}=10^{-3}\text{ H}.$$

Magnetik akı ile bunu meydana getiren akım arasındaki bağıntıyı böylece formüle ettikten sonra şimdi self - endüksiyon olayını açıklayalım. Şek. 13—10 da bobinli bir elektrik devresi görülmektedir. S anahtarı kapatıldıktan sonra devreden geçecek olan akımı R direncini değiştirmek suretiyle âyar etmek ve dolayısiyle azaltmak ve çoğaltmak kabil olur. Böylece bobinden geçen ve I akımına $\psi=LI$ ifadesiyle bağlı olan toplam akı da değişecektir. Diğer taraftan en-



Sek. 13—10

düksiyon kanununa göre bu akının değişmesi bobinde bir EMK'in doğmasına sebep olacaktır. Magnetik akının değişmesi bobinin kendi akımındaki değişmeden dolayı husûle geldiğinden bu suretle meydana gelen gerilime kendi kendine endüksiyon anlamına gelen self - endüksiyon EMK'i adı verilir. e_s şeklinde göstereceğimiz self - endüksiyon EMK'i de tıpkı diğer çeşit endüksiyonlarda olduğu gibi aynı formül yani

$$e_s = -\frac{d\psi}{dt}$$

formülü yardımiyle bulunur. Bu ifadede ψ yerine (13—24) deki karşılığını koyarsak

$$e_s = -\frac{d(Li)}{dt} \qquad (13—25)$$

ifadesini elde ederiz. Bu son ifadede akım için I yerine i harfi kullanmamıza sebep artık bunun değişen bir büyüklüğü göstermesidir. Bu akımı, meselâ yukarıda belirtildiği gibi R direnci yardımiyle veya S anahtarını açıp kapamak suretiyle değiştirmek kabildir. Keza bobini, değişen bir akım veren bir alternatif akım üretecine bağlayarak da aynı sonucu elde ederiz.

Self - endüksiyonla elde edilen EMK için yazılan (13—25) ifadesi, şayet L endüktansının sabit olduğu kabul edilebiliyorsa

$$e_s = -L\frac{di}{dt} \qquad (13—26)$$

şekline sokulabilir. Endüktansın ne zaman sabit olacağı yukarıda belirtilmiştir.

L ye self - endüksiyon katsayısı da denir.

Self - endüksiyon EMK'inin yönü de Lenz kaidesi yardımiyle tâyin edilir. Bobinden geçen akım ve dolayısiyle magnetik akı yükse-

lirken e_s EMK'i, devrede akımın artmasını önleyecek bir akım meydana getirmeğe çalışacak şekilde yönelir. Bu da akım artarken self-endüksiyon geriliminin batarya gerilimine zıt yönde olacağını gösterir. Şayet akım ve dolayısiyle akı azaltılacak olursa bu sefer de self-endüksiyon gerilimi, bu azalmayı önliyecek ve dolayısiyle azalmakta olan akımla aynı yönde olan bir akım meydana getirmeğe çalışacak tarzda yönelir. Yani bu durumda self-endüksiyon gerilimi batarya gerilimini destekliyecektir.

Self-endüksiyon EMK'ini veren formüldeki (—) işareti bundan önce endüksiyon kanununda belirttiğimiz rolü oynar. Gerçekten i akımı arttığı yani di/dt türevi pozitif olduğu vakit e_s negatif olur ve dolayısiyle akıma karşı tesir eder. Buna karşılık i azaldığı yani di/dt türevi negatif olduğu vakit de e_s pozitif bir değer alır ve dolayısiyle akım yönünde tesir eder.

Self-endüksiyon EMK'inin akım artarken ters yönde ve azalırken de aynı yönde tesir etmesi akımın değişmesini frenleyici bir rol oynar. Bu frenleme sonunda akımın bir değerden diğer bir değere yükselmesi veya düşmesi bir zamana ihtiyaç gösterir. O halde endüktanslı bir devrede akımın değeri ani olarak değişmiyecektir. Bu bakımdan endüktansın elektroteknikte oynadığı rol mekanikte kütlenin oynadığı role benzer.

Bir sargıdan geçen akım düzgün bir şekilde değişerek Δt zamanı zarfında I_1 değerinden I_2 değerine geçecek olursa (azalarak veya çoğalarak) self-endüksiyon EMK'i sabit bir değer alır ve

$$E_s = -L\frac{I_2 - I_1}{\Delta t} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t} \qquad (13-27)$$

formülüyle hesaplanır. Bu formülde $\Delta I = I_2 - I_1$, akımdaki değişmeyi gösterir. $E_s = 1$ V, $\Delta I = 1$ A ve $\Delta t = 1$ s için $L = 1$ H olacağından endüktans birimi olan henry'yi şu şekilde tarif edebiliriz:

Düzgün olarak değişen bir akım 1 s zarfında 1 A kadar azaldığı veya arttığı vakit meydana gelen self-endüksiyon EMK'i 1 V değerinde olduğu takdirde bobinin endüktansı 1 H dir.

13 — 7. Endüktansın hesabı.

Bazı hallerde endüktansı hesap yoluyla bulmak kabildir. Bir çok hallerde de L yi kolayca çıkarmak kabil olmaz. Bu gibi hallerde L yi ölçü yardımiyle tâyin yoluna gitmelidir. Aşağıda bazı magnetik sistemlerde endüktansın nasıl hesaplanacağı gösterilmiştir.

a) Halka şeklindeki bobinin endüktansı.

Çekirdeği ferromagnetik olmayan bir malzemeden olan (meselâ hava) halka şeklindeki bobinde magnetik direnç

$$R_m = \frac{l_0}{\mu_0 F}$$

ye eşit olduğundan (l_0=halkanın ortalama uzunluğu, F=halkanın kesiti) endüktans

$$L = \frac{w^2 \mu_0 F}{l_0} \qquad (13-28)$$

formülüyle hesaplanır.

Örnek 13—6. İç yarıçapı R_1=12 cm, dış yarıçapı R_2=16 cm ve kesiti daire biçiminde olan bir bobinin endüktansını hesaplayınız. Bobinin sarım sayısı w=200 dür ve içinde hava vardır.

Cevap : Yarıçap $\frac{16-12}{2}$=2 cm olduğundan kesit

$$F = \pi \cdot 2^2 = 4\pi \text{ cm}^2$$

dir. Ortalama yarıçap

$$R_0 = \frac{12+16}{2} = 14 \text{ cm}$$

ve ortalama uzunluk

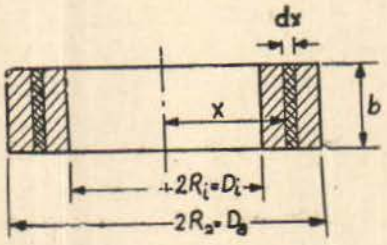
$$l_0 = 2\pi \cdot 14 = 28\pi \text{ cm}$$

dir. Böylece (13—28) formülü yardımiyle

$$L = \frac{200^2 \cdot 1{,}256 \cdot 10^{-8} \cdot 4\pi}{28\pi} = 0{,}717 \cdot 10^{-4} \text{ H} \approx 0{,}072 \text{ mH}$$

bulunur.

Halka içinde H=sabit kabul edilmediği takdirde endüktansı yukarıdaki formülle hesaplamak doğru değildir. Meselâ şek. 13—11 de



Şek. 13—11

görülen dikdörtgen kesitli halkanın endüktansını bulmak için şöyle hareket edilir : Magnetik alan şiddeti x yarıçaplı herhangi bir daire boyunca

$$H=\frac{wI}{2\pi x}$$

formülüyle bulunan bir değeri haizdir. Magnetik endüksiyon ise

$$B=\mu H=\frac{w\mu I}{2\pi x}$$

olacaktır. Halkanın genişliği b ile gösterilirse x uzaklığında bulunan ve kalınlığı dx olan çok küçük dikdörtgendan geçen akı

$$d\Phi=Bbdx=\frac{w\mu bI}{2\pi}\frac{dx}{x}$$

olur. Böylece halka kesitinden geçen akı için

$$\Phi=\frac{\mu w bI}{2\pi}\int_{R_i}^{R_a}\frac{dx}{x}$$

integrali yardımiyle

$$\Phi=\frac{\mu w bI}{2\pi}\ln\frac{R_a}{R_i} \qquad (13-29)$$

ifadesi elde edilir. Bu ifade ile $\Phi=LI/w$ ifadesini karşılaştırarak endüktans için

$$L=\frac{\mu w^2 b}{2\pi}\ln\frac{R_a}{R_i} \qquad (13-30)$$

formülü bulunur. Havalı bobin halinde bu formüllerde $\mu=\mu_0$ alınır.

Halkanın endüktansını (13—28) formülü ile hesaplayabilmek için çekirdek içinde alanın her yerde aynı değerde olduğunu kabul etmek gerekir. Ancak $a=R_a-R_i$ kalınlığı R_0 ortalama yarıçapına nazaran çok küçük olan bir bobinde bu kabulü yapmak mümkün olur. Aksi takdirde meselâ dikdörtgen kesit için endüktansı (13—30) formülüyle hesaplamak suretiyle daha doğru bir sonuç elde edilir.

Örnek 13—7. Dış yarıçapı $R_a=17{,}5$ cm, iç yarıçapı $R_i=12{,}5$ cm ve genişliği $b=4$ cm olan halka şeklindeki bobinin sarım sayısı $w=1000$ dir. Bu bobinin endüktansını hesaplayınız.

Cevap : Bobinin kalınlığı $a=R_a-R_i=17{,}5-12{,}5=5$ cm ve genişliği $b=4$ cm olduğundan kesiti $F=a\,.\,b=5\,.\,4=20$ cm^2 dir. Ortalama yarıçap

$R_0=\frac{17,5+12,5}{2}=15$ cm ve ortalama uzunluk $l_0=2\pi\,.\,15=30\pi$ cm dir. Endüktans için (13—28) formülü yardımiyle ($\mu=\mu_0$).

$$L=\frac{1000^2.\,1,256\,.\,20^{-8}.\,20}{30\pi}=2,666\,.\,10^{-3}\,\mathrm{H}=2,666\,\mathrm{mH}$$

yaklaşık değeri ve (13—30) formülü yardımiyle de daha doğru olan

$$L=\frac{1,256\,.\,10^{-8}.\,1000^2.\,4}{2\pi}\ln\frac{17,5}{12,5}=2,686\,.\,19^{-3}\,\mathrm{H}=2,686\,\mathrm{mH}$$

değeri elde edilir.

Demir çekirdekli bir bobinin endüktansının her akımda başka bir değer alacağını yukarıda belirtmiştik. Bu durumda endüktans

$$L=\frac{w^2\mu_0 F}{l_0}\,\mu_r=\mu_r L_h \qquad (13—31)$$

formülü ile hesaplanır. Bu formülde L_h, havalı bobinin (13—28) ifadesi yardımiyle hesaplanan endüktansını göstermektedir.

Örnek 13—8. Örnek 13—7 deki bobinin çekirdeği dökme çeliktendir. Bu bobinden $I_1=2$ A ve $I_2=4$ A geçtiği vakit endüktansının alacağı değerleri hesaplayınız.

Cevap : $L_h=2,666$ mH olduğundan

$$L=2,666\,\mu_r\,\mathrm{mH}$$

dir. $I_1=2$ A için alan şiddeti

$$H_1=\frac{wI_1}{l_0}=\frac{1000\,.\,2}{30\pi}=21,2\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{cm}}$$

olur. Dökme çeliğin miknatıslanma eğrisinden bu alan şiddetine tekabül eden magnetik endüksiyon için $B_1\approx 1,52\,.\,10^{-4}$ Vs/cm² bulunur. Böylece bağıl geçirgenlik için

$$\mu_{r1}=\frac{B_1}{\mu_0 H_1}=\frac{1,52\,.\,10^{-4}}{1,256\,.\,10^{-8}.\,21,2}=523$$

değeri bulunur. $I_1=2$ A için bobinin endüktansı

$$L_1 = 2{,}666 \cdot 523 = 1391{,}2 \text{ mH} \approx 1{,}39 \text{ H}$$

dir. $I_2 = 4$ A için $H_2 = 1000 \cdot 4/30\pi \approx 42{,}5$ A/cm, $B_2 = 1{,}63 \cdot 10^{-4}$ Vs/cm^2 ve

$$\mu_{r2} = \frac{1{,}63 \cdot 10^{-4}}{1{,}256 \cdot 10^{-8} \cdot 42{,}5} \approx 307$$

olur. Bu akım için endüktans

$$L_2 = 2{,}666 \cdot 307 = 816 \text{ mH} = 0{,}816 \text{ H}$$

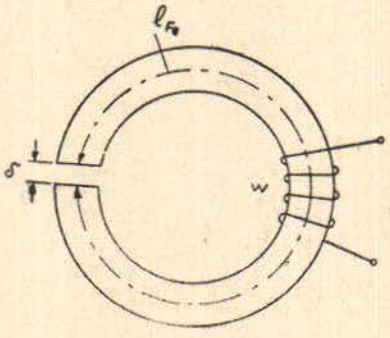
değerini alır.

b) Hava aralıklı halkanın endüktansı.

Şek. 13—12 de görülen ve bir hava aralığını ihtiva eden bobinin endüktansı

$$L = \frac{w^2}{R_{Fe} + R_\delta} \qquad (13-32)$$

formülü ile hesaplanır. Bu formülde R_{Fe} demir kısmın ve R_δ ise ha-



Şek. 13—12

va aralığının magnetik direncini gösterir. Hava aralığı büyükçe olduğu vakit R_{Fe} yi R_δ yanında ihmal etmek kabil olacağından formül

$$L = \frac{w^2}{R_\delta}$$

veya $R_\delta = \delta/\mu_0 F$ olduğunu gözönüne alarak

$$L = \frac{w^2 \mu_0 F}{\delta} \qquad (13-33)$$

şekline girer.

c) Uzun silindirik bobinin endüktansı.

l uzunluğu F kesitinin boyutlarına nazaran büyük olan bir silindirik bobinde (solenoid) alan şiddeti $H=wI/l$ ve magnetik endüksiyon $B=\mu wI/l$ dir. Böyle bir bobinin magnetik direnci esas itibariyle yalnız bobinin içinin direncinden ibaret olur. F kesitinden geçen toplam akı

$$\psi=w\,\Phi=\frac{w^2\mu F}{l}\,I$$

olacağından bobinin endüktansı

$$L=\frac{w^2\mu F}{l} \qquad (13-34)$$

formülü ile hesaplanır.

d) Bir hattın endüktansı.

Çok uzun ve paralel gidiş ve dönüş tellerinden teşekkül eden bir hattın endüktansını veren formül şu şekilde bulunur: İki paralel iletken arasında kalan kısımdan l uzunluğu boyunca geçen akı için bundan önce (bir tel için)

$$\Phi_a=\frac{\mu_0 lI}{2\pi}\ln\frac{a-R}{R} \qquad (10-26)$$

ifadesini bulmuştuk. Bu akı tellerin dışından geçtiği için burada Φ_a şeklinde gösteriyoruz. Sistem bir tek sarım gibi olduğundan ($w=1$) toplam akı $2\,\Phi_a$ akısına eşit olur. Böylece endüktans

$$L_a=\frac{\mu_0 l}{\pi}\ln\frac{a-R}{R}\approx\frac{\mu_0 l}{\pi}\ln\frac{a}{R} \qquad (13-35)$$

formülü yardımiyle hesaplanır (ekseri hallerde telin yarı çapı a uzaklığına nazaran çok küçük olduğundan $a-R$ yerine a alınır). Φ_a akısı yalnız iletkenlerin dışındaki akıyı gösterdiğinden bu formülle bulunan endüktansa dış endüktans adı verilir. Sistemin endüktansını tam olarak elde edebilmek için dış endüktansa teller içindeki alanı gözönüne alarak hesaplanan iç endüktansı ilâve etmek icap eder. Şimdi bu iç endüktansı bulmaya çalışalım. İletkenin içinde eksenden r uzaklığında endüksiyonun

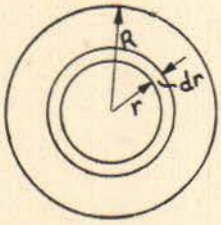
$$B_i=\frac{\mu_0 Ir}{2\pi R^2}$$

T.M.M.O.B.
ELEKTRİK MÜHENDİSLERİ ODASI
ANKARA ŞUBE KÜTÜPHANESİ

formülü ile hesaplandığını bundan önce görmüştük (bakır ve alüminyum gibi iletken malzemeleri için $\mu_r \approx 1$ alınır). Şek. 13—13 de görülen ve genişliği dr ye ve uzunluğu l ye eşit olan dikdörgen parçasından geçen akı

$$d\Phi = B_i\, dF = B_i\, l dr = \frac{\mu_0 I l r dr}{2\pi R^2}$$

dir. Bu akı iletkenden geçen bütün akımla zincirlenmiş olmayıp yalnız r yarıçaplı kısımdan geçen $r^2 I/R^2$ akımı ile zincirlenmiştir. Bu



Şek. 13—13

sebepten dolayı endüktansın hesabına esas teşkil eden ψ zincir akısını bulmak için $d\Phi$ ifadesini r^2/R^2 ile çarparak bulunan $d\psi = r^2 d\Phi/R^2$ nin $r=0$ ile $r=R$ (iletken yarıçapı) sınırları arasında integralini hesaplamak icap eder. Bu suretle ψ akısı için

$$\psi = \frac{\mu_0 I l}{8\pi} \qquad (13-36)$$

formülü bulunur. Bu formül yardımiyle bir tele ait iç endüktans için

$$L_i = \frac{\mu_0 l}{8\pi} \qquad (13-37)$$

ifadesi elde edilir. Hattın toplam iç endüktansı ise bunun iki katına yani $\mu_0 l/4\pi$ ye eşit olur. Böylece hattın toplam endüktansı için

$$L = L_a + 2L_i = \frac{\mu_0}{4\pi}\, l \left(1 + 4 \ln \frac{a}{R}\right) \qquad (13-38)$$

formülü bulunur. Bu formülde $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m koyarak

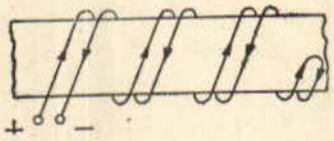
$$L = l \left(1 + 4 \ln \frac{a}{R}\right) \cdot 10^{-7} \text{ H} \qquad (13-39)$$

veya kaidesi 10 olan logaritma cinsinden ($\ln x = 2{,}3 \lg x$)

$$L = l\left(1 + 9{,}2 \lg \frac{a}{R}\right) \cdot 10^{-7}\ \mathrm{H} \qquad (13-40)$$

formülü elde edilir. Hattın endüktansını bu formüller yardımiyle hesaplarken l yi m cinsinden almak icap eder.

(13—38) ifadesinin incelenmesinden iletkenler arasındaki a uzaklığı küçüldükçe ve dolayısiyle iletkenler birbirine yaklaştıkça endüktansın alçalacağı anlaşılır. Bu sebepten dolayı birbirine çok yakın

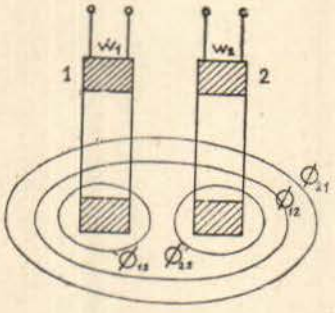


Şek. 13—14

olan tellerin endüktansı ekseriya ihmal edilebilecek kadar küçük bir değer alır. Bu özellikten pratikte endüktanssız dirençler yapmak için faydalanılır. Bu maksadla teller şek. 13—14 de görüldüğü gibi yanyana yerleştirilir. Bu çeşit sargılara bifilar sargı denilmektedir.

13 — 8. Ortak endüksiyon.

Şek. 13—15 de görüldüğü gibi 1 ve 2 bobinleri birbirine yakın olursa bir bobin tarafından meydana getirilen magnetik akı diğerinin içinden de geçer. Bu sebepten dolayı bir bobinden geçen akımda



Şek. 13—15

meydana gelen herhangi bir değişme diğer bobinden geçirdiği akının değişmesine ve böylece bu bobinde bir endüksiyon EMK'inin doğmasına sebep olur. Bu şekildeki endüksiyon olayına ortak endüksiyon veya karşılıklı endüksiyon adı verilir.

1 bobininin sargısından geçen i_1 akımı bir Φ_1 akısı meydana getirir. Bu akıya ait alan çizgilerinin bir kısmı hem 1 ve hem de 2 bobini ile ve geri kalanı da yalnız 1 bobini ile zincirlenir. 2 Bobininden de geçen akıyı Φ_{12} ile ve yalnız 1 bobini içinden geçen akıyı Φ_{1s} ile gösterirsek

$$\Phi_1 = \Phi_{1s} + \Phi_{12}$$

olur. Yalnız 1 içinden geçen Φ_{1s} akısına kaçak akısı denir. Aynı şeyler 2 bobini için de söylenir. Bu bobinden geçen i_2 akımı tarafından meydana getirilen Φ_2 akısının Φ_{21} kısmı 1 in de içinden ve Φ_{2s} kısmı yalnız 2 içinden geçer. Böylece 2 bobininin akısı

$$\Phi_2 = \Phi_{2s} + \Phi_{21}$$

olur. Burada da Φ_{2s}, 2 bobinine ait kaçak akısını gösterir.

2 bobininin sarım sayısı w_2 ile gösterilirse 1 bobini tarafından bu bobinden geçirilen toplam akı, her sarımdan aynı akı geçtiğine göre,

$$\psi_{12} = w_2 \Phi_{12}$$

olacaktır. Aynı şekilde 2 bobini de w_1 sarımlı 1 bobininden

$$\psi_{21} = w_1 \Phi_{21}$$

toplam akısını geçirir. Bu akılar tarafından 1 ve 2 sargılarında

$$e_1 = -\frac{d\psi_{21}}{dt} = -w_1 \frac{d\Phi_{21}}{dt},$$

$$e_2 = -\frac{d\psi_{12}}{dt} = -w_2 \frac{d\Phi_{12}}{dt}$$

EMK'leri endüklenir. ψ_{12} ve ψ_{21} toplam akıları için, tıpkı self-endüksiyonda yapıldığı gibi

$$\left.\begin{aligned} \psi_{12} &= M_{12} i_1, \\ \psi_{21} &= M_{21} i_2 \end{aligned}\right\} \qquad (13-41)$$

yazılabilir. Burada M_{21} ye, 1 bobininin 2 bobinine nazaran ortak endüksiyon katsayısı veya ortak endüktansı denilir. Ayni şekilde M_{21} de 2 bobininin 1 bobinine nazaran ortak endüktansını gösterir. Bu katsayıların da endüktans gibi henry birimi ile ölçülecekleri kolayca görülebilir.

İki bobinden meydana gelen sistemde μ=sabit olduğu (demirsiz sistem gibi) kabul edilirse Φ_{12} ve Φ_{21} akılarına karşı gösterilen dirençler birbirine eşit olacağından bunu R_m ile göstererek

$$\Phi_{12}=\frac{w_1 i_1}{R_m},$$

$$\Phi_{21}=\frac{w_2 i_2}{R_m}$$

yazılabilir. Diğer taraftan

$$\psi_{12}=w_2 \Phi_{12}$$

ve

$$\psi_{21}=w_1 \Phi_{21}$$

olduğu da gözönüne alınırsa (13—41) yardımiyle

$$M_{12}=M_{21}=M=\frac{\psi_{12}}{i_1}=\frac{\psi_{21}}{i_2}=\frac{w_1 w_2}{R_m} \qquad (13—42)$$

bağıntıları elde edilir. $M_{12}=M_{21}$ olduğunu, yani iki bobinin bir tek ortak endüktansa sahip olduklarını magnetik enerji yardımiyle de görmek kabildir. İki bobini ayıran ortamda ferromagnetik madde bulunmadığı takdirde magnetik geçirgenlik ve dolayısiyle magnetik direnç sabit kalacağından ortak endüktans da sabit kalır ve bobinlerden geçen akımlara bağlı olmaz. M=sabit şartı altında ortak endüksiyon sonunda iki bobinde endüklenen EMK'ler için

$$\left.\begin{aligned} e_1&=-M\frac{di_2}{dt},\\ e_2&=-M\frac{di_1}{dt}\end{aligned}\right\} \qquad (13—43)$$

denklemleri yazılabilir. Böylece ortak endüksiyon sonunda birbirine magnetik olarak bağlı bulunan iki devreden birinde meydana gelen EMK'in diğer devreden geçen akımın değişme hıziyle orantılı olduğu ortaya çıkar.

İki bobinden teşekkül eden sistemde bir ortak endüksiyonun meydana gelebilmesi için bu bobinlerin magnetik bakımdan birbirine bağlı olması gerekir. Bu durumda bobinlerin magnetik kuplaj halinde oldukları söylenir. Magnetik kuplaj Φ_{12} ve Φ_{21} akıları tarafından sağlanmaktadır. Bir magnetik kuplaj sıkı veya gevşek olabilir. Bir çok hallerde kuplajın derecesini belirtmek için kuplaj katsayısı kavramından faydalanılır.

1 ve 2 bobinlerinin kuplaj katsayıları

$$\left.\begin{aligned} k_1 &= \frac{\Phi_{12}}{\Phi_1}\,, \\ k_2 &= \frac{\Phi_{21}}{\Phi_2} \end{aligned}\right\} \qquad (13—44)$$

oranları ile târif edilir. Diğer taraftan (13—42) ifadeleri yardımiyle M ortak endüktansı için

$$M = \frac{w_2 \Phi_{12}}{i_1}$$

veya

$$M = \frac{w_1 \Phi_{21}}{i_2}$$

yazılabilir. Bu iki denklemi birbiriyle çarptıktan sonra $\Phi_{12} = k_1 \Phi_1$ ve $\Phi_{21} = k_2 \Phi_2$ olduğunu gözönüne alarak

$$M^2 = k_1 k_2 \frac{w_1 \Phi_1}{i_1} \cdot \frac{w_2 \Phi_2}{i_2}$$

bağıntısı elde edilir. Bu ifadede $w_1 \Phi_1 / i_1 = L_1$, 1 bobininin ve $w_2 \Phi_2 / i_2 = L_2$ ise 2 bobininin self-endüktansını gösterir. Böylece M için

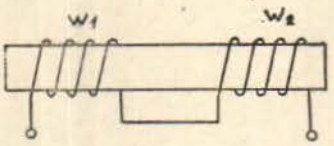
$$M = \sqrt{k_1 k_2} \cdot \sqrt{L_1 L_2}$$

ifadesi bulunur. $\sqrt{k_1 k_2}$ ye iki bobinin kuplaj katsayısı denilir ve k harfi ile gösterilir:

$$M = k \sqrt{L_1 L_2}\,. \qquad (13=45)$$

k_1 ve k_2 daima 1'den küçük olduklarından k kuplaj katsayısı da 1'den küçük bir değeri haizdir. Magnetik kuplajın sıfır olması halinde $k=0$ olur.

Aralarında magnetik kuplaj bulunan iki bobin seri bağlanacak olursa bu suretle elde edilen sistemin eşdeğer (toplam) endüktansı şu şekilde bulunur: Şek. 13—16 da iki bobin, magnetik akıları aynı yönde olacak yani birbirini magnetik bakımdan destekliyecek şekilde bağlanmıştır. Bu sistemde endüklenen toplam EMK



Şek. 13—16

$$e=-\left[(L_1+L_2)\frac{di}{dt}+2M\frac{di}{dt}\right]$$

olacaktır. Bu ifade $e=-L'\,di/dt$ bağıntısı ile karşılaştırılırsa

$$L'=L_1+L_2+2M \qquad (13-46)$$

formülü bulunur. L' sistemin eşdeğer endüktansını göstermektedir.

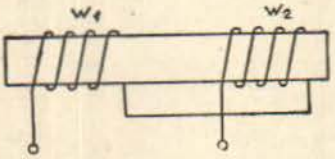
Şayet bobinler Şek. 13—17 de görüldüğü gibi yani zıt yönde bağlanırsa bu durumda

$$e=-\left[(L_1+L_2)\frac{di}{dt}-2M\frac{di}{dt}\right]$$

ve eşdeğer endüktans

$$L'=L_1+L_2-2M \qquad (13-47)$$

olur.



Şek. 13—17

İki bobin arasında magnetik kuplaj bulunmadığı takdirde $M=0$ olacağından eşdeğer endüktans

$$L=L_1+L_2 \qquad (13-48)$$

şeklinde yani bobinlerin endüktanslarını toplamak suretiyle bulunur. Ayni şey, seri bağlı ikiden fazla sayıda bobin için de caridir.

Şayet aralarında magnetik kuplaj bulunmayan iki bobin paralel bağlanacak olursa

$$e_a = -L\frac{di}{dt} = -L_1\frac{di_1}{dt} = -L_2\frac{di_2}{dt}$$

ve

$$i = i_1 + i_2$$

olduğunu gözönüne alarak L eşdeğer endüktansı için

$$L = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} \qquad (13-49)$$

ifadesi elde edilir. Daha genel olarak n tane paralel bağlı endüktans halinde

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \ldots + \frac{1}{L_n} \qquad (13-50)$$

bağıntısı cari olur.

Örnek 13—9. İki bobinin self - endüktansları $L_1 = 0{,}25$ H, $L_2 = 0{,}45$ H ve ortak endüktansları $M = 0{,}1$ H dir :

a) Bobinler şek. 13—16 ve şek. 13—17 deki gibi bağlanırsa eşdeğer endüktans ne olur ?

b) İki bobinin kuplaj katsayısı nedir ?

Cevap : a) $L' = 0{,}25 + 0{,}45 + 2 \cdot 0{,}2 = 0{,}9$ H,

$L'' = 0{,}25 + 0{,}45 - 2 \cdot 0{,}1 = 0{,}5$ H.

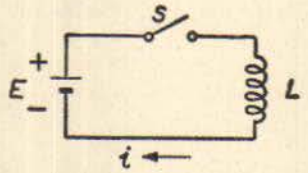
b) $k = \dfrac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \dfrac{0{,}1}{\sqrt{0{,}25 \cdot 0{,}45}} = 0{,}298.$

Alternatif gerilimleri alçatmak veya yükseltmek maksadiyle kullanılan ve transformatör adı verilen cihazların çalışma prensibi ortak endüksiyon olayına dayanır. Elektrik enerjisini harcayıcıların bulunduğu yere naklederken hatdaki enerji kaybını mümkün mertebe azaltmak gayesi ile yüksek bir gerilim kullanılır. Bunun için de generatörlerin gerilimini bir yükseltici transformatör yardımiyle enerji nakli için uygun bir değere çıkarmak gerekir. Buna karşılık harcayıcıların bulunduğu yerde bu gerilimi tekrar alçak bir değere indirmek lâzımdır. Bu işi de bir alçaltıcı transformatör görür.

Ortak endüksiyonun zararlı tesirine meselâ kuvvetli akım hatlarına paralel olarak döşenen zayıf akım (telefon) hatlarında rastlanır. Telefon hatlarında ortak endüksiyon sonunda meydana gelen endüksiyon akımları telefonda gürültünün meydana gelmesine ve böylece konuşmanın zorlaşmasına sebep olurlar.

13—9. Endüktanslı devrelerde geçici olaylar.

Şek. 13—18 de bobinli bir doğru akım devresi görülmektedir. Devrede bobin bulunmasaydı S anahtarı kapatılınca akacak olan akımı $I=E/R$ (R=devrenin toplam direnci) formülü ile bulacaktık. Bobinin devreye sokulmasından dolayı akım bu değeri ancak aradan bir zaman geçtikten sonra alabilir. Bu gecikmenin sebebi S anahtarı kapatılınca akımda vukua gelen değişmeden dolayı endüktansı L olan bobinde batarya gerilimine zıt yönde tesir eden ve dolayısiyle akımın yükselmesini önlemeğe çalışan self - endüksiyon geriliminin meydana



Şek. 13—18

gelmesidir. Bundan dolayı devrede elektrik motoru, elektromiknatıs vesaire gibi self - endüksiyon tesiri gösteren kısımların bulunması halinde akım, Ohm kanunu tarafından tâyin edilen değere ancak bir süre sonra ulaşabilir. Şimdi akımdaki yükselmenin ne şekilde olacağını bulalım. Şek. 13—18 deki devrede S anahtarı kapatıldıktan sonra iki EMK bulunur: Bataryanın EMK'i E ve self - endüksiyon EMK'i e_s. Böylece devrenin gerilim denklemi

$$E+e_s=Ri$$

şeklinde olur. Bu ifadede $e_s=-Ldi/dt$ koyarak

$$E=Ri+L\frac{di}{dt} \qquad (13-51)$$

denklemini elde ederiz. i akımının zamana göre türevini ihtiva eden bu denklem bir diferansiyel denklemdir.

Yukarıdaki diferansiyel denklemi çözmek, yani i akımının zamanla nasıl değiştiğini gösteren fonksiyonu bulmak için şu yol tâkip edilir: Bu denklemi R ile bölerek

$$\frac{E}{R}-i=\frac{L}{R}\frac{di}{dt}$$

şekline sokalım. Bu ifadede $I=E/R$ ve

$$T=\frac{L}{R} \qquad (13-52)$$

koyarsak

$$I-i=T\frac{di}{dt}$$

veya

$$-\frac{dt}{T}=-\frac{di}{I-i}$$

ifadesini elde ederiz. Bu denklemin iki tarafının integrali alınırsa

$$-\frac{t}{T}=\ln (I-i)+C$$

ifadesi bulunur. Burada C integral sabitini göstermektedir. Bu sabitin değeri ilk şart yardımiyle yani başlangıçtaki ($t=0$) akım değeri vasıtasiyle tâyin edilir. İncelenen örnekte $t=0$ anında (anahtarın kapanması anında) $i=0$ olduğundan bu değerleri son ifadede yerlerine koyarak

$$O=\ln I+C$$

veya

$$C=-\ln I$$

bulunur. Böylece

$$-\frac{t}{T}=\ln (I-i)-\ln I$$

veya

$$-\frac{t}{T}=\ln\frac{I-i}{I}$$

yazabiliriz. Neperiyen logaritmanın tarifine göre

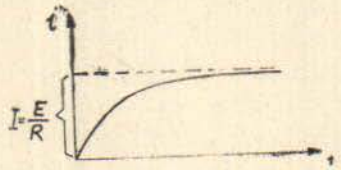
$$\frac{I-i}{I}=e^{-\frac{t}{T}}$$

olacaktır. Bu ifade i akımına göre çözülürse

$$i=I(1-e^{-\frac{t}{T}}) \qquad (13-53)$$

denklemi bulunur. Bu denklem akımın zamanla nasıl yükseldiğini gös-

teren fonksiyondan ibarettir. Şek. 13—19 da $i=f(t)$ eğrisi görülmektedir. Akım üstel bir fonksiyona göre yükselerek limitde $I=E/R$ değerini alır. I ye akımın limit değeri veya sürekli değeri adı verilir. i akımı sürekli değere vardıktan sonra devrenin sürekli rejimde bulunduğu



Şek. 13—19

söylenir. Akım değişirken devrenin geçici rejimde olduğundan bahsedilir. (13—53) ifadesine göre akımın sürekli değere ulaşabilmesi için teorik bakımdan sonsuz uzun bir zaman geçmesi gerekir. Fakat pratik bakımdan akım bu değere bir müddet sonra yaklaşır.

(13—52) de târif edilen T ye zaman sabiti adı verilir. Gerçekten L endüktansı Ωs birimi ile ve R direnci de Ω birimi ile ölçüldüklerinden T nin saniye birimi ile ölçüldüğü, yani zaman boyutunda olduğu kolayca görülmektedir. t zamanı T ye eşit olduğu vakit (13—53) ifadesine göre akım

$$i=I\left(1-\frac{1}{e}\right)=0{,}632\,I \qquad (e=2{,}718)$$

değerine yükselir. Bu suretle bir bobinin zaman sabiti büyük olursa akımın yavaş artacağı ve küçük olursa hızlı artacağı anlaşılır. Pratik olarak, 4...5 T ye eşit olan bir zaman sonunda akımın sürekli değerini aldığı kabul edilebilir.

Örnek 13—10. EMK'i $E=100$ V ve iç direnci $r=0{,}5\,\Omega$ olan bir batarya, direnci $R_s=3{,}5\,\Omega$ ve endüktansı $L=2$ H olan bir bobinin uçlarına bağlanıyor. Akımın artışını veren fonksiyonu bulunuz.

Cevap: $I=\dfrac{100}{0{,}5+3{,}5}=25$ A ve $T=\dfrac{2}{4}=0{,}5$ s

olduğundan

$$i=25\,(1-e^{-\frac{t}{0{,}5}})=25\,(1-e^{-2t})$$

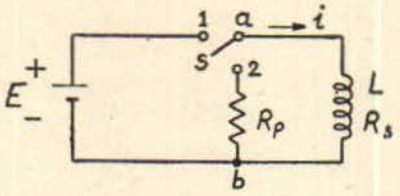
fonksiyonu bulunur.

Bobinde meydana gelen self - endüksiyon EMK'i

$$e_s=-L\,\frac{di}{dt}=E\,e^{-\frac{t}{T}}$$

formülüne göre değişir. $t=0$ anında bataryanın EMK'ine eşit olan e_s üstel olarak azalarak sürekli rejimde sıfır olur.

Şek. 13—18 de sürekli rejim meydana geldikten sonra S anahtarı açılacak olursa akım azalmaya başlar ve bu sırada bobinde akımın azalmasını frenliyecek yönde bir self-endüksiyon EMK'i husûle gelir. Bu EMK bataryanın EMK'i ile ayni yönde tesir eder. Devre açıldığı vakit akımın azalışı yalnız devrenin R direncine ve bobinin L endüktansına bağlı olmayıp devrenin kesilme tarzı ile de ilgilidir. Şayet devre hızlı olarak açılırsa bu esnada akımın değişme hızı çok büyük olacağından bobinde çok yüksek bir self-endüksiyon EMK'i meydana gelir. Bu yüksek EMK açılan anahtarın uçları arasında bir ark meydana getirerek akımın bir müddet daha akmasını sağlar. Anahtar için zararlı olan bu arktan başka meydana gelen yüksek gerilim bobinin izolasyonu için de bir tehlike teşkil eder. İşte bunun önüne geçmek için endüktanslı devreleri açarken bobinin uçlarına bir direnci paralel bağlamak veya bobini kısa devre etmek



Şek. 13—20

cihetine gidilir. Şek. 13—20 de S anahtarı 1 durumunda iken akım I sürekli değerini aldıktan sonra 2 durumuna getirelim. Bu esnada akım self-endüksiyon tesiri ile ayni yönde akmağa devam eder. Şimdi devrede yalnız $e_s=-Ldi/dt$ EMK'i bulunduğundan gerilim denklemi

$$e_s=(R_s+R_p)\,i=Ri$$

veya

$$Ri+L\frac{di}{dt}=0$$

şeklini alır ($R=R_s+R_p$). Bu diferansiyel denklemi

$$\frac{di}{i}=-\frac{R}{L}\,dt=-\frac{dt}{T}$$

şekline soktuktan sonra iki tarafın integralini hesaplarsak

$$\ln i=-\frac{t}{T}+C$$

denklemini buluruz. C integral sabitini bulmak için ilk şartdan faydalanmak icap ettiğinden $t=0$ için $i=I$ olduğunu gözönüne alarak

$$C=\ln I$$

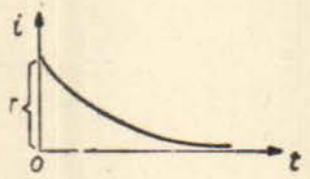
bulunur. Böylece yukarıdaki ifade

$$\ln \frac{i}{I}=-\frac{t}{T}$$

şekline girer ve buradan akımın azalmasını tâyin eden

$$i=I e^{-\frac{t}{T}} \qquad (13-54)$$

fonksiyonu elde edilir. Şek. 13—21 de akımın azalışını gösteren üstel eğri görülmektedir. (13—54) ifadesine göre $t=T$ olduğu zaman akım



Şek. 13—21

$$i=\frac{I}{e}=0{,}368\, I$$

değerine düşer. Burada da pratik bakımdan 4 ... 5 T ye eşit olan müddet sonunda akım sıfıra düşmüş olur.

Örnek 13—11. İçinden $I=25$ A geçen bir bobinin direnci $R_s=2\Omega$ ve endüktansı $L=0{,}2$ H dir. Bu bobin kısa devre ($R_p=0$) edildiği takdirde akım nasıl değişir ?

Cevap : $T=\frac{0{,}2}{2}=0{,}1$ s olduğundan

$$i=25\, e^{-\frac{t}{0{,}1}}=25\, e^{-10t}$$

ifadesi bulunur.

Bobinin uçlarına bağlı olan R_p direncindeki yani a ve b noktaları arasındaki gerilim

$$u=R_p i=R_p I e^{-\frac{t}{T}} \qquad (13-55)$$

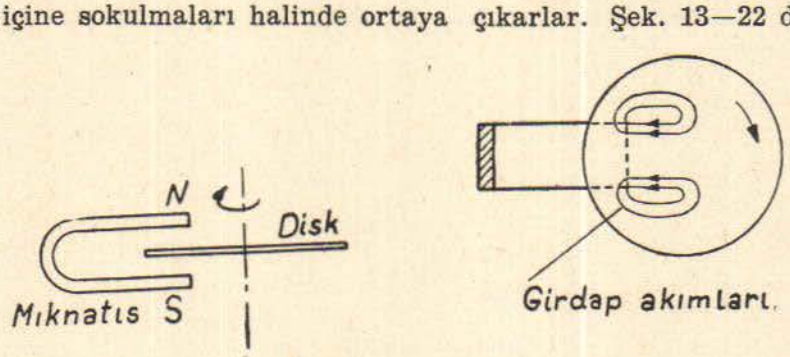
şeklinde değişir. Bu gerilimin ilk andaki ($t=0$) değeri

$$U=R_p\,I$$

dir. Meselâ yukarıdaki örnekte bobin $R_p=10\ \Omega$ üzerinden bağlanırsa $U=10\,.\,25=250$ V olacaktır.

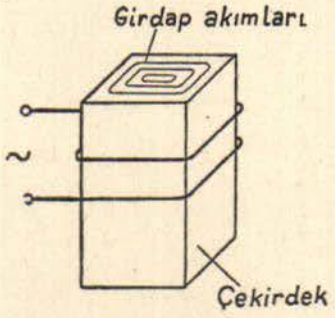
13 — 10. Girdap akımları.

Buraya kadar tel şeklindeki iletkenlerde meydana gelen endüksiyon incelenmiştir. Endüksiyon olayı herhangi bir şekli haiz olan iletken cisimlerde de meydana gelir. Bu çeşit cisimlerde meydana gelen endüksiyon akımlarının tâkip ettikleri yollar girdap şeklinde olduğundan bunlara girdap akımları veya Fuko akımları denilir. Girdap akımları tıpkı diğer endüksiyon akımları gibi iletken cisimlerin sabit bir alan içinde hareketleri esnasında veya değişen bir alan içine sokulmaları halinde ortaya çıkarlar. Şek. 13—22 de bir



Şek. 13—22

elektrik sayacında iki kutup arasında dönen diskde meydana gelen girdap akımları ve şek. 13—23 de de sargısından alternatif akım geçen bir elektromiknatısın çekirdeğinde meydana gelen girdap akımları görülmektedir. Girdap akımlarının yönü de Lenz kanunu



Şek. 13—23

yardımiyle bulunur. Meselâ dönen disk halinde meydana gelen endüksiyon akımları sonunda ortaya çıkan ve ileride görülecek olan magnetik kuvvetler bu hareketi frenlemeğe çalışırlar.

Girdap akımları bir dirençle karşılaşacağından bu suretle bir kayıp husûle gelir. Girdap akımı kayıpları veya kısaca Fuko kayıpları denilen bu kayıpları azaltmak lâzımdır. Meselâ bir transformatörde sargılardan alternatif akım geçtiğinden transformatör çekirdeğinde girdap akımları doğar ve bunlar kayıplara sebep olurlar. Keza elektrik makinalarında bir magnetik alan içinde dönen rotor veya endüvi denilen parçada husûle gelen girdap akımları makina kayıplarının artmasına sebep olurlar. Bu kayıpları mümkün mertebe azaltmak için, değişen bir magnetik alan içinde bulunan veya bir magnetik alan içinde hareket eden kısımları yekpare parçadan yapacak yerde bunları birbirinden izole edilmiş çelik saçlardan teşkil etmek cihetine gidilir. Bundan başka çeliğin içine silisyum karıştırmak suretiyle çeliğin özdirencini büyütmek ve böylece girdap akımlarını bir hayli küçültmek kabil olur. Girdap akımı kayıplarının nasıl hesaplanacağı ileride görülecektir.

Yukarıda girdap akımlarının kendilerinin meydana gelmesine sebep olan hareketi frenliyecek şekilde yöneldiklerini görmüştük. Bu frenleme tesirinden ölçü âletlerinin hareketini söndürmek için ve elektrik sayaçlarında faydalanılır. Keza endüksiyon fırınları da girdap akımlarının önemli bir tatbikatını teşkil eder.

İçinden alternatif akım geçen iletkenlerde ortaya çıkan deri veya yüzey olayına da girdap akımları sebep olur. Bu olay ileride alternatif akım bahsinde görülecektir.

14. Magnetik Alanın Enerjisi

14—1. Magnetik enerji.

Şek. 13—20 deki devrede S anahtarı 2 durumuna getirilip bobinin batarya ile ilgisi kesildikten sonra akımın akmaya devam ederek azaldığını gördük. Bu akım bobinle R_p paralel direncinden teşekkül eden devrenin $R=R_p+R_s$ toplam direncinde bir miktar ısının açığa çıkmasına sebep olacaktır. Batarya devreden çıkarılmış olduğundan ısı şeklinde ortaya çıkan bu enerjinin bir yerden gelmesi icap eder. İşte bu işi gören, bobinde teşekkül etmiş olan magnetik alandır. Böylece magnetik alanda bir enerjinin bulunduğu yani magnetik alanın bir enerji deposu rolünü oynadığı anlaşılır. Bobinin alanında biriken bu enerji başlangıçta batarya tarafından sağlanmıştır. Şimdi bu enerjiyi hesaplamaya yarayacak olan formülleri bulalım.

Bobin bataryaya bağlandığı zaman gerilim denklemi

$$E = Ri + w\frac{d\Phi}{d}$$

şeklinde yazılabilir. Bu denklemin iki tarafını idt ile çarparak

$$Eidt = Ri^2\,dt + wid\,\Phi$$

bağıntısı bulunur. Bu ifade sonsuz küçük bir dt zamanı için sistemin enerji bilânçosunu göstermektedir. Denklemin sol tarafında bulunan $Eidt$, batarya tarafından dt zamanı zarfında devreye verilen enerjiyi gösterir. Sağ tarafta birinci terim (Ri^2dt) dt zamanı zarfında R direncinde ısıya değişen enerjiyi ve

$$dW_m = wid\Phi$$

şeklinde göstereceğimiz ikinci terim ise bobinin magnetik alanında dt zamanı zarfında biriken magnetik enerjiyi ve dolayısiyle bu enerjideki artmayı gösterir. Bobinden geçen akım sürekli değerini aldığı vakit magnetik akı da Φ sürekli değerine varmış olacaktır. Akı bu değeri alıncaya kadar geçen zaman zarfında magnetik alanda biriken enerji

$$W_m = \int_0^{\Phi} wid\,\Phi$$

integrali yardımiyle hesaplanır. Şimdi bu integrali, ortalama yarıçapı kalınlığına nazaran büyük olan ve dolayısiyle H=sabit ve B=sabit şartını sağlayan bir halka için bulalım. Halkanın kesiti F ile gösterilirse magnetik akı

$$\Phi = BF$$

olacaktır. Böylece yukarıdaki integralde $d\Phi$ yerine

$$d\Phi = FdB$$

konabileceğinden

$$W_w = \int_0^{B} FwidB$$

elde edilir. Bu integralde $d\Phi$ yerine dB geldiğinden integralin üst sınırı için Φ yerine bu akıya tekabül eden B endüksiyonu konmuş-

tur. Alt sınır yine sıfır kalır. Diğer taraftan wi yerine de Hl koyabileceğimizden (Amper kanunu)

$$W_m = V \int_0^B H dB \qquad (14-1)$$

buluruz. $V = Fl$ halkanın hacmını gösterir. Bu ifade yardımiyle hacım birimine isabet eden magnetik enerji için

$$w_m = \frac{W_m}{V} = \int_0^B H dB \qquad (14-2)$$

integrali elde edilir. Buna magnetik enerji yoğunluğu denilir. B=sabit şartını sağlayan bir alan için elde edilen bu bağıntı genel olup her türlü alanlar için caridir. Keza bu denklemi çıkarırken B ile H arasındaki bağıntı için herhangi bir şart ileri sürülmediğinden (14—2) integrali ferromagnetik maddeler için de câridir. Meselâ hava gibi μ=sabit ($\approx \mu_0$) şartını sağlayan ferromagnetik olmayan maddelerde

$$H = \frac{B}{\mu}$$

olduğundan

$$w_m = \frac{1}{\mu} \int_0^B B dB = \frac{B^2}{2\mu} \qquad (14-3)$$

veya $B = \mu H$ koyarak

$$w_m = \frac{\mu H^2}{2} \qquad (14-4)$$

formülü elde edllir. Keza

$$w_m = \frac{BH}{2} \qquad (14-5)$$

de yazmak kabildir. Her üç ifade yerdımiyle enerji yoğunluğu için Joule/cm^3 veya J/m^3 birimi elde edilir. Gerçekten meselâ son denklemde H için A/m ve B için de Vs/m^2 konursa AVs/m^3=J/m^3 bulunur.

Meselâ (14—5) yardımiyle V hacminde biriken enerji için

$$W_m = \frac{BHV}{2} \qquad (14-6)$$

formülü bulunur. Bu ifadede $V=Fl$, $Hl=wI$ ve $BF=\Phi$ koyarak

$$W_m=\frac{w\Phi I}{2} \qquad (14-7)$$

veya $w\Phi=\psi$ koyarak

$$W_m=\frac{\psi I}{2} \qquad (14-8)$$

ifadesi elde edilir.

Son bağıntıyı $\psi=LI$ koymak suretiyle

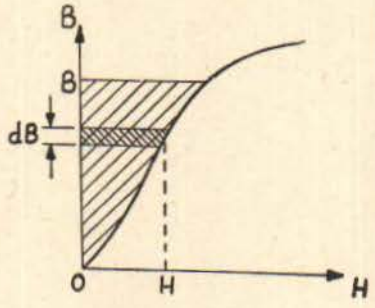
$$W_m=\frac{1}{2}LI^2 \qquad (14-9)$$

şekline de sokabiliriz. Bu denklemin, mekanikteki kinetik enerji denklemi

$$W_k=\frac{1}{2}mv^2$$

ile büyük bir benzerliği vardır. Böylece L endüktansının m kütlesi gibi davrandığı anlaşılır.

Ferromagnetik maddeler içinde B ile H arasında herhangi bir belirli bağıntı bulunmadığından magnetik enerjiyi veren integral ancak grafik yoldan hesaplanabilir. Şek. 14—1 de bir ferromagnetik



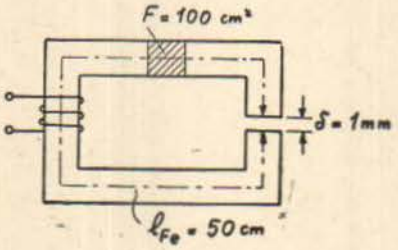
Şek. 14—1

maddenin miknatıslanma eğrisi görülmektedir. Bu eğri ile B ekseni arasında kalan yüzey parçası magnetik enerji yoğunluğu ile orantılıdır. Gerçekten şekilde belirtilen küçük dikdörtgenin yüzeyi HdB ile orantılı olduğundan B endüksiyonuna tekabül eden enerji yoğunluğu taranan yüzeyle orantılıdır. Orantı katsayısı H ve B için seçilen ölçeklere bağlıdır.

Örnek 14—1. Endüktansı $L=0{,}2$ H olan bir bobinden sürekli rejimde $I=25$ A geçiyor. Bu bobinin magnetik alanında saklı olan enerjiyi hesaplayınız.

Cevap: $$W_m=\frac{1}{2}\cdot 0{,}2\,.\,25^2=62{,}5\ \text{J}.$$

Örnek 14—2. Şek. 14—2 de görülen magnetik devrede akı $0{,}5\,.\,10^{-2}$ Wb olduğuna göre sistemde saklı bulunan magnetik enerjiyi hesaplayınız. Malzeme silisyumlu levhadır.



Şek. 14—2

Cevap: Endüksiyon

$$B=\frac{0{,}5\,.\,10^{-2}}{0{,}01}=0{,}5\ \text{Wb/m}^2=0{,}5\ \text{T}$$

olduğundan miknatıslanma eğrisinden $H_{Fe}=100$ A/m bulunur. Demir kısmın hacmi $V_{Fe}=0{,}5\,.\,0{,}01=0{,}005$ m^3 ve hava aralığının hacmi $V_\delta=0{,}001\,.\,0{,}01=10^{-5}$ m^3 dür. Elde edilen endüksiyon miknatıslanma eğrisinin lineer kısmında bulunduğundan (μ=sabit) demir içindeki enerji yoğunluğunu yaklaşık olarak meselâ (14—5) ile bulmak kabildir. Böylece

$$w_{mFe}=\frac{0{,}5\,.\,100}{2}=25\ \text{J/m}^3$$

elde ederiz. Hava aralığındaki enerji yoğunluğu için (14—3) yardımiyle ($\mu=\mu_0=4\pi\,.\,10^{-7}$ H/m).

$$w_{m\delta}=\frac{0{,}5^2}{2\,.\,4\pi\,.\,10^{-7}}=10^5\ \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$$

değeri bulunur. Bu iki değerin karşılaştırılmasından hava aralığındaki enerji yoğunluğunun demirdekinden çok büyük olduğu anlaşılır.

Demir içindeki magnetik enerji

$$W_{mFe}=25\,.\,0{,}005=0{,}125\ \text{J}$$

ve hava aralığındaki enerji ise

$$W_{m\delta}=10^5 . 10^{-5}=1 \text{ J}$$

dür. Nihayet sistemde saklı olan magnetik enerji için

$$W_m=0{,}125+1=1{,}125 \text{ J}$$

değeri elde edilir.

Örnek 14—3. Bundan önce bir telin iç endüktansı için bulunan (13—37) formülünü magnetik enerjiden faydalanarak çıkarınız.

Cevap : İletkenin içinde ve merkezden r uzaklığında alan şiddeti

$$H=\frac{I}{2\pi R^2} r$$

dir. Tel içinde $\mu=\text{sabit}\approx\mu_0$ olduğundan yarıçapı r, kalınlığı dr ve uzunluğu l olan silindirdeki magnetik enerji için (14—4) yardımiyle ($\mu=\mu_0$)

$$dW_m=\frac{1}{2}\mu_0 H^2 2\pi r l\, dr$$

yazılabilir. H yerine yukarıdaki karşılığını koyacak olursak

$$dW_m=I^2\frac{\mu_0 l}{4\pi R^4} r^3\, dr$$

ifadesini elde ederiz. Bu ifadenin $r=0$ ile $r=R$ arasındaki integralini hesaplayarak tel içindeki enerji için

$$W_m=I^2\frac{\mu_0 l}{4\pi R^4}\int_0^R r^3\, dr=\frac{\mu_0 l}{16\pi} I^2$$

ifadesi bulunur. Diğer taraftan (14—9) a göre

$$W_m=\frac{1}{2} L_i I^2$$

olduğundan bu iki ifadeyi karşılaştırarak bundan önce bulunmuş olan

$$L_i=\frac{\mu_0 l}{8\pi}$$

ifadesi elde edilir. İki iletkenli sistemde gidiş ve dönüş tellerinde biriken enerjiyi gözönüne alarak bu ifadenin iki katını almak gerekir.

Aralarında magnetik kuplaj bulunan iki bobinli sistemin magnetik enerjisini şöylece bulabiliriz: Şayet bobinler magnetik akıları birbirini destekleyecek şekilde tertiplenmişse bu takdirde sistemde saklı olan enerji için

$$W_m=\frac{1}{2}L_1 i_1^2+\frac{1}{2}L_2 i_2^2+\frac{\psi_{21} i_1}{2}+\frac{\psi_{12} i_2}{2}$$

yazabiliriz. (13—42) bağıntılarından faydalanarak bu denklem

$$W_m=\frac{1}{2}L_1 i_1^2+\frac{1}{2}L_2 i_2^2+Mi_1 i_2 \qquad (14—10)$$

şekline sokulabilir. Bobinlerin magnetik akıları birbirini desteklemediği takdirde bu ifade

$$W_m=\frac{1}{2}L_1 i_1^2+\frac{1}{2}L_2 i_2^2-Mi_1 i_2 \qquad (14—11)$$

şeklini alır.

İki bobinin bir tek ortak endüksiyon katsayısına sahip olduğunu ($M_{12}=M_{21}$) şu şekilde ispat edebiliriz: 2 bobininde akım sıfırken 1 bobinindeki akım sıfırdan i_1 değerine çıkarsa sistemde $L_1 i_1^2/2$ enerjisi birikir (μ=sabit). 1 bobininden i_1 akımı geçmekte iken 2 bobinindeki akım sıfırdan i_2 değerine çıkarsa sistemin magnetik enerjisi

$$\frac{1}{2}L_2 i_2^2+i_1\int_0^{\psi_{21}} d\psi$$

veya

$$\frac{1}{2}L_2 i_2^2+i_1\int_0^{i_2} M_{21}\,di$$

kadar artarak (M_{21}=sabit için)

$$W_m'=\frac{1}{2}L_1 i_1^2+\frac{1}{2}L_2 i_2^2+M_{21} i_1 i_2$$

değerini alır. Şayet ilk önce 2 bobininden i_2 akımının geçtiği ve 1 bo-

binindeki akımın sonradan sıfırdan i_1 değerine çıktığı kabul edilirse ayni tarzda toplam enerji için

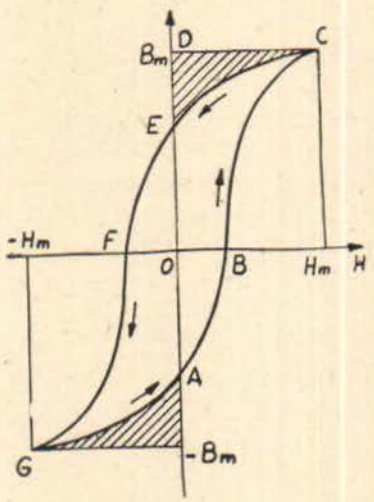
$$W_m'' = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M_{12} i_1 i_2$$

ifadesi bulunur. Sistemde biriken enerji akımların teşekkül sırasına bağlı olmayacağından $W_m' = W_m''$ ve dolayısiyle $M_{12} = M_{21}$ olacağı anlaşılır.

14 — 2. Histerezis kaybı.

Demiri miknatıslamak için bir enerji sarfetmek icap eder. Meselâ şek. 14—1 de endüksiyonu O dan B değerine çıkarmak için taranmış olan yüzeye tekabül eden bir işin sarfı gerekir. Bu işi de miknatıslanma akımını veren üreteç görür.

Aynı şekilde, histerezis eğrisi ile belirtilen tam bir miknatıslanma için de enerji sarfetmek icap eder. Şimdi bu enerjinin histerezis büklümünün yüzeyi ile ölçüleceğini gösterelim. Şek. 14—3 de magnetik



Şek. 14—3

alan şiddetini sıfırdan H_m değerine çıkararak yapılan miknatıslanma esnasında $ABCDEA$ yüzeyine tekabül eden enerji çekirdeğe verilir. Alan şiddetinin H_m den sıfıra kadar azalması esnasında ise taranmış $CDEC$ yüzeyine tekabül eden enerji üretece iade edilir. Böylece $H = 0 \ldots H_m \ldots 0$ miknatıslanması için safedilen enerji $ABCEA$ yüzeyine tekabül

eder. Ayni şey, negatif alan şiddetleri yani $H=0 \ldots -H_m \ldots 0$ miknatıslanması için de cari olup bu sefer sarfedilen enerji $EFGAE$ yüzeyine tekabül eder. Böylece tam miknatıslanma esnasında bütün histerezis büklümünün yüzeyine tekabül eden bir enerjinin sarfedildiği ortaya çıkar. Bu çeşit bir miknatıslanmaya meselâ alternatif magnetik alanlar içinde bulunan demir çekirdeklerde rastlarız. Pozitif taraftaki miknatıslanma alternatif alanın bir yarım periyoduna ve negatif taraftaki miknatıslanma da diğer yarım periyoduna tekabül eder. Böylece bir tam miknatıslanmanın bir tam periyod zarfında meydana geldiği anlaşılır. Histerezis büklümünün yüzeyine tekabül eden enerji beher hacım birimi için sarfedilen enerjidir. Bu enerjiyi çekirdeğin hacmı ile çarparak çekirdeği miknatıslamak için sarfedilen enerjiyi buluruz. Nihayet bu enerjiyi alternatif alanın T periyoduna bölerek zaman biriminde sarfedilen işi yani histerezis gücünü (histerezis kaybı) buluruz. Histerezis kaybı bundan önce bahis konusu olan girdap akımı kayıpları ile birlikte demir kayıplarını teşkil eder. İleride alternatif akım bölümünde bu kayıpların nasıl hesaplanacağı gösterilecektir.

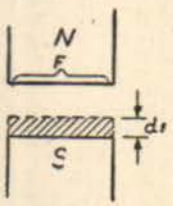
Demiri miknatıslamak için sarfedilen histerezis enerjisi cismin içinde ısıya değişerek kaybolur.

15. Magnetik alan içindeki kuvvetler

15—1. Elektromiknatısların çekme kuvveti.

Magnetik alanın teknikteki önemini bilhassa iki tesire borçlu olduğunu bundan önce belirtmiştik. Bunlardan biri olan endüksiyon tesirini daha önce gözden geçirdik. Şimdi bu bahiste ikinci önemli yeri işgal eden kuvvet tesirini inceleyeceğiz.

Şek. 15—1 de iki farklı magnetik kutup görülmektedir. Bu kutuplar birbirini P kuvveti ile çekeceklerdir. Meselâ alt taraftaki güney



Şek. 15—1

kutbu bu kuvvetin tesiri ile yukarı doğru ds uzaklığı kadar gittiği vakit P kuvveti tarafından görülen iş

$$dA = P\,ds$$

olur. Bu iş sistemde saklı olan magnetik enerji tarafından karşılanacaktır. Şayet bu hareket esnasında magnetik endüksiyonun sabit kaldığı kabul edilirse, yeni durumdaki enerji ilk duruma nazaran taranmış olan bölgedeki enerji kadar eksilmiş olur. Hacmı $F\,ds$ (F=kutup yüzeyi) olan bu kısımdaki enerji ise (demir içindeki enerji ihmal edilirse)

$$dW_m = \frac{B^2}{2\mu_0} F\,ds$$

dir. Zira Fds hacmı başlangıçta hava tarafından işgal edilmiştir. Enerjinin sakınımı prensibine göre $dA = dW_m$ olacağından

$$Pds = \frac{B^2}{2\mu_0} F\,ds$$

yardımiyle P kuvveti için

$$P = \frac{B^2}{2\mu_0} F \qquad (15-1)$$

formülü elde edilir. Bu formülde B endüksiyonu T, F yüzeyi m^2 cinsinden ve $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m olarak alınırsa P kuvveti Joule/m (J/m) yani MKS-sisteminin kuvvet birimi olan Newton (N) cinsinden çıkar. P yi kg cinsinden bulmak istersek 1 N=0,102 kg olduğunu gözönüne alarak son ifadeyi

$$P = 4 \cdot 10^4 B^2 F \qquad (15-2)$$

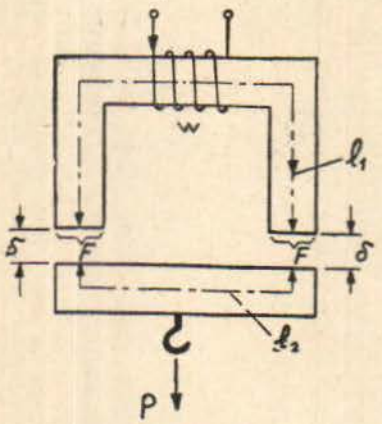
şeklinde yazmak gerekir (yaklaşık formül). Nihayet B endüksiyonu G olarak ve F yüzeyi de cm^2 olarak alınırsa kuvveti yine kg cinsinden bulmak için

$$P = \left(\frac{B}{5000}\right)^2 F \qquad (15-3)$$

yaklaşık formülü kullanılır. Bu formülü çıkarmak için $1\,G = 10^{-4}$ T ve $1\,cm^2 = 10^{-4}\,m^2$ olduğunu gözönüne almak kâfidir.

Şek. 15—2 de görülen elektromiknatısta iki hava aralığı bulunduğundan ve dolayısiyle iki yüzey de birbirini çektiğinden yukarıdaki ifadelerde F yerine $2F$ koymak lâzımdır.

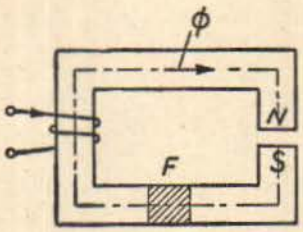
Çekme formüllerini çıkarırken B=sabit kabul ettik. Gerçekte iki sebepten dolayı endüksiyon sabit kalamaz. Elektromiknatısın sargısından geçen uyarma akımının sabit tutulduğu farzedilirse (θ=sabit) çekme esnasında magnetik direnç küçüleceğinden (hava aralığı küçüldüğünden) B endüksiyonu ve dolayısiyle Φ akısı büyüyecektir. Bu



Şek. 15—2

sebepten dolayı çekme kuvveti de gittikçe artacaktır. Diğer taraftan çekme esnasında Φ akısının artması elektromiknatısın sargısında bir self-endüksiyon geriliminin doğmasına sebep olur. Bu gerilim uyarma akımının azalmasına yol açacaktır. Bu suretle iki olayın birbirini kısmen kompanze ettikleri ortaya çıkar. Bu açıklamadan anlaşıldığı gibi B=sabit şartı ancak yaklaşık olarak kabul edilebilir.

Örnek 15—1. Şek. 15—3 de $\Phi = 0{,}6 \cdot 10^{-3}$ Wb ve $F = 4$ cm^2 dir. Kutupları birbirine yaklaştırmağa çalışan kuvveti bulunuz. Hava aralığındaki kaçak ihmal edilecektir.



Şek. 15—3

Cevap : $B = \dfrac{0{,}6 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^{-4}} = 1{,}5$ T olduğundan (15—1) formülü yardımiyle

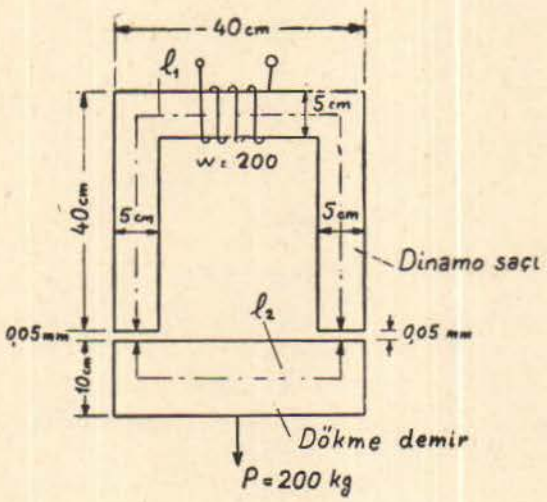
$$P = \frac{1{,}5^2}{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} \cdot 4 \cdot 10^{-4} = 360 \text{ N}$$

veya

$$P=0{,}102\,.\,360=36{,}72\ \text{kg}$$

bulunur.

Örnek 15—2. Şek. 15—4 de görülen elektromiknatıs yardımiyle $P=200$ kg kaldırabilmek için $w=200$ sarımlı sargıdan kaç amper geçirmelidir? Her tarafta kesit kare şeklindedir.



Şek. 15—4

Cevap: Lüzumlu olan endüksiyon için (15—3) formülü yardımiyle

$$B_\delta=5000\sqrt{\frac{200}{2\,.\,5^2}}=10000\ \text{G}=1\ \text{T}$$

bulunur. Dinamo saçındaki endüksiyon $B_1=B_\delta$ dır. Kaçak ihmal edildiği takdirde magnetik akı

$$\Phi=10000\,.\,2^2=250000\ \text{M}=2{,}5\,.\,10^{-3}\ \text{Wb}$$

olur. Buradan dökme demirdeki endüksiyon için

$$B_2=\frac{2{,}5\,.\,10^{-3}}{10^{-2}}=0{,}25\text{T}$$

değeri bulunur. Bu üç kısımdaki alan şiddetleri için sıra ile

$$H_\delta = 0{,}8 \cdot 10000 = 8000 \ \frac{A}{cm}$$

$$H_1 = 3 \ \frac{A}{cm} \ ,$$

$$H_2 = 8{,}6 \ \frac{A}{cm}$$

bulunur. Şekli yardımiyle ortalama alan çizgileri için

$$l_1 = 2 \cdot 35 + 30 + 2 \cdot 5 = 110 \text{ cm},$$
$$l_2 = 35 + 10 = 45 \text{ cm},$$
$$2\delta = 2 \cdot 0{,}05 \text{ mm} = 0{,}1 \text{ mm} = 0{,}01 \text{ cm}$$

uzunlukları elde edilir. Böylece lüzumlu olan amper - sarım için

$$\theta = H_1 l_1 + H_2 l_2 + 2H_\delta \delta = 3 \cdot 110 + 8{,}6 \cdot 45 + 8000 \cdot 0{,}01$$
$$= 330 + 387 + 80 = 797 \text{ AW}$$

değeri bulunur. Sargıdan

$$I = \frac{797}{200} = 3{,}985 \text{ A}$$

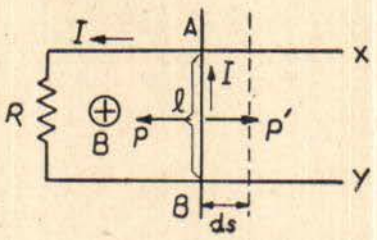
geçirmek lâzımdır.

Elektromiknatısların çekme tesirinden pratikte çeşitli yerlerde faydalanılır. Bu arada elektrikli vinçler, milleri birbirine bağlamak için faydanılan magnetik kavramalar ve işlenecek parçaları tezgâha tesbit etmeğe yarayan tertipler ilk plânda gelirler. Keza elektrik zili, röle vesaire gibi cihazlar da aynı prensibe dayanarak çalışırlar.

15 — 2. Magnetik alan içinde akım taşıyan bir iletkene tesir eden kuvvet.

Magnetik alan içinde bulunan ve içlerinden akım geçen iletkenlere de kuvvetler tesir eder. Bu gerçeği kavramak için bundan önce elektromagnetik endüksiyon bahsinde gördüğümüz bir deneyi hatırlayalım. Şek. 15—5 de görülen sistemde AB iletkeni düzgün alan içinde v hızı ile sağa doğru hareket ettirildiği vakit meydana gelen endüksiyon EMK'i

$$E = B\,lv$$



Şek. 15—5

formülü ile hesaplanıyordu. dt zamanı zarfında bu EMK tarafından görülen iş ise

$$dA = EI\,dt = Blv\,Idt = BlI\,\frac{ds}{dt}\cdot dt = BlI\,ds$$

olacaktır. Bu elektrik işi enerji prensibine göre aynı miktarda olan bir mekanik iş tarafından karşılanmalıdır. Böylece iletkeni magnetik alan içinde hareket ettiren kuvveti P' ile gösterirsek

$$P'\,ds = Bl\,I\,ds$$

olur. Buradan P' kuvveti için

$$P' = Bl\,I \qquad (15—4)$$

formülü elde edilir. Bu P' kuvveti magnetik alan içinde bulunan ve içinden I akımı geçen iletkene tesir eden aynı büyüklükte fakat ters yönde olan P kuvvetine eşittir. Şek. 15—5 de her iki kuvvetin yönleri görülmektedir. İletkene tesir eden kuvvetin yönünü bulmak için pratikte ekseriya sol el kaidesi denilen bir kaide kullanılır:

Sol el kaidesi: Sol el, alan çizgileri avuç içine girecek ve açılmış olan dört parmak akım yönünü gösterecek şekilde tutulursa bu esnada açık olan baş parmak iletkene magnetik alan içinde tesir eden kuvvetin yönünü gösterir. Kuvvet doğrultusu daima iletken ve alan doğrultularına diktir. Şek. 15—5 de alan yönü iletkene diktir. Şayet alan yönü iletkenle bir α açısı teşkil ederse bu takdirde kuvveti bulmak için

$$P = Bl\,I \sin\alpha \qquad (15—5)$$

formülü kullanılır. Bu formülde $\alpha = 0$ yapılacak olursa $P = 0$ bulunur. Bu da bize iletkenle alan aynı doğrultuda oldukları takdirde kuvvetin

sıfır olacağını gösterir. En büyük kuvvet $\alpha=90°$ olduğu vakit elde edilir ki bu da (15—4) formülü ile bulunan kuvvettir.

Tesir ve zıt tesir prensibine göre iletken de magnetik alanı meydana getiren miknatıslar üzerine aynı kuvvetle tesir eder. Şayet iletken sabit tutulacak olursa miknatıs ters yönde hareket eder (iletkenin hareket edeceği yönün tersi).

Magnetik alan içinde bulunan iletkenlere tesir eden kuvvetlerden meselâ elektrik motorlarında ve ölçü âletlerinde faydalanılır.

Girdap akımı bahsinde görülen frenleme tesiri de bu kuvvetlerin bir sonucudur.

Kuvveti bulmaya yarayan (15—5) formülünde B endüksiyonu Wb/m^2, l uzunluğu m ve I akımı amper cinsinden alınırsa kuvvet Newton (N) cinsinden çıkar. Kuvveti kg olarak bulmak için (1 N = 0,102 kg)

$$P=0{,}102\, B\, l\, I \sin\alpha \qquad (15—6)$$

formülünden faydalanılır. Şayet endüksiyon G, uzunluk cm ve I amper cinsinden alındığı vakit kuvveti kg olarak bulmak istenirse bu takdirde

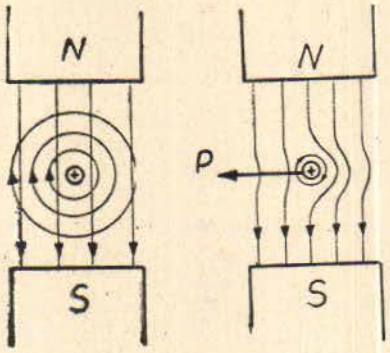
$$P=10{,}2\, B\, l\, I \sin\alpha \,.\, 10^{-8} \qquad (15—7)$$

formülü kullanılır.

Örnek 15—1. Magnetik endüksiyonu $B=0{,}1$ T olan düzgün bir magnetik alan içinde alan çizgileriyle $\alpha=30°$ teşkil edecek şekilde yerleştirilen ve içinden $I=50$ A geçen bir iletkenin beher metresine tesir eden kuvveti bulunuz.

Cevap : $P=0{,}1\,.\,1.50 \sin 30°=25$ N $\approx 2{,}5$ kg.

Magnetik alan içinde iletkene tesir eden kuvvetin şu şekilde meydana geldiği açıklanabilir (Faraday) : Şek. 15—6 da düzgün bir alan içinde bulunan iletkenin dairesel alan çizgileri çizilmiştir. Bu alan iletkenin sağ tarafında düzgün alanı kuvvetlendirir ve buna karşılık sol tarafında zayıflatır. Neticede elde edilen bileşke alana ait alan çizgileri şek. 15—6 nın sağ tarafında görülmektedir. Bu yeni alanın alan çizgileri sağ tarafta daha sık ve sol tarafta ise daha seyrektir. Faraday'a göre alan çizgileri kısalmak ve seyrekleşmek istiyeceklerinden iletkene sola doğru bir P kuvveti tesir edecektir.



Şek. 15—6

Şek. 15—7 de magnetik alan içine yerleştirilen bir bobin görülmektedir. Bu bobin bir eksen etrafında dönebildiği takdirde magnetik kuvvetlerin tesiriyle bir döndürücü momentin tesiri altında kalarak

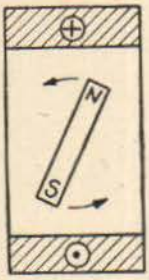
Şek. 15—7

sağa doğru dönmeğe başlar. Sargıdan geçen akımın yönü değiştirilirse dönme yönü de değişir. Bu sistem döner çerçeveli ölçü âletinin ve elektrik motorunun prensibini teşkil eder. Bobinin dönme yönünü sol el kaidesi ile veya daha iyisi şu kaide yardımiyle bulabiliriz:

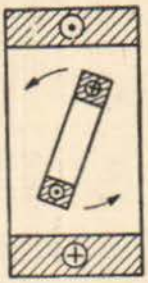
Bobin, kendi magnetik alanı miknatısın alanı ile aynı yöne gelecek tarzda döner.

Şayet şek. 15—8 de görüldüğü gibi bobin sabit tutulursa bu sefer miknatıs dönecektir.

Nihayet şek. 15—9 da görülen sistemde hareket edebilen bobinin, sabit bir bobinin alanı içinde bulunduğu kabul edilmiştir. Bu sistem de elektrodinamik ölçü âletinin esasını teşkil eder.

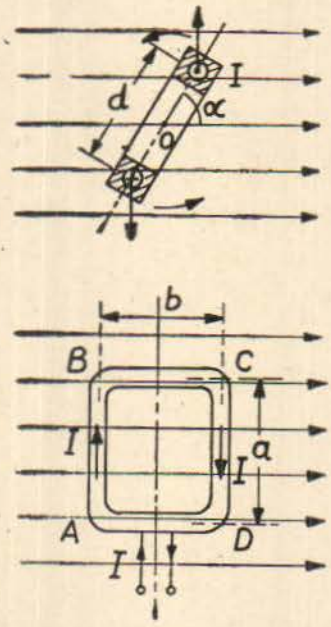


Şek. 15—8



Şek. 15—9

Düzgün bir magnetik alan içinde bulunan dikdörtgen şeklindeki bobini döndürmeğe çalışan moment şöyle bulunur, şek. 15—10: Bobinin yalnız *AB* ve *CD* kenarlarına tesir eden ve eşit değerde olan



Şek. 15—10

kuvvetler bu döndürme momentini verirler. Diğer kenarlara yani *BC* ve *AD* ye tesir eden kuvvetler momentde hiç bir rol oynamazlar. Bobinin sarım sayısı w ile gösterilirse *AB* ve *CD* kenarlarına tesir eden kuvvet

$$P = w\, B\, a\, I$$

olur. Bobin düzlemi alan doğrultusu ile bir α açısı teşkil ettiği vakit dönme momenti

$$M = P\, b \cos \alpha$$

olur. Bu formüllerde a bobinin uzunluğunu ve b ise genişliğini göstermektedir. P yerine yukarıdaki eşitini koyarak

$$M = w\, Bab\, I \cos \alpha \qquad (15-8)$$

formülü elde edilir. $ab = F$ bobininin yüzeyini gösterdiğinden

$$M = w\, BFI \cos \alpha \qquad (15-9)$$

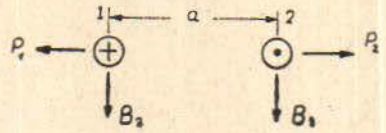
veya

$$M = w\, \Phi\, I \cos \alpha = \psi\, I \cos \alpha \qquad (15-10)$$

formülleri de yazılabilir. Burada $\psi = w\Phi$ bobinden geçen toplam akıyı gösterir. Bu moment bobini ok yönünde döndürür.

15 — 3. Paralel iletkenler arasındaki kuvvetler.

Şek. 15—11 de içlerinden zıt yönlerde akımlar geçen paralel ve çok uzun iki iletken görülmektedir (meselâ bir hattın gidiş ve dönüş telleri). Bu iletkenler birbirlerinin magnetik alanı içinde bulunduklarından bunlara magnetik kuvvetler tesir eder. Meselâ 2 iletkeninin bulunduğu yerde 1 iletkeni, aşağı doğru yönelen bir alan meydana getirir. 2 den geçen akım yönüne göre bu iletkene tesir eden P_2 kuv-



Şek. 15—11

veti sağa doğru yönelecektir. Aynı şekilde 2 nin alanı içinde bulunan 1 iletkenine de bunu sola doğru iten bir P_1 kuvveti tesir eder. İletkenlerden geçen akımlar aynı yönde olduğu vakit bu kuvvetlerin telleri birbirine yaklaştırmağa çalışacağı kolayca bulunabilir, şek. 15—12. Böylece paralel iletkenlere tesir eden kuvvetin yönünü bulmak için şu kalde câri olur :

İçlerinden zıt yönde akımlar geçen iletkenler birbirini iterler ve aynı yönde akımlar geçenler de birbirini çekerler.

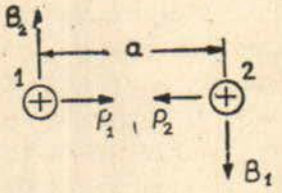
Bu itme veya çekme kuvvetlerini kolayca hesaplayabiliriz. 1 iletkeni tarafından 2 nin bulunduğu yerde meydana getirilen magnetik endüksiyon

$$B_1=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}$$

dır (a=iletkenlerin eksenleri arasındaki uzaklık). 2 iletkeni üstünde l_2 uzunluğundaki bir kısma tesir eden kuvvet ise ($\alpha=90°$ olduğundan)

$$P_2=B_1 l_2 I_2=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{a} l_2$$

dir. Aynı şekilde 1 iletkeninin l_1 uzunluğundaki kısmına tesir eden kuvvet için



Şek. 15—12

$$P_1=B_2 l_1 I_1=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{a} l_1$$

formülü elde edilir. $l_1=l_2=l$ olması halinde bu formüller

$$P=P_1=P_2=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{a} l \qquad (15—11)$$

şekline girerler. $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m koyarak bu ifadeyi

$$P=2\cdot\frac{I_1 I_2}{a} l \cdot 10^{-7} \qquad (15—12)$$

şekline sokmak kabil olur. Bu formülden P Newton olarak bulunur. Kuvveti kg cinsinden bulmak için

$$P=2{,}04\cdot\frac{I_1 I_2}{a} I \cdot 10^{-8} \qquad (15—13)$$

formülünden faydalanılır.

Örnek 15—2. Aralarındaki uzaklık $a=20$ cm olan iki paralel iletkenden bir kısa devre arızası neticesinde $I_1=I_2=I=20$ kA geçiyor. Beher metreye isabet eden kuvveti bulunuz.

Cevap : $$P=2\cdot\frac{(20000)^2}{0{,}2}\cdot 1\cdot 10^{-7}$$

$$=400\ N\approx 40\ \text{kg}.$$

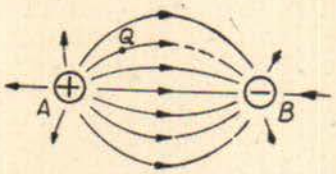
III. ELEKTRİK ALANI

16. Temel kavramlar

16—1. Elektrik alanının mahiyeti.

İçinden elektrik akımı geçen bir iletkenin cıvarında bir magnetik alanın meydana geldiğini gördük. Elektrikle yüklü olan bir cismin etrafında da bir alan meydana gelir. Elektrik alanı denilen bu alanın varlığı elektrikle yüklü olan cisimler üstünde yaptığı kuvvet tesiri ile belli olur. Magnetik alan yalnız elektrik akımlarına yani hareket eden elektrik yüklerine (meselâ elektronlara) tesir ettiği halde elektrik alanı hem duran ve hem de hareket eden yüklere bir kuvvet tesiri yapar. Keza magnetik alan hareket eden yükler tarafından meydana getirildiği halde elektrik alanı hem duran ve hem de hareket halinde bulunan yükler tarafından meydana getirilir.

Elektrik alanı da magnetik alan gibi alan çizgileri yardımiyle gösterilir. Şek. 16—1 de pozitif ve negatif elektrikle yüklü olan iki cisim arasında teşekkül eden elektrik alanına ait alan çizgileri görülmektedir. Elektrik alanında alan çizgileri pozitif yüklü cisimlerde başlayarak negatif yüklü cisimlerde son bulurlar (magnetik alanda



Şek. 16—1

alan çizgilerinin kapalı olduğunu hatırlayınız). Bu alan içine getirilen küçük bir Q yükü iki kuvvetin tesiri altında kalır. Şayet Q pozitifse bu takdirde pozitif A cismi tarafından itilecek ve negatif B cismi tarafından da çekilecektir. Q yükü yalnız bu kuvvetlerin tesiriyle hareket edecek olursa bir alan çizgisi boyunca ilerler. Pozitif yükün hareket yönü alanın yönünden ibarettir.

16—2. Alan şiddeti.

Elektrik alanı içinde çok küçük bir Q yüküne tesir eden kuvveti F ile gösterirsek

$$E=\frac{F}{Q} \qquad (16-1)$$

oranına yükün bulunduğu noktadaki alan şiddeti adı verilir. $Q=1$ C için alan şiddeti sayıca F ye eşit olacağından bunun birim değerdeki yüke tesir eden kuvvete sayıca eşit olduğu anlaşılır. MKS-sisteminde F kuvveti Newton birimiyle ve Q yükü de coulomb birimiyle ölçüldüklerinden bu sistemde alan şiddeti birimi N/C olur. N yerine Ws/m ve C yerine As koyarak elektrik alan şiddeti biriminin Ws/mAs = V/m şeklinde belirtilebileceği ortaya çıkar.

(16—1) bağıntısı yardımiyle elektrik alanı içinde, alan şiddeti E olan bir noktada Q yüküne tesir eden kuvveti hesaplamaya yarayan

$$F=QE \qquad (16-2)$$

formülü bulunur. Elektrik alanı, genel olarak, her noktada başka şiddetde ve yönde olur.

Elektrik alan şiddeti kuvvet gibi vektörel bir büyüklüktür. $\vec{E}$ ile gösterilen bu vektörün doğrultusu alan çizgisine çizilen teğetin doğrultusundan ve yönü ise, alan şiddeti tayin edilen noktada bulunduğu farzedilen, pozitif yüke tesir edecek olan kuvvetin yönünden ibarettir.

Elektrik alanı içinde herhangi bir noktadaki alan şiddeti hem bu alanı meydana getiren elektrikle yüklü cisimlerin şekline ve hem de incelenen noktanın bu cisimlere olan uzaklığına ve ortamın cinsine bağlıdır. Alanı meydana getiren cisimle alan şiddeti incelenen nokta arasındaki uzaklık cismin boyutlarına nazaran çok büyük olursa bu cismi boyutsuz bir nokta gibi kabul edebiliriz. Bu şart gerçeklendiği takdirde cismin taşıdığı yük bir noktada toplanmış gibi farzedilebilir. İşte böyle bir yüke noktasal yük adı verilir.

Düzgün bir elektrik alanı içinde alan şiddeti her noktada aynı değerde ve yöndedir. Böyle bir alan içinde alan çizgileri eşit aralıklı paralel doğrulardan ibaret olur.

Örnek 16—1. Alan şiddeti $E=5$ kV/m olan düzgün bir elektrik alanı içinde $Q=10^{-5}$ C'luk noktasal yüke tesir eden kuvveti bulunuz.

Cevap: $F=10^{-5}.5000=0{,}05$ N ≈ 5 g.

16 — 3. Coulomb kanunu.

Yapılan deneyler Q_1 ve Q_2 gibi iki noktasal yük arasında meydana gelen kuvvetin

$$F = k\frac{Q_1 Q_2}{r^2} \qquad (16-3)$$

förmülü ile hesaplanacağını göstermiştir (Coulomb kanunu). Bu formülde r, yükler arasındaki uzaklığı ve k ise kullanılan birimlere ve deneylerin yapıldığı ortama bağlı olan bir katsayıyı gösterir. Bu kitapta kullanılan pratik birim sisteminde (MKS)

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \qquad (16-4)$$

dir. Bu ifadede görülen ve ortamın tesirini gösteren ε (epsilon okunur) katsayısına ortamın dielektrik sabiti adı verilir. Bu suretle Coulomb kanunu ifadesi

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\,\frac{Q_1 Q_2}{r^2} \qquad (16-5)$$

şekline girer. Bu ifade yardımiyle ε için $C^2/Nm^2 = C/Vm$ birimi elde edilir. Biraz ileride görüleceği gibi kapasite birimi olan C/V kısaca Farad (F) ile gösterildiğinden dielektrik sabitinin F/m birimi ile ölçüleceği anlaşılır.

Dielektrik sabiti magnetik geçirgenlik gibi

$$\varepsilon = \varepsilon_r\,\varepsilon_0$$

şeklinde iki faktöre ayrılır. Burada ε_0 boşluğun dielektrik sabitini gösterir ve değeri

$$\varepsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi}\,\frac{F}{m} = 8{,}86 \cdot 10^{-12}\,\frac{F}{m} \qquad (16-6)$$

dir. Bağıl dielektrik sabiti denilen ε_r ise herhangi bir maddenin içinde dielektrik sabitinin boşluktan ne kadar büyük olduğunu gösterir. Meselâ hava için $\varepsilon_r \approx 1$, mika için $\varepsilon_r = 5 \ldots 8$ dir. Bağıl dielektrik sabiti bir sayıdan ibarettir, yani birimi yoktur.

Yukarıda elektrik yüklerinin etrafında meydana gelen alanlardan bahsederken bu yüklerin içinde bulundukları ortamdan hiç bahsedilmemiştir. Hiç şüphesiz bu ortamın meselâ hava gibi yalıtkan bir ortam olması gerekir. Yalıtkan bir ortama dielektrik adı verilir.

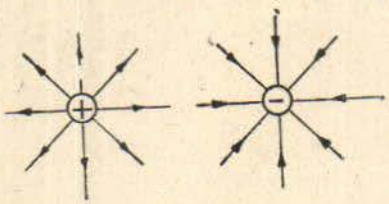
Şimdi bir Q yükü tarafından meydana getirilen alan içine sokulan diğer bir q yüküne tesir eden kuvvet için yazacağımız

$$P=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Qq}{r^2}$$

ifadesini ele alalım. Bu ifadenin iki tarafını q ye bölecek olursak bu yükün bulunduğu noktadaki alan şiddetini yani

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q}{r^2} \qquad (16-7)$$

yi elde ederiz. Bu formülü yalnız noktasal yükler için kullanabiliriz. Şayet Q yükü bir kürenin üstünde bulunuyorsa bu takdirde bu kürenin meydana getireceği alan kürenin merkezinde bulunan aynı değerdeki noktasal yükün meydana getireceği alanın aynı olur. Noktasal yükün (+ veya —) alan çizgileri şek. 16—2 de görülmektedir.



Şek. 16—2

Örnek 16—2. Bir maden küre, üstüne 10^{15} elektron (bir elektronun taşıdığı yük $e=1{,}6\cdot10^{-19}$ C dur) getirilmek suretiyle yükleniyor:

a) Bu kürenin yükünü,

b) Kürenin merkezinden $r=1$ m uzaktaki alan şiddetini hesaplayınız. Ortam havadır.

Cevap: a) $Q=10^{15}\cdot 1{,}6\cdot10^{-19}=1{,}6\cdot10^{-4}$ C,

b) $$E=\frac{1{,}6\cdot10^{-4}}{4\pi\cdot\frac{10^{-9}}{36\pi}\cdot 1}=\frac{1{,}6\cdot10^{-4}\cdot 9}{10^{-9}}=14{,}4\cdot10^{5}\ \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$=1440\ \frac{\text{kV}}{\text{m}}\ .$$

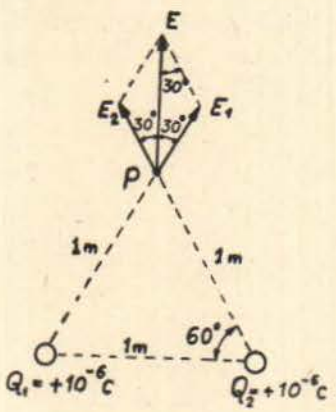
Örnek 16—3. Aralarındaki uzaklık $r=60$ cm olan $Q_1=+10^{-6}$ C ve $Q_2=-2\,.\,10^{-6}$ C'luk iki noktasal yükün karşılıklı kuvvet tesirini ve her birinin bulunduğu noktadaki alan şiddetini hesaplayınız.

Cevap: $F=-\dfrac{9\,.\,10^{9}\,.\,10^{-6}\,.\,2\,.\,10^{-6}}{36\,.\,10^{-2}}=-0{,}05\ \mathrm{N}\ \left(\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}=9\,.\,10^{9}\ \mathrm{m/F}\right)$

$$E_1=\frac{0{,}05}{10^{-6}}=5\,.\,10^{4}\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}=50\ \frac{\mathrm{kV}}{\mathrm{m}}\ ,$$

$$E_2=\frac{0{,}05}{2\,.\,10^{-6}}=2{,}5\,.\,10^{4}\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}=25\ \frac{\mathrm{kV}}{\mathrm{m}}\ .$$

Örnek 16—4. Şek. 16—3 de Q_1 ve Q_2 iki noktasal yükü göstermektedir. P noktasındaki alan şiddetini bulunuz.



Şek. 16—3

Cevap: Her iki yükün P noktasında meydana getirdikleri alan şiddeti değerce eşit fakat yönce farklıdır. Bu alanların değeri

$$E_1=E_2=10^{-6}\,.\,9\,.\,10^{9}=9\,.\,10^{3}\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$$

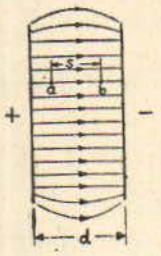
dir. $\vec{E}_1$ ve $\vec{E}_2$ vektörleri düşey doğrultu ile 30° lik açılar teşkil ettiklerinden P noktasındaki bileşke alan şiddeti için

$$E=2\,E_1\cos 30^{\circ}=2\,.\,9\,.\,10^{3}\,.\,0{,}865=15600\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$$

değeri elde edilir. $\vec{E}$ vektörü düşey doğrultudadır ve yukarıya doğru yönelir.

16 — 4. Gerilim ve potansiyel.

Şek. 16—4 de pozitif ve negatif yüklü iki paralel levha arasında meydana gelen elektrik alanı görülmektedir. Bu levhalar yeter derecede birbirine yakın olursa aralarında meydana gelen alana düzgün



Şek. 16—4

gözüyle bakmak mümkün olur. Şimdi bu alan içine a noktasına bir pozitif Q yükünün (noktasal) getirildiği düşünülürse bu yük $F=QE$ kuvvetinin tesiri altında kalarak negatif levhaya doğru gider. Q yükü a noktasından s uzaklığında bulunan b noktasına gelinceye kadar alan kuvveti bir iş görecektir. Bu iş ise

$$A=Fs=QEs$$

formülü ile hesaplanır. Diğer taraftan a ve b noktaları arasındaki gerilim

$$U_{ab}=\frac{A}{Q}$$

oranı ile târif edildiğinden bu ifadelerin karşılaştırılmasından

$$U_{ab}=Es \qquad (16—8)$$

olduğu görülür. Bu bağıntıya göre düzgün alan içindeki elektrik alan şiddeti, bir alan çizgisi boyunca beher metreye düşen gerilimden başka bir şey değildir :

$$E=\frac{U_{ab}}{s} \cdot \qquad (16—9)$$

Alan düzgün olmadığı vakit $\vec{E}$ her yerde aynı değerde ve yönde olmayacağından iki nokta arasındaki gerilimi (16—8) formülü ile hesaplayamayız. Bu durumda iş formülü ancak alan çizgisi üstünde ds

gibi sonsuz küçük bir uzunluk için yazılabilir. Böylece Q yükü alan çizgisi boyunca ds kadar gittiği vakit görülen iş

$$dA = P\,ds = Q\,E\,ds$$

olur. Buradan, a ve b noktaları arasında görülen iş için

$$A = Q \int_a^b E\,ds \qquad (16-10)$$

ifadesi bulunur. Gerilim ise

$$U_{ab} = \int_a^b E\,ds \qquad (16-11)$$

integrali yardımiyle hesaplanacaktır. Şayet Q yükü bir alan çizgisi yerine her hangi bir eğri boyunca hareket ederse bu ifadelerde Eds yerine $Eds\cos\alpha$ almak gerekir ($\alpha = \widehat{\vec{E}}$ vektörü ile eğrinin teğetleri doğrultusundaki ve b ye doğru yönelen $\vec{ds}$ vektörü arasındaki açıdır).

Örnek 16—5. Şek. 16—4 deki sistemde alan şiddeti $E = 5000$ V/m ve levhalar arasındaki uzaklık $d = 2$ cm dir. Levhalar arasındaki U gerilimini bulunuz.

Cevap: $U = Ed = 5000 \cdot 0{,}02 = 100$ V

Örnek 16—6. Şek. 16—4 de levhalar arasındaki gerilim $U = 10$ kV ve $d = 2{,}5$ cm dir. a ve b arasındaki uzaklık $s = 0{,}5$ cm ve b noktası ile negatif levha arasındaki uzaklık 1,5 cm olduğuna göre

a) a ve b noktaları ile negatif levha arasındaki gerilimleri,

b) a ve b arasındaki gerilimi

hesaplayınız.

Cevap: a) Alan şiddeti

$$E = \frac{10000}{2{,}5} = 4000\ \frac{\text{V}}{\text{cm}}$$

olduğundan

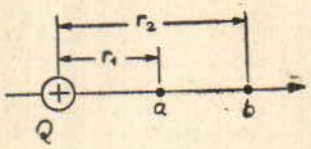
$$U_a = 4000 \cdot 2 = 8000\ \text{V} = 8\ \text{kV},$$
$$U_b = 4000 \cdot 1{,}5 = 6000\ \text{V} = 6\ \text{kV}$$

elde edilir.

b) $U_{ab} = U_a - U_b = 8000 - 6000 = 2000\ \text{V} = 2\ \text{kV}$

bulunur. U_{ab} gerilimini $U_{ab} = Es = 4000 \cdot 0{,}5 = 2000$ V şeklinde de hesaplayabiliriz.

Örnek 16—7. Nokta şeklindeki bir Q yükünden r_1 ve r_2 uzaklığında bulunan iki nokta arasındaki gerilimi bulmaya yarayan formülü çıkarınız, şek. 16—5.



Şek. 16—5

Cevap: $E=Q/4\pi\varepsilon r^2$ olduğundan (16—11) yardımiyle

$$U_{ab}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left|-\frac{1}{r}\right|_{r_1}^{r_2}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right) \quad (16—12)$$

formülü bulunur.

Noktasal yükten r uzaklığında bulunan bir P noktası ile sonsuz uzaklıktaki bir nokta arasındaki gerilim için yukarıdaki ifade yardımiyle ($r_1=r$, $r_2=\infty$)

$$V_P=\frac{Q}{4\pi\varepsilon r} \quad (16—13)$$

ifadesi elde edilir. Bu değere P noktasının mutlak potansiyeli adı verilir. (16—12) formülünde

$$V_a=\frac{Q}{4\pi\varepsilon r_1}$$

a noktasının mutlak potansiyelini ve

$$V_b=\frac{Q}{4\pi\varepsilon r_2}$$

ise b noktasının mutlak potansiyelini gösterdiğinden, a ve b arasındaki gerilim için

$$U_{ab}=V_a-V_b \quad (16—14)$$

yazılabilir. O halde elektrik alanı içinde iki nokta arasındaki gerilim bu noktaların potansiyelleri arasındaki farka eşittir (gerilim=potansiyel farkı).

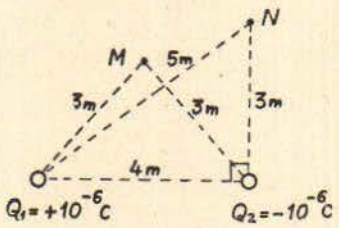
(16—13) ifadesine göre Q yükünden r uzaklığından bulunan bütün noktalarda potansiyel aynı değerde olur. Bu noktalar ise r yarı çaplı bir küre üzerinde bulunurlar. Potansiyelin sabit kaldığı böyle

bir yüzeye eşpotansiyel yüzey adı verilir. (16—14) ifadesine göre elektrik alanı içinde bulunan a ve b noktaları arasındaki gerilim bu noktaların potansiyelleri ile ilgili ve dolayısiyle

$$U_{ab}=\int_a^b Eds\cos\alpha$$

integralini hesaplarken takip edilen yola bağlı değildir. Bunun sonucu olarak a ve b noktalarının aynı bir alan çizgisi üstünde bulunmalarının şart olmadığı anlaşılır.

Örnek 16—8. Şek. 16—6 da M ve N noktalarının mutlak potansiyellerini ve bu noktalar arasındaki gerilimi bulunuz.



Şek. 16—6

Cevap: Q_1 ve Q_2 yükleri tarafından M noktasında meydana getirilen potansiyeller

$$V_{1M}=\frac{10^{-6}.9.10^9}{3}=3000\text{ V},$$

$$V_{2M}=-\frac{10^{-6}.9.10^9}{3}=-3000\text{ V}$$

dur. Potansiyel skaler bir büyüklük olduğundan M noktasının potansiyelini bulmak için bunların cebrik toplamını teşkil etmek gerektiğinden M noktasının mutlak potansiyeli için

$$V_M=V_{1M}+V_{2M}=3000-3000=0$$

bulunur (alan şiddetleri vektörel büyüklükler olduğundan bunların bileşkesini bulmak için bir geometrik toplam teşkil etmek gerekir).

Q_1 ve Q_2 yüklerinin N noktasında meydana getirdikleri potansiyeller

$$V_{1N}=\frac{10^{-6}.9\,.\,10^{9}}{5}=1800\ \text{V},$$

$$V_{2N}=-\frac{10^{-6}.9\,.\,10^{9}}{3}=-3000\ \text{V}$$

dur. N noktasındaki potansiyel ise

$$V_N=V_{1N}+V_{2N}=1800-3000=-1200\ \text{V}$$

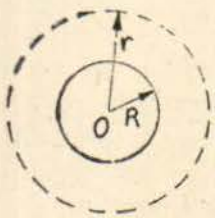
olur. Nihayet bu iki nokta arasındaki gerilim için

$$U_{MN}=V_M-V_N=0-(-1200)=+1200\ \text{V}$$

değeri elde edilir.

16—5. Elektrik akısı ve yoğunluğu.

Şek. 16—7 de görülen maden kürenin üstünde Q elektrik yükünün



Şek. 16—7

bulunduğunu farzedelim. Bu kürenin yüzeyi $4\pi R^2$ olduğundan birim yüzeye düşen elektrik yükü

$$D=\frac{Q}{4\pi R^2}$$

olacaktır. Burada Q küreden çıkan (+ yük için) veya küreye giren (— yük için) elektrik akısına ve D ise bu akının küre yüzeyi üstündeki yoğunluğuna tekabül eder. r yarıçaplı herhangi bir küreden de aynı akı geçeceğinden bu küre üstündeki akı yoğunluğu

$$D=\frac{Q}{4\pi r^2} \qquad (16—15)$$

olur, yani farklı bir değer alır. Q nün birimi C olduğundan D nin pratik sistemde C/m^2 birimi ile ölçüleceği anlaşılır.

Düzgün bir alanda alan çizgilerine dik olarak alınan bir F yüzeyinden geçen elektrik akısı magnetik alanda olduğu gibi

$$\Phi_e = DF \qquad (16-16)$$

formülü yardımiyle hesaplanır. F yüzeyinin normali alan yönüyle bir α açısı teşkil ettiği takdirde akı

$$\Phi_e = DF\cos\alpha \qquad (16-17)$$

formülüyle bulunur.

Nokta şeklindeki yükün alan şiddeti için yazılan

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}$$

ifadesi ile akı yoğunluğu için yazılan (16—15) denklemini karşılaştıracak olursak

$$D = \varepsilon E \qquad (16-18)$$

olduğunu görürüz. Bu suretle D nin de E gibi bir vektörel büyüklük olduğu ortaya çıkar. Bu vektörün yönü ve doğrultusu alan şiddeti vektörünün aynıdır. Son bağıntı magnetik alanda görülen $B = \mu H$ bağıntısına benzer. Elektrik akısına deplasman akısı ve akı yoğunluğuna da deplasman adları da verilir.

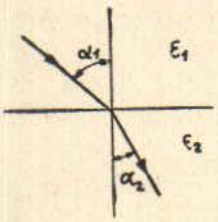
Düzgün bir alan içinde deplasman her yerde ayni değer ve yöndedir.

Elektrik alanı içine iletken bir cisim sokulacak olursa bu cismin içindeki elektronlar alan kuvvetlerinin tesiri altında harekete geçerler. Elektronlar negatif yüklü olduğundan bu hareketin yönü alan yönünün tersidir. Böylece cismin bir tarafı fazla elektronlardan dolayı negatif olarak elektriklenirken diğer tarafı elektron azlığından dolayı pozitif elektriklenir. Böyle bir elektriklenmeye tesir yoluyla elektriklenme adı verilir.

Alan içine bir dielektrik maddenin yani bir yalıtkan cismin sokulması halinde bu cismin atomlarında bir yük kayması (deplasman) meydana gelir. Bilindiği gibi atom pozitif bir çekirdekle bunun etrafında dönen elektronlardan teşekkül eder. Elektrik alanı içinde bu yüklere tesir eden kuvvetler bunların birbirinden bir az ayrılmasına sabep olurlar. Bu suretle atom bir tarafı pozitif ve öbür tarafı negatif elektrikli olan bir sistem (dipol) haline geçer. İşte bu olaya dielektriğin polarizasyonu denilir.

16 — 6. Elektrik alanında alan çizgilerinin kırılması.

Şek. 16—8 de görüldüğü gibi elektrik alanında magnetik alanda olduğu gibi alan çizgileri bir ortamdan diğer bir ortama geçerken



Şek. 16—8

kırılırlar. Sınır yüzeyinden geçen akı her iki ortam için ayni olduğundan iki ortamdaki akı yoğunluklarını D_1 ve D_2 ile göstererek

$$D_1 F \cos \alpha_1 = D_2 F \cos \alpha_2$$

yazılabilir. Akı yoğunluğunun normal bileşenleri D_{n1} ve D_{n2} ile gösterilirse son bağıntı yardımiyle

$$D_{n1} = D_{n2} \qquad (16—19)$$

olduğu yani bu bileşenlerin sabit kaldığı anlaşılır. Sınır yüzeyinde alınan ve aralarındaki uzaklık l olan iki nokta arasındaki gerilim için alan şiddetinin teğetsel bileşenleri yardımiyle $U = E_{t1} l$ veya $U = E_{t2} l$ yazılabilir. Böylece

$$E_{t1} = E_{t2} \qquad (16—20)$$

olduğu yani alan şiddetinin teğetsel bileşeninin sabit kaldığı ortaya çıkar. Yukarıdaki ifadeler yardımiyle kırılma için kolayca

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}} \qquad (16—21)$$

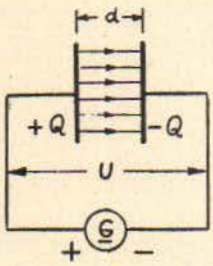
denklemi bulunur.

17. Kandansatörler

17—1. Paralel levhalı kondansatörler.

Aralarında bir dielektrik madde bulunan ve eşit fakat zıt işaretli yükler taşıyan iki iletkenden meydana gelen sisteme kondansatör adı verilir. Meselâ şek. 16—4 de gördüğümüz iki paralel levha bir kondansatör teşkil ederler. Bu levhalar şek. 17—1 de görüldüğü gibi

bir doğru akım üretecinin iki kutbuna bağlanırsa pozitif kutba bağlı olan levhada $+Q$ yükünün ve negatif kutba bağlı olan levhada da $-Q$ yükünün toplandığı görülür. Kondansatörün bu şekilde elektrikle yüklenmesine dolma (şarj) adı verilir. Levhalar arasında yalıtkan bir ortam bulunduğundan bu yükler bir levhadan öbür levhaya gidemez-



Şek. 17—1

ler. Kondansatör dolduktan sonra üreteçle ilgisi kesilirse yüklerin levhalar üstünde kaldığı görülür. Şayet üreteçten ayrılan kondansatörün levhaları bir telle birbirine birleştirilirse bu takdirde negatif levha üzerinde bulunan fazla elektronlar pozitif levhaya giderek her iki levha nötr hale geçer. Buna da boşalma (deşarj) adı verilir. Gerek dolma ve gerekse boşalma esnasında devreden kısa süren bir akımın geçtiği görülür.

Kondansatör dolunca levhalar arasındaki gerilim U değerini alır. Boşalma sonunda bu gerilim tekrar sıfıra düşer.

17 — 2. Kapasite.

Bir kondansatörün levhalarında toplanan Q yüküyle levhalar arasına uygulanan U gerilimi arasındaki

$$C=\frac{Q}{U} \qquad (17-1)$$

oranına kondansatörün kapasitesi adı verilir. C kapasitesi yalnız kondansatörün geometrik boyutları ve levhalar arasındaki dielektriğin cinsi ile ilgili olan bir büyüklüktür. Yukarıdaki formülden kapasitenin 1 C/V veya 1 As/V birimi ile ölçüleceği anlaşılır. Bu birime kısaca Farad denilir ve F harfi ile gösterilir. Farad birimi teknikte rastlanan değerlere göre çok büyüktür. Bu sebepten dolayı Farad yerine bunun milyonda birine eşit olan mikrofard (μF) veya $1/10^{12}$ sine eşit olan pikofard (pF) birimleri kullanılır :

$$1\,\mu F = 10^{-6}\,F,$$
$$1\,pF = 10^{-12}\,F.$$

(17—1) formülünü

$$Q = C\,U \qquad (17-2)$$

şeklinde yazalım. Belli bir kondansatör için C=sabit olduğundan levhalara uygulanan gerilim ne kadar büyük olursa levhalarda depo edilen elektrik yükü de o kadar büyük olacak demektir ; yani Q yükü U gerilimiyle orantılıdır.

Örnek 17—1. Kapasitesi $C=2\,\mu F$ olan bir kondansatörün uçlarına $U=500$ V uygulanıyor. Bu kondansatörde biriken elektrik yükünü bulunuz.

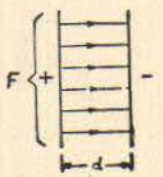
Cevap : $Q=2.10^{-6}.500=10^{-3}$ C.

17 — 3. Kapasitelerin hesabı.

Bundan önce de belirtildiği gibi bir kondansatörün kapasitesi elektrodların (kondansatör levhalarına genel olarak elektrod adı verilir) şekline, boyutlarına ve elektrodlar arasını dolduran dielektriğin cinsine bağlıdır. Endüktans için olduğu gibi bir sistemin kapasitesini de ancak bazı hallerde hesaplamak kabil olur. Aşağıda paralel levhalı kondansatörde ve silindirik kondansatörde kapasitenin nasıl hesaplanacağı gösterilmiştir.

a) Paralel levhalı kondansatör.

Şek. 17—2 de görülen paralel levhalı kondansatörün elektrodları



Şek. 17—2

arasındaki uzaklık levhaların boyutlarına nazaran küçükse, levhalar arasındaki alanın pratik bakımdan düzgün olduğu kabul edilebilir. Levhalar arasındaki gerilim U ile gösterilirse alan şiddeti

$$E=\frac{U}{d}$$

olur (d=levhalar arasındaki uzaklık). Kondansatörün F yüzeyinden çıkan elektrik akısı Q ye eşit olduğundan akı yoğunluğu

$$D=\frac{Q}{F}$$

dir. Diğer taraftan $D=\varepsilon E$ olduğu gözönüne alınırsa

$$Q=\frac{\varepsilon F}{d}U$$

formülü bulunur. Bu formülü $Q=C\,U$ ifadesiyle karşılaştırmak suretiyle kapasite için

$$C=\frac{\varepsilon F}{d} \qquad (17-3)$$

denklemi bulunur.

Örnek 17—2. Bir paralel levhalı kondansatörde $F=400$ cm^2 ve $d=5$ mm dir. Bu kondansatörün kapasitesini, levhalar arasında hava ($\varepsilon_r=1$) ve mika ($\varepsilon_r=8$) bulunduğuna göre hesaplayınız.

Cevap : Levhalar arasında hava bulunması halinde

$$C_h=\frac{8{,}86\,.\,10^{-12}.\,0{,}04}{0{,}005}\approx 71{,}9\,.\,10^{-2}\ \text{F}=71{,}9\ \text{pF}$$

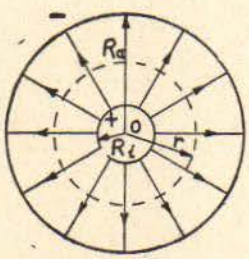
ve mika bulunması halinde de

$$C_m=8\,C_h=8\,.\,71{,}9=572{,}2\ \text{pF}$$

bulunur.

b) Silindirik kondansatör.

Şek. 17—3 de görülen ve ortak eksenli çok uzun iki silindirden



Şek. 17—3

meydana gelen sisteme silindirik kondansatör adı verilir. Tek damarlı kablo, silindirik kondansatöre örnek olarak gösterilebilir. Bu kondan-

satörde iç ve dış elektrodların arası bir dielektrikle doludur. Elektrodlara bir gerilim uygulandığı zaman bu dielektrik içinde meydana gelen alanın alan çizgileri eksene dik olup yarıçap doğrultusunda bulunurlar. İçteki silindirin l uzunluğundaki elektrik yükü Q ile gösterilirse r yarıçaplı ve l uzunluğundaki silindir üstündeki akı yoğunluğu

$$D=\frac{Q}{2\pi rl}$$

olur. Burada $2\pi rl$, r yarıçaplı silindirin yüzeyidir. Böylece r uzaklığındaki alan şiddeti için

$$E=\frac{Q}{2\pi\varepsilon lr} \qquad (17-4)$$

formülü elde edilir. İç ve dış silindirler arasındaki U gerilimi için câri olan

$$U=\int_{R_i}^{R_a} E\,dr$$

ifadesinde E yerine yukarıdaki eşiti konursa

$$U=\frac{Q}{2\pi\varepsilon l}\int_{R_i}^{R_a}\frac{dr}{r}=\frac{Q}{2\pi\varepsilon l}\ln\frac{R_a}{R_i} \qquad (17-5)$$

formülü bulunur. Bu ifadeyi $Q=CU$ ile karşılaştırarak silindirik kondansantörün kapasitesini hesaplamaya yarayan

$$C=\frac{2\pi\varepsilon l}{\ln\dfrac{R_a}{R_i}} \qquad (17-6)$$

formülü elde edilir.

Dielektrik içinde herhangi bir noktadaki alan şiddetini bulmaya yarayan (17—4) formülünü Q yerine U cinsinden ifade etmek istersek (17—5) yardımiyle

$$E=\frac{U}{r\ln\dfrac{R_a}{R_i}} \qquad (17-7)$$

buluruz.

Örnek 17—3. İletken yarıçapı $R_i=0{,}4$ mm dış zarfın yarıçapı $R_a=1{,}25$ mm olan kauçuk izolasyonlu tek damarlı kablonun beher km sinin kapasitesini bulunuz. Kauçuk için $\varepsilon_r=2{,}5$ alınacaktır.

Cevap : $C=\dfrac{2\pi \cdot 8{,}86 \cdot 10^{-12} \cdot 2{,}5 \cdot 10^{3}}{\ln \dfrac{1{,}25}{0{,}4}}=0{,}24 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{F}=0{,}24\ \mu\mathrm{F}.$

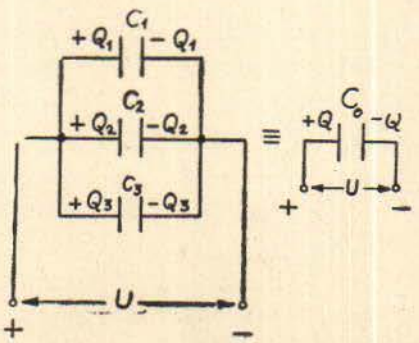
Her kondansatör belli bir kapasite ve gerilim için imâl edilir. Kondansatöre bundan daha büyük bir gerilim uygulanırsa levhalar arasında bulunan dielektrik, yalıtkanlık özelliğini kaybederek iletken hale geçer. Bu olaya kondansatörün delinmesi denir. Delinmede rol oynayan büyüklük alan şiddetidir. Her dielektrik madde için başka değerde olan bu alan şiddetine delinme alan şiddeti adı verilir. Havanın delinme alan şiddeti 30 kV/cm olduğundan havalı bir kondansatörde levhalar arasındaki uzaklık meselâ $d=2$ mm ise bu kondansatöre en fazla $U=30 \cdot 0{,}2=6$ kV$=6000$ V a kadar uygulanabilir. Delinme alan şiddeti meselâ temperatür, nem vesaire gibi bazı faktörlere bağlı olarak değişir. Dielektriklerin delinmesine sebep olan âmiller ısınma ve iyonlaşmadır. Dielektrik maddelerin direnci sıcaklıkla azaldığından sabit gerilimde bu direncin gitgide küçülmesi ısı kaybının artmasına ve dolayısiyle dielektriğin bozulmasına yol açar. Yüksek alan şiddetlerinde meydana gelen iyonlaşmada ise dielektrik içindeki iyon sayısı çoğalarak dielektrik, yalıtkan özelliğini kaybeder.

Örnek 17—4. 20 kV'luk mikalı bir kondansatör yapmak için kaç mm'lik mika levhası kullanılır. Mikanın delinme alan şiddeti 1000 kV/cm dir.

Cevap : $d=\dfrac{20}{1000}=0{,}02\ \mathrm{cm}=0{,}2\ \mathrm{mm}.$

17 — 4. Kodansatörlerin paralel ve seri bağlanması.

Kondansatörleri paralel veya seri bağlamak suretiyle bataryalar teşkil edilir. Şek. 17—4 de üç kondansatörü paralel bağlayarak elde



Şek. 17—4

edilen batarya görülmektedir. Bu üç kondansatör yerine konabilecek olan kondansatörün kapasitesi C_0 (eşdeğer kapasite) ile gösterilirse

$$C_0 = C_1 + C_2 + C_3 \qquad (17-8)$$

olduğunu kolayca görebiliriz. Gerçekten kapasitelerde biriken yükler Q_1, Q_2 ve Q_3 ile gösterilirse gerilim hep aynı olduğundan

$$C_1 = \frac{Q_1}{U},$$

$$C_2 = \frac{Q_2}{U},$$

$$C_3 = \frac{Q_3}{U}$$

dur. Diğer taraftan bataryada biriken toplam yük

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

olur. Bu ifadede $Q = C_0 U$ ve $Q_1 = C U$, $Q_2 = C_2 U$, $Q_3 = C_3 U$ konursa

$$C_0 U = (C_1 + C_2 + C_3) U$$

veya

$$C_0 = C_1 + C_2 + C_3$$

formülü elde edilir. n tane kondansatörden meydana gelen bataryanın eşdeğer kapasitesi de benzer şekilde yani

$$C_0 = C_1 + C_2 + \ldots + C_n \qquad (17-9)$$

formülüyle bulunur. Kapasitelerin eşit olması halinde $C_1 = C_2 = \ldots = C_n = C$ koyarak

$$C_0 = n C \qquad (17-10)$$

formülü elde edilir.

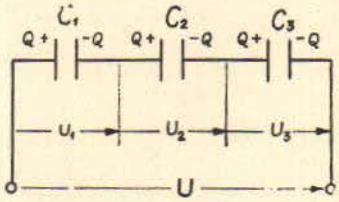
Örnek 17—5. 0,1 μF'lık kondansatörlerden kaç tanesini paralel bağlamak suretiyle 2 μF'luk bir kapasite elde edilebilir?

Cevap : $n = \frac{C_0}{C} = \frac{2}{0{,}1} = 20$ tane.

Örnek 17—6. $C_1=0{,}8\ \mu F$ ve $C_2=1{,}5\ \mu F$ lık iki kondansatör paralel bağlanıyor. Bu bataryanın eşdeğer kapasitesi nedir ?

Cevap : $C_0=0{,}8+1{,}5=2{,}3\ \mu F$.

Şek 17—5 de kondansatörleri seri bağlayarak elde edilen batarya görülmektedir. Birinci kondansatörün sol levhası Q yükü (pozitif) ile



Şek. 17—5

dolunca sağ levha $-Q$ ile yüklenir. Bu esnada ikinci kondansatörün sol levhası $+Q$ ile yüklenir vesaire. Böylece her kondansatörde aynı elektrik yükünün bulunduğu anlaşılır :

$$Q=C_1 U_1=C_2 U_2=C_3 U_3 .$$

Diğer taraftan

$$U=U_1+U_2+U_3$$

olduğu gözönüne alınırsa $U=Q/C_0$ ve $U_1=Q/C_1$, $U_2=Q/C_2$, $U_3=Q/C_3$ koyarak

$$\frac{Q}{C_0}=\frac{Q}{C_1}+\frac{Q}{C_2}+\frac{Q}{C_3}$$

veya

$$\frac{1}{C_0}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3} \qquad (17—11)$$

formülü çıkarılır. n kondansatör halinde bu formül

$$\frac{1}{C_0}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\ldots\ldots+\frac{1}{C_n} \qquad (17—12)$$

şekline girer. Seri bağlı kapasiteler birbirine eşit olduğu takdirde $C_1=C_2=\ldots=C_n=C$ koyarak

$$C_0=\frac{C}{n} \qquad (17—13)$$

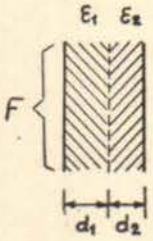
formülü bulunur.

Seri ve paralel bağlı dirençlere ait formüllerin kapasite formülleriyle karşılaştırılmasından kapasitenin iletkenlik rolünü oynadığı anlaşılır.

Örnek 17—7. $C_1=4\ \mu F$ ve $C_2=8\ \mu F$ 'lık iki kondansatör seri bağlanıyor. Sistemin eşdeğer kapasitesini bulunuz.

Cevap : $$C_0=\frac{C_1 C_2}{C_1+C_2}=\frac{4\cdot 8}{4+8}=\frac{32}{12}=2{,}66\ \mu F.$$

Örnek 17—8. Şek. 17—6 da görülen iki dielektrikli kondansatörün kapasitesini veren ifadeyi bulunuz.



Şek. 17—6

Cevap : Bu kondansatörün, kapasiteleri

$$C_1=\frac{\varepsilon_1 F}{d_2}$$

ve

$$C_2=\frac{\varepsilon_2 F}{d_2}$$

olan iki kondansatörün seri bağlanmasından teşekkül ettiğini kabul edebiliriz. Böylece

$$C=\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 F}{\varepsilon_2 d_1+\varepsilon_1 d_2}=\frac{F}{\frac{d_1}{\varepsilon_1}+\frac{d_2}{\varepsilon_2}} \qquad (17—14)$$

formülü elde edilir.

17 — 5. Kondansatörlerin teknikneti tatbikatı.

Kondansatörler elektroteknikte geniş ölçüde kullanılır. Meselâ kuvvetli akım tekniğinde güç katsayısının düzeltilmesi için ve yüksek frekans tekniğinde rezonans ve filtre devreleri teşkili için kondansatörlerden faydalanılır.

18. Elektrik alanındaki enerji ve kuvvetler

18—1. Elektrik alanındaki enerji.

Bir üretece bağlanıp doldurulan bir kondansatörün üreteçden ayrıldıktan sonra uçları bir direnç üzerinden kapatılacak olursa devreden kısa süren bir akımın geçtiği ve dolayısiyle dirençte bir miktar enerjinin ısı şeklinde kaybolduğu görülür. Böylece kondansatörde bir enerjinin birikmiş olduğu ortaya çıkar. Bu enerji, kondansatör üretece bağlandığı vakit depo edilir. Kondansatör dolarken her hangi bir anda uçları arasındaki gerilimi u ile gösterecek olursak levhalardaki yükü dq kadar arttırmak için üretecin

$$dA=udq$$

işini vermesi icap eder. Diğer taraftan u gerilimi ile her hangi bir anda levhaların üstünde biriken q yükü arasında $q=Cu$ bağıntısı bulunduğundan

$$dA=\frac{1}{C}\,q\,dq$$

yazılabilir. Bu suretle levhaların yükünü sıfırdan Q değerine çıkarmak için lüzumlu olan iş için

$$A=\frac{1}{C}\int_0^Q q\,dq=\frac{1}{2}\,\frac{Q^2}{C}=W_e \qquad (18—1)$$

veya $Q=CU$ koyarak

$$W_e=\frac{1}{2}\,CU^2 \qquad (18—2)$$

formülü bulunur. Bu enerji kondansatörde (dielektik içinde) depo edilerek boşalma esnasında harcanır. Elektrik alanında biriken enerjiyi veren bu ifadeyi $Q=CU$ ve $U=Ed$ bağıntıları yardımiyle

$$W_e=\frac{1}{2}\,QU \qquad (18—3)$$

veya

$$W_e=\frac{1}{2}\,VED \qquad (18—4)$$

şekillerine sokabiliriz. Bu son formülde $V=Fd$ dielektriğin hacmını gösterir. Buradan elektrik enerjisinin yoğunluğu için

$$w_e = \frac{W_e}{V} = \frac{1}{2} ED = \frac{D^2}{2\varepsilon} = \frac{\varepsilon E^2}{2} \qquad (18-5)$$

ifadeleri elde edilir.

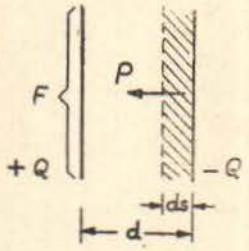
Kondansatörlerde biriken enerji normal büyüklükteki kondansatörlerde yüksek gerilimlerde bile oldukça küçüktür.

Örnek 18—1. Kapasitesi $C=4\ \mu F$ olan bir kondansatöre $U=1\ kV$ uygulanıyor. Bu kondansatörde biriken elektrik miktarını ve enerjiyi bulunuz.

Cevap: $Q=4 \cdot 10^{-6} \cdot 1000 = 4 \cdot 10^{-3}\ C,$

$$W_e = \frac{1}{2} 4 \cdot 10^{-6} \cdot (1000)^2 = 2\ J.$$

Bir kondansatörün iki levhası üstünde eşit değerde fakat farklı işarette elektrik yükleri bulunduğundan levhalar birbirini bir P kuv-



Şek. 18—1

veti ile çekerler, şek. 18—1. Meselâ sağdaki levha ds kadar sola gittiği vakit P kuvveti tarafından görülen iş

$$dA = P\,ds$$

olur. Bu iş alan içindeki elektrik enerjisi tarafından karşılanacaktır. Levha sola gittiği vakit bu enerji taranmış olan kısımdaki

$$dW_m = \frac{1}{2} \frac{D^2}{\varepsilon} F\,ds$$

enerjisi kadar azalır. Böylece $dA=dW_m$ yazarak buradan

$$P=\frac{1}{2}\frac{D^2F}{\varepsilon} \qquad (18-6)$$

veya $D=\varepsilon E$ koyarak

$$P=\frac{1}{2}\varepsilon F E^2 \qquad (18-7)$$

formülü bulunur. Son ifadede E yerine U/d koyarak

$$P=\frac{1}{2}\frac{\varepsilon F}{d}\frac{U^2}{d}$$

veya

$$P=\frac{1}{2d}CU^2 \qquad (18-8)$$

formülü elde edilir.

Örnek 18—2. Kapasitesi $C=500$ pF olan bir kondansatöre $U=10$ kV uygulanıyor. Bu kondansatörün enerjisini ve levhalar arasındaki çekme kuvvetini bulunuz. $d=4$ mm dir.

Cevap : $W_e=\frac{1}{2}\,500\,.\,10^{-12}.\,(10000)^2=0{,}005$ J,

$$P=\frac{0{,}005}{0{,}004}=1{,}25\ \text{N}\approx 0{,}125\ \text{kg}.$$

Kondansatörün üreteçle ilgisi kesildikten sonra levhalar arasındaki uzaklık değiştirilecek olursa bu esnada Q değişmeyeceğinden $D=\Phi_e/F$ ve $E=D/\varepsilon$ sabit kalırlar. Buna karşılık $C=\varepsilon F/d$ kapasitesi ve $U=Q/C$ gerilimi başka değerler alacaklardır.

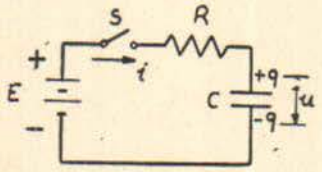
Elektrik alanındaki kuvvet tesirinden maselâ elektrostatik voltmetrelerde faydalanılır.

19. Kondansatörlerin dolması ve boşalması

19 — 1. Kondansatörlerin dolması.

Bir kondansatörün levhaları arasında yalıtkan bir madde bulunduğundan sistem bir doğru akım üretecine bağlandığı zaman devreden bir akımın geçmemesi beklenir. Bununla beraber levhaların üstünde biriken elektrik yüklerinden dolayı devreden kısa süreli bir

akım geçer. Dolma olayı sonunda kondansatörün gerilimi üretecin EMK'ine eşit olur ve akım da kesilir. Kondansatörün bu şekilde dolması anî olarak vuku bulmaz ve belirli bir zamana ihtiyaç gösterir. Bu sebepten dolayı kondansatör dolarken levhalar arasındaki gerilim, devreden geçen akım ve levhalarda biriken yük zamanın fonksiyonu olarak değişirler. Şimdi bu fonksiyonları bulmağa çalışalım.



Şek. 19—1

Şek. 19—1 de kondansatörün dolma montajı görülmektedir. S anahtarı kapatılınca kondansatör dolmağa başlar. Her hangi bir anda devreden geçen akımı i ile, kondansatör gerilimini u ile ve levhalarda birikmiş olan yükü de q ile gösterirsek bu üç büyüklük arasında

$$i=\frac{dq}{dt}$$

ve

$$q=Cu$$

bağıntıları vardır. Bu iki bağıntı yardımiyle i akımı için

$$i=C\,\frac{du}{dt}$$

formülünü yazabiliriz.

Devre için yazılan

$$E=Ri+u$$

gerilim denkleminde i yerine son bulunan ifadeyi koyarsak

$$E=RC\,\frac{du}{dt}+u \qquad (19—1)$$

şeklinde bir diferansiyel denklem elde ederiz. Bu denklemde görülen RC yerine

$$RC=T \qquad (19—2)$$

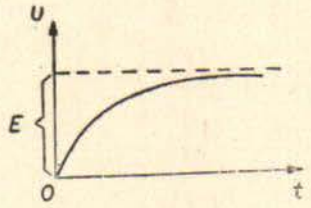
koyduktan sonra denklemi endüktanslı devreye benzer tarzda çözersek u gerilimi için

$$u=E-ke^{-\frac{t}{T}}$$

ifadesi bulunur. İntegral sabitini gösteren k yı bulmak için $t=0$ anında yani anahtarın kapanması anında gerilimin sıfır olduğunu ($u=0$) gözönüne almamız gerekir. Böylece $k=E$ buluruz. Bunun yukarıdaki ifadede yerine koyarak kondansatör gerilimi için

$$u=E(1-e^{-\frac{t}{T}}) \qquad (19-3)$$

fonksiyonu elde edilir. Zaman boyutunda olan $T=RC$ sabitine devrenin zaman sabiti adı verilir. Şek 19—2 de gerilimin zamanla değişimini gösteren eğri çizilmiştir.



Şek. 19—2

Levhalarda biriken elektrik miktarı için $q=Cu$ denklemi yardımiyle

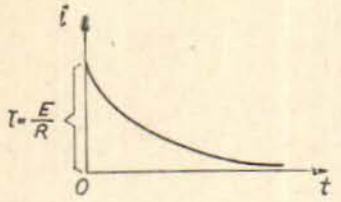
$$q=CE(1-e^{-\frac{t}{T}})=Q(1-e^{-\frac{t}{T}}) \qquad (19-4)$$

fonksiyonu ($Q=CE$) ve i akımı için de

$$i=\frac{dq}{dt}=\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{T}}=Ie^{-\frac{t}{T}} \qquad (19-5)$$

ifadesi elde edilir. Bu fonksiyona göre $t=0$ anında, yani anahtar kapatılır kapatılmaz akım $I=E/R$ değerini alır ve şek. 19—3 de görüldüğü gibi üstel olarak alçalarak dolma bittiği zaman sıfır olur. Bu suretle kondansatörün ilk anda bir kısa devre gibi tesir ettiği anlaşılır.

Dolma olayı teorik olarak sonsuz uzun sürerse de pratik bakımdan 4 ... 5 T sonunda kondansatöre dolmuş gözüyle bakılabilir.



Şek. 19—3

Örnek 19—1. Kapasitesi $C=1\ \mu F$ olan bir kondansatöre $R=1\ k\Omega$ üzerinden $U=200$ V uygulanıyor. Zaman sabitini, u ve i fonksiyonlarını bulunuz.

Cevap : $T=1000\ .\ 10^{-6}=10^{-3}\ s=1\ ms,$

$$u=200\ (1-e^{-1000t}),$$

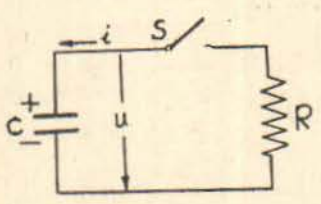
$$i=\frac{200}{1000}\ e^{-1000t}=0{,}2\ e^{-1000t}.$$

19 — 2. Kondansatörlerin boşalması.

Dolmuş olan bir kondansatörün levhaları bir direnç üzerinden veya doğrudan doğruya birleştirilecek olursa negatif levha üstündeki fazla elektronlar pozitif levhaya giderek her iki levha nötr hale geçer. Bu durumda kondansatör boşalmış demektir. Boşalma olayı da tıpkı dolma gibi belli bir zamana ihtiyaç gösterir. Boşalma sonunda kondansatörün gerilimi sıfıra düşer. Boşalma esnasında devreden pozitif levhadan negatif levhaya doğru bir akım geçer. Şimdi boşalma olayında u, q ve i nin zamanla nasıl değiştiklerini inceleyelim.

Şek. 19—4 de kondansatörün boşalma montajı görülmektedir. Bu devrede gerilim denklemi ($E=0$)

$$u+Ri=0$$



Şek. 19—4

şeklindedir. Bu ifadede $i=C\ \frac{du}{dt}$ koyarak

$$u+RC\frac{du}{dt}=u+T\frac{du}{dt}=0$$

şeklinde bir diferansiyel denklem elde edilir. $t=0$ anında yani anahtarın kapatılması anında $u=U$ olduğu gözönüne alınırsa kondansatör gerilimi için

$$u=Ue^{-\frac{t}{T}} \qquad (19-6)$$

ifadesi bulunur. Yani gerilim üstel bir fonksiyona göre alçalmaktadır. Levhalardaki elektrik yükü de

$$q=CUe^{-\frac{t}{T}} \qquad (19-7)$$

şeklinde alçalır. Nihayet boşalma akımı için

$$i=-\frac{U}{R}e^{-\frac{t}{T}} \qquad (19-8)$$

ifadesi elde edilir. Bu akımın negatif çıkması boşalma akımının dolma esnasında geçen akıma ters yönde olduğunu belirtir.

Örnek 19—2. Yukarıdaki örnekte verilen kondansatör $R=100\ \Omega$ üzürinden boşaltılıyor. u ve i fonksiyonlarını bulunuz.

Cevap : $u=200\ e^{-10^4 t}$

$$i=-\frac{200}{100}e^{-10^4 t}=-2\ e^{-10^4 t}$$

Kondansatörde levhaların arasını dolduran dielektriğin çok büyük de olsa bir izolasyon direnci olduğundan levhalar birbirine bir iletken yardımiyle birleştirilmediği zaman da bir boşalma olur. Yalnız R izolasyon direnci çok büyük olduğundan bu boşalma nisbeten yavaş vukua gelir.

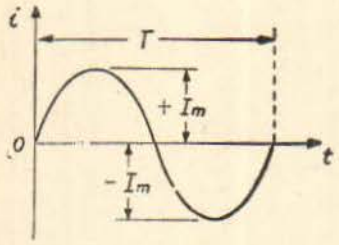
IV. BİR FAZLI ALTERNATİF AKIM

20. Temel kavramlar

20 — 1. Sinüzoidal alternatif akım.

Değeri ve yönü zamanla periyodik olarak değişen akıma alternatif akım adı verilir. Aynı şey gerilim, alan şiddeti vesaire gibi bütün diğer elektrik ve magnetik büyüklükler için de söylenebilir. Bu çeşit akımlar periyod denilen bir zaman sonunda tekrar aynı değeri alırlar ve aynı yönde akarlar.

Teknik bakımdan önemli olan alternatif akım zamanla sinüs fonksiyonuna göre değişen akımdır. Buna sinüzoidal akım adı verilir. Şek. 20—1 de sinüzoidal akımın zamanla nasıl değiştiği görülmektedir.



Şek. 20—1

Değişme periyodik olarak vukua geldiğinden akım eğrisinin yalnız bir periyoda ait olan kısmını çizmek kâfidir. Sinüs fonksiyonunun periyodu 2π radyan olduğundan bu akım

$$i = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t \qquad (20-1)$$

şeklinde ifade edilir. Bu formülde i, akımın her hangi bir t anındaki değerini gösterir. Buna akımın anî değeri denilir. Anî değerler genel olarak küçük harfle gösterilir (u, e gibi). Yalnız elektrik ve magnetik alan büyüklerinin anî değerlerini Φ_t, B_t, E_t vesaire şeklinde göstermek âdet olmuştur.

I_m, akımın pozitif ve negatif yönde akarken alabileceği en büyük değeri gösterir. Buna da genlik veya amplitüd adı verilir.

T akımın periyodunu gösterir. Periyod saniye ile ölçülür. Akım yarım periyod zarfında pozitif ve bundan sonraki yarım periyodda negatif değerler alır. Akımın böyle pozitif ve negatif olması bir yarım periyodda bir yönde ve diğer yarım periyodda da diğer yönde aktığını gösterir. 1 saniye zarfındaki periyod sayısına frekans denilir ve f harfi ile gösterilir. Bu tarife göre frekansı bulmak için

$$f=\frac{1}{T} \qquad (20-2)$$

formülü kullanılır. Erekansın birimi 1/s olup buna Hertz adı verilir ve kısaca Hz şeklinde gösterilir. Frekans birimi periyod/s anlamına gelen Cycle/s (c/s) şeklinde de gösterilir. Ekserlya kullanılan frekans 50 Hz dir. Bu frekans için periyod $T=1/50=0{,}02$ s olur. Büyük frekansları ölçmek için kilohertz (kHz) ve magahertz (MHz) birimleri kullanılır (1—10 bahsine bakınız).

(20—1) ifadesini frekans yardımiyle

$$i=I_m \sin 2\pi f t \qquad (20-3)$$

şekline sokmak kabil olur.

2π saniyedeki periyod sayısını gösteren

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi f \qquad (20-4)$$

ya dairesel frekans veya pülzasyon adı verilir. Dairesel frekans da frekans gibi 1/s birimi ile ölçülürse de buna Hertz adı verilmez. $f=50$ Hz de dairesel frekans $\omega=2\pi\ 50=314\ s^{-1}$ olur.

Dairesel frekanstan faydalanarak akım fonksiyonunu

$$i=I_m \sin \omega t \qquad (20-5)$$

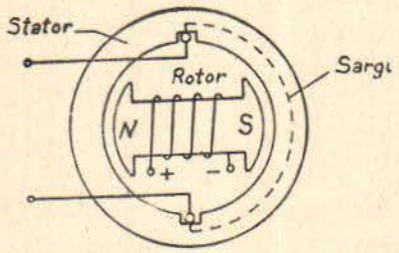
şeklinde de yazabiliriz.

50 ve 60 Hz lik frekanslar ışık ve kuvvet (motor) tesisatlarında kullanılır. 15 ve $16^2/_3$ Hz gibi daha alçak frekanslara elektrikli trenlerde rastlanır. Telefon akımlarının frekansı ise 5000 Hz kadardır. Bunlardan çok daha yüksek olan frekanslar radyo, televizyon ve radar tekniğinde kullanılır.

20 — 2. Sinüzoidal akımların elde edilmesi.

Sinüzoidal bir akım elde etmek için yine sinüzoidal bir EMK'e ihtiyaç vardır. Bu çeşit EMK'ler de pratikte alternatör veya senkron

generatör denilen alternatif akım generatörleri vasıtasiyle elde edilir. Bundan önce elektromagnetik endüksiyon bahsinde zamanla değişmeyen düzgün bir magnetik alan içinde bir çerçeveyi döndürerek sinüzoidal EMK elde edilebileceğini görmüştük. Pratikte sargılar sabit tutulup magnetik alanı meydana getiren sistem döndürülür. Şek. 20—2



Şek. 20—2

de bir alternatif akım generatörünün prensip şeması görülmektedir. Bu makinada sargılar stator denilen sabit kısımda açılan kanallara yerleştirilmiştir. Rotor veya kutup tekerleği denilen dönen kısım ise, sargısından doğru akım geçen, bir elektromiknatıstan ibarettir. Küçük generatörlerde kutup tekerleği olarak sürekli miknatıslar da kullanılır. Bu sistemde rotor bir tam devir yaptığı zaman stator sargısında endüklenen EMK de bir periyodunu tamamlar. Rotorun dakikadaki devir sayısı n ile gösterilirse EMK'in frekansı

$$f=\frac{n}{60} \qquad (20-6)$$

ve dairesel frekansı

$$\omega=\frac{2\pi n}{60} \qquad (20-7)$$

olur. $2\pi n/60$ aynı zamanda rotorun açısal hızına eşit olduğundan dairesel frekansın açısal hıza eşit olduğu görülür.

Senkron generatörlerin rotorları ekseriya iki kutuplu yerine dört, altı ve daha fazla kutuplu olarak yapılır. Böyle çok kutuplu bir makinada frekans ve dairesel frekans ifadeleri biraz farklı olur. Generatörün çift kutup sayısı p ile gösterilirse rotor bir tam devir yaptığı zaman EMK p defa periyodunu tamamlar. Meselâ $p=2$ yani dört kutuplu bir generatörde bir tam devir iki periyoda tekabül eder. Böylece p çift kutuplu makinada frekans ve dairesel frekansın

$$f=\frac{pn}{60}\,, \qquad (20-8)$$

$$\omega=\frac{2\pi n}{60}\,p \qquad (20-9)$$

formülleriyle bulunacağı anlaşılır. Son ifade dairesel frekansın rotorun açısal hızının p katına eşit olduğunu göstermektedir. O halde yalnız $p=1$ için yani iki kutuplu makinada bu iki büyüklük birbirine eşit olur.

Örnek 20—1. Dakikada 300 devir yaptığı vakit 50 Hz frekanslı akım verecek olan alternatör kaç kutuplu olmalıdır?

Cevap: $p=\dfrac{60f}{n}=\dfrac{60\,.\,50}{300}=10$ olduğundan makina 20 kutuplu olmalıdır.

Örnek 20—2. 6 kutuplu bir alternatör dakikada 1200 devir yapıyor. Frekansı ve dairesel frekansı bulunuz.

Cevap: $f=\dfrac{pn}{60}=\dfrac{3\,.\,1200}{60}=60$ Hz,

$\omega=2\pi\,.\,60=376\ \mathrm{s}^{-1}$.

Örnek 20—3. Yüzeyi $F=500\ \mathrm{cm}^2$ ve sarım sayısı $w=100$ olan bir dikdörtgen çerçeve magnetik endüksiyonu $B=0{,}1$ T olan düzgün bir magnetik alan içinde $n=1500$ dev./dak. lık bir hızla döndürülüyor. Bu çerçevede meydana gelen EMK'in dairesel frekansını, periyodunu ve genliğini bulunuz.

Cevap: ω, f ve T için $\omega=\dfrac{2\pi n}{60}=\dfrac{2\pi\,.\,1500}{60}$

$=50\pi\approx 157\ \mathrm{s}^{-1}$,

$f=\dfrac{\omega}{2\pi}=\dfrac{50\pi}{2\pi}=25$ Hz $\left(=\dfrac{n}{60}\right)$,

$T=\dfrac{1}{f}=\dfrac{1}{25}\ \mathrm{s}=0{,}04\ \mathrm{s}$

değerleri bulunur. Sargıda endüklenen EMK

$$e=w\,\omega\,B\,F\sin\omega t$$

fonksiyonuna göre değişeceğinden (endüksiyon bahsine bakınız) bunun genliği

$$E_m=w\,\omega\,B\,F=100\,.\,157\,.\,0{,}1\,.\,0{,}05=78{,}5\ \mathrm{V}$$

olur.

20 — 3. Alternatif akım ve gerilimlerin efikas ve ortalama değerleri.

Bir R direncinden geçen i alternatif akımı sonsuz küçük dt zamanı zarfında Joule kanununa göre

$$dQ=0{,}24\,Ri^2\,dt$$

ısısını açığa çıkarır. Bir periyod zarfında açığa çıkan ısı ise

$$Q=0{,}24\,R\int_0^T i^2\,dt$$

integrali yardımiyle hesaplanır. Şimdi aynı dirençten geçerek aynı müddet zarfında aynı ısıyı bırakan doğru akımı I ile gösterirsek

$$Q=0{,}24\,RI^2\,T$$

olur. Bu iki ifadeyi karşılaştırarak I akımı için

$$I=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2\,dt} \qquad (20-10)$$

formülü bulunur. Bu formül yardımiyle hesaplanan ve verilen bir dirençten alternatif akımın açığa çıkardığı ısıya eşit bir ısı bırakan bu akıma alternatif akımın efikas değeri (veya karesel ortalama değeri) adı verilir.

Sinüzoidal akım halinde

$$i=I_m \sin \omega t$$

olduğundan yukarıdaki ifadede integral

$$\int_0^T i^2\,dt=I_m^2\int_0^T \sin^2 \omega t\,dt$$

şekline girer. Trigonometride görüldüğü gibi

$$\sin^2 \omega t=\frac{1-\cos 2\omega t}{2}$$

yazılabileceğinden

$$\int_0^T i^2\,dt=\frac{I_m^2}{2}\left[\int_0^T dt-\int_0^T \cos 2\omega t\,dt\right]$$

olur. Bu ifadenin sağ tarafındaki ikinci integral sıfıra ve birinci integral ise T ye eşittir. Böylece I efikas değeri için (20—10) yardımiyle

$$I=\frac{I_m}{\sqrt{2}}=0{,}707\,I_m \qquad (20—11)$$

ifadesi elde edilir. O halde bir sinüzoidal alternatif akımın efikas değerini bulmak için genliğini $\sqrt{2}$ ye bölmek icap eder.

Alternatif gerilimin ve genel olarak bütün sinüzoidal alternatif büyüklüklerin efikas değerleri de aynı şekilde elde edilir. Efikas değerler endissiz olarak büyük harflerle yazılır. Meselâ bir sinüzoidal gerilim ve EMK'in efikas değeri

$$\left.\begin{aligned} U&=\frac{U_m}{\sqrt{2}}\,,\\ E&=\frac{E_m}{\sqrt{2}} \end{aligned}\right\} \qquad (20—12)$$

formülleriyle bulunur.

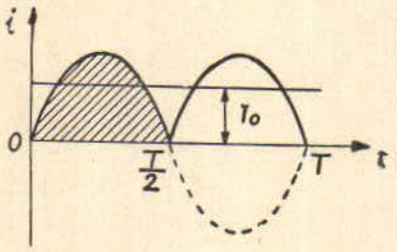
Efikas değer pratik bakımdan çok önemli bir değerdir. Voltmetre ve ampermetre gibi ölçü âletleri bu değeri ölçerler. Isı cihazlarında ve motorlarda müessir olan efikas değerdir. Bundan dolayı bir alternatif akım veya gerilim için verilen değer başka bir kayıt bulunmadıkça efikas değeri gösterir. Meselâ şebeke gerilimi 220 V dur denildiği vakit bu gerilimin efikas değerinin 220 V olduğu anlaşılır.

Örnek 20—4. Genliği $U_m=150$ V olan sinüzoidal gerilimin efikas değeri nedir ?

Cevap : $U=0{,}707\,.\,150\approx 106$ V.

Bazı ölçü âletlerinde ibrenin sapması akımla ve bazılarında ise akımın karesiyle orantılıdır. Meselâ döner çerçeveli ölçü âleti birinci gruba ve akımın ısı tesirinden faydalanan termik ölçü âleti ikinci gruba girer. i^2 ile orantılı sapma yapan âletlerde sapma yönü akım yönüne bağlı olmayacağından ancak bu âletlerle alternatif akımların efikas değerini ölçmek kabil olur.

Şimdi elimizde bir döner çerçeveli ölçü âletinin bulunduğunu ve bu âletin sıfır noktasının ıskalanın ortasında olduğunu farzedelim. Bu âlet bir sürekli miknatıs tarafından meydana getirilen magnetik alan içinde hareket edebilen bir bobinden teşekkül eder. Şayet âletden bir doğru akım geçirecek olursak ibre bir veya öbür tarafa doğru sapar. Buna karşılık âletden bir alternatif akım geçirilirse ibre sıfır noktası etrafında titreşecektir. Alternatif akımın negatif yarım dalgası meselâ bir redresör yardımiyle doğrultulacak olursa ibre titreşme yapmayarak bir tarafa doğru sapar. Redresör, akımın hep aynı yönde akmasını sağlamaktadır. Şek. 20—3 de doğrultulmuş alternatif akımın



Şek. 20—3

grafiği görülmektedir. Şekilde kesik çizgi ile belirtilen yarım dalga redresör vasıtasiyle doğrultulmuş ve yukarı alınmıştır. Bu akım artık hep aynı yönde aktığından bir doğru akım olmakla beraber değeri sabit değildir. Aynı yönde akan bu akımın dt zamanı zarfında taşıdığı elektrik miktarı

$$dQ=idt$$

ye eşit olup bir yarım periyod esnasında taşıdığı elektrik miktarı da

$$Q=\int_0^{T/2} i\,dt$$

integrali yardımiyle bulunur. Bu integral şek. 20—3 de taranmış olan yüzeyle ölçülür. Diğer taraftan aynı müddet zarfında aynı elektrik miktarını taşıyan doğru akım I_0 ile gösterilirse

$$Q=I_0\,\frac{T}{2}$$

olacaktır. Bu da tabanı $T/2$ ve yüksekliği I_0 olan dikdörtgenin yüzeyi ile ölçülür. Bu iki ifadeyi karşılaştırarak

$$I_0=\frac{2}{T}\int_0^{T/2} i\,dt \qquad (20—13)$$

formülü bulunur. Bu değere alternatif akımın ortalama değeri (veya aritmetik ortalama değeri) denilir. Sinüzoidal akım halinde

$$I_0=\frac{2\,I_m}{T}\int_0^{T/2}\sin\omega t\,dt=\frac{2}{\pi}\,I_m=0{,}637\,I_m \qquad (20-14)$$

dir. Bir alternatif gerilimin ve genel olarak bütün alternatif büyüklüklerin ortalama değerleri benzer şekilde bulunur. Meselâ gerilim ve EMK için

$$\left.\begin{aligned} U_0&=\frac{2}{\pi}\,U_m,\\ E_0&=\frac{2}{\pi}\,E_m \end{aligned}\right\} \qquad (20-15)$$

olur.

Alternatif akımın bir tam periyoda tekabül eden ortalama değeri sıfırdır. Bunu hem matematik olarak yani

$$\int_0^T i\,dt$$

integralini hesaplayarak ve hem de grafik yardımiyle görmek kabildir (zaman ekseni üstündeki yüzeyler + ve alt taraftakiler — dir). Bu sebepten dolayı alternatif akımla meselâ bir elektroliz işi (meselâ kaplama) yapılamaz. Bununla beraber alternatif akımı doğrultarak doğru akıma çevirip bu gibi işleri de görmek kabil olur. Bu durumda rol oynayacak olan akım ortalama akım olacaktır. Doğrultma işi redresör denilen cihazlar yardımiyle yapılır. Çeşitli tipleri olan redresörler akımın yalnız bir yönde geçmesini sağlarlar. Şek. 20—3 de görülen periyodik doğru akımı elde etmek için her iki yarım dalgadan faydalanan bir redresör montajı kullanmak gerekir.

Örnek 20—5. Genliği $I_m=20$ A olan alternatif akım her iki yarım dalgayı kullanan bir redresör montajı yardımiyle doğrultularak bir akümülâtör bataryasını dolduruyor. İki saat zarfında bataryadan geçecek olan elektrik miktarını bulunuz.

Cevap: $I_0=0{,}637\,.\,20=12{,}74$ A olduğundan $Q=12{,}74\,.\,2=25{,}48$ Ah bulunur.

Bir alternatif akımın veya gerilimin genliğini efikas değerine bölerek bulunan değere genlik katsayısı (k_s) denir. Sinüzoidal akım ve gerilimler için bu katsayı $k_s=\sqrt{2}\,(=1{,}41)$ ye eşittir. İzolasyon mad-

delerinin delinmesi gerilimin genliği ile ilgili olduğundan bu katsayı dielektrik dayanma bakımından önemlidir.

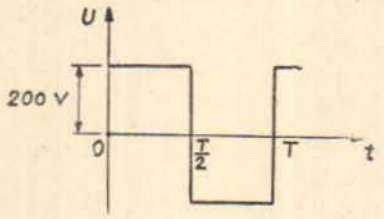
Efikas değerin ortalama değere oranına da şekil katsayısı (k_f) adı verilir. Sinüzoidal değişme halinde bu katsayı $k_f = \pi/2\sqrt{2} = 1{,}11$ dir. Şekil katsayısı isminden de anlaşılacağı gibi, alternatif akımın şekli hakkında bir fikir verir.

Örnek 20—6. Şek. 20—4 de dikdörtgen şeklinde değişen bir alternatif gerilim görülmektedir. Bu gerilimin genliği $U_m = 200$ V olduğuna göre

a) gerilim efikas ve ortalama değerini,

b) genlik ve şekil katsayısını

bulunuz.



Şek. 20—4

Cevap: a) Pozitif yarım periyod esnasında $u = U_m = +200$ V ve negatif yarım periyod esnasında da $u = -U_m$ olduğundan bütün periyod boyunca $u^2 = U_m^2$ olur. Bunu (20—10) da yerine koyarak efikas değer için

$$U = U_m = 200 \text{ V}$$

bulunur.

Ortalama değerin de $U_0 = U_m = 200$ V olacağı kolayca görülebilir.

b) $U = U_0 = U_m$ olduğundan genlik ve şekil katsayısı 1'e eşittir.

Örnek 20—7. Efikas değeri $U = 10$ kV olan bir alternatif gerilimin genlik katsayısı $k_s = \sqrt{3}$ ve şekil katsayısı $k_f = 1{,}15$ dir (üçgen şekli). Bu gerilimin genliğini ve ortalama değerini bulunuz Aynı efikas değerli sinüzoidal gerilimin genliği ve ortalama değeri ne olur?

Cevap: $U_m = k_s U = \sqrt{3} \cdot 10 = 17{,}3$ kV,

$$U_0 = \frac{U}{k_f} = \frac{10}{1{,}15} = 8{,}69 \text{ kV}.$$

Sinüzoidal gerilim için

$$U_m = \sqrt{2} \cdot 10 = 14{,}1 \text{ kV}.$$

$$U_0 = \frac{10}{1{,}11} = 9 \text{ kV}$$

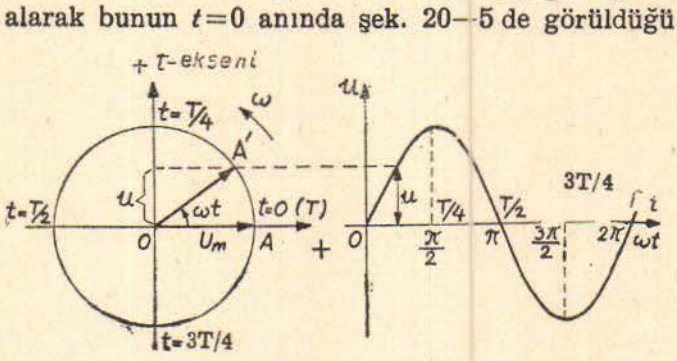
dur. Böylece genliğin üçgenden daha küçük ve ortalama değerin daha büyük olduğu görülür.

20 — 3. Sinüzoidal akım ve gerilimlerin fazörler yardımiyle gösterilmesi.

Bir sinüzoidal gerilimin

$$u = U_m \sin \omega t$$

şeklindeki ifrdesini ele alalım. Şimdi uzunluğu U_m genliğine eşit olan bir vektör alarak bunun $t=0$ anında şek. 20—5 de görüldüğü gibi bir



Şek. 20—5

dik açılı koordinat sisteminin yatay ekseni üzerinde bulunduğunu farzedelim (OA). Bu vektörün pozitif yönde yani saat ibrelerinin ters yönünde ω sabit açısal hızıyla döndüğü kabul edilirse t anında vektör OA' durumuna gelmiş olacaktır. Bu anda vektör yatay eksenle ωt açısını teşkil edeceğinden düşey eksen üstündeki izdüşümü $U_m \sin \omega t$ ya yani gerilimin anî değerine eşit olur. Böylece OA vektörünün tam bir devir yaparak tekrar ilk duruma gelmesiyle bir periyod içindeki bütün gerilim değerleri elde edilir. Ayni şeklin sağında sinüzoidal gerilimin eğrisi de çizilmiştir. Bu eğriyi çizerken yatay ekseni açı veya zaman cinsinden taksimatlandırmak kabil olup şekilde eksenin altında açı değerleri ve üstünde de zamanlar belirtilmiştir. ωt ye alternatif gerilimin faz açısı da denilir. Faz açısını genel olarak θ ile göstereceğiz :

$$\theta = \omega t = 2\pi f t = \frac{2\pi}{T} t. \qquad (20—16)$$

Bu denklem yardımiyle her hangi bir andaki faz açısını radyan cinsinden hesaplamak kabil olur. Meselâ $t=T/4$ için $\theta=\pi/2$ vesaire elde edilir.

Yukarıda gerilim için söylenen şeyler hiç şüphesiz akım vesaire gibi bütün sinüzoidal büyüklükler için câridir.

Sinüzoidal büyüklükleri göstermek maksadiyle kullanılan vektörler meselâ magnetik endüksiyon, magnetik alan şiddeti, kuvvet ve hız gibi uzayda bir doğrultusu ve yönü bulunan fiziksel vektörlerden tamamen farklıdır. Zira ne akım ve ne de gerilim vektörel büyüklükler değildir. Bunların vektörler yardımiyle gösterilmesi sırf geometrik bir düşünce eseridir. Bu sebepten dolayı bunlara dönen vektör, zaman vektörü, fazör vesaire gibi adlar takılmıştır. Keza bu vektörler meselâ $\vec{U}_m$ şekli yerine $\dot{U}_m$ şeklinde yani genliği gösteren harfin üstüne bir nokta koyarak gösterilir.

Anî değerleri bulmak için kullanılan düşey eksene zaman ekseni (t—ekseni) denilir. Vektörleri saat yönünün tersine döndürecek yerde sabit bırakıp zaman eksenini saat yönünde aynı açısal hızla döndürmekle yine aynı sonuç elde edilir.

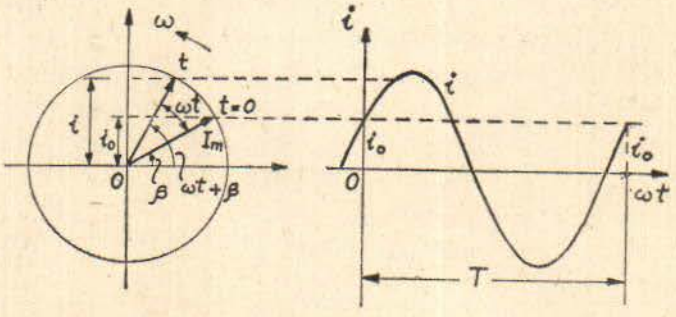
Buraya kadar yapılan incelemelerde akımın veya gerilimin $t=0$ anında sıfır oldukları kabul edilmiştir. Zaman başlangıcı olarak başka bir an seçilecek olursa meselâ akımın ifadesi

$$i=I_m \sin(\omega t+\beta) \qquad (20-17)$$

şekline girer. Bu halde faz açısı artık ωt olmayıp

$$\theta=\omega t+\beta \qquad (20-18)$$

dır. $t=0$ anında $\theta=\beta$ olacağından β açısına başlangıç faz açısı veya kısaca başlangıç fazı (sıfır fazı) denilir. Şek. 20—6 da başlangıç fazı



Şek. 20—6

pozitif olan bir akımın genlik fazörü ve eğrisi görülmektedir (pozitif açılar yatay eksenden itibaren saat ibresi yönünün tersine giderek ve negatif açılar da saat yönünde giderek alınır). $t=0$ anında akım $i_0=I_m \sin \beta$ değerini alır.

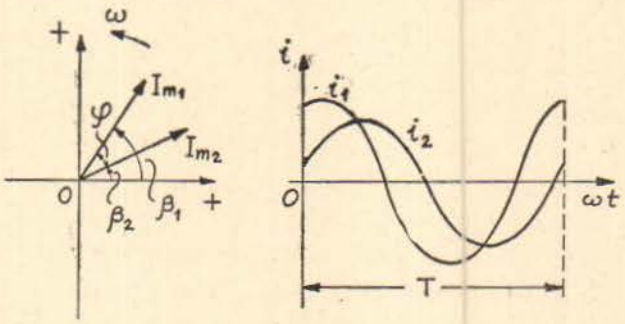
Şek. 20—7 de

$$i_1=I_{m1} \sin (\omega t+\beta_1)$$

ve

$$i_2=I_{m2} \sin (\omega t+\beta_2)$$

gibi ayni frekanslı iki akımın genlik fazörleri ($t=0$ anındaki) ve eğrileri görülmektedir. Şekli sadeleştirmek için daire çizilmemiştir. Şekilde β_1 açısının β_2 den büyük ve her ikisinin pozitif olduğu kabul edilmiştir. Şayet β_1 ve β_2 açılarının farkına eşit olan $\varphi=\beta_1-\beta_2$ açısı

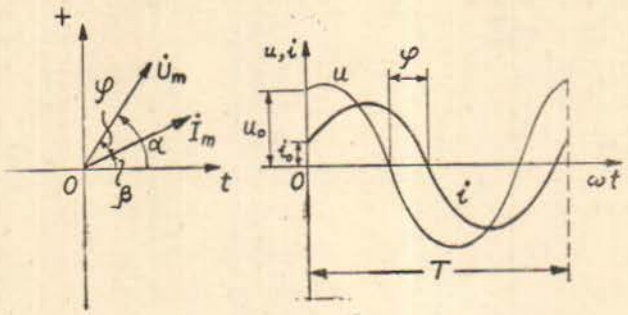


Şek. 20—7

pozitif çıkarsa i_1 akımının i_2 den ileri fazda (veya ileride) ve bu açı negatif çıkarsa i_1 akımının i_2 den geri fazda (veya geride) olduğu söylenir. φ açısına i_1 ve i_2 akımları arasındaki faz farkı adı verilir. Şeklin incelenmesinden, ileride olan fazörün daha önce genlik değerini aldığı ve geride kalanın ise bundan φ açısı veya $t=\varphi/\omega$ müddeti kadar sonra bu değeri aldığı görülür.

İki akım veya iki gerilim arasında faz farkı olabileceği gibi bir gerilimle bir akım veya genel olarak her hangi farklı iki sinüzoidal büyüklük arasında da faz farkı bulunabilir. Şek. 20—8 de aralarında faz farkı bulunan gerilim ve akımın fazör diyagramı ($t=0$ anı için) ve eğrisi görülmektedir. Gerilimin sıfır fazı α ile ve akımın sıfır fazı da β ile gösterilirse ikisi arasındaki faz farkı

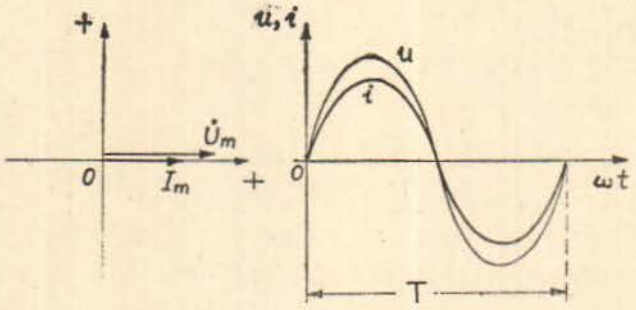
$$\varphi=\alpha-\beta \qquad (20-19)$$



Şek. 20—8

olur. $\alpha > \beta$ için $\varphi > 0$ ve dolayısiyle gerilim akımdan φ açısı kadar ileride veya akım gerilimden aynı açı kadar geride kalır. Buna karşılık $\alpha < \beta$ için $\varphi < 0$ olur ve gerilim akımdan φ açısı kadar geri veya akım gerilimden bu açı kadar ileride olur.

$\varphi = 0$ olması halinde her iki sinüzoidal büyüklük aynı fazda bulunurlar ve aynı anda maksimumdan ve sıfırdan geçerler. Şek. 20—9 da $\alpha = \beta = 0$ hali için çizilen fazör diyagramı ve eğriler görülmektedir.



Şek. 20—9

Sinüzoidal akım ve gerilimleri fazörler yardımiyle gösterirken uzunluklar için genlikleri alacak yerde pratik bakımdan daha önemli olan efikas değerleri almak elverişli olur. Efikas değerlere göre çizilmiş olan bir fazör diyagramında anî değerleri bulurken zaman ekseni üstündeki izdüşümlerini ayrıca $\sqrt{2}$ ile çarpmak gerektiğini unutmamak lâzımdır. Bundan başka bir fazör diyagramı akım ve gerilimlerin âni değerlerini bulmak için değil, bunların efikas değerlerini ve karşılıklı faz durumlarını belirtmek için çizilir. Bundan dolayı fazör diyagramı çizilirken fazörler tarafından çizilen daireleri, faz

açılarının hesap edildiği yatay ve izdüşümlerin alındığı düşey eksenlerin çizilmesine lüzum yoktur. Keza fazörlerin dönme yönünü de belirtmeğe ihtiyaç yoktur. Bu suretle bir fazör diyagramı yalnız akım, gerilim vesaire gibi sinüzoidal büyüklükleri ihtiva eder. Bu diyagramda bulunan her hangi bir fazör düşey, yatay veya her hangi bir doğrultuda alınabilir. Diğer fazörlerin faz durumları referans fazörü veya fazlar başlangıcı denilen bu fazöre göre belirtilir.

Bir fazör diyagramında ancak sinüzoidal ve aynı frekanslı büyüklükleri göstermek kabildir. Zira frekans farklı olduğu takdirde fazörler farklı hızlarda döneceğinden aralarındaki açılar sabit kalamaz.

Bir gerilimi fazörle gösterebilmek için bir gerilim ölçeği (k_u) ve bir akımı göstermek için de bir akım ölçeği (k_i) seçmek icap eder. Meselâ efikas değeri 100 V olan bir gerilimi çizerken ölçek $k_u=20$ V/cm alınırsa fazörün uzunluğu $100/20=5$ cm olur. Diyagramda ölçülen uzunlukları ölçekle çarparak akım veya gerilimin efikas değeri bulunur. Her iki ölçeği seçerken fazörlerin kâğıdın dışına çıkacak kadar uzun olmamasına dikkat edilir.

Örnek 20—8. İki sinüzoidal akım arasındaki faz farkı $\varphi=60$ derecedir. Geride kalan akım ilerideki akımdan kaç saniye sonra genlik değerini alır? $f=50$ Hz dir.

Cevap: $\varphi=\dfrac{2\pi}{360}\,60=\dfrac{\pi}{3}$ radyan

olduğundan

$$t=\frac{\varphi}{\omega}=\frac{\varphi}{2\pi f}=\frac{\pi/3}{2\pi\,.\,50}=\frac{1}{300}\ \text{s}$$

bulunur.

Örnek 20—9. Bir alternatif akım

$$i=6\sin 500\,t+8\cos 500\,t$$

şeklinde değişiyor. Bu akımın genliğini, sıfır fazını ve frekansını bulunuz.

Cevap: $i=I_m\sin(\omega t+\beta)$ olsun. Bunu açarsak

$$i=I_m\cos\beta\sin\omega t+I_m\sin\beta\cos\omega t$$

bulunur ($\omega=500\ \text{s}^{-1}$ dir). O halde

$$I_m\cos\beta=6,$$
$$I_m\sin\beta=8$$

dir. Buradan

$$I_m=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10\ \text{A}$$

ve

$$\operatorname{tg}\beta=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}=1{,}33,\ \beta\approx 53^\circ$$

bulunur. Frekans

$$f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{500}{2\pi}\approx 80\ \text{Hz}$$

dir.

Örnek 2—10. Bir devrede gerilim ve akım

$$u=100\sqrt{2}\sin 314\,t,$$

$$i=5\sqrt{2}\sin(314\,t-30^\circ)$$

şeklinde değişiyorlar. Bunlar arasındaki faz farkını açı ve zaman cinsinden bulunuz ve fazör diyagramını çiziniz.

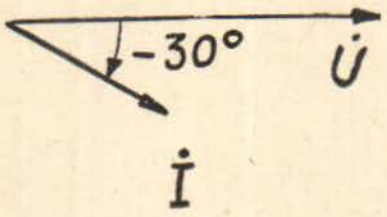
Cevap: Gerilimin başlangıç fazı $\alpha=0$ ve akımın başlangıç fazı ise $\beta=-30^\circ$ olduğundan

$$\varphi=0-(-30^\circ)=+30^\circ$$

bulunur. O halde gerilim akımdan 30° yani $\frac{2\pi}{360}\cdot 30=\frac{\pi}{6}$ radyan kadar ileri fazdadır. Bu açıya tekabül eden zaman ($f=50$ Hz)

$$t=\frac{\pi/6}{2\pi f}=\frac{1}{600}\ \text{s}$$

dir. Şek. 20—10da gerilim ölçeğini $k_u=20$ V/cm ve akım ölçeğini de $k_i=2$ A/cm alarak çizilen fazör diyagramı görülmektedir.



Şek. 20—10

Elektroteknikte sık sık iki veya daha fazla sayıda akım veya gerilimin toplamını bulmak veya bir büyüklüğü diğerinden çıkarmak icap eder. Bu gibi işlemleri ya hesapla veya grafikle yapmak kabil olur. Meselâ

$$u_1 = U_{m1} \sin(\omega t + \alpha_1)$$

ve

$$u_2 = U_{m2} \sin(\omega t + \alpha_2)$$

şeklinde ayni frekanslı ve farklı genlikli iki gerilimin verildiğini düşünelim ve bunların

$$u = u_1 + u_2 \qquad (20-20)$$

toplamını bulmak isteyelim. Aranan toplam gerilim de aynı frekansta olmakla beraber farklı genlik ve başlangıç fazına sahip olur. Bunu

$$u = U_m \sin(\omega t + \alpha)$$

şeklinde gösterirsek

$$U_m \sin(\omega t + \alpha) = U_{m1} \sin(\omega t + \alpha_1) + U_{m2} \sin(\omega t + \alpha_2)$$

denklemi elde edilir. Bu denklemdeki sinüsleri açarak

$$U_m \cos\alpha \sin\omega t + U_m \sin\alpha \cos\omega t =$$
$$(U_{m1} \cos\alpha_1 + U_{m2} \cos\alpha_2) \sin\omega t + (U_{m1} \sin\alpha_1 + U_{m2} \sin\alpha_2) \cos\omega t$$

yazılabilir. Bu ifadenin t ne olursa olsun sağlanabilmesi için denklemin sol ve sağ tarafındaki $\sin\omega t$ ve $\cos\omega t$ li terimlerin birbirine eşit olması icap eder. Böylece

$$U_m \cos\alpha = U_{m1} \cos\alpha_1 + U_{m2} \cos\alpha_2 ,$$
$$U_m \sin\alpha = U_{m1} \sin\alpha_1 + U_{m2} \sin\alpha_2$$

denklemleri bulunur. Buradan toplam gerilimin genliği için

$$U_m = \sqrt{U_{m1} \cos\alpha_1 + U_{m2} \cos\alpha_2)^2 + (U_{m1} \sin\alpha_1 + U_{m2} \sin\alpha_2)^2} \qquad (20-21)$$

formülü ve başlangıç fazı için de

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{U_{m1} \sin\alpha_1 + U_{m2} \sin\alpha_2}{U_{m1} \cos\alpha_1 + U_{m2} \cos\alpha_2} \qquad (20-22)$$

formülü elde edilir. (20—21) formülünü $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ bağıntısından faydalanarak

$$U_m = \sqrt{U^2_{m1} + U^2_{m2} + 2U_{m1} U_{m2} \cos(\alpha_1 - \alpha_2)}$$

şekline de sokabiliriz. İki gerilim arasındaki farka eşit olan

$$u = u_1 - u_2$$

geriliminin genliğinin ve başlangıç fazının

$$U_m = \sqrt{U^2_{m1} + U^2_{m2} - 2U_{m1}U_{m2}\cos(\alpha_1 - \alpha_2)}\,, \qquad (20-24)$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{U_{m1}\sin\alpha_1 - U_{m2}\sin\alpha_2}{U_{m1}\cos\alpha_1 - U_{m2}\cos\alpha_2} \qquad (20-25)$$

formülleriyle hesaplanacağı kolayca görülebilir.

Örnek 20—11. $u_1 = 70\sin\omega t$ ve $u_2 = 120\sin(\omega t - 90^\circ)$ gerilimlerinin toplamını bulunuz.

Cevap: $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = -90^\circ$ ve $U_{m1} = 70$ V, $U_{m2} = 120$ V olduğundan

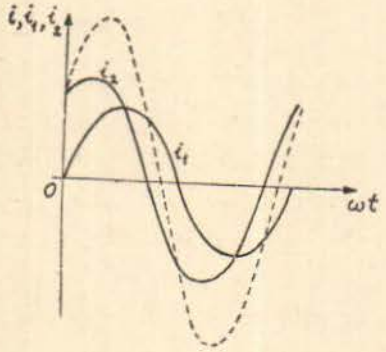
$$U_m = \sqrt{70^2 + 120^2} = 139 \text{ V}$$

ve

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{-120}{70} = -1{,}71\,, \quad \alpha \approx -60^\circ$$

bulunur.

Akım veya gerilimlerin toplamını bulmak için sinüs eğrilerinden de faydalanabiliriz (grafik yol). Meselâ şek. 20—11 de $i = i_1 + i_2$ toplamını bulmak için her t anına tekabül eden i_1 ve i_2 değerlerini top-



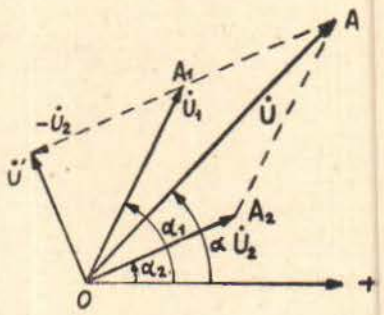
Sek. 20—11

layarak i eğrisinin bütün noktaları bulunabilir. Akım ve gerilim gibi sinüzoidal büyüklüklerin toplamının bu yollardan bulunması yorucudur. Toplam veya farkların fazör diyagramları yardımiyle tâyini çok daha kolaydır. Esasen alternatif akım ve gerilimlerde ilgilenilen de-

ğerler bunların efikas değerleri ve birbirine nazaran faz durumları olduğundan toplam veya farkların fazörler yardımiyle bulunması her bakımdan kâfidir. Toplam gerilimi gösteren $\dot{U}$ fazörünü bulmak için mekanik kuvvetlerin bileşkesini bulurken yapıldığı gibi $\dot{U}_1$ ve $\dot{U}_2$ fazörlerini paralelkenar kaidesine göre geometrik olarak toplamak gerekir. Zira bileşke gerilimin zaman ekseni üzerindeki izdüşümü $\dot{U}_1$ ve $\dot{U}_2$ fazörlerinin aynı eksen üstündeki izdüşümlerinin cebrik toplamına eşit olduğundan her an

$$u=u_1+u_2$$

olacak demektir. Şek. 20—12 de iki gerilimin nasıl toplanacağı gösterilmiştir. Toplam gerilimi bulmak için OA uzunluğunu gerilim öl-

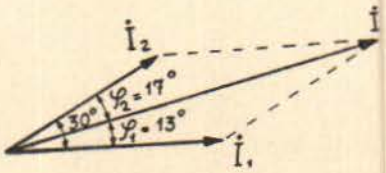


Şek. 20—12

çeği ile çarpmak icap eder. Bu fazörün yatay eksenle teşkil ettiği açı da başlangıç farzından ibarettir. Aynı şekilde, $\dot{U}'=\dot{U}_1-\dot{U}_2$ gerilimini bulmak için yapılan çizme de görülmektedir.

Örnek 20—12. Efikas değerleri $I_1=6$ A ve $I_2=5$ A olan iki akım veriliyor. I_1 akımı I_2 den 30° ileride olduğuna göre bu akımların toplamını bulunuz.

Cevap : $k_i=2$ A/cm alarak şek. 20—13 yardımiyle $I=10{,}6$ A bulu-



Şek. 20—13

nur. I akımı I_1 den $\varphi_1=13°$ açısı kadar ileride ve I_2 den de $\varphi_2=17°$ açısı kadar geridedir.

20 — 4. Kompleks hesap.

Fazör diyagramı sinüzoidal akım ve gerilimleri göstermek için çok elverişli olmakla beraber bunlar vasıtasiyle hesap yapmak kabil olmaz. İşte bu mahzuru kompleks hesap veya sembolik hesap denilen hesap tarzı ortadan kaldırır ve diyagramların analitik olarak incelenmesini sağlar. Alternatif akım devrelerinin etüdü için çok elverişli olan bu hesap metodunun esası aşağıda gözden geçirilecektir.

Matematikte görüldüğü üzere negatif sayıların kare köküne imajiner sayı adı verilir. Bütün pozitif ve negatif sayılar ise reel sayıları gösterirler. Her imajiner sayıyı bir reel sayı ile imajiner sayıların birimi olan $\sqrt{-1}$ in çarpımı şeklinde göstermek kabildir. Matematikte bu birim i harfi ile gösterilirse de elektroteknikte akımın anî değeri ile karıştırmamak için bunun yerine j harfi kullanılır. $j=\sqrt{-1}$ ile işlemler yapılırken $j^2=-1$ olduğunu unutmamak lâzımdır.

Bir reel sayı ile bir imajiner sayının toplamı bir kompleks sayıyı gösterir. Kompleks sayıları harfler üzerine nokta koyarak belirteceğiz. Böylece

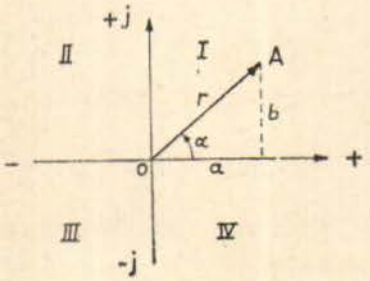
$$\dot{r}=a+jb, \qquad (20—26)$$

reel kısmı a ya ve imajiner kısmı da b ye eşit olan bir kompleks sayıdır. Meselâ

$$\dot{r}=3-j4$$

reel kısmı $a=3$ ve imajiner kısmı $b=-4$ olan bir kompleks sayıdır.

Reel, imajiner ve kompleks bütün sayılar, şek. 20—14 de görülen



Şek. 20—14

ve kompleks sayılar düzlemi denilen bir düzlem üzerinde gösterilebilir. Bu düzlemde, I, II, III ve IV gibi dört çeyrek bölme vardır. Bu dik koordinatlar sisteminde bütün reel sayılar reel eksen denilen yatay eksen üzerinde ve bütün imajiner sayılar da imajiner eksen denilen düşey eksen üzerinde bulunur. Bir kompleks sayıyı gösteren nokta, düzlemde bu eksenler dışında her hangi bir yerde bulunur. Bu koordinat sisteminde $a+jb$ kompleks sayısı eksenler üstündeki izdüşümleri a ve b olan bir vektöre tekabül eder. r kompleks sayısına ait OA vektörünü a ve b sayıları ile belirtecek yerde bu vektörün r uzunluğu ve reel eksenle teşkil ettiği α açısı yardımiyle de belirtebiliriz. r ye kompleks sayının modülü ve α açısına da argümanı denilir. Şek. 20—16 yardımiyle r ve α için

$$\left.\begin{aligned} r&=\sqrt{a^2+b^2}\ , \\ \alpha&=\operatorname{arc\,tg}\left(\frac{b}{a}\right) \end{aligned}\right\} \qquad (20-27)$$

formülleri elde edilir. Yine şekilden

$$\left.\begin{aligned} a&=r\cos\alpha\ , \\ b&=r\sin\alpha \end{aligned}\right\} \qquad (20-28)$$

olduğu görülür. Böylece $\dot{r}$ kompleks sayısını

$$\dot{r}=r\,(\cos\alpha+j\sin\alpha) \qquad (20-29)$$

şeklinde ifade etmek kabil olur. Buna kompleks sayının trigonometrik şekli denir. Matematikten bilindiği gibi

$$\cos\alpha+j\sin\alpha=e^{j\alpha} \qquad (20-30)$$

olduğundan (Euler formülü) kompleks sayıyı

$$\dot{r}=r\,e^{j\alpha} \qquad (20-31)$$

şeklinde de ifade edebiliriz. Buna da üstel şekil adı verilir. $a+jb$ şekli toplama ve çıkarma işlemleri için kullanıldığı halde üstel şekil çarpma ve bölme işlemleri için daha elverişlidir.

Üstel şekil $re^{j\alpha}$ yerine

$$\dot{r}=r\,\underline{|\alpha}$$

şeklinde de gösterilir.

Örnek 20—13. $\dot{r}=10\,e^{j\frac{\pi}{6}}$ kompleks sayısını $a+jb$ şekline sokunuz.

Cevap: $r=10$ ve $\alpha=\frac{\pi}{6}=30^\circ$ olduğundan (20—28) formülleri yardımiyle

$$a=10\cos 30^\circ=5\sqrt{3}\,.$$
$$b=10\sin 30^\circ=5$$

ve dolayısiyle

$$r=5\sqrt{3}+j5=5(\sqrt{3}+j)$$

bulunur.

Örnek 20—14. $\dot{r}=4-j4$ kompleks sayısının üstel şeklini bulunuz.

Cevap: $a=4$ ve $b=-4$ olduğundan

$$r=\sqrt{4^2+4^2}=5{,}66$$
$$\alpha=\operatorname{arc\,tg}\left(\frac{-4}{4}\right)=\operatorname{arc\,tg}(-1)=-45^\circ=-\frac{\pi}{4}$$

dir. Böylece

$$\dot{r}=5{,}66\,e^{-j\frac{\pi}{4}}$$

olur.

Örnek 20—15. $\dot{r}=-\frac{1}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2}$ sayısının modülünü ve argümanını bulunuz.

Cevap: $r=\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}}=1$ ve

$$\alpha=\operatorname{arc\,tg}\left(\frac{\sqrt{3}/2}{-1/2}\right)=\operatorname{arc\,tg}(-\sqrt{3})$$

bulunur. Teğeti $-\sqrt{3}$ olan açı 120° veya -60° dır. a ve b nin işaretlerine göre burada $\alpha=120^\circ$ almak icap eder. Vektör ikinci çeyrek bölmededir.

Örnek 20—16. $\dot{r}=\frac{1}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2}$ sayısının argümanını bulunuz.

Cevap: $\alpha=\operatorname{arc\,tg}(-\sqrt{3})$ olup $a>0$ ve $b<0$ olduğundan bu sefer $\alpha=-60^\circ$ almak icap eder. Vektör dördüncü çeyrek bölmededir.

Son iki örnek α açısının yalnız a ve b nin değerlerine bağlı olmayıp bunların işaretleri ile de ilgili olduğunu göstermektedir.

Kompleks sayılar için hesap kaideleri:

α) Toplama ve çıkarma:

İki kompleks sayıyı toplamak için bunların reel kısımlarını ve imajiner kısımlarını kendi aralarında toplamak gerekir. $\dot{r}_1 = a_1 + jb_1$ ve $\dot{r}_2 = a_2 + jb_2$ yi toplarsak

$$\dot{r} = \dot{r}_1 + \dot{r}_2 = (a_1 + a_2) + j(b_1 + b_2) \qquad (20-32)$$

buluruz. $\dot{r} = \dot{r}_1 - \dot{r}_2$ ise

$$\dot{r} = (a_1 - a_2) + j(b_1 - b_2) \qquad (20-33)$$

dir.

Örnek 20—17. $\dot{r}_1 = 3 - j2$ ve $\dot{r}_2 = -1 + j$ kompleks sayıları veriliyor. $\dot{r}_1 + \dot{r}_2$ ve $\dot{r}_1 - \dot{r}_2$ yi bulunuz.

Cevap: $\dot{r}_1 + \dot{r}_2 = (3-1) + j(-2+1) = 2 - j,$

$\dot{r}_1 - \dot{r}_2 = (3+1) + j(-2-1) = 3 - j3.$

İki kompleks sayının birbirine eşit olabilmesi için reel ve imajiner kısımlarının eşit olması gerekir. Keza $a + jb = 0$ olabilmesi için $a = 0$ ve $b = 0$ olmalıdır. Böylece bir kompleks denklemin iki reel denkleme eşdeğer olduğu ortaya çıkar.

β) Çarpma:

Çarpma işlemi için en uygun şekil üstel şeklidir. $\dot{r}_1 = r_1 e^{j\alpha_1}$ ile $\dot{r}_2 = r_2 e^{j\alpha_2}$ nin çarpımı

$$\dot{r} = \dot{r}_1 \dot{r}_2 = r_1 r_2 e^{j(\alpha_1 + \alpha_2)} \qquad (20-34)$$

olur. O halde iki kompleks sayıyı çarpmak için bunların modüllerini birbiriyle çarpıp argümanlarını toplamak icap eder.

Örnek 20—18. $\dot{r}_1 = 2e^{j30^\circ}$ ve $\dot{r}_2 = 10e^{-j45^\circ}$ sayılarını çarpınız.

Cevap: $\dot{r}_1 \dot{r}_2 = 2 \cdot 10\, e^{j(30^\circ - 45^\circ)} = 20e^{-j15^\circ}.$

$\dot{r}=r\,e^{j\alpha}$ kompleks sayısı, modülü 1 olan $e^{j\gamma}$ sayısı ile çarpılırsa r nin modülü değişmemekle beraber argümanı γ açısı kadar değişir ve dolayısiyle $\dot{r}$ vektörü γ açısı kadar döner. Dönme yönü γ nın işaretine bağlıdır. Şayet γ pozitifse dönme matematik pozitif yönde (yani saat yönünün tersi) ve negatifse dönme negatif yönde (saat yönünde) olur. $\gamma=\pi/2$ için

$$e^{j\frac{\pi}{2}}=\cos\frac{\pi}{2}+j\sin\frac{\pi}{2}=j$$

olacağından j ile çarpılan bir vektör pozitif yönde 90° döner.

Buna karşılık $\gamma=-\pi/2$ için

$$e^{-j\frac{\pi}{2}}=-j$$

olacağından $-j$ ile çarpılan bir vektör negatif yönde 90° dönecektir.

γ) *Bölme :*

Bölme işlemi için de en elverişli şekil üstel şekildir. İki kompleks sayıyı bölmek için modüllerini bölmek ve argümanlarını çıkarmak gerekir :

$$\dot{r}=\frac{\dot{r}_1}{\dot{r}_2}=\frac{r_1}{r_2}\,e^{j(\alpha_1-\alpha_2)} \qquad (20-35)$$

Pratikte ekseriya

$$\dot{r}=\frac{a+jb}{c+jd}$$

şeklinde kompleks kesirlere rastlanır. Bu kesrin paydasını reel yapmak için pay ve paydayı paydanın eşleniği ile çarpmak icap eder. $c+jd$ nin eşleniği $c-jd$ dir. Böylece bir kompleks sayının eşleniğini bulmak için yalnız imajiner kısmın işaretini değiştirmek kâfidir. $c+jd$ ile $c-jd$ yi çarparsak

$$(c+jd)\,(c-jd)=c^2+d^2=r^2$$

buluruz. Yani iki eşlenik sayının çarpımı reel olup modülün karesine eşittir. Şimdi yukarıdaki kesrin pay ve paydasını $c-jd$ ile çarparak

$$\dot{r}=\frac{(a+jb)\,(c-jd)}{c^2+d^2}=\frac{(ac+bd)+j\,(bc-ad)}{c^2+d^2}$$

$$=\frac{ac+bd}{c^2+d^2}+j\,\frac{bc-ad}{c^2+d^2}$$

buluruz.

Eşlenik sayıları kitapta $\dot{r}_k$ şeklinde göstereceğiz.

Örnek 20—19. $\dot{r}=-4+6\,j$ nin eşleniğini bulunuz.

Cevap : $\dot{r}_k=-4-6\,j$.

Örnek 20—20. $\dot{r}_1=25\,e^{j\,60°}$ ve $\dot{r}_2=10\,e^{j\,20°}$ kompleks sayıları veriliyor. $\dot{r}_1/\dot{r}_2$ yi bulunuz.

Cevap : $$\frac{\dot{r}_1}{\dot{r}_2}=\frac{25}{10}\,e^{j\,(60°-20°)}=2{,}5\,e^{j\,40°}$$

Örnek 20—21. $\dot{r}=\dfrac{2+5j}{6-8j}$ ifadesini hesaplayınız.

Cevap : $$\dot{r}=\frac{(2+5j)\,(6+8j)}{6^2+8^2}=\frac{12-40}{100}+j\,\frac{16+30}{100}$$

$$=-0{,}28+j\,0{,}46.$$

$\dot{r}=r\,e^{j\alpha}$ da α açısının değişken olduğu kabul edilirse buna göre türev

$$\frac{d\dot{r}}{d\alpha}=\frac{d}{d\alpha}\,(re^{j\alpha})=jr\,e^{j\alpha}=j\,\dot{r} \qquad (20-36)$$

olur. Diğer taraftan

$$j\dot{r}=r\,e^{j\,(\alpha+90°)}$$

olduğundan $\dot{r}$ vektörünün türevini alarak bulunan yeni vektörün ilk vektörü 90° pozitif yönde döndürerek elde edileceği anlaşılır.

$\dot{r}$ nin integrali ise

$$\int \dot{r}\,dr=\int re^{j\alpha}\,d\alpha=\frac{1}{j}\,re^{j\alpha}=-j\dot{r} \qquad (20-37)$$

dir. Halbuki

$$-j\dot{r}=re^{j(\alpha-90^\circ)}$$

olduğundan integral olarak elde edilen yeni vektör ilk vektörü 90° negatif yönde döndürmek suretiyle bulunur.

Sinüzoidal büyüklükleri kompleks şekilde göstermek için şöyle hareket edilir : Meselâ zamana göre

$$u=\sqrt{2}\,U\sin(\omega t+\alpha)$$

şeklinde değişen bir sinüzoidal gerilim alalım. Bu gerilimin $\sqrt{2}\,U\,e^{j(\omega t+\alpha)}$ şeklinde, modülü $\sqrt{2}\,U$ ya yani gerilimin genliğine ve argümanı da $\theta=\omega t+\alpha$ ya, yani gerilimin faz açısına eşit olan bir kompleks büyüklüğün imajiner kısmına eşit olduğu kolayca görülmektedir. Bu sebepten dolayı u gerilimini

$$u=\dot{I}m\left\{\sqrt{2}\,U\,e^{j(\omega t+\alpha)}\right\} \qquad (20-38)$$

şeklinde ifade edebiliriz. Burada $\dot{I}m$ sembolü, parantez içindeki ifadenin imajiner kısmının alınacağını işaret etmektedir. Aynı şekilde

$$i=\sqrt{2}\,I\sin(\omega t+\beta)$$

akımı için

$$i=\dot{I}m\left\{\sqrt{2}\,Ie^{j(\omega t+\beta)}\right\} \qquad (20-39)$$

yazabiliriz. u ve i ye tekabül eden kompleks ifadelerin mödülleri genliğe eşit yani sabittir. Buna karşılık argümanları zamanla lineer olarak değişmektedir. Bu da fazörlerin ω açısal hızıyla dönmekte olduğunu gösterir.

u ve i ifadelerini

$$\left.\begin{aligned} u&=\dot{I}m\left\{\sqrt{2}\,e^{j\omega t}\,U\,e^{j\alpha}\right\},\\ i&=\dot{I}m\left\{\sqrt{2}\,e^{j\omega t}\,I\,e^{j\beta}\right\}\end{aligned}\right\} \qquad (20-40)$$

şeklinde yazabiliriz. Bu ifadelerde görülen

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}&=U\,e^{j\alpha},\\ \dot{I}&=I\,e^{j\beta}\end{aligned}\right\} \qquad (20-41)$$

kompleks büyüklüklerinin modülleri efikas değerlere ve argümanları ise u ve i nin başlangıç fazlarına eşittir. Dolayısiyle $\dot{U}$ ve $\dot{I}$ kompleks büyüklüklerinin argümanı sabittir. Bunlar gerilim ve akım fazörleridir. İşte biraz ileride görüleceği gibi alternatif akım devrelerinin hesabı bunlar yardımiyle yapılır. Hesap sonunda $\dot{U}$ ve $\dot{I}$ bulunduktan sonra istenirse bunları $\sqrt{2}\,e^{j\omega t}$ ile çarpıp imajiner kısımları teşkil ederek anî değerleri veren fonksiyonlar bulunabilir.

Bir tek sinüzoidal büyüklüğün sıfır faz açısı istenildiği gibi alınabilir. Keza zaman ekseni üzerinde diğer bir başlangıç noktası seçerek bu açıyı sıfır yapmak da kabil olur. Bu sebepten dolayı alternatif akım ve gerilimleri göstermek için sinüs yerine kosinüs fonksiyonu da seçilebilir. Gerçekten $\sin(\omega t+\alpha)=\cos(\omega t+\alpha-90^\circ)$ olduğundan iki fonksiyon birbirinden yalnız -90° kadar farkederler. Böylece meselâ bir gerilim için

$$u=\sqrt{2}\,U\cos(\omega t+\alpha)$$

fonksiyonu alınırsa bunu kompleks olarak

$$u=Re\left\{\sqrt{2}\,\dot{U}\,e^{j\omega t}\right\}$$

şeklinde göstermek gerekir. Burada Re sembolü parantez içindeki ifadenin reel kısmının alınacağını işaret etmektedir.

Örnek 20—22. Frekansı $f=50$ Hz olan $\dot{U}=100\,e^{j30^\circ}$ gerilimi veriliyor. u anî değerinin ifadesini bulunuz.

Cevap :
$$u=Im\left\{\sqrt{2}\,e^{j314\,t}\,.\,100\,e^{j30^\circ}\right\}$$
$$=Im\left\{141\,e^{j(314\,t+30^\circ)}\right\}=141\sin(314\,t+30^\circ).$$

$\dot{U}=U\,e^{j\alpha}$ veya $\dot{I}=I\,e^{j\beta}$ fazörleri trigonometrik şekle sokulursa

$$\dot{U}=U\cos\alpha+j\,U\sin\alpha=U_a+j\,U_r\,,$$
$$\dot{I}=I\cos\beta+j\,I\sin\beta=I_a+j\,I_r$$

ifadeleri elde edilir. Burada gerilim ve akımın reel bileşenlerini gösteren $U_a=U\cos\alpha$ ve $I_a=I\cos\beta$ ya aktif bileşen ve imajiner bileşenleri gösteren $U_r=U\sin\alpha$ ve $I_r=I\sin\beta$ ya da reaktif bileşen adı verilir.

Örnek 20—23. $\dot{I}=20\,e^{j60^\circ}$ akımının aktif ve reaktif bileşenlerini bulunuz.

Cevap : $I_a = 20 \cos 60° = 20 \,.\, 0{,}5 = 10$ A,

$I_r = 20 \sin 60° = 20 \,.\, 0{,}866 = 17{,}32$ A.

Aktif ve reaktif bileşenlerle esas gerilim veya akım arasında

$$\left.\begin{aligned} U &= \sqrt{U_a^2 + U_r^2}\,, \\ I &= \sqrt{I_a^2 + I_r^2} \end{aligned}\right\} \qquad (20\text{—}42)$$

bağıntılarının bulunduğu kolayca görülmektedir.

Örnek 20—24. $\dot{I} = 8 - j4$ fazörünün üstel ifadesini bulunuz.

Cevap : Akımın efikas değeri $I = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{80} = 8{,}95$ A ve $\operatorname{tg} \beta = -4/8 = -0{,}5$ olduğundan sıfır fazı $\beta = -26{,}5°$ dir. Böylece

$$\dot{I} = 8{,}95\, e^{-j\,26{,}5°}$$

bulunur.

Alternatif akım devrelerini incelerken meselâ $e = -w \dfrac{d\Phi_t}{dt}$ (endüksiyon formülü), $e_s = -L \dfrac{di}{dt}$ (self-endüksiyon EMK'i), $i = C \dfrac{du}{dt}$ (kapasite akımı), $u = \dfrac{1}{C} \int i dt$ (kapasite gerilimi) ifadelerinde olduğu gibi sık sık türev ve integrallerle karşılaşırız. Meselâ i akımı için yazılan

$$i = Im \left\{ \sqrt{2}\, \dot{I} e^{j\omega t} \right\}$$

ifadesinin zaman türevi alınacak olursa

$$\begin{aligned} \frac{di}{dt} &= \frac{d}{dt} \left[Im \left\{ \sqrt{2}\, \dot{I} e^{j\omega t} \right\} \right] \\ &= Im \left\{ \frac{d}{dt} \left(\sqrt{2}\, \dot{I} e^{j\omega t} \right) \right\} \\ &= Im \left\{ \sqrt{2}\, j\omega \dot{I} e^{j\omega t} \right\} \end{aligned} \qquad (20\text{—}43)$$

ifadesi bulunur. i nin $\int i dt$ şeklindeki zaman integrali için de

$$\int i dt = \dot{I}m \left\{ \sqrt{2}\, e^{j\omega t} \frac{\dot{I}}{j\omega} \right\} \qquad (20-44)$$

elde edilir. Böylece analitik bir denklemden kompleks denkleme geçerken d/dt yerine $j\omega$ nın ve $\int dt$ yerine de $1/j\omega = -j/\omega$ nın geleceği anlaşılır. Keza i, u, e, Φ_t vesaire gibi anî değerleri gösteren semboller yerine kompleks ifadeler yani $\dot{I}$, $\dot{U}$, $\dot{E}$, $\dot{\Phi}$ vesaire fazörleri geçer.

Örnek 20—25. Magnetik akı zamanla

$$\Phi_t = \Phi_m \sin(\omega t + \gamma)$$

şeklinde değiştiğine göre endüksiyon formülünün kompleks şeklini yazınız.

Cevap : $e = -w \frac{d\Phi_t}{dt}$ formülünde

$$\Phi_t = \dot{I}m \left\{ \Phi_m e^{j(\omega t+\gamma)} \right\}$$
$$= \dot{I}m \left\{ \Phi_m e^{j\gamma} e^{j\omega t} \right\}$$
$$= \dot{I}m \left\{ \dot{\Phi}_m e^{j\omega t} \right\}$$

alınırsa ($\dot{\Phi}_m = \Phi_m e^{j\gamma}$)

$$\frac{d\Phi_t}{dt} = \dot{I}m \left\{ j\omega \dot{\Phi}_m e^{j\omega t} \right\}$$

olur. Böylece e için

$$e = \dot{I}m \left\{ -j\omega w \dot{\Phi}_m e^{j\omega t} \right\}$$

ifadesi bulunur. Bu son ifadeden genlik fazörü için

$$\dot{E}_m = -j\omega w \dot{\Phi}_m \qquad (20-44)$$

ifadesi bulunur. Bu ifadenin iki tarafını $\sqrt{2}$ ye bölerek efikas değer cinsinden

$$\dot{E} = -j\omega w \dot{\Phi} \quad (\dot{\Phi} = \dot{\Phi}_m/\sqrt{2}) \qquad (20-45)$$

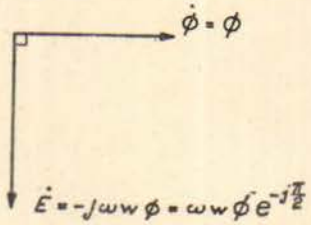
denklemi elde edilir. Bu denklemde $\omega = 2\pi f$ konursa EMK'in efikas değeri için

$$E = 4{,}44\, w f \Phi_m \qquad (20-46)$$

formülü bulunur.

$e=-w\frac{d\Phi_t}{dt}$ denkleminden (20—45) kompleks denklemine geçerken e yerine $\dot{E}$, Φ_t yerine de $\dot{\Phi}$ gelmiş ve d/dt türev operatörü $j\omega$ ile değiştirilmiştir.

(20—45) ifadesine göre $\dot{E}$ fazörü $\dot{\Phi}$ fazöründen 90° geri fazdadır ($-j$ den dolayı). Şek. 20—15 de $\dot{E}$ ve $\dot{\Phi}$ nin karşılıklı durumları görülmektedir. Bu diyagramda $\dot{\Phi}$ fazörü referans olarak seçilerek yatay eksen üzerinde alınmıştır ($\dot{\Phi}=\Phi e^{j0°}$, $\gamma=0$).



Şek. 20—15

21. Alternatif akım devresinin elemanları

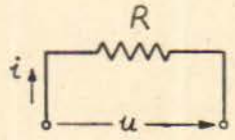
21—1. Omik direnç (R)

Bir alternatif akım devresinde akımla gerilim arasındaki bağıntı bu devrede bulunan devre elemanlarına göre değişir. Alternatif akım devresindeki elemanlar şunlardır: 1) Omik direnç, 2) Endüktans, 3) Kapasite. Şimdi ilk önce alternatif akımda omik direncin oynadığı rolü gözden geçirelim.

Şek. 21—1 de görülen R direncinden geçen akım i ile ve bu direncin uçları arasındaki gerilim u ile gösterilirse Ohm kanunu bu anî değerler için tıpkı doğru akımdaki glbi carî olur. Böylece

$$u=Ri$$

yazılabilir. Şekilde görülen gerilim ve akım okları bunları pozitif



Şek. 21—1

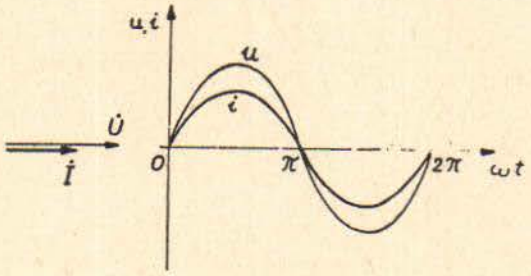
değerleri için seçilen yönleri gösterirler. Gerçekte gerek akım ve gerekse gerilim 1 s zarfında $2f$ defa yönlerini değiştirmektedir. R direncinden geçen akım

$$i = I_m \sin \omega t$$

şeklinde değiştiği takdirde gerilim için

$$u = RI_m \sin \omega t = U_m \sin \omega t$$

ifadesi elde edilir. Bu suretle gerilimin de akım gibi yani sinüzoidal olarak değiştiği ve akımla aynı fazda olduğu anlaşılır. Şek. 21—2 de u ve i eğrileri ve fazör diyagramı görülmektedir.



Şek. 21—2

Yukarıdaki ifadeye göre akımla gerilimin genlikleri arasında

$$U_m = R\, I_m \qquad (21—1)$$

bağıntısı vardır. Bu denklemin iki tarafını $\sqrt{2}$ ye bölerek efikas değerler cinsinden

$$U = R\, I \qquad (21—2)$$

bağıntısı bulunur. Bu suretle yalnız omik direnç bulunan bir devrede akım ve gerilimin gerek genlikleri ve gerekse efikas değerleri için Ohm kanununun doğru akım devresinde olduğu gibi kullanılacağı anlaşılır.

Örnek 21—1. $R = 20\ \Omega$'luk dirençten efikas değeri $I = 3{,}5$ A olan bir alternatif akım geçiyor. Bu direncin uçları arasındaki gerilimin efikas değerini bulunuz.

Cevap : $U = 20 \cdot 3{,}5 = 70$ V.

Kullanılan telin uzunluğuna, kesitine ve malzemesine göre değişen $R=l/\varkappa S$ omik direnci alçak frekanslarda frekansa bağlı değildir. Buna karşılık yüksek frekanslarda direncin arttığı görülür. Dirençteki artışın sebebi deri olayı denilen bir olaydır. Tel içindeki magnetik alanın telden geçen akımla birlikte değişmesi sonunda meydana gelen girdap akımları eksene yakın yerlerde telden geçen esas akımın zayıflamasına ve buna karşılık tel yüzeyine yakın yerlerde de kuvvetlenmesine sebep olurlar. Bu suretle akım iletken kesitine düzgün olarak yayılmayarak yüzeye doğru sıkışır ve bunun neticesi olarak da akıma karşı gösterilen kesit küçülmüş olur. Bu olaya sebep olan girdap akımları kendilerini meydana getiren EMK ne kadar büyükse o kadar kuvvetli olurlar ve dolayısiyle deri olayının tesiri de o kadar fazla olur. Diğer taraftan bu EMK telden geçen akımın f frekansı ile orantılı olduğundan [(20—46) denklemine bakınız] yüksek frekanslarda deri olayı kendini daha bâriz bir şekilde belli eder.

Bir telin alternatif akımdaki R direncini (buna aktif direnç adı da verilir) bulmak için doğru akımdaki R_0 direncini bir k katsayısı ile çarpmak icap eder:

$$R=k\,R_0\,. \qquad (21—3)$$

Telin yarıçapı r_0 ile gösterilirse

$$x=\frac{r_0}{2}\sqrt{\pi f\varkappa\mu} \qquad (21—4)$$

formülüyle hesaplanan x değeri 1 den küçük olduğu vakit bu katsayı

$$k=1+\frac{x^4}{3} \qquad (21—5)$$

formülü yardımiyle ve $x>1$ olduğu vakit de

$$k=x+\frac{1}{4} \qquad (21—6)$$

formülüyle hesaplanabilir. x formülünde μ için bakır, alüminyum gibi magnetik olmayan tellerde $\mu=\mu_0$ değeri alınır.

Örnek 21—2. Çapı $d=2{,}5$ mm olan $l=50$ km lik bakır telin $f=10^4$ Hz deki direncini bulunuz. $\varkappa=56$ Sm/mm² dir.

Cevap: Bu telin kesiti $S=\pi d^2/4=4{,}91$ mm² olduğundan doğru akımdaki direnci

$$R_0=\frac{50000}{56\,.\,4{,}91}=182\ \Omega$$

dur. Diğer taraftan $r_0=d/2=0{,}125$ cm, $f=10^4$ Hz, $\varkappa=56$ Sm/mm^2 = $5{,}6\,.\,10^5$ S/cm ve $\mu=\mu_0=1{,}256\,.\,10^{-8}$ H/cm olduğundan

$$x=\frac{1}{2}\,0{,}125\,\sqrt{\pi\,.\,10^5\,.\,5{,}6\,.\,10^5\,.\,1{,}256\,.\,10^{-8}}=2{,}94$$

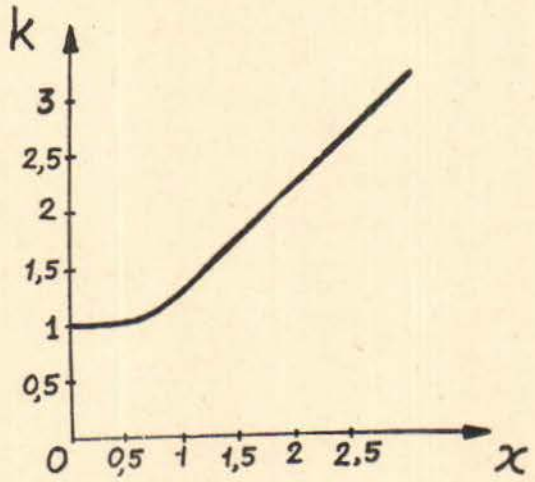
bulunur. $x>1$ olduğundan

$$k=x+\frac{1}{4}=2{,}94+\frac{1}{4}=3{,}19$$

ve buradan aktif dlrenç için

$$R=3{,}19\,.\,182\approx 580\ \Omega$$

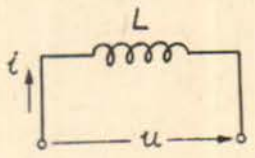
değeri bulunur. Şek. 21—3 de k yı bulmaya yarayan grafik görülmektedir.



Şek. 21—3

21—2. Endüktans (L).

Şek. 21—4 de endüktansı L olan bir bobin görülmektedir. Bu bobinin direncinin ihmal edilebilecek kadar küçük olduğunu farzede-



Şek. 21—4

lim. Bobinin demirsiz olduğu veya demirin μ=sabit kabul edilebilecek şekilde doymadığı kabul edilirse L=sabit olur ve i akımı tarafından meydana getirilen bobin akısının anî değeri için

$$\psi_t = w\,\Phi_t = Li$$

yazılabilir. Bu akı i akımı gibi değişir ve bu akımla aynı fazda bulunur. i akımı, dolayısiyle ψ_t akısı zamanla değişmekte olduğundan bobinde

$$e_s = -\frac{d\psi_t}{dt} = -w\frac{d\Phi_t}{dt} = -L\frac{di}{dt}$$

self - endüksiyon EMK'i meydana gelecektir. Bobinin uçları arasındaki gerilimin anî değeri u ile gösterilirse e_s EMK'i bu gerilim tarafından karşılanacağından gerilim denklemi

$$e_s + u = 0$$

veya

$$u = L\frac{di}{dt}$$

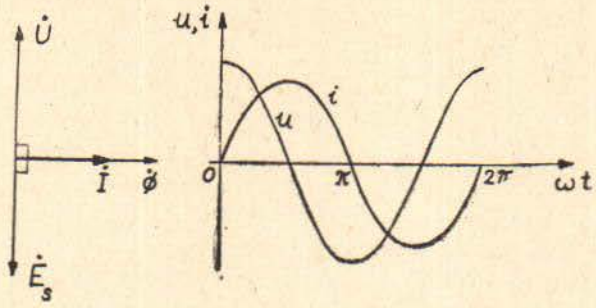
şeklinde olur. Şimdi i akımının $i = I_m \sin \omega t$ şeklinde yani zamanla sinüzoidal olarak değiştiği kabul edilirse u gerilimi için

$$u = L\frac{d}{dt}(I_m \sin \omega t) = \omega L I_m \cos \omega t$$

veya

$$u = \omega L I_m \sin(\omega t + 90^\circ)$$
$$= U_m \sin(\omega t + 90^\circ) \qquad (21—7)$$

ifadesi elde edilir. Bu ifadeye göre bobinin uçları arasındaki gerilim akıma nazaran 90° ileri fazda bulunmaktadır. Böylece endüktanstan geçen akımın gerilimden 90° geri kaldığı da söylenebilir. Şek. 21—5 de u ve i ye ait eğriler ve fazör diyagramı görülmektedir. Aynı fazör diyagramında $\dot{U}$ ve $\dot{I}$ dan başka akımla aynı fazda olan $\dot{\Phi}$ akısı ve akımdan 90° geri kalan $E_s = -\dot{U}$ EMK'i de gösterilmiştir.



Şek. 21—5

(21—7) yardımiyle gerilimin ve akımın genlikleri arasında

$$U_m = \omega L I_m$$

bağıntısı bulunur. Bunu $\sqrt{2}$ ye bölerek efikas değerler cinsinden

$$U = \omega L I \qquad (21—8)$$

denklemi elde edilir. Bu ifadeyi $U = RI$ şeklindeki Ohm kanunu ile karşılaştırırsak endüktans halinde R omik direncinin yerine

$$X_L = \omega L = 2\pi f L \qquad (21—9)$$

nin geçtiği görürüz. R direnci gibi birimi ohm olan bu değer bobinin alternatif akımın geçmesine karşı gösterdiği zorluğu belirtir. Buna reaktans veya endüktanstan ileri geldiğini belirtmek için endüktif reaktans adı verilir (reaktif direnç de denilir). X_L endüktif reaktansının Ω birimi ile ölçüleceğini hem $U/I = X_L$ ifadesinden ve hem de ω ve L yerine birimlerini koyarak görmek kabildir. Endüktif reaktans yardımiyle endüktans için yazılan Ohm kanunu

$$U = X_L I \qquad (21—10)$$

şekline girer. Endüktif reaktans, R direnci gibi, akımın

$$I = \frac{U}{X_L}$$

formülüyle hesaplanan değerini sınırladıktan başka akımla gerilim

arasında 90° lik bir faz farkının meydana gelmesine de sebep olur. Halbuki omik dirençte böyle bir özellik yoktur.

(21—9) ifadesine göre X_L reaktansı hem ω (veya f) ve hem de L endüktansı ile orantılıdır. Dolayısiyle frekans yükseldikçe sabit gerilim altında bobinden geçen akım küçülecektir. Buna karşılık frekansın küçülmesi akımın artmasına sebep olur. Doğru akım, frekansı sıfır olan bir alternatif akım gibi düşünülebileceğinden $f=0$ ($\omega=0$) için $\omega L=0$ olur ve dolayısiyle bobin doğru akım için bir kısa devre rolünü oynar ve akım sonsuz büyük olur. Bu durum ancak omik direnci olmayan bir bobin için bahis konusu olur. Gerçekte her bobinin küçük de olsa bir direnci vardır ve doğru akım yalnız bu direnç tarafından sınırlanır. L endüktansı doğru akımda kendini ancak geçici olaylarda ve meselâ devrelerin açılması ve kapanması esnasında gösterir.

Örnek 21—3. Endüktansı $L=2$ mH olan bir bobine efikas değeri $U=110$ V olan $f=50$ Hz frekanslı bir gerilim uygulanıyor. Bobinin reaktansını ve akımı hesaplayınız.

Cevap : $X_L=2\pi f L=2\pi \cdot 50 \cdot 0{,}002=6{,}28\ \Omega$,

$$I=\frac{110}{6{,}28}=17{,}5\ \text{A}.$$

Örnek 21—4. Omik direnci sıfır kabul edilen bir bobine efikas değeri $U=100$ V olan $f=50$ Hz frekanslı bir sinüzoidal gerilim uygulanıyor. Bobinden geçen akım $I=25$ A olduğuna göre L endüktansını bulunuz.

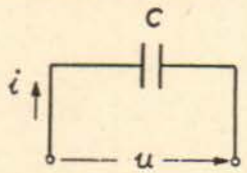
Cevap : $$L=\frac{100}{25 \cdot 314}\approx 0{,}012\ \text{H}=12\ \text{mH}.$$

Elektrik enerjisini nakletmek için faydalanılan hatların da bir endüktansı olduğundan bunların omik direncinde meydana gelen omik gerilim düşümünden başka bir de endüktif reaktansta meydana gelen endüktif gerilim düşümü vardır. İleride iletken kesitlerinin hesabına ayrılan bahiste bu konu görülecektir.

21—3. Kapasite (C).

Bir kondansatörün levhalarına bir doğru gerilim uygulandığı zaman devreden kısa süren bir akım geçeceğini ve kondansatör dolduktan yani levhalardaki Q yükü $Q=CU$ değerini aldıktan sonra bu akımın kesileceğini bundan önce görmüştük. Bu dolma olayı esnasında üretecin vazifesi bir levhadaki elektronları öbür levhaya yığmaktan

ibarettir. Böylece doğru akımın kondansatörden sürekli bir şekilde geçemiyeceği anlaşılır. Buna karşılık kondansatörün uçlarına şek. 21—6 da görüldüğü gibi bir u alternatif gerilimi uygulanırsa kondansatör periyodik olarak dolup boşalır ve böylece devreden sürekli



Şek. 21—6

olarak bir akım geçer. Her hangi bir anda kondansatör levhalarındaki yüklerle u gerilimi arasında

$$q = Cu$$

bağıntısı vardır. Bu denklem bize q yükünün de u gerilimi gibi değer ve işaret değiştireceğini göstermektedir. Kondansatörden geçen akım ise

$$i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du}{dt}$$

formülü yardımiyle bulunur. Kondansatöre uygulanan gerilimin

$$u = U_m \sin \omega t$$

şeklinde, yani sinüzoidal olarak değiştiği kabul edilirse yukarıdaki ifade yardımiyle akım için

$$i = C\frac{d}{dt}(U_m \sin \omega t) = \omega C U_m \cos \omega t$$

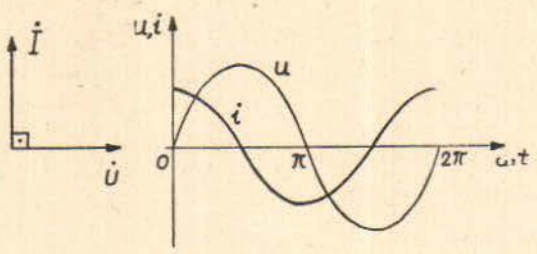
veya

$$i = \omega C U_m \sin (\omega t + 90°) \qquad (21—11)$$

denklemi bulunur. Bu ifadeye göre kondansatörden geçen akım gerilimden 90° ileri fazda bulunmaktadır. Halbuki endüktanstan geçen akım gerilimden 90° geri fazdadır. Şek. 21—7 de akım ve gerilim eğrileri ve fazör diyagramı görülmektedir.

(21—11) ifadesine göre akım ve gerilimin genlikleri arasında

$$I_m = \omega C U_m = \frac{U_m}{1/\omega C} \qquad (21—12)$$



Şek. 21—7

bağıntısı vardır. Bu ifadenin iki tarafını $\sqrt{2}$ ye bölerek efikas değerler cinsinden

$$I=\frac{U}{1/\omega C} \qquad (21—13)$$

formülü bulunur. Bu ifadelerde görülen ve direnç gibi ohm birimiyle ölçülen

$$X_C=\frac{1}{\omega C} \qquad (21—14)$$

ye kapasitif reaktans (kapasitif reaktif direnç) adı verilir. X_C nin ohm birimiyle ölçüleceğini ω yerine 1/s ve C yerine de $As/V=s/\Omega$ birimlerini alarak da görebiliriz. Kapasitif reaktans C kapasitesinin, dairesel frekansı ω olan sinüzoidal akıma karşı gösterdiği zorluğu belirtir.

(21—14) ifadesine göre alternatif akımın frekansı ne kadar yüksekse kapasitif reaktans da o kadar küçük olur. Çok yüksek frekanslarda kondansatör bir kısa devre gibi tesir eder. Buna karşılık frekans alçaldıkça X_C reaktansı büyük ve doğru akım halinde ($f=0$, $\omega=0$) sonsuz büyük bir değer alır. Keza X_C reaktans C kapasitesi ile de ters orantılıdır. Endüktif reaktansla karşılaştırılacak olursa kapasite halinde reaktansın tamamen zıt şekilde tesir ettiği ortaya çıkar.

Endüktans ve kapasitenin frekansa bağlı olan bir reaktansa sahip olmaları özelliğinden pratikte bir çok yerlerde faydalanılır. Meselâ bobinler yüksek frekanslı akımların bir devreden geçmesini önlemek (doğru akım bunlardan kolayca geçer) ve kondansatörler ise meselâ doğru akımın yüksek frekans devrelerinden geçmesini önlemek için kullanılır (yüksek frekanslı akımlar bunlardan kolayca geçer).

Örnek 21—5. Kapasitesi $C=20\ \mu F$ olan bir kondansatörden efikas değeri $I=1{,}38$ A olan $f=50$ Hz frekanslı bir akım geçiyor. Kondansatörün reaktansını ve uçları arasındaki gerilimi bulunuz.

Cevap: $X_C = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 20 \cdot 10^{-6}} = 159\ \Omega,$

$U = 159 \cdot 1{,}38 = 220\ \text{V}.$

Not: Kapasitelerle hesaplar yapılırken μF olarak verilen değerleri 10^{-6} ile çarparak Farad'a çevirmek gerekir.

Örnek 21—6. Kapasitesi $C = 2{,}5\ \mu\text{F}$ olan bir kondansatörün uçlarına $u = 800 \sin 314\ t$ gerilimi uygulanıyor. Kondansatör akımının ifadesini bulunuz.

Cevap: $X_C = \frac{10^6}{314 \cdot 2{,}5} = 1270\ \Omega$

olduğundan akımın genliği

$$I_m = \frac{800}{1270} = 0{,}63\ \text{A}$$

olur. Böylece

$$i = 0{,}63 \cos 314\ t$$

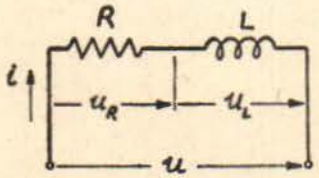
fonksiyonu elde edilir.

22. Seri bağlama

22—1. Seri bağlı endüktans ve aktif direnç (R—L devresi).

Pratikte bir çok hallerde R, L ve C elemanlarına seri veya paralel bağlı olarak rastlanır. Esasen bundan önceki bahiste bu elemanları teker teker incelerken diğerlerinin ihmal edilebilecek kadar az tesir ettikleri kabul edilmiştir.

Şek. 22—1 de seri bağlı direnç ve endüktanstan teşekkül eden bir devre görülmektedir. Meselâ motor sargıları böyle bir bağlamaya örnek olarak gösterilebilir. Sisteme uygulanan alternatif gerilimin anî değeri u ile ve R ile L nin uçları arasındaki gerilimler



Şek. 22—1

u_R ve u_L ile gösterilirse her an

$$u = u_R + u_L$$

olacaktır. Diğer taraftan bundan önce görüldüğü gibi

$$u_R = Ri\,,$$

$$u_L = L\frac{di}{dt}$$

yazılabileceğinden yukarıdaki gerilim denklemi

$$u = Ri + L\frac{di}{dt}$$

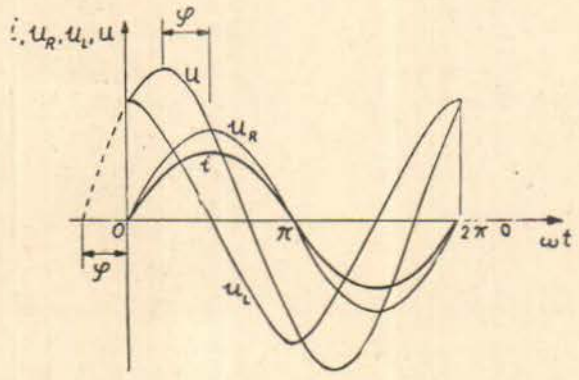
şekline girer. R ve L den geçen akımın

$$i = I_m \sin \omega t$$

şaklinde yani sinüzoidal olarak değiştiği kabul edilirse bu ifade yardımiyle

$$u = R I_m \sin \omega t + \omega L I_m \cos \omega t \qquad (22-1)$$

bulunur. Sağ tarafta R direncindeki u_R gerilimini gösteren birinci terime u geriliminin aktif bileşeni ve L endüktansındaki u_L gerilimini gösteren ikinci terime de reaktif bileşeni adı verilir. Şek. 22—2 de i, u_R, u_L ve $u = u_R + u_L$ eğrileri görülmektedir. Şekilde görüldüğü gibi



Şek. 22—2

u gerilimi ile i akımı arasında φ açısı kadar bir faz farkı vardır ve gerilim bu açı kadar akımdan ileri fazdadır. Şimdi bu u geriliminin U_m genliğini ve φ açısını tâyin etmek için

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi)$$

alalım. Böylece (22—1) ifadesi

$$U_m \sin(\omega t + \varphi) = RI_m \sin \omega t + \omega L I_m \cos \omega t$$

şekline girer. Bu denklem her ωt değeri için cari olduğundan $\omega t = 0$ ve $\omega t = \pi/2$ koyarak

$$U_m \sin \varphi = \omega L I_m$$
$$U_m \cos \varphi = RI_m$$

elde edilir. Bu iki denklem yardımiyle U_m için

$$U_m = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}\, I_m \qquad (22—2)$$

ifadesi ve φ açısı için de

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{R} = \frac{X_L}{R} \qquad (22—3)$$

ifadesi bulunur. (22—2) yi $\sqrt{2}$ ye bölerek efikas değerler cinsinden

$$U = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}\, I \qquad (22—4)$$

yazılabilir. Bu ifadede görülen ve direnç boyutunda olan

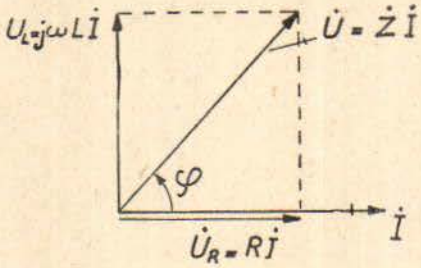
$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{R^2 + X_L^2} \qquad (22—5)$$

ye R-L devresinin empedansı denilir. X_L endüktif reaktansından dolayı Z empedansı endüktif karakterdedir. Keza R-L devresi de L den dolayı endüktif bir karakter gösterir. Empedans yardımiyle (22—4) formülü kısaca

$$U = ZI \qquad (22—6)$$

şeklini alır. Bu ifade endüktanslı bir devre için Ohm kanunudur. $X_L = 0$ için $Z = R$ ve $\operatorname{tg} \varphi = 0$ ($\varphi = 0$) olur. Buna karşılık $R = 0$ olması halinde $Z = X_L$ ve $\operatorname{tg} \varphi = \infty$ ($\varphi = 90°$) olarak, gerilim akımdan 90° ileri fazda bulunur. Bu sonuçlar bundan önce bulunmuştur.

Yukarıda analitik yoldan bulunan sonuçları, R - L devresi için çizilen şek. 22—3 deki fazör diyagramından da çıkarabiliriz. Bu diyagramda akım referans fazörü olarak seçilmiştir. Seri bağlamada I=sabit



Şek. 22—3

olduğundan ekseriya $\dot{I}$ fazörü referans olarak alınır. Bu diyagramda $U_R = RI$ gerilimi (aktif gerilim) I akımı ile aynı fazda ve $U_L = \omega LI$ gerilimi (reaktif gerilim) ise akımdan 90° ileri fazdadır. Toplam U gerilimi ise bu iki gerilimin geometrik toplamına eşit olduğundan şekil yardımiyle

$$U^2 = U_R^2 + U_L^2 = [R^2 + (\omega L)^2]\, I^2$$

yazarak buradan (22—4) formülü elde edilir. Akımla gerilim arasındaki φ faz açısı için de aynı şekilden

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{U_L}{U_R} = \frac{\omega L}{R}$$

ifadesi yani (22—3) formülü elde edilir.

Gerek analitik ifadelerden ve gerekse fazör diyagramından kolayca görüleceği gibi U gerilimi $U_R + U_L$ toplamından küçüktür. Bunun da sebebi bu gerilimler arasındaki faz farkıdır. Şayet böyle bir faz farkı bulunmazsa (meselâ iki seri bağlı direnç, endüktans ve kapasite hali) U gerilimi diğer gerilimlerin toplamına eşit olur.

Örnek 22—1. Direnci $R = 4\,\Omega$ ve endüktansı $L = 9{,}55$ mH olan bir bobinin uçları arasına efikas değeri $U = 110$ V ve frekansı $f = 50$ Hz olan bir gerilim uygulanıyor :

a) bobinin empedansını,
b) bobinden geçen akımı,
c) U_L ve U_R gerilimlerini,
d) φ açısını

hesaplayınız.

Cevap : a) $X_L = 2\pi f L = 314 \cdot 9{,}55 \cdot 10^{-3} = 3\ \Omega$ olduğundan empedans için

$$Z = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5\ \Omega$$

değeri bulunur.

b) $I = \dfrac{110}{5} = 22$ A dir.

c) $U_R = 4 \cdot 22 = 88$ V,

$U_L = 3 \cdot 22 = 66$ V,

d) $\operatorname{tg} \varphi = \dfrac{3}{4} = 0{,}75$ ve $\varphi = 37°$.

Örnek 22—2. Direnci $R = 20\ \Omega$ olan bir bobinin uçlarına $U = 240$ V uygulandığı vakit $I = 3$ A geçiyor. Frekans $f = 60$ Hz olduğuna göre

a) bobinin L endüktansını,

b) φ açısını

bulunuz.

Cevap : a) bobinin empedansı

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{240}{3} = 80\ \Omega$$

olduğundan endüktif reaktansı

$$X_L = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{80^2 - 20^2} = 77{,}5\ \Omega$$

olur. Buradan L endüktansı için ($2\pi f = 2\pi \cdot 60 = 377\ s^{-1}$)

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{77{,}5}{377} = 0{,}205\ \text{H} = 205\ \text{mH}$$

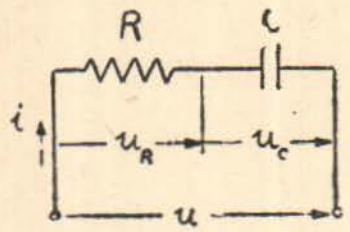
değeri bulunur.

b) $\operatorname{tg} \varphi = \dfrac{77{,}5}{20} = 3{,}87$ ve $\varphi = 75{,}5°$

dir. Gerilim akımdan 75,5° ileri fazdadır.

22 — 2. Seri bağlı kapasite ve aktif direnç (R - C devresi).

şek. 22—4 de görülen ve R direnci ile C kapasitesinin seri bağlanmasından teşekkül eden devrede u, u_R ve u_C gerilimleri arasında her an



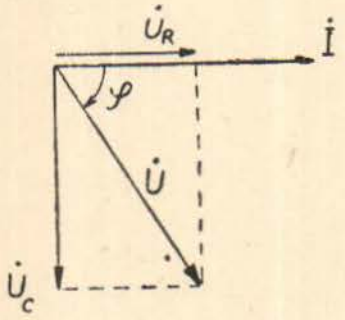
Şek. 22—4

$$u = u_R + u_C$$

bağıntısı vardır. Bu ifadede $u_R = Ri$ ve

$$u_C = \frac{1}{C}\int i\,dt$$

koyup yukarıda endüktanslı devrede yapıldığı gibi formülleri çıkarmak kabildir. Bununla beraber bu analitik yol biraz yorucu olduğundan devreyi şek. 22—5 de görülen fazör diyagramı yardımiyle ince-



Şek. 22—5

leyelim. Bu diyagramda $U_R = RI$ yine akımla aynı fazda olan omik ve $U_C = \frac{1}{\omega C} I = X_C I$ ise akımdan 90° geride olan kapasitif gerilimi gösterir. U gerilimi için

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_C^2}$$

veya

$$U = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}\, I = \sqrt{R^2 + X_C^2}\, I \qquad (22-7)$$

ifadesi ve φ açısı için de

$$\operatorname{tg}\varphi=-\frac{U_C}{U_R}=-\frac{1/\omega C}{R}=-\frac{X_C}{R} \qquad (22-8)$$

ifadesi elde edilir. Bu ifadedeki negatif işaret gerilimin akımdan geri kaldığını belirtmektedir.

(22—7) ifadesinde görülen

$$Z=\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}=\sqrt{R^2+X_C^2}\,, \qquad (22-9)$$

kapasiteli devrenin empedansını gösterir. Buna X_C den dolayı kapasitif empedans ve devreye de kapasitif devre adı verilir.

Empedanstan faydalanarak burada da kapasitif devredeki Ohm kanununu gösteren (22—7) ifadesi

$$U=ZI \qquad (22-10)$$

şekline sokulabilir.

Fazör diyagramına göre kapasitif devrede gerilim akımdan φ açısı kadar geri fazdadır.

Örnek 22—3. $R=10\ \Omega$'luk bir dirençle $C=80\ \mu F$'lık bir kapasite seri bağlanarak sisteme $U=150$ V uygulanıyor. $f=50$ Hz olduğuna göre

a) Z empedansını,

b) I akımını,

c) φ faz farkını

hesaplayınız.

Cevap: a) $X_C=\dfrac{1}{2\pi fC}=\dfrac{10^6}{314\,.\,80}=39{,}8\ \Omega,$

$$Z=\sqrt{10^2+39{,}8^2}=41{,}2\ \Omega.$$

b) $$I=\frac{150}{41{,}2}=3{,}64\ \text{A}.$$

c) $$\operatorname{tg}\varphi=-\frac{39{,}8}{10}=-3{,}98,\quad \varphi\approx-76{,}2^\circ.$$

Örnek 22—4. 110 V gerilimde 0,545 A lik akımla çalışan bir lâmbayı 220 V'luk bir şebekede kullanabilmek için bir kapasiteyi seri bağlıyoruz. Lâmbanın normal çalışabilmesi için bu kapasite kaç μF olmalıdır? Frekans $f=50$ Hz dir.

Cevap: Lâmbanın normal çalışabilmesi için aynı gerilimde aynı akımı çekmesi icap eder (lâmbanın gücü $110 \cdot 0{,}545 = 60$ W dır). Bu sebepten dolayı devrenin empedansı

$$Z = \frac{220}{0{,}545} = 403{,}6\ \Omega$$

dur. Lâmbanın direnci ise

$$R = \frac{110}{0{,}545} = 202\ \Omega$$

dur. Böylece lüzumlu olan kondansatörün reaktansı için

$$X_C = \sqrt{403{,}6^2 - 202^2} = 347{,}93\ \Omega$$

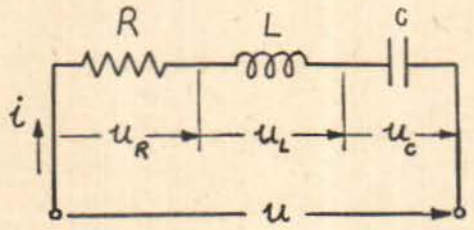
değeri bulunur. Diğer taraftan $X_C = 1/\omega C$ olduğundan kapasite için

$$C = \frac{10^6}{2\pi \cdot 50 \cdot 347{,}93}\ \mu F \approx 9\ \mu F$$

değeri bulunur.

22 — 3. Seri bağlı endüktans, kapasite ve aktif direnç (R—L—C devresi).

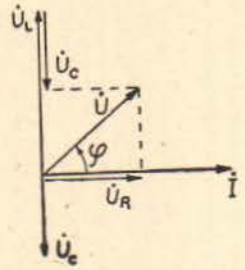
Şek. 22—6 da R, L ve C nin seri bağlanmasiyle elde edilen devre görülmektedir. Bu devrede her an



Şek. 22—6

$$u = u_R + u_L + u_C$$

dir. Şek. 22—7 de devrenin fazör diyagramı görülmektedir. R direncindeki $U_R = RI$ gerilimi I akımıyla aynı fazda ve buna karşılık L endüktansındaki $U_L = \omega LI$ gerilimi 90° ileri ve C kapasitesindeki $U_C = \frac{1}{\omega C} I$ gerilimi ise 90° geri fazdadır. Şekil yardımiyle U gerilimi için



Şek. 22—7

$$U=\sqrt{U_R^2+(U_L-U_C)^2}=\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}\,I$$
$$=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}\,I \qquad (22-11)$$

formülü ve φ açısı için de

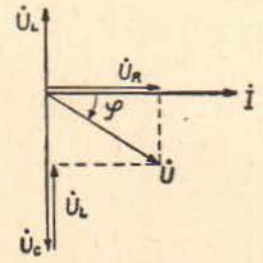
$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{U_L-U_C}{R}=\frac{\omega L-\frac{1}{\omega C}}{R}=\frac{X_L-X_C}{R} \qquad (22-12)$$

formülü elde edilir. Bu formüller $X_C=0$ ve $X_L=0$ için bundan önce incelenen hallere ait şekillere girerler.

Yukarıdaki ifadelerde

$$X=X_L-X_C \qquad (22-13)$$

devrenin reaktansını verir. Şayet $X_L>X_C$ ise X pozitif olur ve φ açısı pozitif çıkar. Bu durumda gerilim akımdan ileri fazda olacağından kapasitenin varlığına rağmen devre endüktif karakterde olur. Şek. 22—7 deki diyağram $X>0$ hali için çizilmiştir. Buna karşılık $X_L<X_C$ olduğu takdirde X negatif bir değer alır. Keza bu halde φ açısı da negatif olacağından gerilim akımdan geri kalır ve endüktansın varlığına rağmen devre kapasitif karakterde olur. Şek. 22—8 de $X<0$ haline tekabül eden fazör diyagramı görülmektedir.



Şek. 22—8

$X_L = X_C$ ve dolayısiyle $X = 0$ olması halinde $U_L = U_C$ ve $\varphi = 0$ olur. Seri rezonans denilen bu hal ileride rezonans bahsinde görülecektir.

$R-L-C$ devresinin empedansı

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + X^2} \qquad (22-14)$$

formülü yardımiyle hesaplanır. Empedans yardımiyle seri devrede Ohm kanununu gösteren (22—11) ifadesi

$$U = Z\,I \qquad (22-15)$$

şekline girer.

Örnek 22—5. Aktif direnci $R = 15\ \Omega$ ve endüktansı $L = 0{,}2$ H olan bir bobinle kapasitesi $L = 30\ \mu$F olan bir kondansatör seri bağlanıyor ve sistemin uçlarına $U = 110$ V ve $f = 50$ Hz lik bir gerilim uygulanıyor :

a) devrenin empedansını,

b) φ açısını,

c) I akımını,

d) bobinin uçları arasındaki gerilimi,

e) kapasitenin uçları arasındaki gerilimi

bulunuz.

Cevap : a) $X_L = 2\pi \cdot 50 \cdot 0{,}2 = 62{,}8\ \Omega$,

$$X_C = \frac{10^6}{314 \cdot 30} = 106\ \Omega,$$

$$X = 106 - 62{,}8 = 43{,}2\ \Omega \text{ (endüktif)},$$

$$Z = \sqrt{15^2 + 43{,}2^2} = 45{,}8\ \Omega.$$

b) $\operatorname{tg} \varphi = \dfrac{43{,}2}{15} = 2{,}88, \quad \varphi = 71°.$

c) $I = \dfrac{110}{45{,}3} = 2{,}4$ A.

d) bobinin uçları arasındaki gerilim U_B ile gösterilirse

$$U_B = \sqrt{U_R^2 + U_L}$$

olur. Diğer taraftan $U_R = 15 \cdot 2{,}4 = 36$ V ve $U_L = 62{,}8 \cdot 2{,}4 = 151$ V ol-

duğundan

$$U_B=\sqrt{36^2+151^2}\approx 155 \text{ V}$$

bulunur.

e) $U_C=106 \cdot 2{,}4=245$ V.

22—4. Ohm kanununun kompleks şekli.

Ohm kanununu kompleks şekilde ifade etmek için meselâ şek. 22—1 de verilen endüktanslı devreyi gözönüne alalım. Bu devrede her an

$$u=Ri+L\frac{di}{dt}$$

olmaktaydı. Şimdi bu diferansiyel denklemde u ve i yerine

$$u=Im\left\{\dot{U}\sqrt{2}\,e^{j\omega t}\right\},$$

$$i=Im\left\{\dot{I}\sqrt{2}\,e^{j\omega t}\right\}$$

koyabiliriz. Burada $\dot{U}$ ve $\dot{I}$ bundan önce gördüğümüz gibi

$$\dot{U}=U e^{j\alpha},$$

$$\dot{I}=I e^{j\beta}$$

fazörlerini göstermektedir. Böylece

$$Im\left\{\dot{U}\sqrt{2}\,e^{j\omega t}\right\}=RIm\left\{\dot{I}\sqrt{2}\,e^{j\omega t}\right\}+j\omega LIm\left\{\dot{I}\sqrt{2}\,e^{j\omega t}\right\}$$

veya

$$Im\left\{[\dot{U}-\dot{I}(R+j\omega L)]\sqrt{2}\,e^{j\omega t}\right\}=0$$

ifadesi elde edilir. Bunun her an sıfıra eşit olabilmesi için köşeli parantez içindeki ifadenin sıfıra eşit olması icap eder. Bu suretle

$$\dot{U}=(R+j\omega L)\,\dot{I}$$

veya

$$\dot{U}=(R+jX_L)\,\dot{I} \qquad (22—16)$$

denklemi elde edilir. Bu ifadeyi doğrudan doğruya bulmak istersek

anî değerler için yazılan diferansiyel denklemde u ve i yerine $\dot{U}$ ve $\dot{I}$ ve d/dt yerine de $j\omega$ koymak gerekir. Burada, parantez içindeki

$$\dot{Z}=R+jX_L=Ze^{j\varphi} \qquad (22-17)$$

ifadesi, modülü

$$Z=\sqrt{R^2+X_L^2}$$

ve argümanı

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{X_L}{R}$$

olan bir kompleks büyüklüğü gösterir. Modülü endüktanslı devrenin empedansına ve argümanı da bu devrenin faz farkına eşit olan bu büyüklüğe kompleks empedans operatörü veya sadece kompleks empedans adı verilir. Kompleks empedansın reel kısmı aktif direnç ve imajiner kısmı ise endüktif reaktansa eşittir.

Kompleks empedans yardımiyle (22—16) ifadesi

$$\dot{U}=\dot{Z}\dot{I} \qquad (22-18)$$

şekline girer ki bu da Ohm kanununun kompleks şeklinden başka bir şey değildir.

Şek. 22—4 de görülen kapasiteli devrede $\dot{Z}$ kompleks empedansı

$$\dot{Z}=R-j\frac{1}{\omega C}=R-jX_C \qquad (22-19)$$

ifadesiyle ve nihayet şek. 22—6 da verilen devrede

$$\dot{Z}=R+j\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)=R+j(X_L-X_C)=R+jX$$

$$=\sqrt{R^2+X^2}\,e^{j\operatorname{arc\,tg}\left(\frac{X}{R}\right)} \qquad (22-20)$$

ifadesiyle bulunur.

Örnek 22—6. Şek. 22—1 de $R=6\,\Omega$ ve $X_L=8\,\Omega$ olduğuna göre kompleks empedansını bulunuz. $U=100$ V için akımı, U_R ve U_L gerilimlerini hesaplayınız.

Cevap : $\dot{Z}=6+j8$ bulunur. Bunu üstel şekilde ifade etmek istersek

$$Z=\sqrt{6^2+8^2}=10\ \Omega$$

ve

$$\varphi=\text{arc tg}\left(\frac{8}{6}\right)=\text{arc tg}\,(1{,}33)=53^\circ$$

olduğunu gözönüne alarak

$$\dot{Z}=10\,e^{j\,53^\circ}$$

buluruz.

Devreden geçen akımı kompleks hesap yardımiyle bulmak istersek

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}}{\dot{Z}}$$

şeklindeki Ohm kanunundan faydalanırız. Gerilimi fazlar başlangıcı olarak seçersek $\alpha=0$ ve dolayısiyle $\dot{U}=U=100$ V almak kabil olur. Böylece akım için

$$\dot{I}=\frac{100}{6+j8}=\frac{100\,(6-j8)}{6^2+8^2}$$

$$=6-j8$$

kompleks ifadesi bulunur. Akımın efikas değeri

$$I=\sqrt{6^2+8^2}=10\ \text{A}$$

ve sıfır faz açısı

$$\beta=\text{arc tg}\left(\frac{-8}{6}\right)=\text{arc tg}\,(-1{,}33)=-53^\circ$$

dir. $\dot{U}$ gerilimi reel eksen üzerinde bulunduğundan akımın gerilimden 53° geri fazda bulunduğu görülmektedir.

U_R ve U_L gerilimlerinin kompleks ifadeleri

$$\dot{U}_R=R\dot{I}=6\,(6-j8)=36-j48,$$

$$\dot{U}_L=jX_L\,\dot{I}=j8\,(6-j8)=64+j48$$

şeklindedir. Buradan efikas değerler için

$$U_R=\sqrt{36^2+48^2}=60\ \text{V},$$

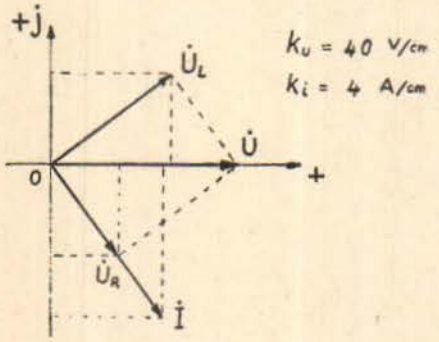
$$U_L=\sqrt{64^2+48^2}=80\ \text{V}$$

bulunur. Bu iki gerilimin sıfır fazları ise

$$\alpha_R = \text{arc tg}\,(-1{,}33) = -53°,$$

$$\alpha_L = \text{arc tg}\,(0{,}74) = +37°$$

dir. Şek. 22—9 da fazör diyagramı görülmektedir.



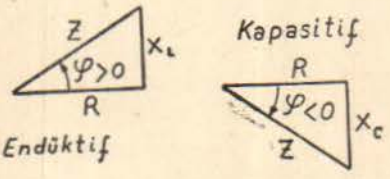
Şek. 22—9

Örnek 22—7. $\dot{Z} = 6\,e^{-j\,30°}$ empedansı veriliyor. Bu empedansı veren R aktif direncini ve X reaktansını bulunuz. Bu empedansın karakteri nedir (endüktif veya kapasitif)?

Cevap: $\dot{Z} = Z\,e^{j\varphi} = Z\cos\varphi + jZ\sin\varphi$ den

$$\left.\begin{aligned} R &= Z\cos\varphi\,, \\ X &= Z\sin\varphi \end{aligned}\right\} \qquad (22—21)$$

olduğu görülür. Şek. 22—10 da görülen ve dik kenarları R, X ve hipotenüsü Z ye eşit olan dik açılı üçgenlere empedans üçgeni denilir. Empedans üçgeninin kenarlarını I akımı ile çarparak gerilim üçgeni elde edilir. Keza bir gerilim üçgeninden empedans üçgenine geçmek için bu üçgenin kenarları I akımına bölünür. Son formüller yardımiyle



Şek. 22—10

$$R=6\cos(-30°)=5{,}19\ \Omega,$$
$$X=6\sin(-30°)=-3\ \Omega$$

bulunur. Empedans kapasitiftir.

Empedans için verilen

$$\dot{Z}=R+jX$$

ifadesinde $X=0$ yapılırsa

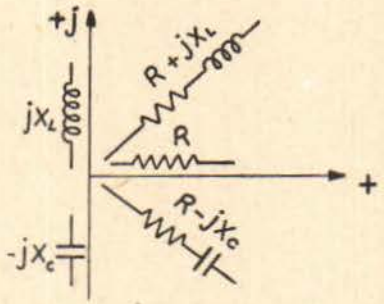
$$\dot{Z}=R$$

olur. Bu operatör aktif dirence tekabül eder.

Şayet $R=0$ yapılırsa

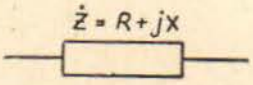
$$\dot{Z}=jX\ (=jX_L \text{ veya } -jX_C)$$

elde edilir ki bu da reaktansa tekabül eder. Şek. 22–11 de muhtelif haller görülmektedir.



Şek. 22—11

Empedanslar şemalarda şek. 22—12 de görüldüğü gibi yani dikdörtgenle belirtilecektir.



Şek. 22—12

$\dot{U}/\dot{I}=\dot{Z}$ şeklinde bulunan empedans operatörü gerilim veya akım gibi bir fazörü göstermez. Bu sebepten dolayı şek. 22—10 da görülen empedans üçgeni oksuz olarak çizilmiştir.

Bir seri devrede şek. 22—13 de görüldüğü gibi bir kaç empedans bulunursa

$$\dot{U}=\dot{U}_1+\dot{U}_2+\dot{U}_3$$

veya

$$\dot{U}=(\dot{Z}_1+\dot{Z}_2+\dot{Z}_3)\,\dot{I}=\dot{Z}\dot{I}$$

olur. Burada

$$\dot{Z}=\dot{Z}_1+\dot{Z}_2+\dot{Z}_3 \qquad (22—22)$$

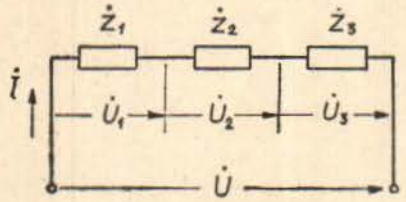
sistemin eşdeğer empedansını gösterir. Bu empedansın reel kısmı

$$R=R_1+R_2+R_3$$

ye ve imajiner kısmı da

$$X=X_1+X_2+X_3$$

ye eşittir. (22—22) ifadesi doğru akımda seri bağlı dirençler için cari olan ifadeye benzer. Yalnız burada R yerine $\dot{Z}$ empedansları gelmiştir.



Şek. 22—13

Örnek 22—8. Şek. 22—13 de

$$\dot{Z}_1=2+4j\ ,\ \dot{Z}_2=-5j \text{ ve } \dot{Z}_3=3\ \Omega$$

olduğuna göre eşdeğer empedansı ve $I=5$ A için U gerilimini bulunuz.

Cevap : $\dot{Z}=2+j4-5j+3=5-j$, ve

$$\dot{U}=(5-j)\,5=25-5j$$

bulunur. Gerilimin efikas değeri

$$U=\sqrt{25^2+5^2}=\sqrt{625+25}=\sqrt{650}=25{,}5\ \text{V}$$

ve sıfır fazı

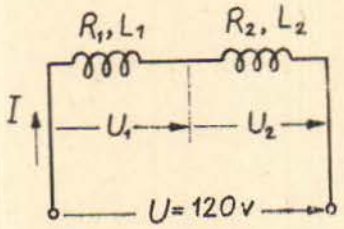
$$\alpha = \text{arc tg}\left(-\frac{5}{25}\right) = \text{arc tg}\,(-0{,}2) = -11°20'$$

dir. Akım fazörü referans olarak alındığından başlangıç fazı $\beta = 0$ dır. Gerilim fazörü akım fazöründen 11°20′ kadar geri fazda olup devre kapasitiftir.

Örnek 22—9. Şek. 22—14 de görülen seri bağlı bobinlerin aktif dirençleri $R_1 = 3\ \Omega$, $R_2 = 5\ \Omega$ ve reaktansları $X_{L1} = 1\ \Omega$, $X_{L2} = 3\ \Omega$ dur:

a) I akımını,
b) U_1 ve U_2 gerilimlerini,
c) U ile I arasındaki faz farkını

bulunuz.



Şek. 22—14

Cevap: a) Bütün devrenin aktif direnci

$$R = 3 + 5 = 8\ \Omega$$

ve reaktansı ise

$$X_L = 1 + 3 = 4\ \Omega$$

dur. Buradan empedans için

$$Z = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{80} = 8{,}95\ \Omega$$

bulunur. I akımı

$$I = \frac{120}{8{,}95} = 13{,}4\ \text{A}$$

dir.

b) Bobinlerin empedansları

$$Z_1 = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10} = 3{,}15\ \Omega,$$

$$Z_2 = \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{34} = 5{,}84\ \Omega$$

olduğundan

$$U_1 = 3{,}15 \cdot 13{,}4 = 42{,}4 \text{ V},$$
$$U_2 = 5{,}84 \cdot 13{,}4 = 78{,}2 \text{ V}$$

bulunur.

c) Akımla gerilim arasındaki faz farkı

$$\varphi = \text{arc tg}\left(\frac{4}{8}\right) = 26{,}5^\circ$$

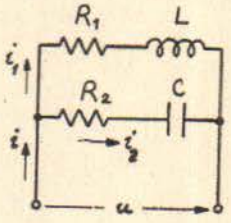
dir.

Yukarıdaki incelemelerden kolayca görüleceği gibi alternatif akımda, akım ve gerilim için kompleks ifadeleri almak ve direnç yerine de empedans operatörünü kullanmak suretiyle alternatif akım devrelerini doğru akımda olduğu gibi hesaplamak kabil olur. Ancak böyle bir hesabın yalnız sinüzoidal gerilim ve akımlar halinde yapılabileceğini unutmamak gerekir. Kompleks hesabın, alternatif akım devrelerinin hesabında sağladığı en büyük fayda budur. İlerideki bahislerde gerek Kirşof kanunlarının ve gerekse bu kanunlardan çıkarılan yardımcı metodların alternatif akımda da kompleks şekilde kullanılabileceği görülecektir.

23. Paralel ve seri-paralel bağlama

23—1. Paralel bağlamada toplam akımın grafik yardımiyle tâyini.

Şek. 23—1 de paralel bağlı iki empedans görülmektedir. Bu iki



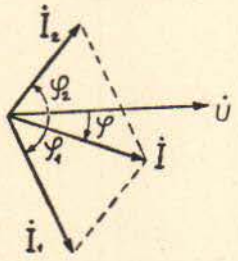
Şek. 23—1

empedansa aynı u gerilimi uygulanmış olup akımların anî değerleri arasında her an

$$i = i_1 + i_2$$

bağıntısı vardır (1. Kirşof kanunu). Meselâ U gerilimi verildiği takdirde empedanslardan geçen I_1 ve I_2 akımlarını ve ana koldan geçen

I akımını grafik yoldan hesaplamak için şöyle hareket edilir: Şek. 23—2 de paralel devrenin fazör diyagramı çizilmiştir. Paralel devrede U=sabit olduğundan gerilim fazörü ekseriya referans olarak alınır. Her iki empedans için ortak olan U gerilimi bu diyagramda referans fazörü olarak alınmıştır.



Şek. 23—2

Z_1 empedansından geçen akım

$$I_1=\frac{U}{Z_1}=\frac{U}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}$$

ve Z_2 den geçen akım ise

$$I_2=\frac{U}{Z_2}=\frac{U}{\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

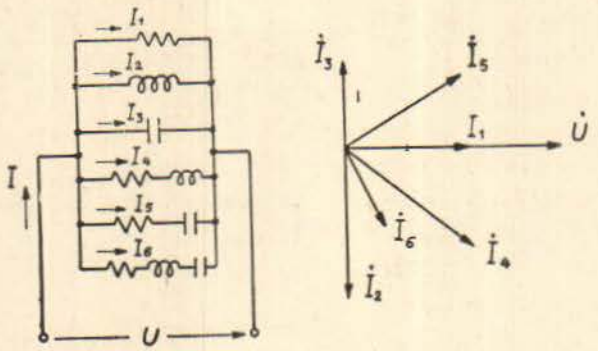
dir. Bu akımların U gerilimine nazaran faz farkları

$$\operatorname{tg}\varphi_1=-\frac{\omega L}{R_1},$$

$$\operatorname{tg}\varphi_2=\frac{1/\omega C}{R_2}=\frac{1}{\omega C R_2}$$

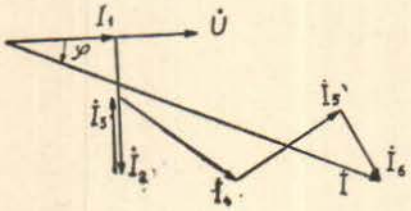
formülleri yardımiyle bulunur. Referans fazörü olarak gerilimi aldığımızdan $\operatorname{tg}\varphi_1$ ve $\operatorname{tg}\varphi_2$ nin işaret değiştirdiğine dikkat etmeliyiz. Bu suretle I_1 ve I_2 fazörlerini çizdikten sonra bunların geometrik toplamını teşkil ederek toplam I akımı bulunur. Diyagramdan bu akımın gerilime nazaran φ açısı kadar geri fazda olduğu görülmektedir.

Paralel bağlı kolların sayısı ne olursa olsun aynı grafik yoldan giderek akımlar bulunur. Meselâ şek. 23—3 de çeşitli karakteri haiz



Şek. 23—3

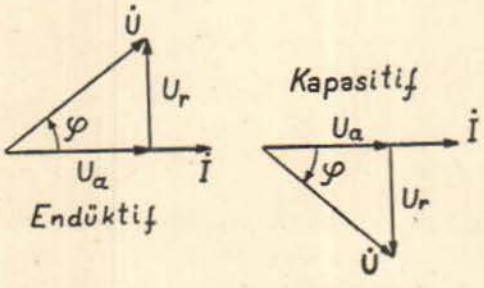
empedansların paralel bağlanmasından teşekkül etmiş olan sistemin fazör diyagramı sağ tarafta çizilmiştir. Bu akımların geometrik toplamı ise şek. 23—4 de görülmektedir.



Şek. 23—4

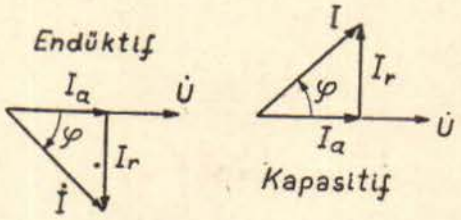
23 — 2. Paralel bağlamada toplam akımın hesapla bulunması.

Şek. 23—5 de endüktif ve kapasitif empedanslar için akımı referans olarak seçerek çizilen fazör diyagramları görülmektedir. *U* geri-



Şek. 23—5

limi biri I akımı ile aynı fazda bulunan U_a aktif gerilimi ile diğeri akımdan 90° ileri veya geri fazda bulunan U_r reaktif gerilimine ayrılabilir. Aynı tarzda şek. 23—6 da görüldüğü gibi (bu diyagramlarda gerilim fazörü referans olarak seçilmiştir) I akımını da biri gerilimle aynı fazda olan ve diğeri de gerilimden 90° geri veya ileri fazda bulunan aktif (I_a) ve reaktif (I_r) bileşenlerine ayırmak kabildir. Bu diyagramlar yardımiyle aktif ve reaktif bileşenler için



Şek. 23—6

$$\left.\begin{aligned} U_a &= U\cos\varphi\,, \\ U_r &= U\sin\varphi \end{aligned}\right\} \qquad (23-1)$$

$$\left.\begin{aligned} I_a &= I\cos\varphi\,, \\ I_r &= I\sin\varphi \end{aligned}\right\} \qquad (23-2)$$

ifadeleri elde edilir. U ve I

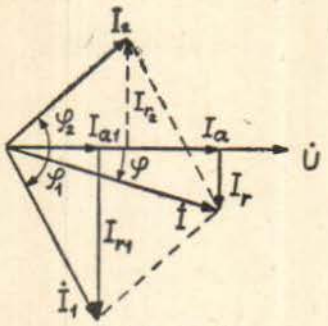
$$\left.\begin{aligned} U &= \sqrt{U_a^2+U_r^2}\,, \\ I &= \sqrt{I_a^2+I_r^2} \end{aligned}\right\} \qquad (23-3)$$

formülleri yardımiyle ve U ile I arasındaki φ açısı da

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg}\varphi &= \frac{U_r}{U_a}\,, \\ \operatorname{tg}\varphi &= \frac{I_r}{I_a} \end{aligned}\right\} \qquad (23-4)$$

formülleriyle bulunur.

Paralel bağlamada toplam akımı hesap yolu ile bulmak için takip edilecek yol şudur: Meselâ şek. 23—1 de verilen bağlamanın fazör diyagramı şek. 23—7 de tekrar çizilmiştir. Paralel kollardan geçen I_1 ve I_2 akımlarının aktif bileşenleri I_{a1}, I_{a2} ve reaktif bileşenleri de I_{r1}, I_{r2} ile gösterilirse



Şek. 23—7

$$I_{a1}=I_1 \cos \varphi_1 ,$$

$$I_{a2}=I_2 \cos \varphi_2$$

ve

$$I_{r1}=I_1 \sin \varphi_1 ,$$

$$I_{r2}=I_2 \sin \varphi_2$$

olur. Bu bileşenler yardımiyle esas devreden geçen I akımının aktif ve reaktif bileşenlerini hesaplamak için

$$I_a=I_{a1}+I_{a2} ,$$

$$I_r=I_{r1}+I_{r2}$$

formüllerinden faydalanılır. Burada ilk toplam aritmetik bir toplam olduğu halde ikincisi genel olarak bir cebrik toplamı gösterir (yani reaktıf bileşenlerin işaretlerini gözönüne almak gerekir). I akımı ve bu akımın gerilimle teşkil ettiği φ faz açısı

$$\left.\begin{aligned} I&=\sqrt{I_a^2+I_r^2} , \\ \operatorname{tg} \varphi&=\frac{I_r}{I_a} \end{aligned}\right\} \qquad (23-5)$$

formülleri yardımiyle bulunur.

Örnek 23 — 1. Şek. 23 — 1 de $R_1=3\,\Omega$, $X_L=4\,\Omega$ ve $R_2=5\,\Omega$, $X_C=2\,\Omega$ olduğuna göre I_1, I_2 ve I akımlarını bulunuz. $U=200$ V' dur.

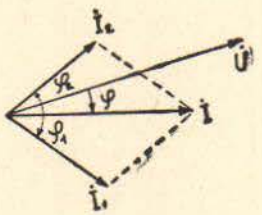
Cevap: $I_1=\dfrac{200}{\sqrt{3^2+4^2}}=40$ A,

$I_2=\dfrac{200}{\sqrt{5^2+2^2}}=37{,}1$ A,

$\varphi_1=\operatorname{arc\,tg}\left(-\dfrac{4}{3}\right)=-53°$,

$\varphi_2=\operatorname{arc\,tg}\left(\dfrac{2}{5}\right)=+22°$

bulunur. Şek. 23—8 de fazör diyagramı çizilmiştir. I_1 ve I_2 akımlarını geometrik olarak toplamak suretiyle $I\approx 61$ A bulunur. Bu akım gerilime nazaran $\varphi\approx 17°$ kadar geri fazdadır (Ölçekler: $k_u=62{,}5$ V/cm, $k_i=25$ A/cm).



Şek. 23—8

Şimdi aynı sonucu hesap yoluyla bulalım. I_1 ve I_2 akımlarının aktif ve reaktif bileşenleri

$$I_{a1}=40\cdot\cos(-53°)=24\text{ A},$$
$$I_{a2}=37{,}1\cdot\cos(+22°)=34{,}5\text{ A},$$
$$I_{r1}=40\cdot\sin(-53°)=-32\text{ A},$$
$$I_{r2}=37{,}1\cdot\sin(+22°)=13{,}8\text{ A}$$

olduğundan I akımının bileşenleri için

$$I_a=24+34{,}5=58{,}5\text{ A},$$
$$I_r=-32+13{,}8=18{,}2\text{ A}$$

değerleri elde dilir.

Akımın efikas değeri

$$I=\sqrt{58{,}5^2+18{,}1^2}=61{,}1 \text{ A}$$

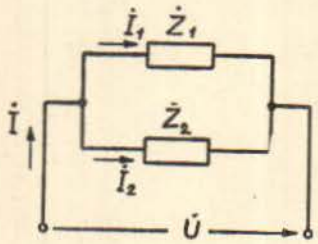
ve faz açısı ise

$$\text{tg } \varphi=\frac{-18{,}1}{58{,}4}=-0{,}31\,, \quad \varphi=-17^\circ 20'$$

dır.

23—4. Paralel bağlamanın kompleks hesap yardımiyle incelenmesi.

Şek. 23—9 da paralel bağlı empedanslardan geçen akımların kompleks ifadeleri



Şek. 23—9

$$\dot{I}_1=\frac{\dot{U}}{\dot{Z}_1}\,,$$

$$\dot{I}_2=\frac{\dot{U}}{\dot{Z}_2}$$

şeklindedir. Empedans operatörünün tersine eşit olan

$$\dot{Y}=\frac{1}{\dot{Z}} \qquad (23-6)$$

operatörüne admitans operatörü adı verilir. Bu suretle yukarıdaki akım ifadeleri

$$\dot{I}_1=\dot{Y}_1\,\dot{U}\,,$$

$$\dot{I}_2=\dot{Y}_2\,\dot{U}$$

şekline sokulabilir.

Empedans operatörü yerine $\dot{Z}=Z\,e^{j\varphi}$ koyarak admitans için

$$\dot{Y}=\frac{1}{Z}\,e^{-j\varphi}=Y\,e^{-j\varphi} \qquad (23-7)$$

ifadesi elde edilir.

Bu operatörü

$$\dot{Y}=G+jB \qquad (23-8)$$

şeklinde de gösterebiliriz. Admitansın reel kısmını gösteren G ye aktif iletkenlik veya kondüktans ve imajiner kısmını gösteren B ye reaktif iletkenlik veya süseptans adı verilir. Gerek admitans ve gerekse kondüktans ve süseptans $1/\Omega$ yani Siemens (S) birimiyle ölçülür.

Her hangi bir $\dot{Z}=R+jX$ empedansı için admitans ifadesi

$$\dot{Y}=\frac{1}{R+jX}=\frac{R}{R^2+X^2}-j\,\frac{X}{R^2+X^2}$$

veya

$$\dot{Y}=\frac{R}{Z^2}-j\,\frac{X}{Z^2} \qquad (23-9)$$

şekline girer. Bu suretle G ve B nin

$$\left.\begin{aligned} G&=\frac{R}{Z^2}\,,\\ B&=-\,\frac{X}{Z^2}\end{aligned}\right\} \qquad (23-10)$$

formülleriyle hesaplanacağı anlaşılır. G kondüktansının her zaman pozitif olmasına karşılık B süseptansı $X>0$ (endüktif) için negatif ve $X<0$ (kapasitif) için pozitif bir değer alır.

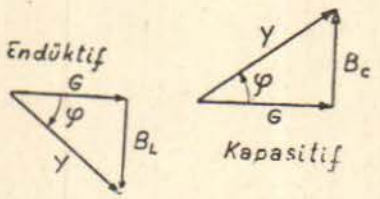
Örnek 23—2. Şek. 23—9 da $\dot{Z}_1=3+4j$ ve $\dot{Z}_2=6-8\,j$ olduğuna göre $\dot{Y}_1$ ve $\dot{Y}_2$ yi bulunuz.

Cevap : $\dot{Y}_1=\dfrac{1}{3+4j}=\dfrac{1}{25}\,(3-4j)=0{,}12-0{,}16j,$

$$\dot{Y}_2=\frac{1}{6-8j}=\frac{1}{100}\,(6+8j)=0{,}06+0{,}08j$$

bulunur. Kondüktanslar $G_1=0{,}12$ S, $G_2=0{,}06$ S ve süseptanslar da $B_1=-0{,}16$ S (endüktif), $B_2=+0{,}08$ S (kapasitif) dir.

Şek. 23—10 da admitans üçgenleri görülmektedir. Bu üçgenleri



Şek. 23—10

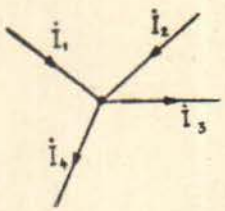
elde etmek için şek. 23—6 da görülen akım üçgenlerinin kenarlarını U gerilimi ile bölmek icap eder. B_L ve B_C endüktif ve kapasitif süseptansları göstermektedir.

Esas devreden geçen toplam akım

$$I=I_1+I_2$$

ifadesi yardımiyle bulunur. Bu kompleks denklem birinci Kirşof kanununun kompleks şeklinden başka bir şey değildir. Alternatif akım devrelerinde birinci Kirşof denklemini yazarken tıpkı doğru akımda olduğu gibi hareket edilir. Meselâ şek. 23—11 de görülen düğüm noktası için

$$I_1+I_2=I_3+I_4$$



Şek. 23—11

veya düğüm noktasına gelen akımları pozitif ve gidenleri de negatif alarak

$$I_1+I_2-I_3-I_4=0$$

yazılabilir. Genel olarak birinci Kirşof kanunu

$$\Sigma \dot{I}=0 \qquad (23-11)$$

şeklindedir.

Örnek 23—3. Bundan önceki problemi (Örnek 23—1) kompleks hesap yardımiyle çözünüz.

Cevap: Gerilimi fazlar başlangıcı olacak şekilde seçerek

$$\dot{I}_1=\frac{200}{3+4j}=\frac{200}{3^2+4^2}(3-4j)=8(3-4j)=24-32j,$$

$$\dot{I}_2=\frac{200}{5-2j}=\frac{200}{29}(5+2j)=6{,}9(5+2j)=34{,}5+13{,}8j$$

olduğundan

$$\dot{I}=24-32j+34{,}5+13{,}8j=58{,}5-18{,}2j$$

bulunur. $\dot{I}_1$, $\dot{I}_2$ ve $\dot{I}$ akımlarının efikas değerleri için sırayla

$$I_1=\sqrt{24^2+32^2}=40 \text{ A},$$

$$I_2=\sqrt{34{,}5^2+13{,}8^2}=37{,}1 \text{ A},$$

$$I=\sqrt{58{,}5^2+18{,}2^2}=61{,}1 \text{ A}$$

bulunur.

Şek. 23—9 için yazılan

$$\dot{I}=\dot{I}_1+\dot{I}_2$$

ifadesinde $\dot{I}_1=\dot{U}/\dot{Z}_1$, $\dot{I}_2=\dot{U}/\dot{Z}_2$ koyarak

$$\dot{I}=\dot{U}\left(\frac{1}{\dot{Z}_1}+\frac{1}{\dot{Z}_2}\right)$$

yazılır. $\dot{Z}_1$ ve $\dot{Z}_2$ paralel empedansları yerine konabilecek olan eşdeğer empedans $\dot{Z}$ ile gösterilirse $\dot{I}=\dot{U}/\dot{Z}$ olacağından

$$\frac{1}{\dot{Z}}=\frac{1}{\dot{Z}_1}+\frac{1}{\dot{Z}_2} \qquad (23-12)$$

veya

$$\dot{Z}=\frac{\dot{Z}_1\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1+\dot{Z}_2} \qquad (23-13)$$

formülü bulunur. Böylece doğru akımda iki paralel direnç için bulunan formülün alternatif akımda empedanslar cinsinden yazılacağı anlaşılır.

(23—12) ifadesi admitanslar cinsinden

$$\dot{Y}=\dot{Y}_1+\dot{Y}_2 \qquad (23-14)$$

şekline girer ki bu da doğru akımda paralel bağlı iletkenlikler için cari olan formülün aynıdır.

Örnek 23—4. $\dot{Z}_1=2j$, $\dot{Z}_2=-5j$ ve $\dot{Z}_3=2+4j$ empedansları paralel bağlanıyor. Sistemin eşdeğer admitansını ve eşdeğer empedansını bulunuz.

Cevap: $\dot{Y}_1=1/2j=-0{,}5j$, $\dot{Y}_2=1/-5j=0{,}2j$ ve

$$\dot{Y}_3=\frac{1}{2+4j}=\frac{2-4j}{20}=0{,}1-0{,}2j$$

olduğundan

$$\dot{Y}=-0{,}5j+0{,}2j+0{,}1-0{,}2j$$
$$=0{,}1-0{,}5j$$

ve

$$\dot{Z}=\frac{1}{0{,}1-0{,}5j}=\frac{10}{1-5j}=\frac{10}{26}(1+5j)$$
$$=3{,}84+19{,}2j$$

bulunur.

Paralel devrede toplam akımı, $\dot{U}$ gerilimini sistemin eşdeğer empedansına bölerek doğrudan doğruya yani $\dot{I}_1$ ve $\dot{I}_2$ yi hesaplamadan bulmak kabil olur. Meselâ örnek 23—2 de

$$\dot{Z}=\frac{(3+4j)(6-8j)}{3+4j+6-8j}=\frac{18-24j+24j+32}{9-4j}$$
$$=\frac{50}{9-4j}=\frac{50}{97}(9+4j)$$

olduğundan $\dot{U}=200$ V için

$$\dot{I}=\frac{200}{\frac{50}{97}(9+4j)}=\frac{200\,(9-4j)}{50}$$

$$=36-16j$$

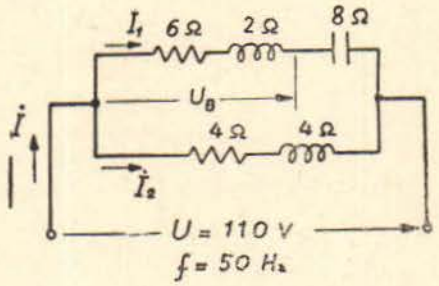
ifadesi elde edilir.

Örnek 23—5. Şek. 23—12 de

a) $\dot{I}$ akımını,

b) akımla gerilim arasındaki faz farkını,

c) bobinin uçları arasındaki U_B gerilimini hesaplayınız.



Şek. 23—12

Cevap: a) $\dot{I}_1=\frac{110}{6+2j-8j}=\frac{110}{6-6j}=\frac{110}{72}(6+6j)=9{,}16+9{,}16j$

$$\dot{I}_2=\frac{110}{4+4j}=\frac{110}{32}(4-4j)=13{,}75-13{,}75j$$

olduğundan

$$\dot{I}=9{,}16+9{,}16j+13{,}75-13{,}75j=22{,}91-4{,}59j$$

dir. Akımın efikas değeri $I=\sqrt{22{,}91^2+4{,}59^2}\approx 23{,}4$ A olur.

b) Akımla gerilim arasındaki faz farkı

$$\operatorname{tg}\varphi=-\frac{4{,}59}{22{,}91}=-0{,}2\ ,\quad \varphi=-11°20'$$

dır ve akım gerilimden bu açı kadar geri fazdadır.

c) Bobinin empedansı

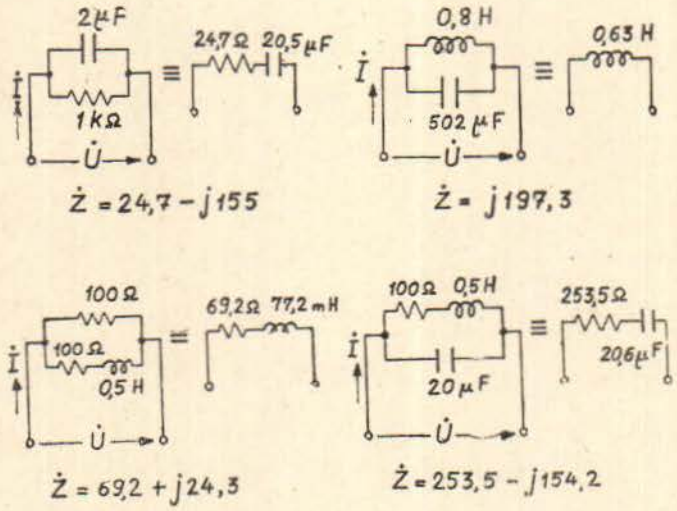
$$\dot{Z}_B=6+2j$$

olduğundan

$$\dot{U}_B = \dot{Z}_B \dot{I}_1 = (6+2j)\ (9{,}16+9{,}16j) = 36{,}65\ (1+2j)$$

bulunur. Bu gerilimin efikas değeri $U_B = 36{,}64\sqrt{1+4} \approx 82$ V dur.

Örnek 23—6. Şek. 23—13 de görülen paralel bağlamalarda $f=50$ Hz olduğuna göre eşdeğer empedansları bulunuz.



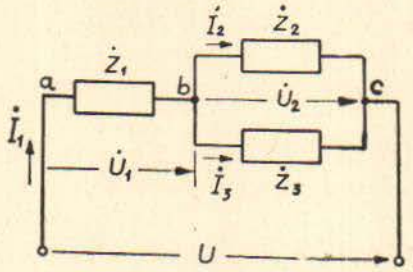
Şek. 23—13

Cevap: Her bağlama için bulunan sonuçlar şeklin altına yazılmıştır. Aynı şekilde her bağlamaya eşdeğer olan empedansın ne gibi elemanlardan teşekkül edeceği de belirtilmiştir.

23 — 5. Seri - paralel bağlama.

Basit seri veya paralel bağlamaları sembolik metodu kullanmadan hesaplamak kabil olduğu halde meselâ şek. 23—14 de görülen seri - paralel bağlamayı kompleks yoldan hesaplamak daha kolay olur. Bu bağlamada meselâ $\dot{U}$ geriliminin ve bütün empedansların verildiği farzedilirse muhtelif kısımlardan geçen akımlar ve $\dot{U}_1$, $\dot{U}_2$ gerilimleri şu şekilde bulunur:

a ve *c* arasındaki eşdeğer empedans



Şek. 23—14

$$\dot{Z}_{ac}=\dot{Z}_1+\frac{\dot{Z}_2\dot{Z}_3}{\dot{Z}_2+\dot{Z}_3}=\dot{Z}_1+\dot{Z}_{bc}$$

dir. Buradan $\dot{I}_1$ için

$$\dot{I}_1=\frac{\dot{U}}{\dot{Z}_{ac}}$$

formülü elde edilir. $\dot{I}_1$ akımını, *b* ve *c* noktaları arasındaki

$$\dot{Z}_{bc}=\frac{\dot{Z}_2\dot{Z}_3}{\dot{Z}_2+\dot{Z}_3}$$

empedansı ile çarparak $\dot{U}_2$ gerilimi bulunur:

$$\dot{U}_2=\dot{Z}_{bc}\dot{I}.$$

$\dot{Z}_2$ ve $\dot{Z}_3$ empedanslarından geçen akımlar

$$\dot{I}_2=\frac{\dot{U}_2}{\dot{Z}_2}$$

ve

$$\dot{I}_3=\frac{\dot{U}_2}{\dot{Z}_3}\ \text{(veya}\ \dot{I}_3=\dot{I}_1-\dot{I}_2)$$

formülleri yardımiyle bulunur. Nihayet $\dot{U}_1$ gerilimi de

$$\dot{U}_1=\dot{U}-\dot{U}_2 \quad (\text{veya } \dot{U}_1=\dot{Z}_1\dot{I}_1)$$

şeklinde çıkarılır. Hesaplara başlarken verilen gerilim referans olarak (yani reel) alınır ($\dot{U}=U$) ve böylece hesapları sadeleştirmek kabil olur.

Yine meselâ $\dot{I}_1$ akımının verildiği düşünülürse bu akımı referans olarak seçerek ($\dot{I}_1=I_1$) şu hesaplar yapılır:

$$\dot{U}_1=\dot{Z}_1\dot{I}_1,$$

$$\dot{U}_2=\dot{U}_{bc}=\dot{Z}_{bc}\dot{I}_1,$$

$$\dot{I}_2=\frac{\dot{U}_{bc}}{\dot{Z}_2},$$

$$\dot{I}_3=\frac{\dot{U}_{bc}}{\dot{Z}_3},$$

$$\dot{U}=\dot{U}_1+\dot{U}_{bc}=\dot{U}_1+\dot{U}_2.$$

Böylece devredeki her hangi bir gerilimin veya akımın ve empedansların verilmesi halinde diğer gerilim ve akımları bulabiliriz. Aynı problemi kompleks hesabı kullanmadan çözmek çok yorucudur.

Örnek 23—7. $\dot{Z}_1=2$, $\dot{Z}_2=4+6j$, $\dot{Z}_3=-6j$, $U=100$ V (efikas değer) olduğuna göre $\dot{I}_1$, $\dot{I}_2$, $\dot{I}$ akımlarını ve $\dot{U}_1$, $\dot{U}_2$ gerilimlerini hesaplayınız.

Cevap: $$\dot{Z}_{ac}=2+\frac{(4+6j)(-6j)}{4+6j-6j}=2+\frac{36-24j}{4}$$

$$=2+9-6j=11-6j$$

olduğundan

$$\dot{I}_1=\frac{100}{11-6j}=7+3{,}82j$$

bulunur. b ve c arasındaki eşdeğer empedans

T.M.M.O.B.
ELEKTRİK MÜHENDİSLERİ ODASI
ANKARA ŞUBE KÜTÜPHANESİ

$$\dot{Z}_{bc}=9-6j$$

dir. Buradan $\dot{U}_2=\dot{U}_{bc}$ gerilimi için

$$\dot{U}_2=85{,}8-7{,}8j$$

ifadesi elde edilir. I_2 ve I_3 akımları için

$$I_2=\frac{85{,}8-7{,}8j}{4+6j}=5{,}7-10{,}5j,$$

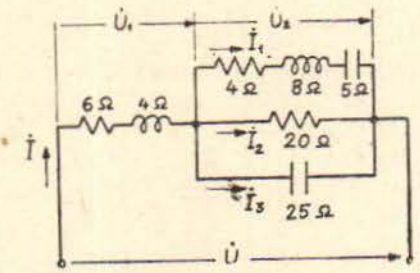
$$I_3=7+3{,}82j-(5{,}7-10{,}5j)=1{,}3+14{,}32j$$

ifadeleri bulunur. Nihayet $\dot{U}_1$ gerilimi için de

$$\dot{U}_1=100-(85{,}8-7{,}8j)=14{,}2+7{,}8j$$

bulunur.

Örnek 23—8. Şek. 23—15 de $U_2=200$ V olduğuna göre I akımını ve U gerilimini bulunuz. U ile I arasındaki faz farkı ne kadardır ?



Şek. 23—15

Cevap: $$I_1=\frac{200}{4+8j-5j}=\frac{200}{4+3j}=8\,(4-3j)=32-24j\,,$$

$$I_2=\frac{100}{20}=10\text{ A},$$

$$I_3=\frac{200}{-25j}=8j$$

olduğundan

$$\dot{I}=32-24j+10+8j=42-16j$$

$$=\sqrt{42^2+16^2}\,e^{-j\,\mathrm{arc\,tg}\left(-\frac{16}{42}\right)}=44{,}9\,e^{-j\,21^\circ}$$

bulunur. $\dot{U}_1$ gerilimi

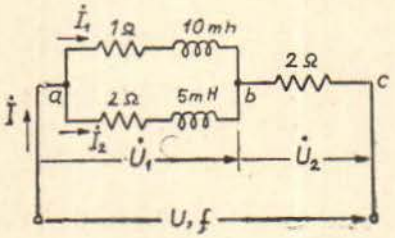
$$\dot{U}_1=(6+4j)\,(42-16j)=316+j72$$

ve $\dot{U}$ gerilimi ise

$$\dot{U}=316+j72+200=516+j72=521\,e^{j\,8^\circ}$$

dir. $\dot{U}$ ile $\dot{I}$ arasındaki faz farkı $\varphi=29^\circ$ olup akım gerilimden geri fazdadır.

Örnek 23—9. Şek. 23—16 da $U=40$ V ve $f=50$ Hz olduğuna göre akımları ve gerilimleri hesaplayınız. $\dot{U}$ ile $\dot{I}$ arasındaki faz farkı nedir ?



Şek. 23—16

Cevap: $\dot{Z}_1=1+j\,314\,.\,0{,}01=1+j\,3{,}14=3{,}3\,e^{j\,72{,}3^\circ}$,

$\dot{Z}_2=2+j\,314\,.\,0{,}005=2+j\,1{,}57=2{,}54\,e^{j\,38^\circ}$,

$$\dot{Z}_{ab}=\frac{3{,}3\,.\,2{,}54\,e^{j\,(72{,}3^\circ+38^\circ)}}{3+j\,4{,}71}$$

$$=\frac{8{,}38\,e^{j\,110{,}3^\circ}}{5{,}58\,e^{j\,57{,}5^\circ}}=1{,}5\,e^{j\,52{,}8^\circ}$$

$$=0{,}9+j\,1{,}2\,,$$

$$\dot{Z}_{ac}=2+0{,}9+j\,1{,}2=2{,}9+j\,1{,}2$$

$$=3{,}14\,e^{j\,22{,}5^\circ}$$

$$\dot{I}=\frac{40}{3,14}\,e^{-j\,22,5^\circ}=12,7\,e^{-j\,22,5^\circ},$$

$$\dot{U}_2=2\,.\,12,7\,.\,e^{-j\,22,5^\circ}=25,4\,e^{-j\,22,5^\circ},$$

$$\dot{U}_1=40-25,4\,(\cos 22,5^\circ-j\sin 22,5^\circ)$$

$$=16,6+j\,9,7=19,2\,e^{j\,30,3^\circ},$$

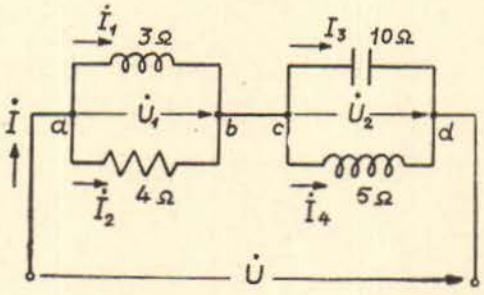
$$\dot{I}_1=\frac{19,2}{3,3}\,e^{j\,(30,3^\circ-72,3^\circ)}=5,8\,e^{-j\,42^\circ},$$

$$\dot{I}_2=\frac{19,2}{2,54}\,e^{j\,(30,3^\circ-38^\circ)}=7,56\,e^{-7,7^\circ}$$

bulunur.

$\dot{U}$ ile $\dot{I}$ arasındaki faz farkı 22,5° olup akım gerilimden bu açı kadar geri fazdadır ve dolayısiyle devre endüktif karakterdedir.

Örnek 23—10. Şek. 23—17 de $U=200$ V olduğuna göre muhtelif kısımlardan geçen akımları ve U_1, U_2 gerilimlerini bulunuz.



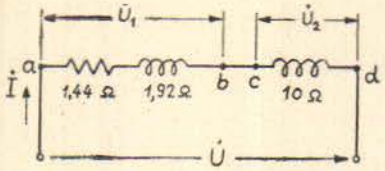
Şek. 23—17

Cevap: İlk önce eşdeğer empedansları bulalım:

$$\dot{Z}_{ab}=\frac{3j\,.\,4}{3j+4}=\frac{12j\,(4-3j)}{25}=1,44+1,92j,$$

$$\dot{Z}_{cd}=\frac{-10j\,.\,(5j)}{-10j+5j}=\frac{50}{-5j}=10j$$

olur. Böylece devre şek. 23—18 de görülen şekle geçer. Devreden geçen akımın kompleks ifadesi



Şek. 23—18

$$\dot{I}=\frac{200}{1,44+1,92j+10j}=\frac{200}{1,44+11,92j}=2-j16,6$$

dır. $\dot{U}_1$ ve $\dot{U}_2$ gerilimleri ise

$$\dot{U}_1=\dot{Z}_{ab}\,\dot{I}=(1,44+1,29j)\ (2-j16,6)=34,68-j20,06,$$

$$\dot{U}_2=200-(34,68-j20,06)=165,32+j20,06$$

dır.

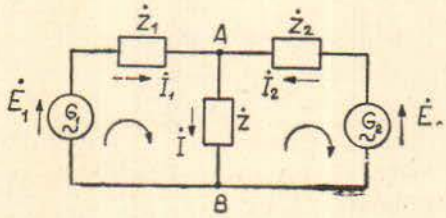
24. Alternatif akım devrelerinin hesabı

42—1. İkinci Kirşof kanununun kompleks şekli.

Bundan önceki bahislerde Ohm ve birinci Kirşof kanunlarının kompleks şekilleri verilmiş ve doğru akım devrelerinde seri ve paralel bağlamalarda eşdeğer direnci hesaplamak için kullanılan formüllerin dirençler yerine empedansları almak suretiyle alternatif akımda da aynen kullanılacağı gösterilmiştir. Aynı şekilde ikinci Kirşof kanunu da tıpkı doğru akımda olduğu gibi kullanılabilir. Yalnız alternatif akımda EMK, akım ve empedansların kompleks ifadelerini almak icap eder. Böylece ikinci Kirşof kanunu için

$$\sum\dot{E}=\sum\dot{Z}\dot{I} \qquad (24-1)$$

kompleks şekli elde edilir. Alternatif akımda kullanılacak olan işaret kaidesi de tıpkı doğru akım gibidir. Meselâ şek. 24—1 de görülen ve iki alternatif akım üretecini ihtiva eden devrede akımlara keyfî olarak yön verdikten sonra soldaki çevre için



Şek. 24—1

$$\dot{E}_1 = \dot{Z}_1 \dot{I}_1 + \dot{Z}\,\dot{I}$$

denklemi ve sağdaki çevre için de

$$-\dot{E}_2 = -\dot{Z}_2 \dot{I}_2 - \dot{Z}\dot{I}$$

denklemi elde edilir. Keza meselâ A düğümü için birinci Kirşof denklemi

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$$

şeklinde olacaktır.

Birinci ve ikinci Kirşof kanunlarının kompleks olarak kullanılabilmesi bu kanunlara dayanan çevre akımları, süperpozisyon, eşdeğer üreteç vesaire gibi bütün yardımcı hesap metodlarının alternatif akım devrelerinde de kullanılabileceğini gösterir. Keza ekseri hallerde büyük kolaylıklar sağlayan yıldız - üçgen tahvili de dirençler yerine empedansları alarak aynen alternatif akımda kullanılabilir. Kısaca diyebiliriz ki doğru akımda cari olan bütün bağıntıları E, U, I ve R yerine $\dot{E}$, $\dot{U}$, $\dot{I}$ ve $\dot{Z}$ komplekslerini almak suretiyle aynen alternatif akım devrelerine uygulamak kabildir. Şimdi bunları bir kaç örnek üzerinde görelim.

Örnek 24—1. Şek. 24—1 de $\dot{Z}_1 = 2j$, $\dot{Z}_2 = 5j$ ve $\dot{Z} = 10\,\Omega$ olduğuna göre $\dot{I}$ akımını ve $\dot{U}_{AB}$ gerilimini bulunuz. $E_1 = 80$ V olup E_2 EMK'i E_1 den 90° ileri fazdadır.

Cevap: $\dot{E}_1$ referans olarak seçilirse $\dot{E}_2 = j\,80$ olur. Böylece şekildeki yönlere göre

$$100 = 2j\,\dot{I}_1 + 10\,\dot{I},$$
$$j80 = 5j\,\dot{I}_2 + 10\,\dot{I}$$

denklemleri yazılır. Birinci denklemi 2,5 ile çarpıp iki denklem toplanırsa $\dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \dot{I}$ olduğunu da gözönüne alarak

$$250 + 80j = 5j\,\dot{I} + 35\,\dot{I} = (35 + 5j)\,\dot{I}$$

ifadesi bulunur. Bu ifade $\dot{I}$ ye göre çözülürse

$$\dot{I} = \frac{250 + 80j}{35 + 5j} = 7{,}32 + j1{,}24$$

bulunur. Akımın efikas değeri

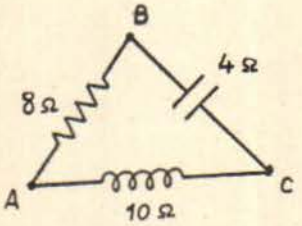
$$I=\sqrt{7{,}32^2+1{,}24^2}\approx 7{,}4 \text{ A}$$

dir. A ve B arasındaki gerilim için de

$$\dot{U}_{AB}=10\,(7{,}32+j1{,}24)=73{,}2+j12{,}4$$

elde edilir. $U_{AB}=74$ V dur.

Örnek 24—2. Şek. 24—2 de görülen üçgeni eşdeğer yıldıza çeviriniz.



Şek. 24—2

Cevap: Eşdeğer yıldızın empedansları

$$\dot{Z}_A=\frac{8\,.\,10j}{8+j(10-4)}=\frac{80j}{8+6j}=\frac{80j}{100}(8-6j)$$
$$=4{,}8+6{,}4\,j,$$
$$\dot{Z}_B=\frac{8\,.\,(-4j)}{8+6j}=\frac{-32j}{100}(8-6j)$$
$$=-1{,}92-2{,}56j,$$
$$\dot{Z}_C=\frac{10\,(-4j)}{8+6j}=\frac{-40j}{100}(8-6j)$$
$$=-2{,}4-3{,}2j$$

dir. $\dot{Z}_B$ ve $\dot{Z}_C$ empedanslarının reel kısımları negatif çıktığından bu empedansları bildiğimiz R, L, C elemanları ile teşkil etmek mümkün değildir. Bunlara ancak bir hesap büyüklüğü gözüyle bakmak gerekir.

25. Rezonans

25 — 1. Seri rezonans (gerilimler rezonansı).

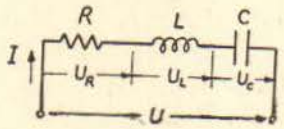
Bundan önce incelenen şek. 25—1 deki seri bağlamayı tekrar ele alalım. Bu bağlamadan geçen akımı

$$I=\frac{U}{\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}}$$

formülüyle ve faz farkını da

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{X_L-X_C}{R}$$

formülü yardımiyle buluyorduk. Şayet sisteme uygulanan U alternatif



Şek. 25—1

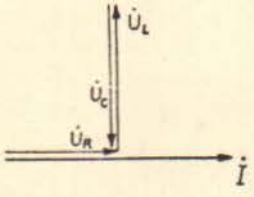
gerilimini ve R direncini sabit tutup L endüktansını, C kapasitesini veya f frekansını değiştirmek suretiyle

$$X_L=X_C \qquad (25—1)$$

yapılırsa $\operatorname{tg}\varphi=0$ ve dolayısiyle $\varphi=0$ olarak akımla gerilim aynı faza gelirler. Bu durumda sistemin $Z=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}$ empedansı da R direncine eşit olarak minimum bir değer alır ve devreden geçen akım maksimum olarak

$$I_r=\frac{U}{R} \qquad (25—2)$$

değerine yükselir. Bu halde devrenin rezonans halinde bulunduğu söylenir ve bağlama şeklinden dolayı buna seri rezonans adı verilir. (25—1) bağıntısına rezonans şartı ve I_r akımına da rezonans akımı denilir. Devre rezonans halinde bulunduğu vakit, endüktif ve kapasi-



Şek. 25—2

tif reaktansın uçları arasındaki U_L ve U_C gerilimleri birbirine eşit olurlar. Şek. 25—2 de rezonans haline tekabül eden fazör diyagramı görülmektedir. R direncinin uçları arasındaki gerilim doğrudan doğruya sisteme uygulanan U gerilimine eşit olur. U_L ve U_C gerilimleri değerce birbirine eşit fakat zıt yönlerde olduklarından birbirini ifna ederler.

Rezonans şartını gösteren (25—1) bağıntısında $X_L=\omega L$ ve $X_C=\frac{1}{\omega C}$ koyarak

$$\omega L=\frac{1}{\omega C}$$

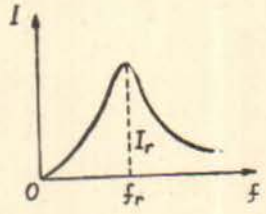
ifadesi elde edilir. Bu şartı yerine getirmek için ω (yani f frekansı), L veya C den birini değiştirmek kâfidir. Belli L ve C değerleri için rezonans

$$\omega_r=\frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (25—3)$$

veya

$$f_r=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \qquad (25—4)$$

için meydana gelir. Buna rezonans frekansı adı verilir. Şek. 25—3 de



Şek. 25—3

seri rezonans devresinde akımın frekansla nasıl değiştiği görülmektedir. Rezonans halinde U_C ve U_L gerilimlerinin

$$U_L=U_C=\frac{\sqrt{L/C}}{R}\,U \qquad (25—5)$$

formülüyle hesaplanacağı kolayca görülebilir. Şayet $\sqrt{L/C}$ (direnç boyutunda olan bu büyüklüğe devrenin titreşim direnci denilir), R direncinden büyük olursa bu gerilimler de çok yüksek değerler alırlar. Bu sebepten dolayı seri rezonansa gerilimler rezonansı adı da verilir. Rezonans halinde endüktif ve kapasitif gerilimlerin çok yük-

sek değerler alması kuvvetli akım tekniğinde tehlikeli bir durum yaratır. Zira bu yüksek gerilimler izolasyon için tehlikelidir.

Örnek 25—1. Şek. 25—1 de $R=2\,\Omega$, $L=0{,}2$ H, $U=100$ V ve $f=50$ Hz dir:

a) Hangi kapasite değeri için rezonans husule gelir?

b) Rezonans akımı kaç amperdir?

c) Rezonans esnasında endüktansın ve kapasitenin uçları arasındaki gerilimler nedir?

Cevap: a) $$C=\frac{1}{\omega^2 L}=\frac{1}{(314)^2\,.\,0{,}2}\approx 0{,}5\,.\,10^{-4}\,\mathrm{F}=50\,\mu\mathrm{F}.$$

b) $$I_r=\frac{100}{2}=50\ \mathrm{A}.$$

c) $$U_L=U_C=\frac{\sqrt{0{,}2/50\,.\,10^{-6}}}{2}\,100=3140\ \mathrm{V}=3{,}14\ \mathrm{kV}.$$

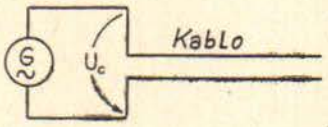
Endüktansın ve kapasitenin uçları arasındaki gerilimler sisteme uygulanan gerilimin takriben 31 katına eşit olup bunlar gerek bobinde ve gerekse kapasitede izolasyonun bozulmasına sebep olurlar.

Örnek 25—2. Şek. 25—4 de görülen generatörün EMK'i 5 kV, frekansı $f=50$ Hz, iç direnci 0,3 Ω ve iç endüktansı 0,1 H dir. Bu generatör bir kablo vasıtasiyle bir şebekeyi beslemektedir. Omik direnci 0,2 Ω olan kablonun uçları açık olduğuna göre:

a) Gerilim rezonansının meydana gelmesi için kablonun (kablo bir kondansatör gibi kabul edilebilir) kapasitesi ne olmalıdır?

b) Rezonans akımı nedir?

c) Kablodaki gerilim nedir?



Şek. 25—4

Cevap: a) $$C=\frac{1}{314^2\,.\,0{,}01}=1{,}01\,.\,10^{-4}\,\mathrm{F}=101\ \mu\mathrm{F}.$$

b) $$I_r=\frac{5000}{0{,}3+0{,}2}=10000\ \mathrm{A}=10\ \mathrm{kA}.$$

c) $$U_C=\sqrt{0{,}2^2+\left(\frac{1}{314\,.\,1{,}01\,.\,10^{-4}}\right)^2}\cdot 10000\approx 21{,}5\ \mathrm{kV}.$$

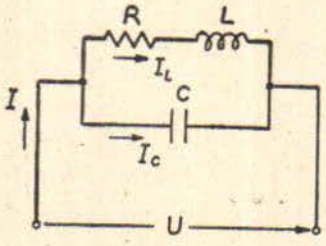
Kuvvetli akım tekniğinde bir tehlike kaynağı olan rezonans olayının yüksek frekans tekniğinde bir çok faydalı uygulamaları vardır. Meselâ rezonans devresi belli frekansdaki akımlara karşı küçük bir direnç gösterdiğinden muhtelif frekanslı akımları birbirinden ayırmak için kullanılır.

25 — 2. Paralel rezonans (akımlar rezonansı).

Şek. 25—5 de görülen paralel bağlamada bobinden ve kapasiteden

$$\left.\begin{aligned} I_L &= \frac{U}{\sqrt{R^2+X_L^2}}\,, \\ I_C &= \frac{U}{X_C} \end{aligned}\right\} \qquad (25-6)$$

akımları geçer. U ile I_L arasındaki faz açısı



Şek. 25—5

$$\operatorname{tg}\varphi_L = \frac{X_L}{R} \qquad (25-7)$$

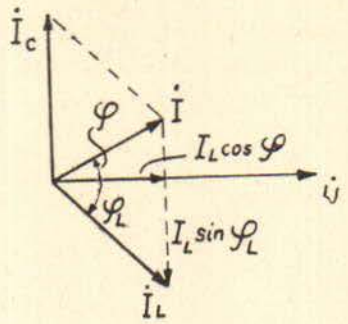
formülüyle bulunur. Kapasitif akım ise gerilimden 90° ileri fazdadır. Şek. 25—6 da bağlamanın fazör diyagramı görülmektedir. U gerilimi ile I akımının aynı fazda olabilmeleri ($\varphi=0$) için

$$I_C = I_L \sin\varphi_L$$

olması gerekir. Bu ifadede I_L ve I_C yerine (25—6) daki eşitlerini ve $\sin\varphi_L$ yerine de (25—7) yardımiyle bulunan

$$\sin\varphi_L = \frac{X_L}{\sqrt{R^2+X_L^2}}$$

yi koyarak



Şek. 25—6

$$\frac{1}{X_C} = \frac{X_L}{R^2 + X_L^2} \qquad (25—8)$$

bağıntısı bulunur. Bu şart yerine geldiği zaman rezonans akımı (I_r) I_L akımının aktif bileşenine eşit olur:

$$I_r = I_L \cos \varphi_L = \frac{R}{R^2 + X_L^2}\, U. \qquad (25—9)$$

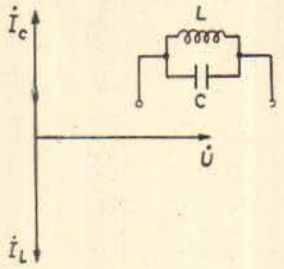
Bu durumda devre rezonans halinde olup bağlama şeklinden dolayı buna paralel rezonans adı verilir.

Paralel rezonans halinde devre bir omik direnç gibi davranır ($\varphi = 0$ olduğundan). Bu omik direnç (25—8) ve (25—9) ifadesine göre

$$R_0 = \frac{X_L X_C}{R} = \frac{L/C}{R} \qquad (25—10)$$

formülüyle hesaplanabilir. Bobinin R direnci ne kadar küçükse R_0 direnci de o kadar büyük ve dolayısiyle rezonans halinde esas devreden geçen I_r akımı da o kadar küçük olur. $R = 0$ özel halinde bu direnç sonsuz büyük bir değer alacağından $I_r = 0$ olacaktır. Bu durumda rezonans şartı $X_L = X_C$ şekline girer ve dolayısiyle seri rezonans şartından farksız olur. Şek. 25—7 de $R = 0$ haline tekabül eden fazör diyagramı görülmektedir.

Rezonans halinde I akımı çok alçak bir değer almakta ise de endüktans ve kapasiteden geçen akımlar çok büyük olabilir. Bu sebepten dolayı paralel rezonansa akımlar rezonansı adı da verilir.



Şek. 25—7

Rezonans şartını gösteren (25—8) denkleminde $X_L=\omega L$ ve $X_C=1/\omega C$ koyarak rezonans frekansı için

$$f_r=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\sqrt{1-R^2\frac{C}{L}} \qquad (25-11)$$

ifadesi elde edilir. $R=0$ için bunun seri rezonans için elde edilen ifade haline geçtiği kolayca görülür.

Paralel rezonans devresinden pratikte gerek kuvvetli ve gerekse zayıf akım tekniğinde faydalanılır. Belli frekanstaki akımlara karşı gösterdiği büyük dirençten dolayı bu devreden meselâ belli frekanstaki akımların bir devreye girmesini önlemek için faydalanılabilir.

26. Yer eğrileri

26—1. Gerilim (empedans) diyagramı.

Fazör diyagramları yalnız akımlarla gerilimler arasındaki faz durmunu tesbit için kullanılmazlar. Bunların esas gayesi bir devrede işletme şartları değiştiği vakit akım, gerilim gibi büyüklüklerde vukua gelecek değişiklikleri kolayca görmekten ibarettir. Bu maksatla devrenin $\dot{Z}$ empedansını değiştirip akım veya gerilim fazörünün geometrik yerleri araştırılır.

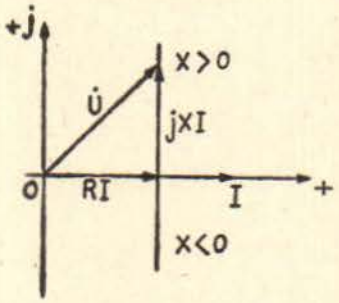
Bir alternatif akım devresinde $\dot{I}$ akımı sabit tutulup $\dot{Z}$ empedansı değiştirilirse gerilim fazörünün ucu belli bir eğri çizer. Buna gerilim diyagramı denilir. Şayet U gerilimi sabit tutulup empedans değiştirilecek olursa bu sefer akım diyagramı elde edilir. Bu iki

halde $\dot{U}$ ve $\dot{I}$ fazörlerinin uçlarının geometrik yerini gösteren eğrilere yer eğrisi adı verilir.

R, L ve C nin seri bağlanmasiyle elde edilen sistemde gerilimin kompleks ifadesi

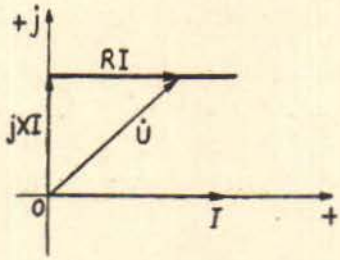
$$\dot{U}=\left[R+j\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)\right]\dot{I}=(R+jX)\,\dot{I} \qquad (26-1)$$

şeklinde idi. Şimdi I akımını ve R direncini sabit tutup X reaktansı ω (yani f frekansı), L veya C yi âyar etmek suretiyle değiştirilecek olursa gerilimi gösteren fazörün ucu reel eksene dik olan bir doğru



Şek. 26—1

üzerinde hareket eder, şek. 26—1. Bu doğru R=sabit için gerilim yer eğrisini veya gerilim diyagramını gösterir. Bu doğrunun üst yarısı $X>0$ değerlerine ve alt yarısı ise $X<0$ değerlerine tekabül eder. Şayet X reaktansı sabit tutulup R direnci değiştirilecek olursa bu takdirde yer eğrisi şek. 26—2 de görülen ve reel eksene paralel olan bir doğrudan ibaret olur.



Şek. 26—2

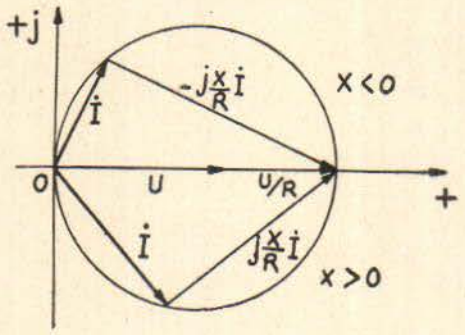
Gerilim diyagramı sabit I akımı ile bölünürse empedans diyagramı elde edilir. Böylece gerilim yer eğrisi ile empedans yer eğrisinin yalnız ölçek bakımından farkettikleri anlaşılır.

26 — 2. Akım (admitans) diyagramı.

Gerilim ifadesinin iki tarafını R direncine bölerek

$$\frac{\dot{U}}{R}=\dot{I}+j\frac{X}{R}\dot{I} \qquad (26-2)$$

denklemi elde edilir. Şimdi R direncini ve U gerilimini sabit tutup $\dot{I}$ fazörünün yer eğrisini bulmaya çalışalım. Şek. 26—3 ün incelenme-



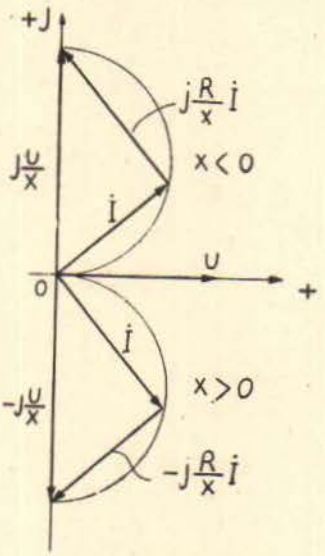
Şek. 26—3

sinden kolayca anlaşılacağı üzere $\dot{I}$ ve $j\frac{X}{R}\dot{I}$ fazörleri her X değeri için birbirine diktir. Bunların geometrik toplamı ise yukarıdaki ifadeye göre sabit U/R değerine eşittir. Böylece akım yer eğrisinin, çapı U/R ye eşit olan bir daireden ibaret olacağı anlaşılır. Bu dairenin üst yarısı $X<0$ değerlerine ve alt yarısı da $X>0$ değerlerine tekabül eder.

X=sabit tutulup R direnci değiştirildiği zaman elde edilecek olan akım diyagramını bulmak için (26—1) ifadesinde iki tarafı jX ile bölelim. Böylece

$$-j\frac{\dot{U}}{X}=\dot{I}-j\frac{R}{X}\dot{I} \qquad (26-3)$$

ifadesi elde edilir. $X>0$ için sabit $-jU/X$ fazörü şek. 26—4 de görüldüğü gibi imajiner eksenin negatif tarafında bulunur. Her bir $\dot{I}$ fazörüne 90° geride kalan $-j\frac{R}{X}\dot{I}$ fazörünün ilâvesiyle bu sabit fazör bulunur ki bu da bize akım fazörünün ucunun, çapı bu sabit fazörden ibaret olan bir yarım daire çizdiğini ve dolayısiyle aranan yer eğrisinin bir yarım daire olduğunu gösterir. $X<0$ olması halinde yarım daire üst tarafta bulunur.



Şek. 26—4

Gerilim diyagramı sabit U gerilimine bölünürse $\dot{Y}=\dot{I}/U$ yani admitans diyagramı elde edilir. Böylece akım yer eğrisi ile admitans yer eğrisinin yukarıda olduğu gibi yalnız ölçek bakımından farkettikleri anlaşılır.

26 — 3. Enversiyon.

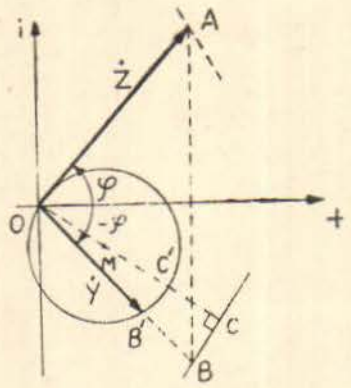
Yukarıda görüldüğü gibi gerilim diyagramı, sabit akım için empedans diyagramını ($\dot{Z}=\dot{U}/I$) ve akım diyagramı da sabit gerilim için admitans diyagramını ($\dot{Y}=\dot{I}/U$) gösterirler. Admitans empedansın tersine eşit olduğundan

$$\dot{Y}=\frac{1}{Z}\,e^{-j\varphi}=Y\,e^{-j\varphi} \qquad (26—4)$$

dir. Şek 26—5 deki diyagramda empedans ölçeği k_z ile ve admitans ölçeği de k_y ile gösterilirse $Z=k_z\,\overline{OB}$ ve $Y=k_y\,\overline{OB'}$ olur. B noktası A nın reel eksene göre imajını göstermektedir. Bu suretle

$$\overline{OB}\,.\,\overline{OB'}=\frac{ZY}{k_zk_y}=\frac{1}{k_zk_y}=\text{sabit}=K\,(\text{cm}^2)$$

olduğu görülür. B ve B' gibi, sabit bir O noktasına olan uzaklıkları çarpımı sabit olan iki noktaya envers noktalar adı verilir. O noktasına enversiyon merkezi ve sabit çarpıma da enversiyon kuvveti denilir.



Şek. 26—5

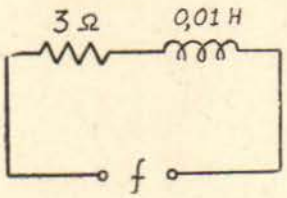
A noktası ve dolayısiyle imajı olan B noktası bir doğru çizecek olursa bu noktanın enversi olan B' noktası da O noktasından geçen bir daire çizer. Bu sonucu, dik açılı benzer OBC ve $OB'C'$ üçgenleri yardımiyle derhal görebiliriz. Bu dairenin çapı $\overline{OC'}$ ye eşit olup bu da $\overline{OC'}=K/\overline{OC}$ şeklinde bulunur. Keza tersine olarak O noktasından geçen bir dairenin enversi de daire çapına dik olan bir doğrudan ibarettir.

Bundan faydalanarak bir akım diyagramından gerilim diyagramına geçmek kabil olur. Bunun için de akım diyagramının reel eksene göre imajını çizip bunun O noktasına göre enversiyonunu teşkil etmek icap eder. Keza benzer şekilde bir gerilim diyagramından akım diyagramına geçilebilir. Meselâ şek. 26—3 de görülen akım diyagramının alt yarısını ($X>0$) şek. 26—1 deki doğrunun üst yarısının imajını alıp bunun enversiyonunu yaparak da bulabilirdik.

Her türlü bağlama şekli için (paralel, seri - paralel gibi) yer eğrileri çizmek kabildir.

Yer eğrilerinden elektroteknikte bir çok yerlerde faydalanılır. Buna örnek olarak asenkron motorun Heyland diyagramını gösterebiliriz. Bu çeşit diyagramlar muhtelif işletme hallerine tekabül eden büyüklükleri tâyin etmek ve işletme şartları değiştiği vakit muhtelif büyüklüklerde vukua gelecek değişiklikleri çabuk ve kolay bir şekilde tesbit etmek için kullanılır.

Örnek 26—1. Şek. 26—6 da f frekansı O dan ∞ a kadar değiştiğine göre empedans ve admitans eğrilerini bulunuz.

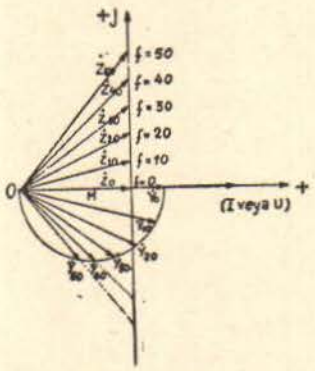


Şek. 26—6

Cevap : Devrenin $\dot{Z}$ empedansı

$$\dot{Z}=3+j\,0{,}4\,\pi f$$

dir. Empedans ölçeğini $k_z=0{,}5\ \Omega/\text{cm}$ olarak alalım. Böylece şek. 26—7 de görülen doğru elde edilir. Empedansın referans fazörü I akımıdır.



Şek. 26—7

Admitans ölçeği $k_y=\dfrac{1}{12}\ \dfrac{\text{S}}{\text{cm}}$ olarak seçilirse enversiyon kuvveti

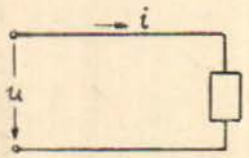
$$K=\frac{1}{0{,}5\cdot\dfrac{1}{12}}=24\ \text{cm}^2$$

olur. Empedans doğrusunun imajı şekilde görülmektedir. Dairenin merkezi reel eksen üzerinde olup çapı $2\ \overline{OM}=24/6=4$ cm dir. Şekilde $f=0{,}10,\ 20,\ 30,\ 40$ frekanslarına tekabül eden admitanslar görülmektedir. Admitansın referans fazörü gerilimdir.

27. Alternatif akımda güç ve enerji

27 — 1. Alternatif akım da güç.

Şek. 27—1 de görülen cihazın uçları arasına bir u alternatif ge-



Şek. 27—1

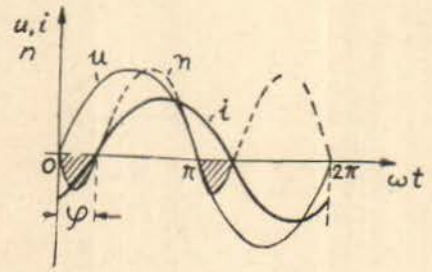
rilimi uygulandığı vakit cihazdan aynı frekansta bir i akımı geçecektir. Gerek u ve gerekse i zamanla değiştiğinden

$$n = ui \qquad (27-1)$$

şeklinde hesaplanan güç cihaz tarafından sarfedilen gücün ani değerini gösterir. Sonsuz kısa bir dt zamanı zarfında cihazın harcadığı enerji

$$n\,dt = ui\,dt$$

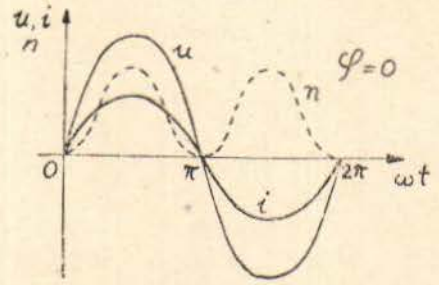
olur. Şek. 27—2 de aralarında φ açısı kadar bir faz farkı olan u ve i eğrileri görülmektedir. u ve i nin aynı andaki değerlerini çarparak



Şek. 27—2

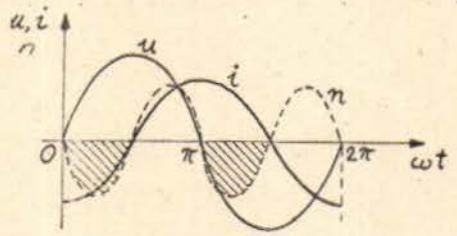
şekilde kesik çizgi ile belirtilen anî güç eğrisi elde edilir. Bu eğrinin incelenmesinden n anî gücünün gerilim veya akımın frekansının iki katına eşit bir frekansla titreştiği anlaşılır. Bundan başka gücün negatif değerler de aldığı görülmektedir (şekilde taranmış olan kısımlar). Negatif gücün anlamı cihazın generatöre güç vermesi demektir. Böylece taranmış olan bölgelerde cihazın generatörden güç

almayıp generatöre güç verdiği ve dolayısiyle bu sırada bir üreteç rolünü oynadığı anlaşılır. Bu olay doğru akımda karşılaşılmayan yeni bir şeydir. Meselâ bir omik dirençte olduğu gibi akımla gerilim aynı fazda bulunduğu takdirde şek. 27—3 de görüldüğü gibi hiç bir



Şek. 27—3

negatif güç meydana gelmez. Böylece omik direncin (meselâ lâmba, elektrik sobası gibi cihazlar) yalnız güç aldığı ve hiç bir zaman geriye güç vermediği anlaşılır. Bu güç dirençte ısı şeklinde harcanmaktadır. Buna karşılık meselâ direnci ihmal edilen bir endüktansta olduğu gibi faz farkı $\varphi=90°$ ye eşit olursa pozitif ve negatif güçler eşit zaman aralıklarında meydana çıkarlar, şek 27—4. Böylece bo-



Şek. 27—4

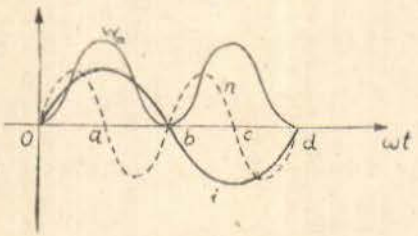
bin, n pozitifken aldığı enerjiyi n negatifken tekrar generatöre iade eder. Faz farkı 90° den küçük olduğu takdirde yukarıda şek. 27—1 de görüldüğü gibi cihazın pozitif periyod zarfında aldığı enerji negatif periyod zarfında generatöre iade ettiği enerjiden daha büyük olur ve bu iki enerji arasındaki fark cihazda harcanarak diğer bir enerji şekline geçer.

Omik direnç halinde $u=Ri$ veya $i=u/R$ koyarak anî güç ifadesi

$$n = Ri^2 = \frac{u^2}{R} \qquad (27-2)$$

şekline sokulabilir. Cihaza verilen güç tamamen ısıya değişir.

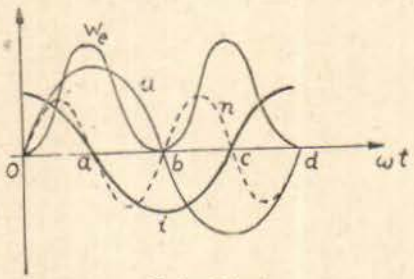
Şek. 27—5 de bir saf endüktans için i, n ve W_m (magnetik enerji) eğrileri görülmektedir. $W_m = Li^2/2$ şeklinde bulunan magnetik enerji herhangi bir anda bobinin magnetik alanındaki enerjiyi gös-



Şek. 27—5

terir. $O-a$ süresi içinde i akımı ve W_m enerjisi artar ve bu müddet zarfında bobine güç verilir, yani n pozitiftir. $a-b$ süresi içinde ise i ve W_m sıfıra kadar azalırlar ve bu sırada kaybolan magnetik enerji şebekeye iade edilir. Nihayet $b-c$ süresi içinde magnetik enerji tekrar yükselerek bobine güç verilir.

Bir kondansatörde de benzer olaylar ceryan eder. Şek. 27—6 da bir kondansatör için u, i, n ve W_e (elektrik enerjisi) eğrileri görülmektedir. $W_e = Cu^2/2$, herhangi bir anda elektrik alanındaki enerjiyi



Şek. 27—6

gösterir. Oa süresi içinde n gücü pozitif olup gerek u ve gerekse W_e artmaktadır. Bu esnada generatör tarafından güç verilmektedir. a ve b arasında ise u ve W_e sıfıra doğru düşerler. n negatif olup kaybolan enerji geri iade edilir. bc ve cd arasında aynı şeyler tekerrür eder.

Şimdi gerilim ve akımın

$$u=\sqrt{2}\,U\sin(\omega t+\alpha),$$
$$i=\sqrt{2}\,I\sin(\omega t+\beta)$$

şeklinde yani sinüzoidal olarak değiştiklerini kabul ederek anî gücü bulalım. u ile i yi çarparak bulunacak olan

$$n=2\,UI\sin(\omega t+\alpha)\sin(\omega t+\beta)$$

ifadesini iki sinüs çarpımı için carî olan

$$\sin\theta_1\sin\theta_2=\frac{1}{2}\left[\cos(\theta_1-\theta_2)-\cos(\theta_1+\theta_2)\right]$$

formülü yardımiyle ($\theta_1=\omega t+\alpha$ ve $\theta_2=\omega t+\beta$ koyarak)

$$u=UI\cos(\alpha-\beta)-UI\cos(2\omega t+\alpha+\beta) \qquad (27-3)$$

şekline sokabiliriz. Bu ifadede, gerilimle akım arasındaki faz farkını gösteren $\alpha-\beta$ yerine φ koyarak

$$n=UI\cos\varphi-UI\cos(2\omega t+\alpha+\beta) \qquad (27-4)$$

denklemi elde edilir. Bu denkleme göre anî güç

$$P=UI\cos\varphi \qquad (27-5)$$

şeklinde bulunan sabit bir terimle iki kat frekansla titreşen bir terimden teşekkül eder.

Herhangi bir cihaz tarafından bir periyod zarfında harcanan elektrik işi

$$\int_0^T u\,i\,dt=\int_0^T n\,dt$$

integrali yardımiyle hesaplanır. Bunu T periyoduna bölerek gücün ortalama değeri elde edilir. (27—4) ifadesine göre değişen n gücü için bu ortalama değerin (27—5) deki P gücünden ibaret olacağı aşikârdır. Zira 2ω dairesel frekansı ile titreşen terimin bir periyoda tekabül eden ortalama değeri sıfıra eşittir. İşte meselâ lâmbalarda ısı gücü ve motorlarda mekanik güç şeklinde harcanan güç bu P gücüdür. Buna aktif güç adı verilir. Bu suretle alternatif akımda gücün doğru akımda olduğu gibi yalnız akım ve gerilimi çarpmak suretiyle bulunamayacağı ve bunun ayrıca $\cos\varphi$ ile çarpılması gerektiği anlaşılır. Alternatif akım tekniğinde önemli bir rol oynayan bu faktöre güç katsayısı adı verilir.

Doğru akımda gücü ölçmek için bir voltmetre ile bir ampermetre kâfi geldiği halde alternatif akımda ayrıca bir de cos φ yi ölçen bir ölçü âletine ihtiyaç vardır (bu çeşit âletlere fazmetre veya cos φ - metre adı verilir). Keza alternatif akımda aktif gücü doğrudan doğruya vatmetre denilen ölçü âleti yardımiyle doğru akımda olduğu gibi ölçmek de kabildir.

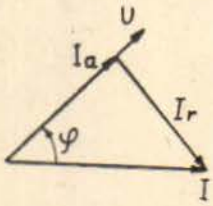
Meselâ lâmba ve ısı cihazı gibi omik karakterde olan bir cihazda $\varphi=0$ olduğundan aktif güç doğru akımda olduğu gibi

$$P=UI=RI^2=\frac{U^2}{R} \qquad (27-6)$$

formülleriyle hesaplanabilir. Buna karşılık direnci ihmal edilen bir endüktansta $\varphi=+90^\circ$ olduğundan aktif güç sıfıra eşittir ($\cos 90^\circ=0$). Ayni şey $\varphi=-90^\circ$ olan bir kondansatör için de câridir.

Aktif güç doğru akımda olduğu gibi W veya kW birimleri ile ölçülür.

Şek. 27—7 de endüktif bir yük için (meselâ motor gibi) çizilen fazör diyagramı görülmektedir. Akımın aktif bileşeni



Şek. 27—7

$$I_a=I\cos\varphi$$

ye eşit olduğundan aktif gücün

$$P=UI_a \qquad (27-7)$$

formülü yardımiyle de bulunabileceği anlaşılır.

Bir generatör belli bir U gerilimi ve belli bir I akımı için imal edilir (bu değerlere nominal gerilim ve nominal akım adları verilir). Bu sebepten dolayı bir yükü beslediği vakit generatörden en fazla

$$N=UI \qquad (27-8)$$

gücü çekilebilir ki bu da ancak yükün güç katsayısı 1 olduğu zaman yani yük omik karakterli ise olacaktır. Buna karşılık generatör

cos φ si 1 den küçük olan meselâ endüktif bir yükü beslediği takdirde $P=UI\cos\varphi$ ye eşit ve $N=UI$ den küçük olan bir güç verecektir. cos φ ne kadar küçük olursa generatörden çekilen güç de o kadar küçük olur ve böylece makinadan tam olarak faydalanılamaz.

Generatörlerin ve transformatörlerin boyutlandırılması için esas olan $N=UI$ gücüne görünen güç (zahirî güç) adı verilir. Bu gücün fiziksel bir anlamı olmamakla beraber pratik önemi büyüktür. N görünen gücü de P aktif gücü gibi watt birimi ile ölçülürse de bu gücün özelliğini belirtmek maksadiyle watt yerine VA (voltamper) veya bunun 1000 katına eşit olan kVA (kilovoltamper) denilir. Generatörlerin ve transformatörlerin plâklarında yazılı olan güç görünen güçten ibarettir. Meselâ bir generatörün görünen gücü $N=100$ kVA ise bu generatör cos φ si 1 olan bir yükü beslerse ancak 100 kW'lık bir güç verebilir. Buna karşılık aynı generatör cos φ si 0,8 olan bir yükü beslerse $P=100\,.\,0{,}8=80$ kW dan fazla güç vermez.

Görünen güçten faydalanılırsa aktif güç formülü

$$P=N\cos\varphi \qquad (27-9)$$

şekline girer.

Hiç şüphesiz N görünen gücüne göre kurulan bir elektrik santralı ancak bu güçten tam olarak faydalanıldığı takdirde tam randımanla çalışacaktır. Bu sebepten dolayı bir santral tarafından beslenen şebekeye düşük cos φ li yüklerin bağlanması bir mahzur teşkil eder. Elektrik işletmeleri bu noktayı gözönüne alarak şebekeye bağlanacak olan motor vesaire gibi endüktif yüklerin güç katsayılarının yükseltilmesini ve 1 yapılmasa bile hiç olmazsa 1'e yakın bir değere çıkarılmasını talep ederler. Güç katsayısının yüksek tutulmasını gerektiren diğer bir sebep şudur: Meselâ $U=500$ V altında $P=25$ kW sarfeden ve cos φ si 0,5 olan bir alternatif akım motoru şebekeden,

$$I=\frac{P}{U\cos\varphi}=\frac{25000}{500\,.\,0{,}5}=100\text{ A}$$

çeker. Buna karşılık aynı gücü sarfeden bir ışık tesisatı şebekeden ($\cos\varphi=1$)

$$I=\frac{25000}{500}=50\text{ A}$$

çeker. Bu suretle her iki tesisat için aynı kesitli telin kullanıldığı kabul edilirse motor tesisatında hattaki gerilim düşümünün ve güç kaybının ışık tesisatından daha büyük olacağı ortaya çıkar. Keza

aynı gerilim düşümü ve güç kaybı için ışık tesisatında tel kesitini daha küçük seçmek kabil olacağı aşikârdır. Güç katsayısının düşük oluşunun sebep olduğu bu mahzurları hiç olmazsa kısmen azaltmak için düşük cos φ li yüklerde bunu yükseltmek icap eder. Bunun nasıl yapılacağı biraz ileride görülecektir.

φ açısının oynadığı bu önemli rolden dolayı bu açının ölçülmesi ve kontrol altına alınması lüzumu baş gösterir. φ açısıyla büyüyen ve kolayca ölçülebilen bir büyüklük olarak

$$Q = UI \sin \varphi = N \sin \varphi \qquad (27-10)$$

formülü yardımiyle hesaplanan ve reaktif güç denilen büyüklük seçilmiştir. Reaktif güç Var (VA reaktif, VAr de yazılır) veya kVar birimiyle ölçülür.

Şek. 27—7 den kolayca görüleceği üzere akımın reaktif bileşeni

$$I_r = I \sin \varphi$$

ye eşit olduğundan reaktif gücü

$$Q = UI_r \qquad (27-11)$$

şeklinde yani gerilimi reaktif akımla çarparak hesaplayabiliriz.

Yukarıdaki ifadeler yardımiyle P, Q ve N güçleri arasında

$$N = \sqrt{P^2 + Q^2} \qquad (27-12)$$

bağıntısının bulunduğu anlaşılır. P ve Q arasında

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{Q}{P} \qquad (27-13)$$

bağıntısı câridir.

Akımla gerilim arasındaki faz farkını gösteren φ açısının işareti

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L - X_C}{R}$$

ifadesine bağlıdır. Endüktif bir devrede $X_L > X_C$ olduğundan $\varphi > 0$ ve kapasitif bir devrede de $X_L < X_C$ olduğundan $\varphi < 0$ olur. Böylece endüktif bir yük için reaktif gücün pozitif ve kapasitif bir devrede de negatif bir işaret alacağı anlaşılır.

Örnek 27—1. Şek. 27—8 de

a) I akımını,

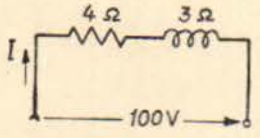
b) güç katsayısını ($\cos \varphi$),

c) aktif gücü (P),

d) reaktif gücü (Q),

e) görünen gücü (N)

hesaplayınız.



Şek. 27—8

Cevap: a) $I=\dfrac{100}{\sqrt{4^2+3^2}}=20$ A,

b) $\operatorname{tg}\varphi=\dfrac{3}{4}$, $\cos\varphi=0{,}8$ ($\sin\varphi=0{,}6$),

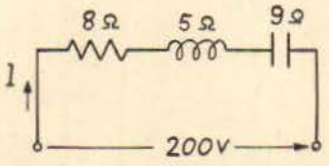
c) $P=100\,.\,20\,.\,0{,}8=1600$ W $=1{,}6$ kW,

d) $Q=100\,.\,20\,.\,0{,}6=1200$ Var $=1{,}2$ kVar (endüktif),

e) $N=100\,.\,20=2000$ VA $=2$ kVA

($N=\sqrt{1{,}6^2+1{,}2^2}=2$ kVA).

Örnek 27—2. Şek. 27—9 da aktif ve reaktif güçleri bulunuz.



Şek. 27—9

Cevap : $I=\dfrac{200}{\sqrt{8^2+(5-9)^2}}=\dfrac{200}{\sqrt{80}}=22{,}4$ A,

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{5-9}{8}=-\frac{4}{8}=-0{,}5,\quad \varphi=-26{,}5^\circ,$$

$\cos\varphi=\cos(-26{,}5^\circ)=0{,}895,$

$\sin\varphi=\sin(-26{,}5^\circ)=-0{,}447,$

$P=200\,.\,22{,}4\,.\,0{,}895=4000$ W $=4$ kW,

$Q=-200\,.\,22{,}4\,.\,0{,}447=-2000$ Var $=-2$ kVar (kapasitif)

Aktif, reaktif ve görünen güçleri R direnci, X reaktansı ve Z empedansı cinsinden ifade edebiliriz. $\cos\varphi$ ve $\sin\varphi$ için

$$\left.\begin{aligned}\cos\varphi&=\frac{R}{Z}\\ \sin\varphi&=\frac{X}{Z}\end{aligned}\right\}\qquad(27-14)$$

yazılabileceğinden

$$\left.\begin{aligned}P&=RI^2,\\ Q&=XI^2\end{aligned}\right\}\qquad(27-15)$$

ifadeleri elde edilir. N görünen gücü için de

$$N=ZI^2\qquad(27-16)$$

yazılabilir.

Örnek 27—3. Örnek 27—1 de P, Q ve N güçlerini (27—15) ve (27—16) formülleri yardımiyle bulunuz.

Cevap : $R=4\,\Omega$, $X_L=3\,\Omega$ ve $Z=5\,\Omega$ olduğundan

$$P=4\,.\,20^2=1600\text{ W},$$

$$Q=3\,.\,20^2=1200\text{ Var},$$

$$N=5\,.\,20^2=2000\text{ VA}$$

bulunur.

Örnek 27—4. Bir alternatif akım motorunun mekanik gücü (yani motorun milinden alınan güç) $P_m=5$ kW dır. Verimi $\eta=\%\ 85$ ve güç katsayısı $\cos\varphi=0{,}75$ olan motor, 220 V 'luk şebekeden kaç amper çeker ?

Cevap : Bu motorun şebekeden çektiği elektrik gücü $P=P_m/\eta$ $=5/0{,}85=5{,}7$ kW$=5700$ W olduğundan

$$I=\frac{5700}{220\,.\,0{,}75}=25{,}6 \text{ A}$$

bulunur.

Bir alternatif akım devresinde muhtelif kısımlarda harcanan aktif ve reaktif güçleri bulduktan sonra bunları toplayarak sistemin toplam gücü bulunur. Yalnız reaktif güçleri toplarken bunların işaretlerini gözönüne almak gerekir (cebrik toplam).

Görünen güçleri ancak geometrik olarak toplamak kabildir.

27 — 2. Alternatif akımda işin hesabı.

Aktif gücü P olan bir yük tarafından t müddeti zarfında harcanan elektrik işi

$$A=Pt \qquad (27-17)$$

formülüyle hesaplanır.

Meselâ motar gibi endüktif bir yük tarafından harcanan reaktif iş

$$A_r=Qt \qquad (27-18)$$

olarak bulunur. A işi Ws, Wh veya kWh birimiyle ve A_r işi de Vars, Varh veya kVarh birimleriyle ölçülür. Normal elektrik sayaçları yalnız aktif işi ölçerler. Bir endüktif yük tarafından harcanan reaktif işi ölçmek için de reaktif iş sayaçları vardır.

Örnek 27—5. Güç katsayısı $\cos\varphi=0{,}78$ olan bir motor $U=110$ V'luk şebekeden $I=2{,}5$ A çekiyor. Bu motorun aktif gücünü ve 4 saatte harcadığı işi bulunuz. kWh fiyatı 20 kuruş olan bir yerde bu iş kaça mal olur ?

Cevap : $P=110\,.\,2{,}5\,.\,0{,}78\approx 214$ W$=0{,}214$ kW,

$A=0{,}214\,.\,4=0{,}856$ kWh.

Bu iş $0{,}856\,.\,20=17{,}12$ kuruşa malolur.

27 — 3. Gücün kompleks ifadesi.

Bir empedansın uçları arasındaki gerilimin ve bu empedanstan geçen akımın kompleks ifadeleri

$$\dot{U}=U e^{j\alpha},$$
$$\dot{I}=I e^{j\beta}$$

olsun. Bu iki büyüklüğü çarparak

$$\dot{U}\dot{I}=UI e^{j(\alpha+\beta)}=UI\cos(\alpha+\beta)+jUI\sin(\alpha+\beta)$$

ifadesi elde edilir. Bu ifadenin aktif ve reaktif güçlerle hiç bir ilgisi yoktur. Buna karşılık $\dot{U}$ gerilimi $\dot{I}$ akımının $\dot{I}_k=I e^{-j\beta}$ eşleniği ile çarpılırsa

$$\dot{U}\dot{I}_k=UI\cos(\alpha-\beta)+jUI\sin(\alpha-\beta)$$

veya $(\alpha-\beta=\varphi)$

$$\dot{U}\dot{I}_k=UI\cos\varphi+jUI\sin\varphi \qquad (27-19)$$

ifadesi bulunur ki bunun reel kısmı aktif güce ve imajiner kısmı ise reaktif güce eşit olur:

$$\dot{U}\dot{I}_k=P+jQ. \qquad (27-20)$$

Modülü $\sqrt{P^2+Q^2}$ ye yani N görünen gücüne ve argümanı da φ açısına eşit olan bu güce kompleks görünen güç adı verilir ve $\dot{N}$ şeklinde gösterilir :

$$\dot{N}=\dot{U}\dot{I}_k=P+jQ \qquad (27-21)$$

Aynı şekilde $\dot{U}$ geriliminin $\dot{U}_k=U e^{-j\alpha}$ eşleniğini $\dot{I}$ ile çarparak

$$\dot{U}_k I=UI\cos(\alpha-\beta)-jUI\sin(\alpha-\beta)$$
$$=UI\cos\varphi-jUI\sin\varphi=P+jQ \qquad (27-22)$$

ifadesi elde edilir. $\dot{N}$ kompleks gücünün eşleniğinden ibaret olan bu ifadede yalnız imajiner terimin işareti değişmiştir. Bu suretle (27—21) formülünde $Q>0$ endüktif bir endüktif gücü gösterdiği halde (27—22) de kapasitif bir gücü gösterir. Keza $Q<0$ birinci ifadede kapasitif bir güce tekabül ederken ikincide endüktif bir gücü gösterir.

Yukarıdaki bağıntılardan faydalanarak bir alternatif akım devresinde $\dot{U}\dot{I}_k$ veya $\dot{U}_k\dot{I}$ çarpımını teşkil ederek güçleri bulmak kabil olur. Meselâ örnek 27—1 de $\dot{U}$ gerilimi fazlar başlangıcı olarak seçilirse

$$\dot{I}=\frac{100}{4+3j}=16-12j$$

olur. Bunun $\dot{I}_k=16+12j$ eşleniğini $U=100$ V ile çarparak

$$\dot{N}=1600+1200\,j$$

ifadesi bulunur ki bu da bize

$$P=1600\text{ W ve }Q=1200\text{ Var (endüktif)}$$

olduğunu gösterir.

Örnek 27—6. Şek. 27—9 da güçleri bulunuz.

Cevap : $\dot{I}=\frac{200}{8-j4}=\frac{200}{80}\,(8+j4)=20+j10$

olduğundan

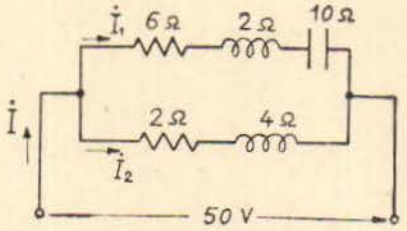
$$\dot{N}=200\,(20-j\,10)=4000-j\,2000$$

bulunur. $P=4000$ W$=4$ kW, $Q=-2000$ Var$=-2$ kVar (kapasitif) ve

$$N=\sqrt{4^2+2^2}=4{,}47\text{ kVA}$$

dir.

Örnek 27—7. Şek. 27—10 da toplam P, Q ve N güçlerini bulunuz.



Şek. 27—10

Cevap : $\dot{I}_1=\frac{50}{6+2\,j-10\,j}=\frac{50}{6-8j}=3+4\,j$

ve

$$\dot{I}_2=\frac{50}{2+4j}=5-10\,j$$

olduğundan

$$\dot{N}_1 = 50\,(3-4j) = 150-200j,$$

$$\dot{N}_2 = 50\,(5+10\,j) = 250+500\,j$$

bulunur. Bu iki kompleks güç toplanırsa

$$\dot{N} = 400+300\,j$$

elde edilir. O halde toplam aktif güç $P=400$ W, toplam reaktif güç $Q=300$ Var (endüktif) ve toplam görünen güç de $N=500$ VA dir.

Aynı sonuçları, $\dot{I}$ akımı yardımiyle de bulabiliriz. $\dot{I}=\dot{I}_1+\dot{I}_2=8-6j$ olduğundan

$$\dot{N} = 50\,(8+6j) = 400+300j$$

dir.

Kompleks görünen güç için verilen $\dot{N}=\dot{U}\dot{I}_k$ ifadesinde $\dot{U}=\dot{Z}\,\dot{I}$ konursa

$$\dot{N} = \dot{Z}\,\dot{I}\,\dot{I}_k$$

ifadesi elde edilir. Diğer taraftan bir kompleks sayının eşleniği ile çarpımı bu sayının modülünün karesine eşit olduğundan yukarıdaki ifadeyi

$$\dot{N} = \dot{Z}\,I^2 \qquad (27-23)$$

şekline sokabiliriz. Meselâ şek. 27—8 de

$$\dot{Z} = 4+3\,j$$

ve $I=20$ A olduğundan $\dot{N}=(4+3\,j)\,20^2=1600+1200\,j$ bulunur.

Yine kompleks görünen gücü bulmaya yarayan $\dot{N}=\dot{U}_k\,\dot{I}$ ifadesinde $\dot{I}=\dot{Y}\,\dot{U}$ koyarak $\dot{N}=\dot{Y}\,\dot{U}\,\dot{U}_k$ veya

$$\dot{N} = \dot{Y}\,U^2 \qquad (27-24)$$

ifadesi elde edilir. Meselâ şek. 27—8 de

$$\dot{Y} = \frac{2}{4+3j} = \frac{1}{25}\,(4-3j) = 0{,}16-0{,}12j$$

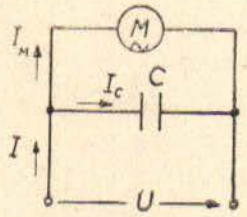
ve $U=100$ V olduğundan

$$\dot{N}=(0{,}16-0{,}12j)\,100^2=1600-1200\,j$$

bulunur ki bu da işaret farkıyla aynı sonucu verir.

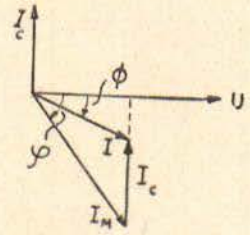
27 — 4. Güç katsayısının düzeltilmesi (kompanzasyon).

Güç katsayısı (cos φ) küçük olan bir endüktif yüke şek. 27—11 de görüldüğü gibi paralel bir kondansatör bağlayarak sistemin güç



Şek. 27—11

katsayısını yükseltmek ve böylece düşük cos φ den dolayı meydana gelen zararlı etkileri yoketmek veya hiç olmazsa azaltmak kabil olur. Şek. 27—12 de görülen fazör diyagramını inceleyerek kompanzasyon adı da verilen bu işin nasıl yapıldığını anlayabiliriz. Bu diyagramda I_M endüktif yük (meselâ bir motor) tarafından çekilen ve U gerilimden φ açısı kadar geri kalan akımı ve I_C ise gerilimden 90°



Şek. 27—12

ileri fazda olan kapasitif akımı gösterir. Bu iki akımı geometrik olarak toplayarak sistem tarafından çekilen I akımı bulunur. Kondansatör bağlanmadan önce şebekeden çekilen akım I_M ye güç katsayısı ise cos φ ye eşittir. Kondansatör bağlanınca şebeke akımı küçülür ve kondansatörle endüktif yük tarafından teşkil edilen sistemin güç katsayısı büyüyerek cos Φ değerini alır. Bilinen φ açısını istenen bir Φ değerine indirmek ve böylece güç katsayısını yükseltmek için

lüzumlu olan kondansatörün kapasitesini kolayca hesaplayabiliriz. Şebeke gerilimi U ile gösterilirse kondansatörden geçen akım

$$I_C = \frac{U}{1/\omega C}$$

olur. Diğer taraftan şek. 27—12 yardımiyle

$$\operatorname{tg} \Phi = \frac{I_M \sin \varphi - I_C}{I_M \cos \varphi}$$

yazılabileceğinden bu iki ifadeden kapasite için

$$C = \frac{I_M \cos \varphi}{\omega U} (\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \Phi) \qquad (27—25)$$

formülü bulunur. Yük tarafından çekilen aktif güç

$$P_M = U I_M \cos \varphi$$

olduğundan kapasite formülü

$$C = \frac{P_M}{\omega U^2} (\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \Phi) \qquad (27—26)$$

şekline sokulabilir.

Sistemin güç katsayısını $\cos \Phi = 1$ yapmak istendiği takdirde (tam kompanzasyon) kapasite

$$C = \frac{I_M \sin \varphi}{\omega U} = \frac{P_M}{\omega U^2} \operatorname{tg} \varphi \qquad (27—27)$$

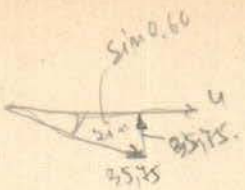
formülü ile bulunur. Tam kompanzasyon halinde bulunacak olan kapasite değeri diğer hallerden daha büyük ve dolayısiyle bu iş için kullanılacak olan kondansatör bataryası daha pahalı olur. Bu sebepten dolayı ekseriya $\cos \varphi = 0{,}95 \ldots 0{,}98$ alarak kısmî bir kompanzasyon yapmakla iktifa edilir.

Örnek 27—8. Bir alternatif akım motorunun mekanik gücü $P_m = 5$ kW, verimi $\eta = \%\ 85$ ve güç katsayısı $\cos \varphi = 0{,}75$ dir. Motor $f = 50$ Hz frekanslı, $U = 220$ V'luk bir şebekede çalışmaktadır. Güç katsayısını 1'e yükseltmek için paralel bağlanması gereken kondansatörün kapasitesini bulunuz.

Cevap : Motor şebekeden

$$I_M = \frac{5000}{220 \,.\, 0{,}85 \,.\, 0{,}75} = 35{,}75 \text{ A}$$

çeker. $\sin \varphi = 0{,}66$ olduğunda (27—27) formülü yardımiyle



$$C=\frac{35{,}75\,.\,0{,}66\,.\,10^6}{314\,.\,220}\approx 342\ \mu F$$

bulunur.

Tam kompanzasyonda endüktif yük tarafından çekilen reaktif gücün hepsi kapasitif güç tarafından karşılanır. Buna karşılık kısmî kompanzasyonda bu gücün ancak bir kısmı kondansatör tarafından ve gerisi de şebeke tarafından karşılanır.

Meselâ yukarıdaki örnekte motorun çektiği reaktif güç Q_M ile ve kondansatörün reaktif gücü de Q_C ile gösterilirse tam kompanzasyonda

$$Q_M+Q_C=0$$

olacaktır. $Q_M=P\,\mathrm{tg}\,\varphi$ olduğu gözönüne alınırsa

$$Q_C=-P\,\mathrm{tg}\,\varphi \qquad (27-28)$$

bulunur. Diğer taraftan

$$P_M=5\ \mathrm{kW}/0{,}85=5{,}88\ \mathrm{kW}\ \text{ve}\ \mathrm{tg}\,\varphi=0{,}87$$

olduğundan

$$Q_C=-5{,}88\,.\,0{,}87=-5{,}18\ \mathrm{kVar}$$

bulunur. Kondansatör bataryasının kapasitesi ise

$$C=\frac{5180\,.\,10^6}{314\,.\,220^2}\approx 342\ \mu F$$

dir.

Kısmî kompanzasyonda şebekeden çekilen reaktif güç Q ile gösterilirse

$$Q_M+Q_C=Q$$

olacaktır. Bu ifadede

$$Q=P_M\,\mathrm{tg}\,\Phi\ \text{ve}\ Q_M=P_M\,\mathrm{tg}\,\varphi$$

koyarak

$$Q_C=-P_M(\mathrm{tg}\,\varphi-\mathrm{tg}\,\Phi) \qquad (27-29)$$

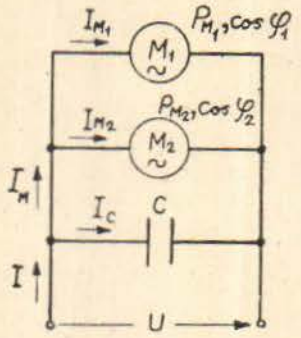
ifadesi bulunur. (27—28) ve (27—29) ifadeleri tam ve kısmî kompanzasyonlar için kondansatör güçlerini hesaplamağa yararlar.

Tesisatta birden fazla endüktif yük varsa bu takdirde meselâ iki yük için

$$P_M=P_{M1}+P_{M2}\,,$$

$$Q_M=Q_{M1}\,\mathrm{tg}\,\varphi_1+Q_{M2}\,\mathrm{tg}\,\varphi_2$$

almak gerekir, şek. 27—13. Böylece Q_C için



Şek. 27—13

$$Q_C = Q - Q_M = (P_{M1} + P_{M2}) \operatorname{tg} \Phi - P_{M1} \operatorname{tg} \varphi_1 - P_{M2} \operatorname{tg} \varphi_2$$
$$= -P_{M1} (\operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} \Phi) - P_{M2} (\operatorname{tg} \varphi_2 - \operatorname{tg} \Phi) \qquad (27-30)$$

formülü bulunur. $\Phi = 0$ (tam kompanzasyon) için bu formül

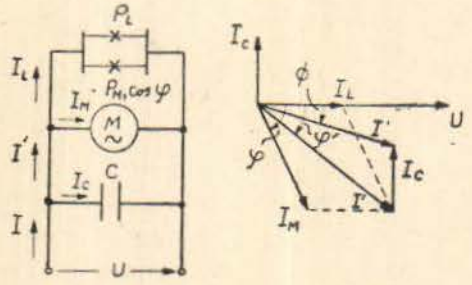
$$Q_C = -(P_{M1} \operatorname{tg} \varphi_1 + P_{M2} \operatorname{tg} \varphi_2) \qquad (27-31)$$

şekline girer.

Şayet tesisatta endüktif yükten başka yalnız aktif güç çeken bir yük grubu (meselâ lâmbalar) da varsa bu takdirde bunların gücünü P_L ile göstererek $Q = (P_M + P_L) \operatorname{tg} \Phi$ almak icap eder. Böylece

$$Q_C = -(P_M \operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \Phi) + P_L \operatorname{tg} \Phi \qquad (27-32)$$

formülü bulunur. Şek. 27—14 de böyle bir tesisatın bağlama şeması ve fazör diyagramı görülmektedir. I' akımını ve bu akımın φ' faz



Şek. 27—14

açısını grafikle veya hesaplayarak bulabiliriz. Bu akımın aktif bileşeni $I_L + I_M \operatorname{sin} \Phi$ ye eşittir.

Örnek 27—9. Şek. 27—14 de $P_L=1{,}2\,kW$, $P_M=4\,kW$, $\cos\varphi=0{,}7$ olduğuna göre $\cos\Phi=0{,}95$ kompanzasyonu için lüzumlu olan kapasiteyi bulunuz. $f=50$ Hz ve $U=110$ V dır.

Cevap : (27—32) formülü yardımiyle kondansatörün gücü için

$$Q_C=-4\left(\frac{0{,}51}{0{,}7}-\frac{0{,}316}{0{,}95}\right)+1{,}2\cdot\frac{0{,}316}{0{,}95}$$

$$=-1{,}19\ kVar$$

değeri bulunur. Kondansatörün kapasitesi

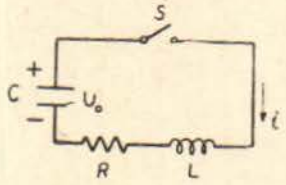
$$C=\frac{1190\,.\,10^6}{314\,.\,110^2}=313\ \mu F$$

dır.

28. Elektrik titreşimleri

28—1. Titreşim devresi.

Şek. 28—1 de görülen C kondansatörünü bir U_0 gerilimi ile doldurduktan sonra S anahtarını kapayacak olursak kondansatör R direnci ve L endüktansı üzerinden boşalmağa başlar. Bu esnada devreden akacak olan boşalma akımı (i) bobinin içinde bir magnetik alan meydana getirecektir. Boşalma sonra erip $i=0$ olduğu vakit endüktanstaki self - endüksiyon EMK'i akımın kesilmesini önleyerek anyı



Şek. 28—1

yönde akmağa devam etmesine sebep olur. Böylece kondansatör bu sefer yeniden fakat ters yönde dolmağa başlar. Boşalma esnasında kondansatörün elektrik alanındaki enerjinin bir kısmı bobinin magnetik alanında birikirken gerisi de R direncinde ısı şekilde kaybolur. Aynı şekilde dolma esnasında da magnetik enerjinin bir kısmı kondansatörde birikirken geri kalanı da R direncinde kaybolur. Bu şekilde olay (dolma ve boşalma) periyodik olarak tekrar ederse de R direncindeki kayıptan dolayı bir müddet sonra sona erer. R, L ve C den teşekkül eden bu devreye titreşim devresi adı verilir.

28—2. Titreşim devresinin diferansiyel denklemi.

Titreşim devresinin gerilim denklemi

$$u_R + u_L = u_c$$

şeklindedir. Burada

$$u_R = Ri$$

omik gerilimi

$$u_L = L \frac{di}{dt}$$

endüktif gerilimi ve u_c ise kapasitif gerilimi gösterirler. Bu suretle gerilim denklemi

$$Ri + L \frac{di}{dt} = u_c \qquad (28-1)$$

şekline girer. Bu denklemde

$$i = -\frac{dq}{dt} = -C \frac{du_c}{dt} \quad (q = Cu_c)$$

koyarak (kabul edilen pozitif akım yönü, pozitif kondansatör yükünün azalmasına tekabül edeceği için negatif işaret alınmıştır)

$$\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{LC} = 0 \qquad (28-2)$$

diferansiyel denklemi elde edilir. Bu denklem

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

ve

$$\alpha = \frac{R}{2L}$$

kısaltmaları yardımiyle

$$\frac{d^2u_c}{dt^2} + 2\alpha \frac{du_c}{dt} + \omega_0^2 u_c = 0 \qquad (28-3)$$

şekline sokulabilir. $\omega_0/2\pi$ bundan önceki seri rezonans devresi için bulunan rezonans frekansından ibaret olup buna titreşim devresinin

öz frekansı adı verilir. Nihayet biraz ileride görülecek olan sebepten dolayı α ya da zayıflama (sönme) sabiti denilir.

28 — 3. Diferansiyel denklemin çözümleri.

Şimdi iki hal için yukarıdaki diferansiyel denklemin çözümlerini araştıralım.

1) Sönmeyen titreşimler :

Titreşim devresinin direnci sıfır olursa ($R=0$, $\alpha=0$) yukarıdaki diferansiyel denklem

$$\frac{d^2u_c}{dt^2}+\omega_0^2\,u_c=0 \qquad (28-4)$$

şekline girer. Bu denklemin çözümü

$$u_c=A\sin\omega_0 t+B\cos\omega_0 t \qquad (28-5)$$

şeklindedir. Bunun doğruluğunu d^2u_c/dt^2 yi teşkil edip diferansiyel denklemde yerine koyarak derhal görebiliriz. A ve B integral sabitlerini ilk şartlar (başlangıç şartları) yardımiyle tayin etmek kabil olur. S anahtarı kapatıldığı anda, yani $t=0$ anında, kondansatör gerilimi $u_c=U_0$ ve $i=0$ dır. Bu değerleri (28—5) de ve $i=-Cdu_c/dt$ de yerine koyarak $A=0$, $B=U_0$ bulunur. Bu suretle çözüm için

$$u_c=U_0\cos\omega_0 t \qquad (28-6)$$

ifadesi elde edilir. Bu titreşimin frekansı

$$f_0=\frac{\omega_0}{2\pi}=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \qquad (28-7)$$

ve periyodu

$$T_0=2\pi\sqrt{LC} \qquad (28-8)$$

dir.

(28—6) ifadesine göre $R=0$ olduğu takdirde kondansatör gerilimi zamanla kosinüs fonksiyonu gibi yani tıpkı bir sinüzoidal alternatif gerilim şeklinde değişir.

i akımı için

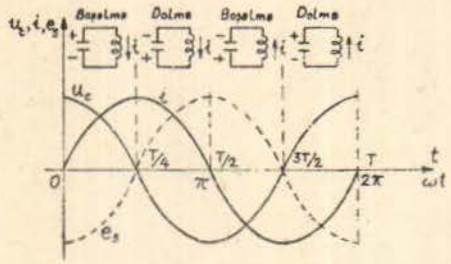
$$i=-C\frac{du_c}{dt}=\omega_0 CU_0\sin\omega_0 t=I_0\sin\omega_0 t \qquad (28-9)$$

ifadesi elde edilir. O halde akım da kondansatör gerilimi gibi sinüzoidal olarak ve aynı frekansla değişmektedir. Yalnız akım gerilimden 90° geri fazdadır. Bobinde meydana gelen self-endüksiyon EMK'i için

$$e_s = -L\frac{di}{dt} = -\omega_0 L I_0 \cos\omega_0 t = U_0 \sin(\omega_0 t - 90°) \qquad (28-10)$$

ifadesi bulunur. Bu EMK akımdan 90° geri fazdadır.

Şek. 28—2 de u_c, i ve e_s eğrileri görülmektedir, u_c ve i nin karşılıklı yönlerinden, boşalma esnasında kondansatörün ve dolma esnasında da bobinin üreteç olarak çalıştıkları anlaşılır. Kondansatörde biriken maksimum enerji



Şek. 28—2

$$W_e = \frac{1}{2} C U_0^2$$

ve bobinde biriken maksimum enerji ise

$$W_m = \frac{1}{2} L I_0^2$$

dir. Devrede herhangi bir enerji kaybı olmadığı kabul edildiğine göre

$$W_m = W_e = W = \frac{1}{2} C U_0^2 = \frac{1}{2} L I_0^2$$

olur. Bu enerji kondansatörle bobin arasında salınır.

Herhangi bir anda kondansatör ve bobindeki enerjiler

$$\frac{1}{2} C u_c^2 \quad \text{ve} \quad \frac{1}{2} L i^2$$

dir. Sistemin toplam enerjisi ise

$$W=\frac{1}{2}\,Cu_c^2+\frac{1}{2}\,Li^2=\text{sabit}$$

dir.

2) Sönen titreşimler :

$R\neq 0$ olduğu takdirde dirençte kaybolacak enerjiden dolayı titreşimlerin gittikçe sönerek kaybolması beklenir. Bu durumda $\alpha\neq 0$ olacağından (28—3) deki diferansiyel denklemi çözmemiz icap eder. Karakteristik denklem

$$r^2+2\alpha r+\omega_0^2=0$$

şeklinde olup bunun kökleri

$$r_1=-\alpha+\sqrt{\alpha^2-\omega_0^2}\,,$$
$$r_2=-\alpha-\sqrt{\alpha^2-\omega_0^2}$$

dir. Burada üç halle karşılaşılabilir :

a) $\alpha^2>\omega_c^2$ *hali:* Bu halde köklerin ikisi de reeldir. Diferansiyel denklemin çözümü

$$u_c=Ae^{r_1t}+Be^{r_2t}$$

şeklindedir. Akım için

$$i=-C\,\frac{du_c}{dt}=-Ar_1Ce^{r_1t}-Br_2Ce^{r_2t}$$

ifadesi elde edilir. $t=0$ için $u_c=U_0$ ve $i=0$ olduğundan

$$A+B=U_0$$

ve

$$Ar_1+Br_2=0$$

denklemleri yardımiyle sabitler için

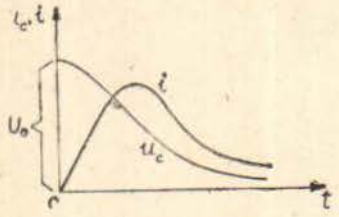
$$A=\frac{r_2}{r_2-r_1}\,U_0 \quad \text{ve} \quad B=-\frac{r_1}{r_2-r_1}\,U_0$$

bulunur. Böylece u_c ve i için

$$u_c = \frac{U_0}{r_2 - r_1}\,(r_2 e^{r_1 t} - r_1 e^{r_2 t}),$$

$$i = -\frac{C U_0 r_1 r_2}{r_2 - r_1}\,(e^{r_1 t} - e^{r_2 t}) \qquad (28-11)$$

ifadeleri elde edilir. Şek. 28—3 de u_c ve i eğrileri görülmektedir. Bu hale aperiyodik hal adı verilir.



Şek. 28—3

b) $\alpha^2 = \omega_0^2$ *hali:* Bu halde kökler birbirine eşit ve reeldir ($r_1 = r_2 = -\alpha = -\omega_0$). Çözüm

$$u_c = (A + Bt)\, e^{-\omega_0 t},$$

$$i = -C\,[B - \omega_0 (A + Bt)]\, e^{-\omega_0 t}$$

şeklindedir. Başlangıç şartları yardımiyle

$$A = U_0 \quad \text{ve} \quad B = \omega_0 U_0$$

bulunacağından

$$u_c = U_0 (1 + \omega_0 t)\, e^{-\omega_0 t},$$

$$i = \frac{U_0}{L}\, t\, e^{-\omega_0 t} \qquad (28-12)$$

olacaktır. Kritik hal denilen bu halde u_c ve i nin değişmeleri şek. 28—3 dekine çok benzer.

c) $\alpha^2 < \omega_0^2$ *hali*: Bu halde kökler kompleks olurlar ve

$$\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = \omega$$

koyarak

$$r_1 = -\alpha + j\omega ,$$

$$r_2 = -\alpha - j\omega$$

yazılabilir. Diferansiyel denklemin çözümü

$$u_c = e^{-\alpha t} (Ae^{j\omega t} + Be^{-j\omega t})$$

şeklindedir. Burada

$$e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t,$$

$$e^{-j\omega t} = \cos \omega t - j \sin \omega t$$

koyarak

$$u_c = e^{-\alpha t} [(A+B) \cos \omega t + j (A-B) \sin \omega t]$$

ifadesi elde edilir. Nihayet

$$A+B = M ,$$

$$j (A-B) = N$$

koyarak (yeni integral sabitleri) bu denklem

$$u_c = e^{-\alpha t} (M \cos \omega t + N \sin \omega t)$$

şekline sokulur. Başlangıç şartları yardımiyle bulunan

$$M = U_0 \quad \text{ve} \quad N = \frac{\alpha}{\omega} U_0$$

değerlerini son denklemde yerine koyarak u_c için

$$u_c = U_0 e^{-\alpha t} \left(\cos \omega t + \frac{\alpha}{\omega} \sin \omega t \right) \qquad (27-13)$$

ifadesi elde edilir. i akımı ise

$$i = \frac{U_0}{\omega L} e^{-\alpha t} \sin \omega t = I_0 e^{-\alpha t} \sin \omega t \qquad (28-14)$$

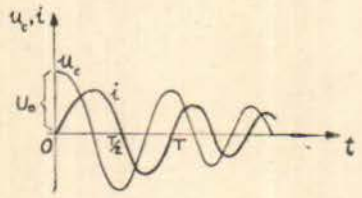
fonksiyonuna göre değişir. u_c için bulunan fonksiyonu

$$\frac{\alpha}{\omega}=\operatorname{tg}\varphi \qquad (28-15)$$

koyarak

$$u_c=\frac{U_0}{\cos\varphi}\,e^{-\alpha t}\cos(\omega t-\varphi) \qquad (28-16)$$

şeklinde de yazmak kabildir. Bu suretle gerek u_c nin ve gerekse i nin, genlikleri gittikçe azalan titreşimleri (sönen titreşimler) göster-



Şek. 28—4

dikleri anlaşılır. Şek. 28 – 4 de u_c ve i eğrileri görülmektedir. Bu titreşimlerin dairesel frekansı

$$\omega=2\pi f=\sqrt{\frac{1}{LC}-\left(\frac{R}{2L}\right)^2} \qquad (28-17)$$

ye eşittir.

Sinüs ve kosinüs fonksiyonları ± 1 arasında değiştiklerinden meselâ i eğrisi $I_0 e^{-\alpha t}$ ve $-I_0 e^{-\alpha t}$ üstel eğrileri arasında değişir.

Pratikte ekseriya rastlanıldığı gibi $\alpha^2=R^2/4L^2$, $\omega_0^2=1/LC$ den küçük olduğu takdirde $\omega\approx\omega_0$ ve $\alpha/\omega\approx 0$ alınabilir. Bu takdirde u_c ve i ifadeleri

$$\left.\begin{aligned} u_c&=U_0\,e^{-\alpha t}\cos\omega_0 t\,,\\ i&=\frac{U_0}{\sqrt{L/C}}\,e^{-\alpha t}\sin\omega_0 t \end{aligned}\right\} \qquad (28-18)$$

şekillerine girerler.

Örnek 28—1. $R=20\ \Omega$, $L=0{,}5$ H, $C=10\ \mu$F ve $U_0=500$ V için $i=f(t)$ yi bulunuz.

Cevap : $\omega_0^2 = \dfrac{1}{0{,}5 \,.\, 10 \,.\, 10^{-6}} = 2 \,.\, 10^5 \ 1/s^2,$

$$\alpha^2 = \frac{20^2}{4 \,.\, 0{,}5^2} = 400 \ 1/s^2$$

olduğundan $\omega_0^2 \gg \alpha^2$ dir. Böylece

$$I_0 = \frac{500}{\sqrt{0{,}5/10^{-6}}} = 2{,}23 \text{ A},$$

$$\alpha = 20 \ 1/s,$$

$$\omega_0 = 447 \ 1/s$$

olacağından

$$i = 2{,}23\, e^{-20\,t} \sin 447\, t$$

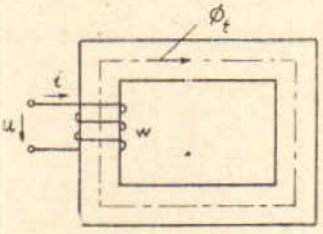
ifadesi elde edilir.

29. Demir çekirdekli bobin

29 — 1. Demir çekirdekli bir bobinden geçen akım.

Demirsiz bir bobine sinüzoidal bir gerilim uygulandığı vakit geçecek olan akımın yine sinüzoidal olarak değişeceğini ve gerilimden geri fazda olacağını biliyoruz. Şayet bobin demir çekirdekli ise bu takdirde akımın nasıl değiştiğini ancak grafik yardımiyle bulabiliriz.

Şek. 29—1 de görülen demir çekirdekli bobine $u = U_m \sin \omega t$ şeklinde yani sinüzoidal bir alternatif gerilim uygulayalım. Çekirdekteki



Şek. 29—1

magnetik akının anî değeri Φ_t olsun. Şayet sargının direncini ihmal edersek her an

$$u = U_m \sin \omega t = w \frac{d\Phi_t}{dt}$$

olacaktır. Bu ifade yardımiyle Φ_t için

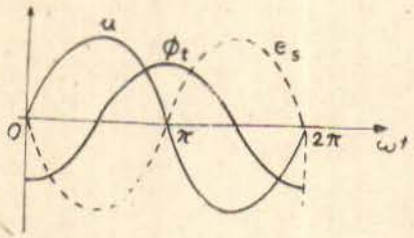
$$\Phi_t = -\frac{U_m}{w\omega} \cos \omega t = \frac{U_m}{w\omega} \sin (\omega t - 90^\circ) \qquad (29-1)$$

fonksiyonu elde edilir. Bu fonksiyona göre Φ_t akısı bobine uygulanan gerilim gibi sinüzoidal olarak değişmekle beraber gerilimden 90° geri fazdadır. Sargıda endüklenen self - endüksiyon EMK'i ise

$$e_s = -w \frac{d\Phi_t}{dt} = -U_m \sin \omega t \qquad (29-2)$$

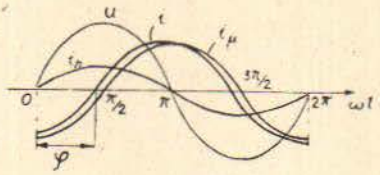
şeklinde yani uygulanan gerilim gibi sinüzoidal olarak değişir.

Şek. 29—2 de u, Φ_t ve e_s eğrileri görülmektedir.



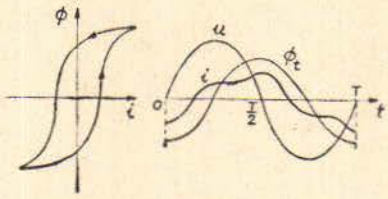
Şek. 29—2

Φ_t magnetik akısı sargıdan geçen i akımı tarafından meydana getirilir. Bu sebepten dolayı (29—1) ifadesine göre değişen bir akı elde etmek için akımın nasıl değişmesi lâzım geldiğini aramamız gerekir. Şayet bobinin demirsiz olduğu farzedilirse bu takdirde L endüktansı sabit olacağından $i = w\Phi_t/L$ ve dolayısiyle akım Φ_t ile aynı fazda olan bir sinüzoidal değişme yapar. Buna karşılık magnetik devrenin demir ihtiva etmesi halinde $L \neq$ sabit olacağından Φ_t akısını veren i akımı ancak bobinin magnetik karakteristiği yardımiyle bulunabilir. Şimdi ilk önce histerezis olayını gözönüne almayarak akım eğrisini bulalım. Bu maksatla şek. 29—3 de görüldüğü gibi Φ akısı ile i arasındaki bağıntıyı gösteren magnetik karakteristiği ve Φ_t grafiğini çizdikten sonra herhangi bir ana tekabül eden akım değerlerini bulup i eğrisi elde edilir. Bu suretle elde edilen akım eğrisi sinüs şeklinden farklı olmakla beraber Φ_t akısı ile aynı fazdadır.



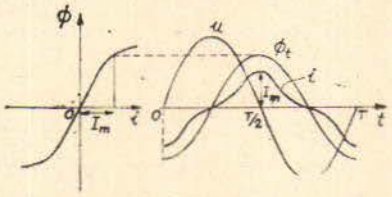
Şek. 29—3

Demirdeki histerezis olayı gözönüne alındığı takdirde magnetik karakteristik artık kapalı bir eğriden ibaret olur. Bu durumda i eğrisinin nasıl bulunacağı şek. 29—4 de gösterilmiştir. Bu suretle elde edilen eğri sinüs şeklinden daha fazla ayrıldığı gibi Φ_t ye nazaran fazca da kaymış bulunur.



Şek. 29—4

Gerek şek. 29—3 de ve gerekse şek. 29—4 de elde edilen akımlar sinüs şeklinde değişmediklerinden bunların efikas değerlerini $I=I_m/\sqrt{2}$ şeklinde yani genliklerini $\sqrt{2}$ ye bölerek bulamayız. Bununla beraber sinüzoidal olmayan bu akımlar yerine tesir bakımından eşdeğer olan bir sinüzoidal akım almak kabildir. Bu eşdeğer sinüzoidal akı-



Şek. 29—5

mın efikas değeri sinüzoidal olmayan akımın efikas değerine eşit olup bunun aktif bileşeni demir içinde ayni kayıpları meydana getirir. Şek. 29—5 de bu sinüzoidal akım ve bunun aktif (i_h) ve reaktif (i_μ)

bileşenleri görülmektedir. Gerilimle aynı fazda olan i_h aktif bileşeni histerezis kaybını meydana getirir. Histerezis kaybı P_h ile gösterilirse i_h akımının efikas değeri

$$I_h = \frac{P_h}{U} \qquad (29-3)$$

formülü yardımiyle bulunur. Burada U, bobine uygulanan gerilimin efikas değerini göstermektedir. Miknatıslanma akımı adı verilen i_μ akımı, gerilime nazaran 90° geri fazdadır. Bu akımın efikas değeri

$$I_\mu = \sqrt{I^2 - I_h^2} \qquad (29-4)$$

formülüyle hesaplanabilir. Burada I eşdeğer sinüzoidal akımın ve dolayısiyle esas akımın efikas değeridir. Nihayet eşdeğer sinüzoidal akımla U gerilimi arasındaki faz farkı da

$$\cos\varphi = \frac{I_h}{I} = \frac{P_h}{UI} \qquad (29-5)$$

ifadesiyle hesaplanabilir.

I akımının aktif bileşeni, demirde meydana gelen girdap akımlarının sebep oldukları kayıptan dolayı, biraz daha büyük olur. Girdap akımı kayıpları ile histerezis kaybının toplamına demir kayıpları adı verilir ve P_{Fe} şeklinde gösterilir. Akımın aktif bileşeni

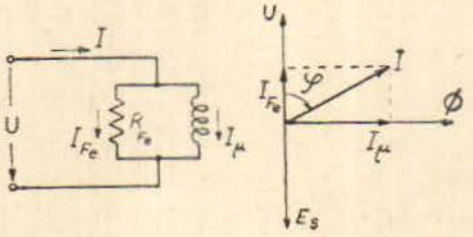
$$I_{Fe} = \frac{P_{Fe}}{U} \qquad (29-6)$$

formülüyle hesaplanır.

29 — 2. Demir çekirdekli bobinin eşdeğer şeması ve fazör diyagramı.

Eşdeğer sinüzoidal akımların alınması, yalnız sinüzoidal büyüklükler için faydalanılabilen fazör diyagramlarının kullanılmasına imkân verir.

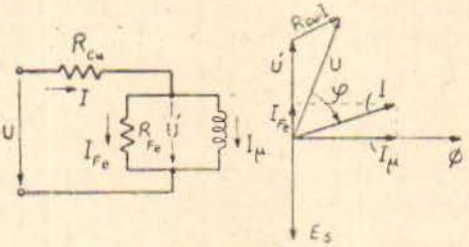
Şek. 29—6 da omik direnci ihmal edilen bir bobinin eşdeğer devresi ve fazör diyagramı görülmektedir. Bu eşdeğer şemada demir



Şek. 29—6

kayıpları, içinden I_{Fe} akımı geçen bir R_{Fe} direncinde meydana gelecek olan $P_{Fe}=R_{Fe}I^2_{Fe}$ omik kaybı ile belirtilmiştir.

Şek. 29—7 de omik direnç gözönüne alındığı takdirde düşünülebilecek olan eşdeğer şema ve fazör diyagramı görülmektedir. Bu şemada R_{Cu} bobinin omik direncini (bakır direnci) göstermektedir. Self-endüksiyon EMK'ine eşit ve ters yönde olan U gerilimine bu omik



Şek. 29—7

dirençte meydana gelen ve I akımı ile aynı fazda olan $R_{Cu}\ I$ gerilim düşümünü ilâve ederek bobine uygulanan U gerilimi elde edilir. Sargı direncindeki kayıp $P_{Cu}=R_{Cu}I^2$ olup demir kaybı P_{Fe} ile birlikte toplam kaybı teşkil eder. Demir çekirdekli bobin tarafından harcanan toplam gücü akımın karesine bölerek bulunan

$$R_{ef}=\frac{P}{I^2} \qquad (29-7)$$

direncine bobinin efektif direnci denilir. Sargının omik direnci olmasa bile bobinde demir kayıplarından dolayı harcanan ve çekirdeğin ısınmasına sebep olan bu gücü bir vatmetre yardımiyle ölçmek kabil olur. Efektif direnç gerçekte mevcut olan bir direnç olmayıp kayıplara tekabül eden bir büyüklüktür. Aktif güç harcayan her cihaz ve makina için böyle bir efektif direnç târif etmek kabildir.

29 — 3. Demir kayıpları.

Alternatif akımla beslenen bobinin demir çekirdeğinde meydana gelen demir kayıpları da yukarıda belirtildiği gibi histerezis kaybı ile girdap akımları kaybının toplamından teşekkül eder. Şimdi bu kayıpların nasıl hesaplanacağını görelim.

a) Histerezis kaybı :

Zaman biriminde meydana gelen histerezis kaybının (histerezis gücü) yaklaşık olarak

$$P_h = \eta B_m^{1,6} f G \qquad (29-8)$$

şeklindeki Steinmetz formülüyle hesaplamak kabildir. Bu ifadede G demirin ağırlığını, B_m magnetik endüksiyonun maksimum değerini, f alternatif akımın frekansını ve η ise demirin cinsine göre değişen bir katsayıyı gösterir. Steinmetz formülü ancak yaklaşık olarak 10^4 G=1 T'lık endüksiyonlara kadar doğru sonuç verir. Daha yüksek endüksiyonlar için $B_m^{1,6}$ yerine B_m^2 almak icap eder.

Histerezis kaybını hesaplamak için kullanılan diğer bir pratik formül

$$P_h = c_h \frac{f}{100} \left(\frac{B_m}{10000} \right)^2 G \text{ (Watt)} \qquad (29-9)$$

şeklindeki Richter formülüdür. Bu formülde G, kg cinsinden demirin ağırlığını ve c_h ise demir cinsine göre değişen bir malzeme sabitini gösterir. B_m nin birimi G dir. Bu sabitin değeri dinamo saçı için 4,4—4,7 arasında ve % 4 silisyumlu saç levha için 2,4—3 arasındadır. Küçük değerler 0,35 mm lik saçlar ve büyük değerler ise 0,5 mm lik saçlar içindir.

b) Fuko kaybı :

Girdap akımlarının sebep olduğu Fuko kaybı (P_w)

$$P_w = c_w \left(\frac{f}{100} \cdot \frac{B_m}{10000} \right)^2 G \text{ (Watt)} \qquad (29-10)$$

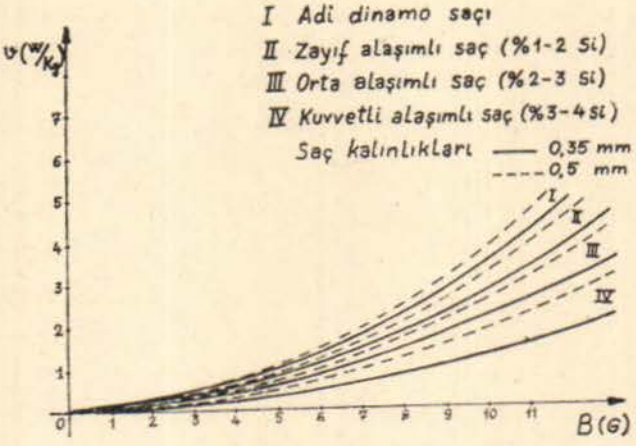
şeklindeki Richter formülü yardımiyle hesaplanabilir. Bu formülde c_w demir cinsine ve saç levha kalınlığına bağlı olan bir katsayıyı gösterir. Dinamo saçı için $c_w \approx 3,2—5,7$ arasında ve % 4 silisyumlu çelik levha için $c_w \approx 0,6—1,2$ arasında bulunur. Burada da küçük değerler 0,35 mm lik saçlara ve büyük değerler ise 0,5 mm lik saçlara tekabül ederler.

Toplam demir kaybı

$$P_{Fe} = P_h + P_w \qquad (29-11)$$

olarak bulunur. P_h ve P_w yi yukarıda verilen formüller yardımiyle hesaplamak kabilse de bunları 1 kg demir için hazırlanan cetveller veya eğriler yardımiyle bulmak daha elverişlidir. Şek. 29—8 de dört muhtelif demir cinsi ve 0,35 ile 0,5 mm lik saç kalınlıkları için f=50 Hz de beher kg demirde meydana gelen demir kayıplarını

W/kg cinsinden bulmaya yarayan eğriler verilmiştir. Belli bir endüksiyon (meselâ 10000 G veya 15000 G) ve belli bir saç kalınlığı için $f=50$ Hz de 1 kg demirde meydana gelen demir kaybına kayıp katsayısı adı verilir ve v_{10} (10000 G için) veya v_{15} (15000 G için) şeklin-



Şek. 29—8

de gösterilir. Meselâ orta alaşımlı 0,35 mm lik saç levha için $v_{10}\approx 2$ W/kg dır. Herhangi bir B_m endüksiyonu için kayıp katsayısı ($f=50$ Hz de)

$$v=v_{10}\left(\frac{B_m}{10000}\right)^2 \qquad (29-21)$$

formülüyle hesaplanır. Meselâ $v_{10}=2$ W/kg ve $B_m=15000$ G için

$$v=2\left(\frac{15000}{10000}\right)^2=4{,}5 \text{ W/kg}$$

bulunur.

Örnek 29—1. 0,5 mm kalınlığındaki adî dinamo saçından yapılmış olan 5 kg ağırlığındaki çekirdekte $B_m=15000$ G ve $f=50$ Hz de meydana gelen demir kayıplarını bulunuz.

Cevap : 0,5 mm için $c_h=4{,}7$ olduğundan histerezis kaybı

$$P_h=4{,}7\,\frac{50}{100}\left(\frac{15000}{10000}\right)^2\cdot 5=26{,}437 \text{ W}$$

dır. Yine 0,5 mm için $c_w=5,7$ olduğundan Fuko kaybı için

$$P_w=5,7\left(\frac{50}{100}\cdot\frac{15000}{10000}\right)^2.5=16\ \text{W}$$

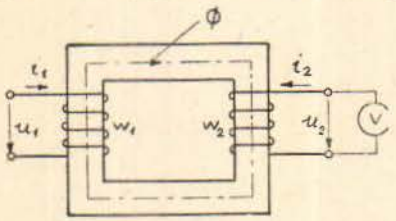
bulunur. Toplam demir kaybı

$$P_{Fe}=26,46+15=42,46\ \text{W}$$

dır. Beher kg için $v_{15}=42,46/5\approx 8,5$ W/kg değeri elde edilir. Şek. 29—8 de ise $v_{15}=8,7$ W/kg dır. Aradaki fark çok büyük olmadığından hesap sonunda bulunan ve bu şekilde görülen değerlerin oldukça iyi intibak ettiği anlaşılır.

29 — 4. Transformatör.

Ortak endüksiyon bahsinde kısaca temas ettiğimiz transformatör hakkında biraz daha etraflı bilgi verelim. Şek. 29—9 da bir transformatörün prensip şeması görülmektedir. Primer adı verilen w_1 sargısına bir alternatif gerilim uygulanırsa bu sargıdan bir alternatif



Şek. 29—9

akım geçer. Bu esnada elektromagnetik endüksiyon yolu ile sekonder adı verilen w_2 sargısında bir gerilim meydana geleceğinden eğer bu sargının uçlarına bir cihaz bağlanırsa bu devreden de bir akım geçer. Şayet magnetik devrenin relüktansının sabit olduğu (μ=sabit) kabul edilirse her an

$$w_1 i_1+w_2 i_2=R_m\Phi \qquad (29—13)$$

bağıntısı cari olur. Burada Φ her iki sargıdan geçen ortak akıyı göstermektedir. Bu Φ akısı tarafından primer ve sekonder sargılarda

$$e_1=-w_1\frac{d\Phi}{dt},$$

$$e_2=-w_2\frac{d\Phi}{dt}$$

EMK'leri endüklenir. Bu EMK'lerin ikisi de Φ akısına nazaran 90°

geri fazdadır. EMK'lerin efikas değerleri ise (sinüzoidal değişme için)

$$E_1 = 4{,}44\, f w_1 \Phi_m ,$$

$$E_2 = 4{,}44\, f w_2 \Phi_m$$

formülleri ile bulunur. Burada Φ_m magnetik akının genliğini göstermektedir. Bu iki ifadeyi birbirine bölerek

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{w_1}{w_2} \qquad (29-14)$$

formülü bulunur. Böylece iki sargıda endüklenen EMK'ler arasındaki oranın sargıların sarım sayılarının oranına eşit olduğu anlaşılır. $w_1/w_2 = \ddot{u}$ oranına transformatörün çevirme oranı denilir.

Primer ve sekonder sargıların dirençleri R_1 ve R_2 ile gösterilirse ohm kanunu yardımiyle iki devre için

$$u_1 = R_1 i_1 + w_1 \frac{d\Phi}{dt} ,$$

$$u_2 = R_2 i_2 + w_2 \frac{d\Phi}{dt}$$

denklemleri elde edilir. R_1 ve R_2 dirençleri çok küçük olduğundan bu dirençlerdeki gerilim düşümleri ihmal edilirse

$$u_1 \approx w_1 \frac{d\Phi}{dt} = -e_1 ,$$

$$u_2 \approx w_2 \frac{d\Phi}{dt} = -e_2$$

alınabilir. Böylece

$$\frac{U_1}{U_2} \approx \frac{E_1}{E_2} = \frac{w_1}{w_2}$$

olduğu görülür. Meselâ çevirme oranı $\ddot{u} = 1/1000$ olan bir transformatöre $U_1 = 100$ kV'luk bir alternatif gerilim uygulandığı vakit sekonder sargının uçları arasında $U_2 = 100/1000 = 0{,}1$ kV'luk bir gerilim elde edilir. Bu gerilim tıpkı primere uygulanan gerilim gibi aynı frekansla değişir. Bu suretle bir transformatör yardımiyle verilen bir alternatif gerilimi istenilen değere yükseltmek veya indirmek kabil olur. Doğru akımda Φ = sabit olduğundan böyle bir gerilim transfor-

masyonu yapılamaz. Alternatif akımların enerji naklinde ve dağıtılmasında oynadığı önemli rol bilhassa bunların böyle basit bir cihaz yardımiyle kolayca transforme edilebilmelerine dayanır.

Transformatörün sekonder uçları açıkken (buna transformatörün boş çalışması denir) primer sargıdan

$$i_0 = \frac{R_m \Phi}{w_1} \qquad (29-15)$$

akımı geçer. Buna transformatörün boş çalışma akımı adı verilir. Bu durumda transformatör, demir çekirdekli bir bobinden farksızdır. Şayet demir kayıpları ihmal edilirse i_0 akımı Φ akısı ile aynı fazda olur. Boş çalışma akımı çok küçüktür. Büyük güçlü transformatörde bu akım tam yüke tekabül eden akımın % 3 - 5 ini geçmez.

Sekonder sargının uçlarına harcayıcılar bağlanıp transformatör yüklendiği zaman sekonderden de bir akım geçmeğe başlar ve primerdeki akım yükselir. Bu esnada sistemin magnetik dengesi (29—12) ifadesiyle belirtilir. Boş çalışmadaki akı ne ise yüklü çalışmadaki de odur. Bu suretle primer akım için

$$i_1 = i_0 - \frac{w_2}{w_1} i_2$$

ifadesi elde edilir. i_0 akımı ihmal edilecek olursa

$$\frac{i_1}{i_2} = -\frac{w_2}{w_1}$$

veya efikas değerler cinsinden

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{w_2}{w_1} \qquad (29-16)$$

bulunur. Böylece yüklenen transformatörde primer ve sekonder akımların zıt fazda oldukları anlaşılır.

(29—14) ifadesine göre bir transformatörde gerilimi düşürmek mek için sekonderin daha az sarımlı ve aksi takdirde daha çok sarımlı olacağı anlaşılır. Diğer taraftan (29—16) ifadesine göre az sarımlı olan sargıdaki akım çok sarımlıdan daha büyük olacağından az sarımlı sargının daha kalın telden yapılacağı ortaya çıkar.

Bir transformatörün sekonderinden alınan P_2 gücü daima primer sargıya verilen P_1 gücünden küçüktür. P_2/P_1 oranı transformatörün verimini gösterir. Primer ve sekonder güçler arasındaki $P_1 - P_2$ farkı

her iki sargının dirençlerindeki ısı kayıplarını ve demir çekirdekteki histerezis ve Fuko kayıplarını gösterir. Fuko kayıplarını azaltmak için çekirdek meselâ 0,5 mm kalınlığında olan % 4 silisyumlu saç levhalardan yapılır. Alan çizgilerine paralel olarak yerleştirilen bu saçlar kâğıt veya vernikle birbirinden yalıtılmıştır. Histerezis kayıpları da magnetik endüksiyonu çok yüksek almayarak azaltılır. Transformatör, verimi çok yüksek olan bir cihazdır (% 95—99 kadar). Bilhassa bu cihazda makinalarda olduğu gibi dönen kısımların bulunmayışı mekanik kayıpları tamamen ortadan kaldırır. Transformatör içinde kaybolan gücün hepsi ısıya değişir. Bilhassa büyük güçlü transformatörlerde transformatörlerin fazla ısınmasını önlemek için sun'î soğutmaya ihtiyaç vardır.

30. Sinüzoidal olmayan akımlar

31 — 1. Fourier serisi, harmonik analiz.

Pratikte rastlanan alternatif akım ve gerilimler az veya çok sinüs şeklinden ayrılırlar. Meselâ bundan önceki bahiste incelediğimiz demir çekirdekli bobinin akımını bunlara örnek olarak gösterebiliriz. Fourier'e göre böyle bir periyodik akımı (veya gerilimi) frekansı, verilen akımın frekansına eşit olan bir sinüzoidal akımla, frekansları mevcut frekansın 2, 3, 4, ... katına eşit olan sinüzoidal akımlara ayırmak kabil olur. Aynı frekansı haiz olan akıma temel harmonik ve diğerlerine ise yüksek harmonik adı verilir. $2f$ frekanslı akıma 2. harmonik, $3f$ frekanslı akıma 3. harmonik vesaire denilir.

Herhangi bir harmoniğin denklemi

$$i_k = I_{km} \sin (k\omega t + \beta_k) \qquad (30-1)$$

şeklindedir. Burada k herhangi bir tam sayıyı, ω temel harmoniğin dairesel frekansını, I_{mk} bu harmoniğin genliğini ve β_k ise sıfır fazını gösterir. k · harmoniğin dairesel frekansı $k\omega$ ye eşittir. Bu suretle verilen i akımını bulmak için bütün harmonikleri toplamak gerektiğinden

$$i = \sum_{k=0}^{k=\infty} I_{km} \sin (k\omega t + \beta_k) \qquad (30-2)$$

olacaktır. $k=0$ için sabit bir akım bulunur. Bu toplama Fourier serisi adı verilir.

i_k akımının ifadesini

$$i_k = I_{km} \cos \beta_k \sin k\omega t + I_{km} \sin \beta_k \cos k\omega t$$

şeklinde yazdıktan sonra

$$\left.\begin{aligned} I_{km} \cos \beta_k &= A_k, \\ I_{km} \sin \beta_k &= B_k \end{aligned}\right\} \qquad (30-3)$$

koyacak olursak

$$i_k = A_k \sin k\omega t + B_k \cos k\omega t \qquad (30-4)$$

ifadesini elde ederiz. Böylece her harmonik çeyrek periyod kadar fazca kaymış olan aynı frekanslı iki dalgaya ayrılmış olur. Bu dalgaların genlikleri A_k ve B_k olup I_{km} ve β_k ile bu genlikler arasında

$$\left.\begin{aligned} I_{km} &= \sqrt{A_k^2 + B_k^2}, \\ \operatorname{tg} \beta_k &= \frac{B_k}{A_k} \end{aligned}\right\} \qquad (30-5)$$

bağıntıları caridir.

$k=0$ için (30—4) yardımiyle

$$i_0 = B_0$$

bulunur. Bu akım, bir doğru akım olup diğer k değerleri için hep alternatif akımlar elde edilir. Böylece i akımı için

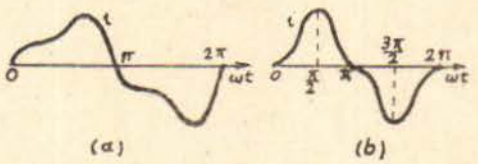
$$i = B_0 + \sum_{k=1}^{k=\infty} A_k \sin k\omega t + \sum_{k=1}^{k=\infty} B_k \cos k\omega t \qquad (30-6)$$

ifadesi elde edilir. Bu serideki A_k ve B_k genlikleri ile B_0 doğru akım bileşeni

$$\left.\begin{aligned} A_k &= \frac{2}{T} \int_0^T i(t) \sin k\omega t \, dt, \\ B_k &= \frac{2}{T} \int_0^T i(t) \cos k\omega t \, dt, \\ B_0 &= \frac{1}{T} \int_0^T i(t) \, dt \end{aligned}\right\} \qquad (30-7)$$

integralleri yardımiyle hesaplanır. Burada $i(t)$, akımın matematik denklemini ve T de periyodunu gösterir. Üçüncü denkleme göre B_0, akımın bir periyoda tekabül eden ortalama değerini göstermektedir. Şayet $B_0=0$ ise bu takdirde i ye saf alternatif akım adı verilir. $B_0=0$ olabilmesi için akım eğrisiyle yatay eksen arasında kalan pozitif ve negatif yüzeylerin birbirine eşit olması gerekir.

Şek. 30—1 de iki akım şekli görülmektedir. Bunlar geçen bahiste görülen akımlardır. Demir kayıpları gözönüne alınarak elde edilen (*a*) daki eğrinin negatif yarım dalgası pozitif yarım dalganın yatay eksene göre imajından ibarettir. Bu akımın Fourier serisinde



Şek. 30—1

yalnız tek basamaktan sinüslü ve kosinüslü terimler bulunur. Bu halde A_k ve B_k yı bulmaya yarayan integralleri yalnız bir yarım periyod için hesaplamak kâfidir. (*b*) de görülen ve demir kayıplarını ihmal etmek suretiyle elde edilen eğri hem yukarıdaki şartı sağlar ve hem de çeyrek dalgalar birbirinin simetriği olur. Bu çeşit bir akımın Fourier serisinde yalnız tek basamaklı sinüslü terimler bulunur. Bu halde de A_k integrali yalnız çeyrek periyod için hesaplanır.

$i(t)$ fonksiyonu bilindiği takdirde Fourier serisini kolayca bulmak kabil olur. Şayet akım eğrisi deney yardımiyle (meselâ osilografla) bulunmuşsa bu takdirde eğriyi harmoniklerine ayırmak için muhtelif grafik ve nümerik metodlar mevcuttur. Bir gerilim veya akım eğrisini harmoniklerine ayırma işlemine harmonik analiz adı verilir. Harmonik analiz hakkında daha etraflı bilgi vermeye kitabın hacmı müsait olmadığından aşağıda bir iki eğrinin analizini göstermekle iktifa edilmiştir.

a) Dikdörtgen :

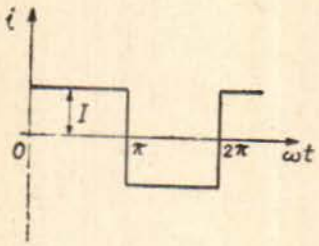
Şek. 30—2 de görülen ve yüksekliği I olan dikdörtgen şeklindeki akım yukarıda belirtilen her iki şartı da sağladığından Fourier serisinde yalnız tek sinüslü terimler bulunur. Bu sebepten dolayı A_k genliği

$$A_k = \frac{8}{T}\int_0^{T/4} I \sin k\omega t = \frac{4}{\pi}\,\frac{I}{k}$$

olur. Böylece dikdörtgen için

$$i = \frac{4I}{\pi}\left(\sin \omega t + \frac{1}{3}\sin 3\,\omega t + \frac{1}{5}\sin 5\,\omega t + \ldots\right) \qquad (30\text{—}8)$$

serisi elde edilir. Teorik bakımdan sonsuz sayıda harmonik varsa da k büyüdükçe genlik gittikçe küçüleceğinden bunların yalnız bir kaçını almak yetecektir.



Şek. 30—2

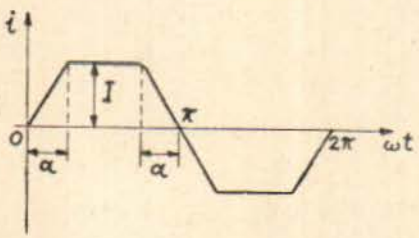
β) *Trapez :*

Şek. 30—3 de görülen trapezde $x=0$ ile $x=\alpha$ arasında $i=Ix/\alpha$ $(x=\omega t)$ ve $x=\alpha$ ile $x=\pi/2$ arasında $i=I$ dir. Her iki şart sağlandığından

$$A_k = \frac{4}{\pi}\left[\int_0^{\alpha}\frac{Ix}{\alpha}\sin kx\,dx + \int_{\alpha}^{\pi/2} I \sin kx\,dx\right]$$

$$= \frac{4I}{\pi\,\alpha\,k^2}\sin k\alpha$$

bulunur (integral $x=\omega t$ açısına göre alınmıştır). Böylece trapez için



Şek. 30—3

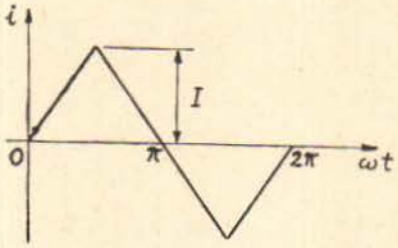
$$i=\frac{4I}{\pi\alpha}\left(\sin\alpha\sin\omega t+\frac{1}{9}\sin 3\alpha\sin 3\omega t+\right.$$
$$\left.\frac{1}{25}\sin 5\alpha\sin 5\omega t+\ldots\right) \qquad (30-9)$$

serisi elde edilir. Trapezde $\alpha=\pi/3=60^\circ$ alınırsa $\sin 180^\circ=0$ olduğundan 3. harmonik ortadan kalkar. $\alpha=0$ için de dikdörtgen serisi elde edilir.

γ) *Üçgen:* Üçgende $\alpha=\pi/2$ olacağından

$$i=\frac{8}{\pi^2}I\left(\sin\omega t-\frac{1}{9}\sin 3\omega t+\frac{1}{25}\sin 5\omega t-\ldots\right) \qquad (30-10)$$

serisi bulunur, şek. 30—4.



Şek. 30—4

30—2. Efikas değer.

Temel harmoniğin ve yüksek harmoniklerin efikas değerleri I_1, I_3, I_5,... ile gösterilirse i akımı bir R direncinden geçtiği vakit bu dirençte meydana gelen güç kaybı (yalnız tek harmoniklerin bulunduğu kabul ediliyor)

$$P=(I_1^2+I_3^2+I_5^2+\ldots)R$$

olur. Diğer taraftan i akımının efikas değeri I ile gösterilirse aynı zamanda $P=RI^2$ olacağından

$$I=\sqrt{I_1^2+I_3^2+I_5^2+\ldots} \qquad (30-11)$$

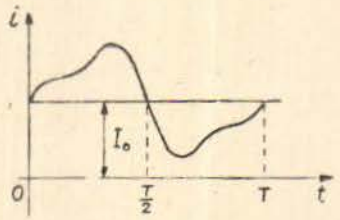
formülü elde edilir. Bir ampermetre bu akımı ölçer. Aynı şekilde gerilimin efikas değeri

$$U=\sqrt{U_1^2+U_3^2+U_5^2+\ldots} \qquad (30-12)$$

formülü yardımiyle hesaplanır. Şayet akımın bir doğru akım bileşeni (I_0) varsa (30—11) formülü

$$I=\sqrt{I_0^2+I_1^2+I_3^2+I_5^2+\ldots} \qquad (30-13)$$

şekline girer. i^2 ile orantılı bir sapma yapan bir ampermetre (meselâ termik ölçü âleti) bu I akımını ve i ile orantılı sapma yapan bir ampermetre de (meselâ dönen çerçeveli ölçü âleti) I_0 akımını ölçer. Şek. 30—5 de doğru akım bileşenli bir akım görülmektedir.



Şek. 30—5

Örnek 30—1. Doğru akım bileşeni olan bir akımı ölçmek üzere seri olarak devreye sokulan bir termik ampermetre $I=10$ A ve döner çerçeveli ampermetre de $I_0=8$ A gösteriyor. Bu akımın alternatif akım bileşeninin efikas değerini bulunuz.

Cevap: Alternatif akımın efikas değeri $I\sim$ ile göterilirse

$$I\sim=\sqrt{I^2-I_0^2}=\sqrt{100-64}=6\ \text{A}$$

bulunur.

30 — 3. Aktif güç ve güç katsayısı.

Alternatif akımda aktif güç için cari olan $P=UI\cos\varphi$ formülü yerine burada $I_0=0$ için

$$P=U_1I_1\cos\varphi_1+U_2I_2\cos\varphi_2+U_3I_3\cos\varphi_3+\ldots \qquad (30-14)$$

formülü kullanılır. Zira farklı frekanslara sahip olan harmonikler hiç bir aktif güç vermezler. Bu formülde φ_1, φ_2, φ_3,.... eşit frekanslı gerilim ve akım harmonikleri arasındaki faz farklarını göstermektedir.

Gerilim ve akımın efikas değerlerini birbiriyle çarparak

$$N=UI \qquad (30-15)$$

görünen gücü elde edilir. Nihayet

$$k=\frac{P}{N}=\frac{P}{UI} \qquad (30-16)$$

oranına da güç katsayısı denilir. Yalnız burada k nın bir açıyla ilgisi olmadığını unutmamak gerekir.

30—4. R, L ve C nin akım şekline tesiri

R, L ve C nin uçları arasına sinüzoidal olmayan bir gerilim uygulandığı vakit bu elemanlar aşağıdaki şekilde davranırlar:

α) *R direnci:* $i=u/R$ ve R=sabit olduğundan gerilim ve akım aynı şekilde değişirler.

β) *L endüktansı:* Endüktanstan geçen akım

$$i=\frac{1}{L}\int u\,dt$$

integrali ile hesaplanır. u gerilimi için meselâ

$$u=U_{m1}\sin\omega t+U_{m3}\sin 3\omega t+U_{m5}\sin 5\omega t$$

ifadesi alınırsa

$$i=-\left(\frac{U_{m1}}{\omega L}\cos\omega t+\frac{U_{m3}}{3\omega L}\cos 3\,\omega t+\frac{U_{m5}}{5\omega L}\cos 5\,\omega t\right)$$

bulunur. ωL reaktansı harmonikle birlikte yükseldiğinden yüksek harmonikler kuvvetli bir şekilde zayıflayacaklardır. Bu suretle L endüktansının akım eğrisinde düzeltici bir rol oynadığı anlaşılır.

γ) *C kapasitesi:* i akımı

$$i=C\,\frac{du}{dt}$$

şeklinde bulunduğundan yukarıdaki gerilim yardımiyle

$$i=\omega CU_{m1}\cos\omega t+3\omega CU_{m3}\cos 3\omega t+5\omega CU_{m5}\cos 5\omega t$$

ifadesi elde edilir. Bu ifadeye göre ωC kapasitif süseptansı harmonikle birlikte yükseldiğinden yüksek harmoniklerin şiddeti gittikçe büyür. Bu suretle C kapasitesinin akım eğrisi üstünde bozucu bir rol oynadığı ortaya çıkar.

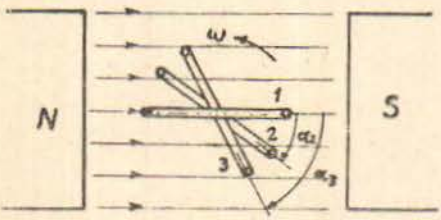
V. ÜÇ FAZLI AKIM

31. Temel kavramlar

31—1. Çok fazlı sistemler.

Buraya kadar incelediğimiz alternatif akım devrelerinde generatörler ile yükleri birbirine bağlamak için yalnız iki tel yetişmektedir. Bu çeşit akımlara bir fazlı alternatif akım ve bu akımı veren generatörlere de bir fazlı generatör adı verilir. Bir fazlı sistem basit bir sistem olmakla beraber pratikte çok kullanılmaz ve bunun yerine üç fazlı sistem denilen bir sistem kullanılır. Şimdi bu sisteme geçmeden önce genel olarak çok fazlı sistemleri kısaca gözden geçirelim.

Şek. 31—1 de 1, 2, 3, ... düzgün bir magnetik alan içine yerleştirilen birbirinden yalıtılmış sargıları göstermektedir. Birbirine tesbit edilmiş olan bu sargılar sabit bir açısal hızla döndürülecek olursa her sargıda sinüzoidal bir EMK endüklenir. 2, 3, ... sargıları 1



Şek. 31—1

sargısına nazaran α_2, α_3, ... açıları kadar kaydırılmış olduklarından bu sargılarda meydana gelecek olan EMK'ler de 1 sargısındaki EMK'den α_2, α_3, ... açıları kadar geri fazda bulunurlar. Sargıların sarım sayılarının ve geometrik boyutlarının farklı olduğu farzedilirse meydana gelen EMK'lerin genlikleri ve efikas değerleri de farklı olur. Bununla beraber bütün sargılar aynı hızda döndüklerinden endüklenen EMK'lerin frekansları aynı olacaktır. Böylece EMK'lerin anî değerlerini e_1, e_2, e_3, ... ile ve efikas değerlerini de E_1, E_2, E_3, ... ile göstererek

$$\left.\begin{aligned} e_1 &= \sqrt{2}\, E_1 \sin \omega t, \\ e_2 &= \sqrt{2}\, E_2 \sin (\omega t - \alpha_2), \\ e_3 &= \sqrt{2}\, E_3 \sin (\omega t - \alpha_3), \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \end{aligned}\right\} \qquad (31-1)$$

ifadeleri elde edilir. Şayet sistemde n tane sargı varsa generatörün $2n$ ucu bulunur. Şimdi her sargıya ait uçları bir yüke bağlayacak olursak bu suretle meydana gelecek olan n devrede eşit frekanslı akımlar geçer. Bu akımların gerek büyüklükleri ve gerekse fazları uygulanan gerilime ve yükün cinsine bağlı olarak çeşitli değerler alabilir. İşte fazca kaymış olan gerilimlerle bu gerilimler tarafından meydana getirilen aynı frekanslı akımlardan teşekkül eden böyle bir sisteme çok fazlı sistem adı verilir. Her akım devresine çok fazlı sistemin fazları denilir. Çok fazlı sistemleri üç bakımdan birbirinden ayırmak kabil olur :

1. Simetrik ve disimetrik sistemler,
2. Bağlı ve bağımsız sistemler,
3. Dengeli ve dengesiz sistemler.

Şimdi bu sistemleri gözden geçirelim.

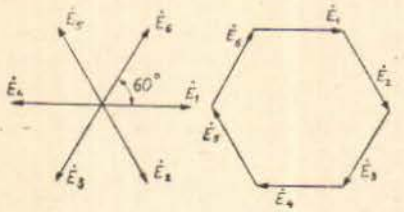
31 — 2. Simetrik sistemler.

Sargılar aynı sarım sayısına ve aynı geometrik boyutlara sahip oldukları takdirde meydana gelen EMK'lerin genlikleri ve efikas değerleri birbirine eşit olur. Bundan başka sargılar arasındaki açılar da birbirine eşit olursa sisteme simetrik çok fazlı sistem adı verilir. Böyle bir sistemde şayet n faz varsa herhangi iki sargı arasında $2\pi/n$ açısı bulunur. Ortak efikas değer E ile gösterilirse EMK'lerin ani değerleri için

$$\left.\begin{aligned} e_1 &= \sqrt{2}\, E \sin \omega t\,, \\ e_2 &= \sqrt{2}\, E \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{n}\right), \\ e_3 &= \sqrt{2}\, E \sin \left(\omega t - 2 \cdot \frac{2\pi}{n}\right), \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ e_n &= \sqrt{2}\, E \sin \left[\omega t - (n-1)\, \frac{2\pi}{n}\right] \end{aligned}\right\} \qquad (31-2)$$

ifadeleri elde edilir. Şek. 31—1 de görülen sistem iki kutuplu olduğundan burada sargılar arasındaki geometrik açı $2\pi/n$ ye eşittir. Böyle bir sistemde bir sargı tam bir devir yaptığı zaman sargıda meydana gelen EMK'de bir periyodunu tamamlamış olur. Şayet sistemde p kutup çifti varsa bu takdirde bir tam devir zarfında sargıda endüklenen EMK p defa periyodunu tamamlar. Bu sebepten dolayı bir tam dönmeye tekabül eden 2π radyanlık (veya 360° lik) geometrik açı $2\pi p$ radyanlık (veya p. 360° lik) bir elektrik açısına tekabül eder. Bu suretle geometrik açıyı bulmak için elektrik açısını p ye bölmek lâzım geldiği anlaşılır. O halde p çift kutuplu ve n fazlı bir sistemde sargılar arasındaki geometrik açı $2\pi/pn$ ye eşit olacaktır.

Simetrik çok fazlı sistemde EMK'lerin toplamı her an sıfıra eşittir. Bu sonucu (31—2) deki ani değerleri toplayarak veya daha iyisi EMK'lere tekabül eden fazörlerin geometrik toplamını teşkil ederek görmek kabildir. Meselâ şek. 31—2 de $n=6$ için (altı fazlı sistem) çizilen fazör diyagramı yardımiyle bu toplamın sıfır olacağı kolayca görülebilir.



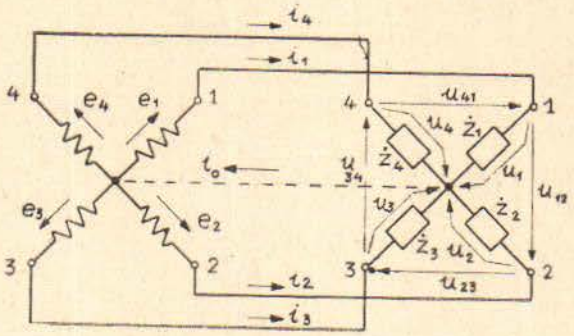
Şek. 31—2

31 — 3. Bağlı sistemler.

Çok fazlı generatörün her fazı ayrı olarak bir yüke bağlanırsa bu suretle bağımsız bir sistem elde edilir. Bağımsız bir çok fazlı sistemde n gidiş ve n dönüş olmak üzere $2n$ iletkene ihtiyaç vardır. Bununla beraber fazları birbirine bağlamak suretiyle iletken sayısını n ye veya $n+1$ e indirmek kabil olur. Bu suretle elde edilen çok fazlı sisteme bağlı sistem adı verilir. Pratik bakımdan önemli olan iki bağlama şekli vardır: Yıldız bağlama ve çokgen bağlama. Şimdi bunları inceleyelim.

a) Yıldız bağlama:

Yıldız bağlama generatör sargılarının başlarını bir düğüm noktasında birleştirerek elde edilir. Bu noktaya nötr noktası adı verilir. Aynı şekilde yük empedansları da yıldız bağlanabilir. Şek. 31—3 de yıldız bağlı olan bir dört fazlı sistem görülmektedir. Aynı şekilde



Şek. 31—3

dört empedans da yıldız tarzında bağlanmış olup bu suretle meydana gelen nötr noktası generatörün nötr noktasına nötr teli denilen bir telle birleştirilmiştir. Faz tellerinden geçen akımlar i_1, i_2, i_3, i_4 ve nötr telinden geçen akım da i_0 ile gösterilirse her an

$$i_0=i_1+i_2+i_3+i_4$$

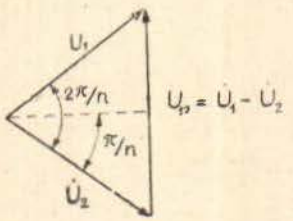
olur. Dört empedans aynı olduğu takdirde sisteme simetrik yüklü denilir. Simetrik yüklü olan sistemde akımlar da simetrik olacağından $i_0=0$ olur ve nötr telinden hiç bir akım geçmez. Bu durumda nötr telini çekmeğe lüzum kalmaz. Bu suretle yıldız bağlamada simetrik yüklü halde yalnız n iletkenin (örneğimizde $n=4$) ve disimetrik yüklü halde de $(n+1)$ iletkenin (örneğimizde 5) lâzım olduğu anlaşılır.

Sistem, gerilim bakımından incelenirse şu sonuçlara varılır: Generatörün nötr noktası ile sargı uçları arasındaki gerilime veya empedansların uçları arasındaki gerilime faz gerilimi adı verilir. Bu gerilim faz telleri ile nötr teli arasında ölçülür. Simetrik bir sistemde bütün faz gerilimleri birbirine eşit olup aralarında $2\pi/n$ kadar faz kayması vardır. Şek. 31—3 de empedansların uçlarındaki faz gerilimleri u_1, u_2, u_3 ve u_4 ile gösterilmiştir.

Yıldız bağlı olan sistemde n faz geriliminden başka faz telleri arasında ölçülen ve faz arası gerilimi veya hat gerilimi denilen n gerilim daha vardır. Şek. 31—3 de yüklerin uçlarındaki faz arası gerilimleri u_{12}, u_{23}, u_{34} ve u_{41} ile gösterilmiştir. Simetrik yüklü bir sistemde bu gerilimler de birbirine eşit olup aralarında $2\pi/n$ kadar faz kayması bulunur. Şek. 31—3 yardımiyle faz gerilimleri ile faz arası gerilimleri arasında

$$\left.\begin{aligned} u_{12} &= u_1 - u_2 \,, \\ u_{23} &= u_2 - u_3 \,, \\ u_{34} &= u_3 - u_4 \,, \\ u_{41} &= u_4 - u_1 \end{aligned}\right\} \qquad (31-3)$$

bağıntıları elde edilir. Bu suretle herhangi bir faz arası geriliminin mütekabil fazlara ait faz gerilimleri arasındaki farka eşit olduğu anlaşılır. (31—3) ifadelerine göre faz arası gerilimlerinin toplamı faz gerilimleri ne olursa olsun her an sıfıra eşittir. Şek. 31—4 de n fazlı



Şek. 31—4

simetrik bir sistemin iki faz gerilimi ve bu fazlar arasındaki faz arası gerilimi görülmektedir. Faz arası gerilimi $\dot{U}_1$ ve $\dot{U}_2$ gerilimlerinin geometrik farkına eşittir. Bu suretle faz gerilimlerinin efikas değerini U_f ile ve faz arası geriliminin efikas değerini U_h ile göstererek, şek. 31—4 yardımiyle

$$U_h = 2\,U \sin \frac{\pi}{n} \qquad (31-4)$$

ifadesi elde edilir.

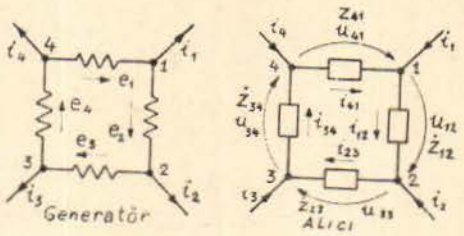
Faz tellerinden geçen akımlar I_h (hat akımı) ile yıldız bağlı olan faz sargılarından geçen akımlar (faz akımı) I_f ile gösterilirse bu bağlamada

$$I_h = I_f \qquad (31-5)$$

olacağı aşikârdır.

b) Çokgen bağlama :

Bir sargının sonunu müteakip sargının başıyla birleştirerek çokgen bağlama elde edilir. Aynı tarzda bir fazlı yükleri de çokgen şeklinde bağlamak kabil olur. Şek. 31—5 de dört fazlı sistem için çokgen bağlama görülmektedir. Şayet sistem simetrikse bu takdirde generatör yüklere bağlanmadan önce kapalı çevreden hiç bir akım geçmez. Ancak generatörle yükler birbirine birleştirilince faz sargılarından akımlar geçmeğe başlar.



Şek. 31—5

Bu bağlamada faz gerilimleri ile faz arası gerilimleri birbirine eşittir :

$$U_h = U_f . \qquad (31-6)$$

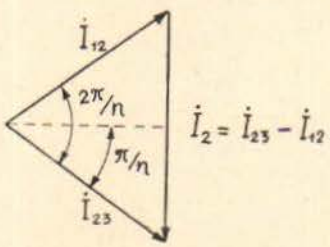
Buna karşılık generatörle yükleri birleştiren faz tellerinden geçen hat akımları generatörün faz sargılarından veya faz empedanslarından geçen faz akımlarından farklı olur. Bunu şek. 31—5 den kolayca görebiliriz.

Dört düğüm noktası için yazılan

$$\left.\begin{aligned} i_1 &= i_{12} - i_{41} , \\ i_2 &= i_{23} - i_{12} , \\ i_3 &= i_{34} - i_{23} , \\ i_4 &= i_{41} - i_{34} \end{aligned}\right\} \qquad (31-7)$$

şeklindeki akım denklemlerine göre herhangi bir hat akımı iki faz akımı arasındaki farka eşittir. (31—7) ifadelerini toplayarak faz akımları ne olursa olsun hat akımları toplamının her an sıfıra eşit olduğu görülür. Çokgen bağlamada nötr noktası olmadığından bir nötr teli çekilemez.

Şek. 31—6 da herhangi bir simetrik sistemin iki faz akımı ve bunların geometrik farkına eşit olan hat akımı görülmektedir. Birbi-



Şek. 31—6

rine eşit olan faz akımlarını I_f ile ve hat akımını I_h ile göstererek

$$I_h = 2I_f \sin \frac{\pi}{n} \qquad (31-8)$$

formülü elde edilir.

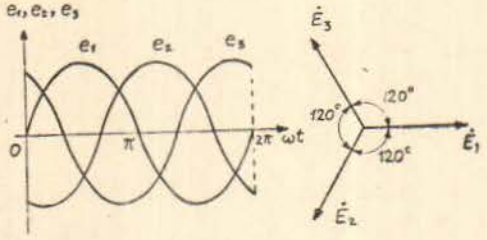
32. Üç fazlı sistem

32—1. Yıldız bağlama.

Pratik bakımdan en önemli olan çok fazlı sistem $n=3$ için elde edilen üç fazlı sistemdir. Buna pratikte trifaze sistem adı da verilir (bir fazlı sisteme de monofaze sistem denilir). Üç fazlı simetrik sistemde e_1, e_2 ve e_3 EMK'leri

$$\left.\begin{aligned} e_1 &= \sqrt{2}\,E \sin \omega t\,, \\ e_2 &= \sqrt{2}\,E \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right), \\ e_3 &= \sqrt{2}\,E \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \end{aligned}\right\} \qquad (32\text{—}1)$$

şeklinde değişirler. Şek. 32—1 de bu üç EMK'in eğrileri ve fazör di-



Şek. 32—1

yagramı görülmektedir. Efikas değerleri eşit olan e_1, e_2 ve e_3 EMK'lerinin kompleks ifadeleri

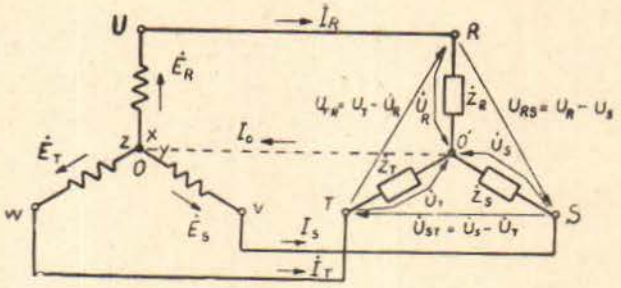
$$\left.\begin{aligned} \dot{E}_1 &= E \quad \text{(Fazlar başlangıcı)}\,, \\ \dot{E}_2 &= E e^{-j\,120^\circ} = a^2 E\,, \\ \dot{E}_3 &= E e^{-j\,240^\circ} = E e^{+j\,120^\circ} = aE \end{aligned}\right\} \qquad (32\text{—}2)$$

şeklindedir. Burada

$$a = e^{+j\,120^\circ} = \cos 120^\circ + j \sin 120^\circ = -\frac{1}{2} + j\,\frac{\sqrt{3}}{2}$$

operatörünü göstermektedir.

Şek. 32—2 de yıldız tarzında bağlanmış olan bir üç fazlı sistem görülmektedir. Pratikte fazlar R, S, T harfleri ile, generatörün sargı



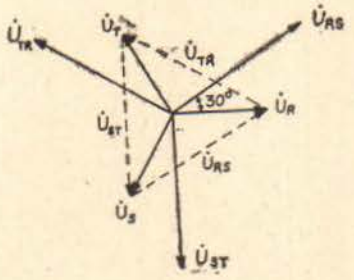
Şek. 32—2

uçları $U—X$, $V—Y$, $W—Z$ ile, hat akımları I_R, T_S, I_T ile, faz gerilimleri U_R, U_S, U_T ve faz arası gerilimleri de U_{RS}, U_{ST}, U_{TR} ile gösterilir. Simetrik yüklü olan bir üç fazlı sistemde ($\dot{Z}_R=\dot{Z}_S=\dot{Z}_T=\dot{Z}$) faz arası gerilimi (31—4) ifadesine göre

$$U_h=2U_f \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)=2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\,U_f=\sqrt{3}\,U_f \qquad (32—3)$$

ye yani faz geriliminin $\sqrt{3}=1{,}73$ katına eşittir. Pratikte rastlanan faz gerilimleri 110 V ve 220 V olduğundan bunlara tekabül eden faz arası gerilimleri $\sqrt{3}\,.\,110=190$ V ve $\sqrt{3}\,.\,220=380$ V olur.

Şek. 32—3 de faz ve faz arası gerilimlerinin fazör diyagramı görülmektedir. Bu diyagramın incelenmesinden faz arası gerilimlerinin



Şek. 32—3

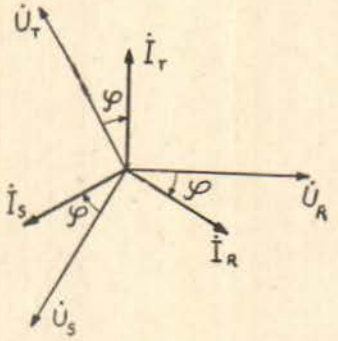
faz gerilimlerinden 30° ileri fazda bulundukları anlaşılır. Faz arası

gerilimleri ile faz gerilimleri arasında

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_{RS} &= \dot{U}_R - \dot{U}_S \,, \\ \dot{U}_{ST} &= \dot{U}_S - \dot{U}_T \,, \\ \dot{U}_{TR} &= \dot{U}_T - \dot{U}_R \,, \end{aligned}\right\} \qquad (32-4)$$

bağıntıları vardır.

Şek. 32—4 de sistem simetrik yüklü olduğu vakit elde edilecek olan fazör diyagramı çizilmiştir. Faz tellerinden geçen $\dot{I}_R$, $\dot{I}_S$ ve $\dot{I}_T$ akımları yekdiğerine eşit olup aralarında tıpkı faz gerilimleri gibi



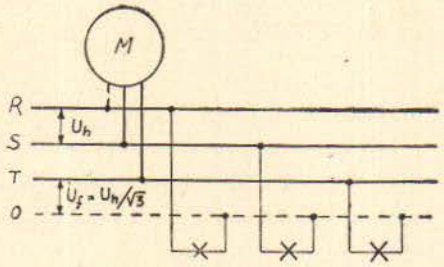
Şek. 32—4

120° faz farkı bulunur. Bu akımlarla faz gerilimleri arasında meydana gelen φ faz farkı $\dot{Z}$ empedansının cinsine bağlıdır. Meselâ omik bir yük için (lâmba) bu açı sıfıra eşit olup, endüktif bir yük için (motor) ise 0 ile 90° arasında herhangi bir değer alır.

Üç fazlı sistem simetrik yüklü olduğu vakit akımların toplamı her an sıfıra eşittir. Simetrik yüklü halde nötr telinden hiç bir akım geçmiyeceğinden bu telin çekilmesine lüzum kalmaz. Böyle bir yük ancak aynı cinsten bir fazlı yükleri fazlara eşit olarak bölmek suretiyle veya simetrik bir üç fazlı yükü (meselâ asenkron motor) sisteme bağlamakla elde edilebilir.

Şayet sistem simetrik yüklü değilse bu takdirde nötr iletkeni yokken aşağıdaki örneklerde gösterilecek olan bazı uygunsuzluklar ortaya çıkar. Lâmba vesaire gibi bir fazlı yükleri eşit olarak fazlara bölmek o kadar kolay olmaz. Zira lâmbalar eşit olarak fazlara bölünseler bile bunların devreye sokulup çıkarılması ihtiyaca bağlı olur. Bu sebepten dolayı yıldız bağlı olan ışık tesisatında nötr telinin bulun-

ması şarttır. Şek. 32—5 de nötr iletkenli bir üç fazlı tesisat şeması görülmektedir. Tesisatta nötr telinin bulunması elimizde iki farklı gerilimin bulunması bakımından da büyük bir pratik fayda sağlar. Lâm-

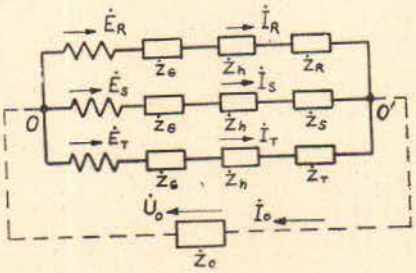


Şek. 32—5

balar ve genel olarak bütün bir fazlı yükler *R*, *S*, *T* fazları ile nötr teli arasına ve üç fazlı motorlar ise faz tellerine bağlanırlar. Elektrik ampulleri, ütü vesaire gibi cihazlar en fazla 110 veya 220 V için imâl edildiklerinden ışık tesisatında kullanılabilecek olan en yüksek faz arası gerilimi $\sqrt{3} \cdot 110 = 190$ V veya $\sqrt{3} \cdot 220 = 380$ V olur.

Nötr telinden geçen akım hat akımlarına nazaran ya çok küçüktür veya sıfırdır. Bundan dolayı bu tel faz tellerinden daha ince alınır. Bununla beraber bir fazlı tesis için çekilen faz ve nötr tellerinden aynı akım geçeceğinden bunların kesitlerini eşit almak gerekir. Nötr teli çıplak olarak çekilir ve sık sık toprakla temas haline getirilir. Bu suretle hem tesis masrafları azaltılmış ve hem de can güvenliği arttırılmış olur.

Yıldız bağlamada faz tellerinden ve şayet varsa nötr telinden geçecek olan akımlar şöyle hesaplanır: Şek. 32—6 da yıldız bağlı sistem



Şek. 32—6

tekrar ve daha basit olarak çizilmiştir. Bu şemada $\dot{Z}_G$ generatör fazlarının iç empedanslarını, $\dot{Z}_h$ faz tellerinin empedanslarını, $\dot{Z}_0$ nötr telinin empedansını ve $\dot{Z}_R$, $\dot{Z}_S$, $\dot{Z}_T$ de yük empedanslarını göstermektedir. Generatör ve yükün nötr noktaları arasındaki $\dot{U}_0$ gerilimden faydalanarak hat ve nötr akımları için

$$\left.\begin{aligned} \dot{I}_R &= \frac{\dot{E}_R - \dot{U}_0}{\dot{Z}_1} = \dot{Y}_1 (\dot{E}_R - \dot{U}_0), \\ \dot{I}_S &= \frac{\dot{E}_S - \dot{U}_0}{\dot{Z}_2} = \dot{Y}_2 (\dot{E}_S - \dot{U}_0), \\ \dot{I}_T &= \frac{\dot{E}_T - \dot{U}_0}{\dot{Z}_3} = \dot{Y}_3 (\dot{E}_T - \dot{U}_0), \\ \dot{I}_0 &= \frac{\dot{U}_0}{\dot{Z}_0} = \dot{Y}_0 \dot{U}_0 \end{aligned}\right\} \qquad (32-5)$$

ifadeleri elde edilir. Burada $\dot{Z}_1$, $\dot{Z}_2$ ve $\dot{Z}_3$

$$\dot{Z}_1 = \dot{Z}_G + \dot{Z}_h + \dot{Z}_R ,$$
$$\dot{Z}_2 = \dot{Z}_G + \dot{Z}_h + \dot{Z}_S ,$$
$$\dot{Z}_3 = \dot{Z}_G + \dot{Z}_h + \dot{Z}_T ,$$

kısaltmalarını ve $\dot{Y}_1$, $\dot{Y}_2$, $\dot{Y}_3$ ise bunlara tekabül eden admitansları gösterir. $\dot{Y}_0$ da nötr telinin admitansıdır. Diğer taraftan

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_R + \dot{I}_S + \dot{I}_T \qquad (32-6)$$

olduğundan (32—5) yardımiyle $\dot{U}_0$ gerilimi için

$$\dot{U}_0 = \frac{\dot{Y}_1 \dot{E}_R + \dot{Y}_2 \dot{E}_S + \dot{Y}_3 \dot{E}_T}{\dot{Y}_1 + \dot{Y}_2 + \dot{Y}_3 + \dot{Y}_0} \qquad (32-7)$$

denklemi bulunur. Bu ifade yardımiyle $\dot{U}_0$ gerilimi bulunduktan sonra (32—5) den akımlar bulunur. Nötr telinden geçen akımı grafik yardımiyle de bulmak kabil olup bunun için üç hat akımının geometrik toplamını teşkil etmek gerekir.

Sistemde nötr teli yoksa $\dot{Z}_0=\infty$ veya $\dot{Y}_0=0$ olacağından $\dot{U}_0$ gerilimi

$$\dot{U}_0=\frac{\dot{Y}_1\dot{E}_R+\dot{Y}_2\dot{E}_S+\dot{Y}_3\dot{E}_T}{\dot{Y}_1+\dot{Y}_2+\dot{Y}_3} \qquad (32-8)$$

ifadesi yardımiyle hesaplanır.

Sistem simetrik yüklü ve generatör gerilimleri de simetrik olduğu takdirde

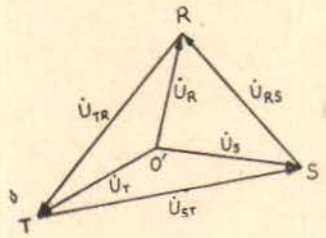
$$\dot{Y}_1=\dot{Y}_2=\dot{Y}_3=\dot{Y} \text{ ve } \dot{E}_R+\dot{E}_S+\dot{E}_T=0$$

olacağından her iki halde $\dot{U}_0=0$ olur. Bu durumda akımlar

$$\left.\begin{aligned}\dot{I}_R&=\dot{Y}\dot{E}_R\,,\\ \dot{I}_S&=\dot{Y}\dot{E}_S\,,\\ \dot{I}_T&=\dot{Y}\dot{E}_T\end{aligned}\right\} \qquad (32-9)$$

şeklinde hesaplanır. $\dot{E}_S=a^2\dot{E}_R$ ve $\dot{E}_T=a\dot{E}_R$ olduğundan bu üç akımın efikas değerleri birbirine eşit olur ve aralarında 120° faz farkı bulunur. Bu sebepten dolayı simetrik yükte yalnız bir fazın incelenmesi kâfi gelir. Simetrik yükte nötr telinden akım geçmez ($\dot{I}_0=0$).

Şayet yükün uçlarındaki faz arası gerilimleri biliniyorsa bu takdirde akımlar şöyle hesaplanır: Üç faz arası geriliminin toplamı dai-



Şek. 32—7

ma sıfıra eşittir. Bu gerilimleri bir voltmetre yardımiyle ölçerek şek. 32—7 deki diyagram çizilebilir. Şayet yıldızın empedansları birbirine eşitse empedanslardan

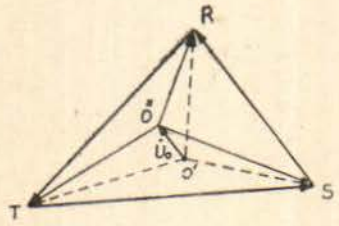
$$\dot{I}_R=\dot{U}_R/\dot{Z},\ \dot{I}_S=\dot{U}_S/\dot{Z} \text{ ve } \dot{I}_T=\dot{U}_T/\dot{Z}$$

akımları geçer. Sistemde nötr teli yoksa bu üç akımın toplamı sıfır olacağından

$$\dot{U}_R + \dot{U}_S + \dot{U}_T = 0 \qquad (32-10)$$

bulunur. Üç faz gerilimlerinin geometrik toplamı sıfıra eşit olduğundan yükün nötr noktası (O') RST üçgeninin ağırlık merkezinde bulunur. Böylece faz gerilimlerini bulduktan sonra bunları empedanslara bölerek veya admitanslarla çarparak akımlar elde edilir.

Şayet sistem disimetrik olarak yüklenirse bu durumda yükün nötr noktası (O'') üçgenin ağırlık merkezinde bulunamaz ve bu iki nokta arasında bir $\dot{U}_0$ gerilimi meydana gelir, şek. 32—8.



Şek. 32—8

Disimetrik yüklü sistemin faz gerilimleri simetrik yüklü sistemin faz geriliminden bu $\dot{U}_0$ gerilimini çıkararak bulunacağından

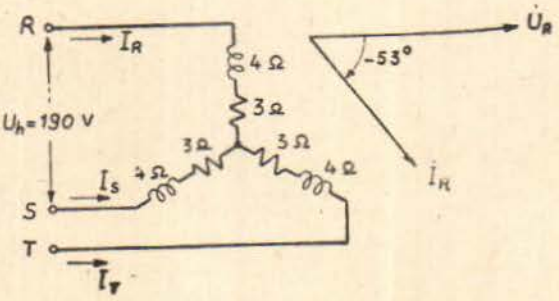
$$\dot{Y}_R(\dot{U}_R - U_0) + \dot{Y}_S(\dot{U}_S - \dot{U}_0) + \dot{Y}_T(\dot{U}_T - \dot{U}_0) = 0$$

yazarak buradan

$$\dot{U}_0 = \frac{\dot{Y}_R\dot{U}_R + \dot{Y}_S\dot{U}_S + \dot{Y}_T\dot{U}_T}{\dot{Y}_R + \dot{Y}_S + \dot{Y}_T} \qquad (32-11)$$

ifadesi elde edilir.

Örnek 32—1. Şek. 32—9 da hat gerilimi $U_h = 190$ V (simetrik) olduğuna göre hat akımlarını hesaplayınız.



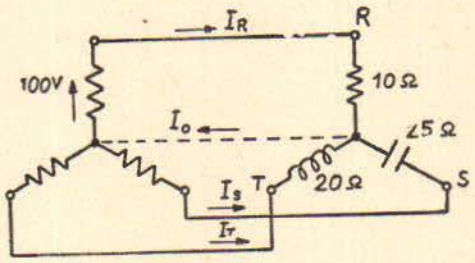
Şek. 32—9

Cevap : Faz gerilimi $U_f=190/\sqrt{3}=110$ V olup her faz telinden

$$I_h=\frac{110}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{110}{5}=22\text{ A}$$

geçer. Bu akımla faz gerilimleri arasında $\varphi=\text{arctg}\ (4/3)=53°$ lik bir faz farkı vardır ve akım gerilimden geri fazdadır. Şek. 32—9 da yalnız R fazına ait fazör diyagramı çizilmiştir (Ölçekler: $k_u=40$ V/cm, $k_i=10$ A/cm).

Örnek 32—2. Şek. 32—10 da generatörün iç empedansını, faz tellerinin ve nötr telinin empedanslarını ihmal ederek hat akımlarını ve nötr akımını bulunuz. Generatörün faz EMK'i $E=100$ V (efikas) dır.



Şek. 32—10

Cevap : $\dot{Z}_0=0$ ve dolayısiyle $\dot{Y}_0=\infty$ olduğundan $\dot{U}_0=0$ olur. Böylece hat akımları için

$$\dot{I}_R=\frac{100}{10}=10\,,$$

$$\dot{I}_S=\frac{100a^2}{j20}=-5j\,e^{-j\,120°}=5\,e^{-j\,210°}\,,$$

$$\dot{I}_T=\frac{100\,a}{-25j}=4je^{+j\,120°}=4\,e^{+j\,210°}$$

kompleks ifadeleri elde edilir. $I_R=10$ A, $I_S=5$ A ve $I_T=4$ A dir. Nötr akımı ise

$$\dot{I}_0 = 10 - 5j\,e^{-j120^\circ} + 4j e^{+j120^\circ}$$

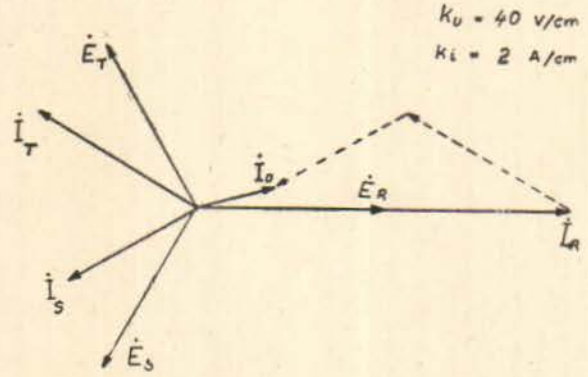
$$= 10 - 5j\left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 4j\left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= 10 + 2{,}5j - 2{,}5\sqrt{3} - 2j - 2\sqrt{3}$$

$$= 2{,}2 + 0{,}5j = 2{,}26\,e^{j12{,}8^\circ}$$

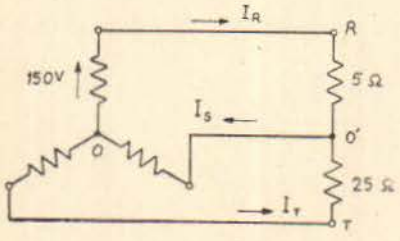
dir. Bu akımın efikas değeri 2,26 A olup $\dot{E}_R$ ye nazaran 12,8° ileri fazdadır.

Şek. 32—11 de nötr akımının grafik yardımiyle nasıl bulunacağı görülmektedir.



Şek. 32—11

Örnek 32—3. Şek. 32—12 de generatörün faz EMK'leri 150 V olduğuna göre I_R, I_S ve I_T akımlarını hesaplayınız. Faz tellerindeki ve generatördeki gerilim düşümleri ihmal edilecektir.



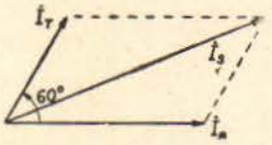
Şek. 32—12

Cevap : Bu sistem $\dot{Z}_S = 0$ yani $\dot{Y}_S = \infty$ olan bir yıldız gibi kabul edilebileceğinden (32—8) ifadesine göre $\dot{U}_0 = \dot{E}_S$ olacaktır. Böylece

$$\dot{I}_R = \frac{\dot{E}_R - \dot{E}_S}{5} = \frac{\dot{E}_{RS}}{5} = 52\, e^{j30^\circ},$$

$$\dot{I}_T = \frac{\dot{E}_T - \dot{E}_S}{25} = \frac{-\dot{E}_{ST}}{25} = 10{,}4\, e^{j90^\circ} = 10{,}4\, j$$

bulunur. $I_R = 52$ A ve $I_T = 10{,}4$ A dir. I_T akımı I_R den 60° ileri fazdadır, şek. 32—13. Bu iki akımın geometrik toplamına eşit olan I_S akımını ya grafik yardımiyle veya



Şek. 32—13

$$\dot{I}_S = \dot{I}_R + \dot{I}_T$$
$$= 45 + 36{,}4\, j$$

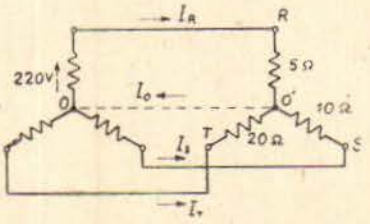
kompleks ifadesinden bulmak kabil olur. $I_S = 57{,}9$ A dir.

Örnek 32—4. Şek. 32—14 de gerilim düşümlerini ihmal ederek

a) Nötr iletkeni varken,

b) Nötr iletkeni koptuğu vakit

faz tellerinden geçen akımları ve dirençlerin uçları arasındaki faz gerilimlerini hesaplayınız Generatör faz gerilimi 220 V olarak alınacaktır.



Şek. 32—14

Cevap: a) Nötr iletkeni varken generatörün faz gerilimleri dirençlerdeki faz gerilimlerine eşittir. Böylece

$$I_R = \frac{220}{5} = 48 \text{ A},$$

$$I_S = \frac{220}{10} = 22 \text{ A},$$

$$I_T = \frac{220}{20} = 11 \text{ A}$$

bulunur.

b) Nötr teli koptuğu takdirde dirençlerden geçen akımları şöylece buluruz: $\dot{Y}_R = 1/5 = 0{,}2$ S, $\dot{Y}_S = 1/10 = 0{,}1$ S, $\dot{Y}_T = 1/20 = 0{,}05$ S ve

$$\dot{E}_R = 220\ ,\ \dot{E}_S = 220\,a^2,\ \dot{E}_T = 220\,a$$

olduğundan (32—8) ifadesi yardımiyle 0 ve 0′ noktaları arasındaki gerilim için

$$\dot{U}_0 = \frac{0{,}2 \cdot 220 + 0{,}1 \cdot 220\,a^2 + 0{,}05 \cdot 220\,a}{0{,}2 + 0{,}1 + 0{,}05}$$

$$= 126 + 63\,a^2 + 31{,}4\,a$$

$$= 78{,}8 - j27{,}4$$

ifadesi bulunur. Böylece hat akımları için

$$\dot{I}_R = \frac{220 - (78{,}8 - j\,27{,}4)}{5} = 28{,}2 + j5{,}48\ ,$$

$$\dot{I}_S = \frac{220\left(-\frac{1}{2} - j\,\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - (78{,}8 - j27{,}4)}{10}$$

$$= -18{,}88 - j\,16{,}26,$$

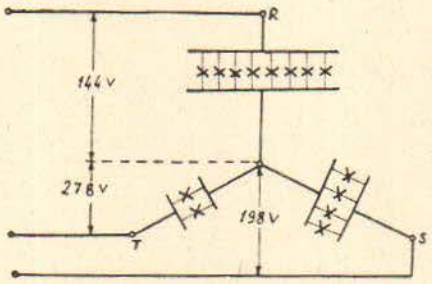
$$\dot{I}_T = \frac{220\left(-\frac{1}{2} + j\,\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - (78{,}8 - j27{,}4)}{20}$$

$$= 9{,}44 + j10{,}37$$

ifadeleri bulunur. Bu akımların efikas değerleri $I_R \approx 28{,}8$ A, $I_S \approx 19{,}8$ A ve $I_T \approx 13{,}9$ A ve dirençlerdeki faz gerilimleri

$$U_R = 5 \cdot 28{,}8 = 144 \text{ V},$$
$$U_S = 10 \cdot 19{,}8 = 198 \text{ V},$$
$$U_T = 20 \cdot 13{,}9 = 278 \text{ V}$$

dur. Bu suretle zayıf yüklü fazdaki gerilimin en büyük değere sahip olduğu görülmektedir. Meselâ bu dirençlerin 220 V ile çalışan lâmbaları gösterdiklerini ve beher lâmba direncinin 40 Ω olduğunu farzedersek *R* fazına paralel bağlı 8 lâmba, *S* fazına paralel bağlı 4 lâmba ve nihayet *T* fazına paralel bâğlı 2 lâmba isabet eder, şek. 32—15.



Şek. 32—15

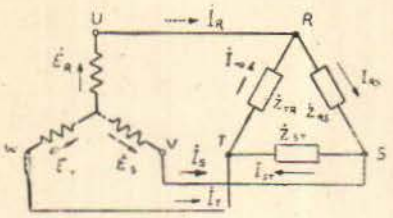
R fazındaki lâmbalar 220 V yerine 144 V ile ve *S* fazındaki lâmbalar da 198 V ile besleneceklerinden sönük yanacaklar ve buna karşılık *T* fazına bağlı olan lâmbalar 220 V yerine 278 V ile besleneceklerinden kısa zamanda harap olacaklardır.

Yukarıdaki örnek açıkça ışık tesisatında nötr telinin lüzumunu belirtmektedir. Keza nötr teli varken buna sigortanın konması da mahzurludur. Zira bu sigortanın yanması nötr telinin kopmasına denk olduğundan aynı mahzur yine ortaya çıkmış olur. Keza nötr hattında bir anahtarın bulunması da aynı mahzuru yaratır.

Lâmbalar fazlara eşit sayıda bölünseler bile bunların bir kısmının devrede bulunmayışı yine şek. 32—15 deki durumun meydana gelmesine sebep olur.

32 — 2. Üçgen bağlama

Şek. 32—16 da çokgen tarzında bağlı olan üç fazlı sistem görülmektedir. Bağlama şeklinden dolayı buna üçgen bağlama adı verilir. Bu şemada generatörün yıldız şeklinde bağlandığı kabul edilmiştir.



Şek. 32—16

Bu sistemin faz gerilimleri hat gerilimlerine eşittir. Üç empedans eşit olduğu (eşit değerde ve aynı karakterde) vakit hat akımı (31—8) ifadesine göre

$$I_h = 2I_f \sin \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}\, I_f \qquad (32-10)$$

yani faz akımının $\sqrt{3}$ katına eşit olur.

Örnek 32—5. Şek. 32—16 da

$$\dot{Z}_{RS} = \dot{Z}_{ST} = \dot{Z}_{TR} = 5 + j3$$

olduğuna göre faz ve hat akımlarını bulunuz. Faz arası gerilimi 190 V (simetrik) dir.

Cevap: Sistem simetrik yüklü olduğundan her fazdan

$$I_f = \frac{190}{\sqrt{5^2+3^2}} = 32{,}5 \text{ A}$$

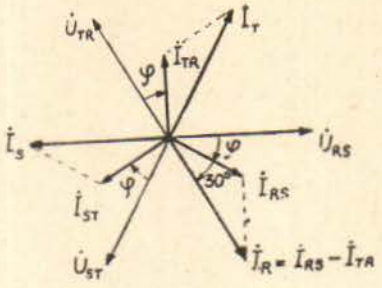
geçer. Faz akımları ile faz arası gerilimleri arasındaki faz farkları $\varphi \approx 31^\circ$ (endüktif) dir.

Hat akımları

$$I_h = \sqrt{3} \cdot 32{,}5 = 56{,}2 \text{ A}$$

dir.

Şek. 32—17 de simetrik yüklü olan bir üç fazlı sistemin fazör diyagramı görülmektedir. Gerek faz akımları ve gerekse hat akımları simetrik bir yıldız teşkil ederler ve hat akımları yıldızı, faz akımları yıldızına nazaran 30° geriye kaymış bulunur.



Şek. 32—17

Üçgenin empedansları eşit olmadığı takdirde her fazdan geçen akımı bulduktan sonra hat akımları

$$\left.\begin{aligned} \dot{I}_R &= \dot{I}_{RS} - \dot{I}_{TR} \,, \\ \dot{I}_S &= \dot{I}_{ST} - \dot{I}_{RS} \,, \\ \dot{I}_T &= \dot{I}_{TR} - \dot{I}_{ST} \end{aligned}\right\} \qquad (32—13)$$

ifadeleri yardımiyle hesaplanır veya grafikle bulunur.

Örnek 32—6. Şek. 32—16 da

$$\dot{Z}_{RS} = 10 \,, \quad \dot{Z}_{ST} = 5j \quad \text{ve} \quad \dot{Z}_{TR} = -20\,j$$

olduğuna göre faz ve hat akımlarını bulunuz. Faz arası gerilimi 200 V dur.

Cevap : Faz akımları için

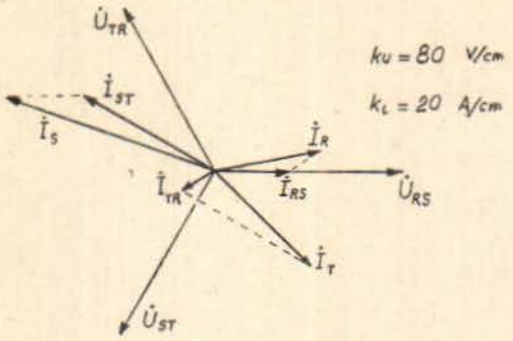
$$\dot{I}_{RS} = \frac{200}{10} = 20 \,,$$

$$\dot{I}_{ST} = \frac{200\,a^2}{5j} = 40e^{+j150^\circ} \,,$$

$$\dot{I}_{TR} = \frac{200\,a}{-20j} = 10e^{-j150^\circ}$$

ifadeleri bulunur. Bu akımların efikas değerleri $I_{RS} = 20$ A, $I_{ST} = 40$ A, $I_{TR} = 10$ A dir. I_{RS} akımı U_{RS} ile aynı fazda, I_{ST} akımı U_{RS} gerilimin-den 150° ileri ve U_{ST} geriliminden 90° geri fazda ve I_{TR} akımı da U_{RS} geriliminden 150° geri veya U_{TR} geriliminden 90° ileri fazdadır. Şek. 32—18 de akım ve gerilimlerin fazör diyagramı görülmektedir.

Bu diyagram yardımiyle hat akımları için $I_R=29$ A, $I_S=59$ A, $I_T=36$ A değerleri bulunur. Aynı sonuçları



Şek. 32—18

$$\dot{I}_R=20-10j\left(-\frac{1}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=28{,}66+j5\,,$$

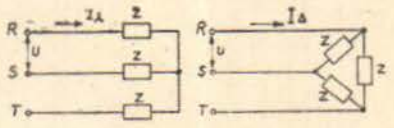
$$\dot{I}_S=-40\,j\left(-\frac{1}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)-20=-54{,}6+j20\,,$$

$$I_T=10j\left(-\frac{1}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+40j\left(-\frac{1}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$
$$=25{,}98-25j$$

ifadeleri yardımiyle de bulmak kabildir.

Bir üçgen bağlamayı eşdeğer yıldıza çevirerek de hat akımlarını bulmak kabil olur. Keza bir sistemde birden fazla sayıda yıldız bağlı disimetrik yük varsa bunları eşdeğer üçgenlere çevirdikten sonra bu üçgenleri bir tek üçgene irca etmek ve bu son üçgeni de yıldıza çevirmek suretiyle hat akımlarını bulmak mümkündür.

Şek. 32—19 da üç eşit empedansın bir kere yıldız şeklinde ve bir ke-



Şek. 32—19

re de üçgen şeklinde aynı şebekeye bağlandığı görülmektedir. Yıldız bağlamada hat akımları

$$I_\lambda = \frac{U/\sqrt{3}}{Z} = \frac{U}{\sqrt{3}\,Z}$$

ye ve üçgen bağlamada ise

$$I_\Delta = \sqrt{3}\,\frac{U}{Z}$$

ye eşit olacaktır. Bu suretle

$$I_\lambda = \frac{I_\Delta}{3} \qquad (32-14)$$

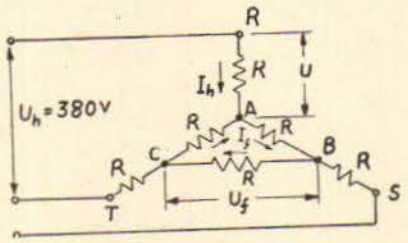
olduğu yani üçgenden yıldıza geçmekle hat akımlarının 3 defa küçüleceği anlaşılır. Bu özellikten meselâ üç fazlı asenkron motorlara yol vermek için faydalanılır.

Örnek 32—7. Şek. 32—20 de $R = 9\ \Omega$ olduğuna göre

a) U ve U_f gerilimlerini,

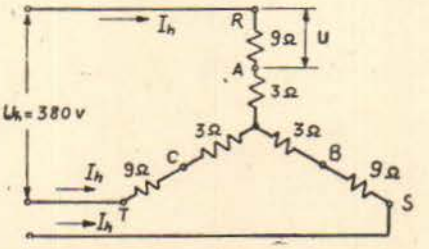
b) I_h ve I_f akımlarını

hesaplayınız.



Şek. 32—20

Cevap: *ABC* üçgeni eşdeğer yıldıza çevrilirse şek. 32—21 deki şema elde edilir. Hat akımları



Şek. 32—21

$$I_h = \frac{380/\sqrt{3}}{9+3} = \frac{200}{12} = 18{,}3\text{A}$$

ve U gerilimi

$$U = 9 \cdot 18{,}3 = 162{,}8 \text{ V}$$

dur. ABC üçgeninden geçen faz akımları

$$I_f = \frac{I_h}{\sqrt{3}} = \frac{18{,}3}{\sqrt{3}} = 10{,}6\text{A}$$

ve bu üçgendeki U_f gerilimi

$$U_f = 9 \cdot 10{,}6 = 95{,}4 \text{ V}$$

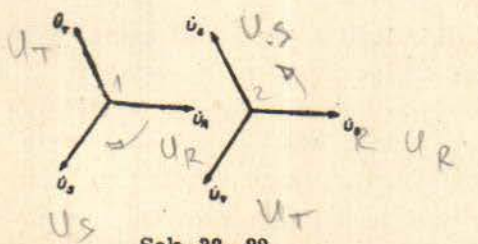
olur.

Generatörleri de yükler gibi üçgen tarzında bağlamak kabildir. Yalnız bunun için üç faz sargısında meydana gelen EMK'lerin tamamen sinüzoidal olmaları icap eder. Zira ancak bu takdirde üç EMK'in toplamı her an sıfıra eşit olabilir. Şayet bu EMK'ler sinüzoidal değilse bu takdirde 3. harmonikler birbirine ilâve olarak generatör akım vermese bile sargılardan bir akımın geçmesine ve bu suretle sargıların ısınmasına sebep olurlar. Bu sebepten dolayı üç fazlı generatörler nadiren üçgen şeklinde bağlanırlar. 3. harmoniklerin toplamının sıfır olmayışı şundan ileri gelir: Bir simetrik üç fazlı sistemde EMK'ler arasındaki faz farkları 120° ye eşittir. Şayet EMK'ler sinüzoidal değilse bu takdirde ancak temel harmonikler arasında 120° faz farkı bulunur. Buna karşılık k. harmoniğin faz farkı k. 120° ye eşit olur. Bu sebepten dolayı 3. harmoniğe ait faz farkları 360° ye eşit olur ki bu da bu harmoniklerin aynı fazda bulunduğunu ve dolayısiyle yekdiğerine ilâve olduğunu gösterir.

Üçgen bağlamadan transformatörlerde sık sık faydalanılır.

32 — 3. Üç fazlı akımların faz sırası.

Şek. 32—22 de iki gerilim yıldızı görülmektedir. İlk bakışda birbirinin aynı gibi görünen bu iki yıldız arasında bariz bir fark vardır.



Şek. 32—22

Soldaki yıldızda U_R gerilimi U_S den 120° geride ve U_T gerilimi ise 120° ilerideidir. Buna karşılık sağdaki yıldızda durum tamamen tersinedir. Bunu belirtmek için soldaki yıldızda faz sırasının $R\,S\,T$ olduğu ve sağdaki yıldızda ise $R\,T\,S$ olduğu söylenir. Işık tesisatında faz sırasının bir önemi olmamakla beraber bazan bunun önemi büyüktür. Meselâ üç fazlı motorların dönme yönü bu sıraya bağlıdır ve faz sırası değişince motorun dönme yönü değişir.

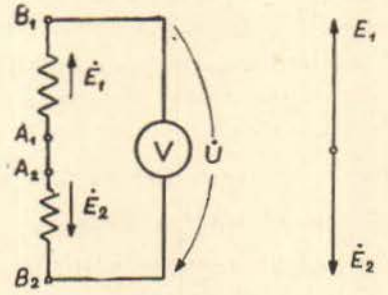
33. İki fazlı sistem

33 — 1. Simetrik iki fazlı sistem.

$n=2$ için (31—2) ifadeleri yardımiyle

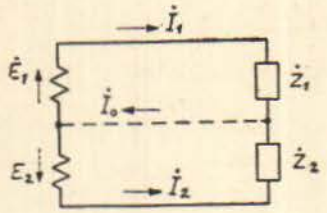
$$\left.\begin{aligned} e_1&=\sqrt{2}\,E\sin\omega t\,,\\ e_2&=\sqrt{2}\,E\sin(\omega t-180^\circ)\end{aligned}\right\}\qquad(33-1)$$

EMK'leri elde edilir. Bu EMK'ler yekdiğerine nazaran 180° kadar kaymıştır. Bu iki EMK'i veren ve aralarındaki geometrik açı iki kutuplu makinada 180° ye eşit olan sargıları iki türlü bağlamak kabildir.



Şek. 33—1

Şek. 33—1 de görüldüğü gibi bir sargının başı (A_1) diğerinin başı (A_2) ile birleştirilirse B_1 ve B_2 arasına bağlanan bir voltmetre $\dot{U}=\dot{E}_1-\dot{E}_2=2\,\dot{E}_1$ gerilimini ölçer. Bu suretle faz telleri arasındaki gerilimin faz geriliminin iki katına eşit olduğu görülür. Bu sonucu (31—4) denklemi yardımiyle de bulabiliriz. Bu suretle şek. 33—2 de görülen sistem elde edilir. Bu sistemde $(\dot{Z}_1=\dot{Z}_2)\;\dot{I}_0=0$ olur.

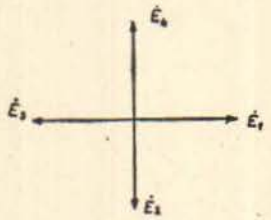


Şek. 33—2

Birinci fazın sonunu (B_1) ikinci fazın başı (A_2) ile birleştirirsek faz gerilimlerinin toplamı sıfır olacağından voltmetre hiç bir gerilim ölçmez.

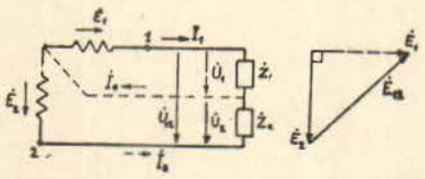
Yukarıda incelenen iki fazlı sistem simetrik bir sistemdir.

$n=4$ için fazör diyagramı şek. 33—3 de görülen dört fazlı sistem



Şek. 33—3

elde edilir. Be sistemde yalnız iki fazı alarak disimetrik bir iki fazlı sistem elde edilir, şek. 33—4. Bu sistem simetrik yüklü iken faz arası gerilimi



Şek. 33—4

$$U_h=\sqrt{2}\,U_f \qquad (33—1)$$

ye ve nötr telinden geçen akım

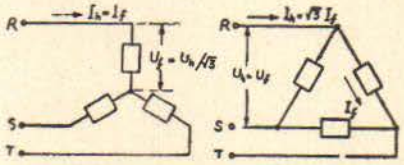
$$I_0=\sqrt{2}\,I \qquad (33—2)$$

ye eşittir. Disimetrik iki fazlı sistem bugün nadiren kullanılmaktadır.

34. Üç fazlı akımın gücü

34—1. Aktif, reaktif ve görünen güçlerin hesabı.

Üç fazlı bir sistemde toplam aktif gücü bulmak için her fazdaki güçleri toplamak icap eder. Şayet sistem simetrik yüklü ise bu takdirde her üç fazın aktif gücü aynı olur. Şek. 34—1 de görülen yıldız ve üçgen bağlı simetrik sistemlerin güçleri şöyle bulunur:



Şek. 34—1

Yıldız bağlama:

Her fazda harcanan aktif güç $U_f I_f \cos \varphi$ (φ açısı, faz gerilimi ile faz akımı arasındaki faz açısıdır) olduğundan toplam güç

$$P = 3U_f I_f \cos \varphi \qquad (34—1)$$

olur. Bu ifadede $U_f = U_h / \sqrt{3}$ ve $I_f = I_h$ koyarak

$$P = \sqrt{3}\, U_h I_h \cos \varphi \qquad (34—2)$$

formülü elde edilir.

Üçgen bağlama:

Bu bağlamada da faz güçleri yine (34—1) ile hesaplanır. Burada $I_f = I_h / \sqrt{3}$ ve $U_f = U_h$ olduğu gözönüne alınırsa yine

$$P = \sqrt{3}\, U_h I_h \cos \varphi$$

ifadesi elde edilir. Bu suretle her iki bağlamada aktif gücün aynı formülle hesaplanacağı anlaşılır. Yalnız bu formüllerde φ nin U_f ile I_f arasındaki faz açısını gösterdiğini unutmamak gerekir.

Aktif güç formülü ekseriya endis kullanmadan yani

$$P=\sqrt{3}\,UI\cos\varphi \qquad (34-3)$$

şeklinde yazılır.

Üç fazlı sistemin reaktif gücü ayrı ayrı fazlara ait reaktif güçlerin cebrik toplamına eşittir. Simetrik yüklü halde sistemin reaktif gücü

$$Q=\sqrt{3}\,U_h I_h \sin\varphi=\sqrt{3}\,UI\sin\varphi \qquad (34-4)$$

formülü ile hesaplanır.

Aynı şekilde

$$N=\sqrt{3}\,U_h I_h=\sqrt{3}\,UI \qquad (34-5)$$

de simetrik yüklü sistemin görünen gücünü gösterir.

Örnek 34—1. Mekanik gücü $P_m=40$ PS, verimi $\eta=\%92$ ve güç katsayısı $\cos\varphi=0{,}9$ olan bir üç fazlı asenkron motor faz arası gerilimi $U_h=190$ V olan bir şebekede çalışmaktadır. Bu motor şebekeden kaç amper çeker ?

Cevap : 1 PS=736 W olduğundan motor şebekeden

$$P=\frac{40\,.\,736}{0{,}92}=32000\text{ W}=32\text{ kW}$$

lık elektrik gücü çeker. Şebekeden çekilen akım ise

$$I=\frac{32000}{\sqrt{3}\,.\,190\,.\,0{,}9}=108\text{ A}$$

dir.

Örnek 34—2. Faz arası gerilimi $U_h=380$ V olan bir şebekeye beheri 100 W lık 30 lâmba yıldız tarzında bağlanmıştır. Faz tellerinden geçen akımları bulunuz. Bu lâmbalar kaç voltluk olmalıdır ?

Cevap : $I=\dfrac{30\,.\,100}{\sqrt{3}\,.\,380}=4{,}56$ A.

Lâmbalar $380/\sqrt{3}=220$ V 'luk olmalıdır (her fazda 10 lâmba paralel bağlıdır).

Örnek 34—3. $R=10\,\Omega$ 'luk üç eşit direnç faz arası gerilimi $U_h=190$ V olan bir şebekeye yıldız veya üçgen tarzında bağlandığına göre harcanan toplam güç ne olur ?

Cevap : Yıldız ve üçgen bağlamada harcanan güçler

$$P_{\curlywedge}=\frac{3U_f^2}{R}=\frac{U_h^2}{R}=\frac{190^2}{10}=3610\text{ W},$$

$$P_{\Delta}=\frac{3U_h^2}{R}=\frac{3\,.\,190^2}{10}=10830\text{ W}$$

dır. Bu suretle

$$P_{\Delta}=3P_{\curlywedge}$$

olduğu anlaşılır.

34 — 2. Dengeli ve dengesiz sistemler.

Bir fazlı akımda anî gücün $UI\cos\varphi$ ortalama değeri etrafında ve iki kat frekansla değiştiğini bundan önce görmüştük. Simetrik yüklenen bir üç fazlı sistemde faz gerilimlerinin anî değerleri

$$u_R=\sqrt{2}\,U\sin\omega t\ ,$$

$$u_S=\sqrt{2}\,U\sin(\omega t-120^\circ),$$

$$u_T=\sqrt{2}\,U\sin(\omega t+120^\circ)$$

şeklinde ve faz akımlarının anî değerleri de

$$i_R=\sqrt{2}\,I\sin(\omega t-\varphi),$$

$$i_S=\sqrt{2}\,I\sin(\omega t-120^\circ-\varphi),$$

$$i_T=\sqrt{2}\,I\sin(\omega t+120^\circ-\varphi)$$

şeklinde değişir. Her fazın anî gücü bunları ikişer ikişer çarparak bulunur :

$$n_R=u_Ri_R=UI\cos\varphi-UI\cos(2\omega t-\varphi),$$

$$n_S=u_Si_S=UI\cos\varphi-UI\cos(2\omega t+120^\circ-\varphi),$$

$$n_T=u_Ti_T=UI\cos\varphi-UI\cos(2\omega t-120^\circ-\varphi).$$

Sistemin toplam anî gücü ise bu üç gücü toplayarak bulunacaktır. İki kat frekansla değişen terimlerin toplamı sıfır olduğundan toplam anî güç için

$$n=n_R+n_S+n_T=3UI\cos\varphi \qquad (33-6)$$

ifadesi elde edilir. Böylece gerilimleri simetrik olan ve simetrik yüklenen üç fazlı sistemde toplam anî gücün toplam aktif güce eşit olduğu

yani sabit kaldığı ortaya çıkar. Toplam anî gücü sabit olan bir çok fazlı sisteme dengeli sistem ve bu şartı yerine getirmeyen sisteme de dengesiz sistem adı verilir. Üç fazlı sistem gibi simetrik olarak yüklenen ve gerilimleri simetrik olan bütün çok fazlı sistemler dengelidir.

Disimetrik gerilimli sistemler de simetrik yüklendikleri zaman dengeli olabilirler. İki fazlı disimetrik sistemi buna örnek olarak gösterebiliriz. Bu sistemde

$$u_1=\sqrt{2}\,U\sin\omega t\ ,$$

$$u_2=\sqrt{2}\,U\sin(\omega t-90^\circ)$$

ve

$$i_1=\sqrt{2}\,I\sin(\omega t-\varphi)\ ,$$

$$i_2=\sqrt{2}\,I\sin(\omega t-90^\circ-\varphi)$$

olduğundan

$$n=u_1i_1+u_2i_2=2\,UI\cos\varphi=\text{sabit}$$

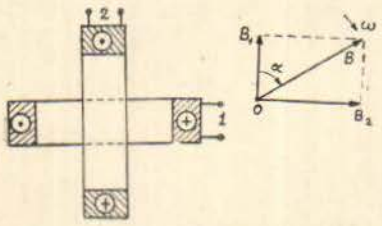
bulunur.

Dengeli sistemler teknik bakımdan çok önemlidir. Zira böyle bir sistemle beslenen bir motorun dönme momenti de sabit kalır. Buna karşılık bir fazlı alternatif akımla beslenen bir motorda dönme momenti tıpkı bir fazlı güç gibi iki kat frekansla titreşme yapar.

35. Döner alan

35 — 1. Dairesel döner alan.

Şek. 35—1 de görüldüğü gibi sarım sayıları ve geometrik boyutları aynı olan iki sargıyı dik olarak yerleştirelim. Bu sargılar alter-



Şek. 35—1

natif akımla beslendikleri takdirde her sargı alternatif bir magnetik alan meydana getirir. Sargıların ortak O merkezinde her hangi bir anda meydana gelen magnetik endüksiyonlar B_1 ve B_2 ile gösteril-

miştir. Bu iki endüksiyon her an birbirine dik olurlar. Şekilde akımların pozitif yönlerine tekabül eden magnetik endüksiyon yönleri görülmektedir. Sargılardan geçen akımların anî değerleri i_1 ve i_2 ile gösterilirse iki bobinin aynı olduğu kabul edildiğinden

$$B_1 = ki_1 ,$$

$$B_2 = ki_2$$

yazılabilir. Burada k, sarım sayısına ve sargı boyutlarına bağlı olan bir katsayı olup her iki sargı için aynı değerdedir. Şimdi bu akımların

$$i_1 = I_m \cos \omega t ,$$

$$i_2 = I_m \sin \omega t$$

şeklinde değiştiklerini farzedelim. Eşit genlikte olan fakat aralarında 90° faz kayması bulunan bu iki akım bir iki fazlı sistemin akımlarını gösterirler. Bu suretle sargıların O noktasında meydana getirdikleri magnetik endüksiyonlar için

$$B_1 = kI_m \cos \omega t = B_m \cos \omega t ,$$

$$B_2 = kI_m \sin \omega t = B_m \sin \omega t$$

ifadeleri elde edilir. Yekdiğerine nazaran zaman bakımından 90° yani bir periyodun 1/4 ü kadar kaymış bulunan bu iki alternatif magnetik alan ayrıca uzay bakımından da 90° kaymış olduğundan O noktasındaki bileşke endüksiyon

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = B_m \sqrt{\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t} = B_m \qquad (35-1)$$

olacaktır. Böylece O daki bileşke endüksiyonun alternatif alanların B_m genliğine eşit olduğu ve dolayısiyle sabit kaldığı anlaşılır. Her hangi bir anda $\vec{B}$ vektörünün düşey eksenle teşkil ettiği α açısı için

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{B_2}{B_1} = \operatorname{tg} \omega t$$

yazılabileceğinden

$$\alpha = \omega t \qquad (35-2)$$

olduğu yani bu açının zamanla orantılı olarak arttığı görülür. Bu da bize sabit $\vec{B}$ vektörünün, akımın dairesel frekansına eşit olan bir ω açısal hızıyla döndüğünü gösterir. $t=0$ anında $B_1 = B_m$ ve $B_2 = 0$ olacağından $\vec{B}$ vektörü düşey eksen doğrultusunda bulunur. 1/4 periyod sonra

$$B_1 = B_m \cos \frac{2\pi}{T} \frac{T}{4} = 0 \quad \text{ve} \quad B_2 = B_m$$

olacağından $\vec{B}$ yatay eksen doğrultusuna gelir. Böylece $\vec{B}$ bileşke vektörünün saat yönünde döndüğü görülür.

Bu suretle elde edilen magnetik alana döner alan adı verilir. Döner alan elektrik makinaları sahasında önemli bir rol oynar.

Şek. 35—1 de sargıların rolleri değiştirilecek yani 1 bobini 2 nin faz akımı ile ve 2 bobini de 1 in faz akımı ile beslenecek olursa yine aynı genlikte fakat bu sefer sola doğru dönen bir döner alan elde edilir.

ω açısal hızı ile dönen $\vec{B}_m$ vektörünün ucu bir daire üzerinde hareket ettiğinden bu çeşit bir döner alana dairesel döner alan adı verilir.

Döner alan bir tam devrini bir periyod zarfında tamamlar. Bu suretle alanın 1 s zarfında $2\pi/T = f$ devir yaptığı anlaşılır. Bir dakikadaki devir sayısı ise 60 f ye eşit olur.

Şek. 35—1 de görülen sistemde yalnız iki bobin vardır. Bu sebepten dolayı sargılar arasındaki geometrik açı 90° ye yani $\pi/2$ radyana eşittir. Şayet sargılar p çift kutuplu olarak yapılırsa bu takdirde 1 ve 2 sargıları arasındaki geometrik açı $\pi/2p$ ye eşit olur. Bu durumda sargılar arasında 90° elektrik açısı bulunur. p çift kutuplu bir sargı sisteminde döner alan saniyede f/p ve dakikada

$$n = \frac{60 f}{p} \tag{35—3}$$

devir yapar. Bu döner alanın açısal hızı (mekanik açısal hız)

$$\omega_m = \frac{\omega}{p} \tag{35—4}$$

formülü yardımiyle bulunur.

Örnek 35—1. Frekansı $f = 50$ Hz olan 4 kutuplu bir sargı sistemi ile elde edilen döner alanın açısal hızını ve dakikadaki devir sayısını bulunuz.

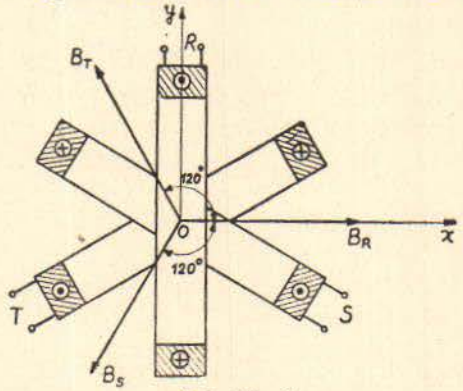
Cevap : $p = 2$ olduğundan

$$\omega_m = \frac{2\pi \cdot 50}{2} = 157 \text{ rad/s}$$

$$n = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500 \text{ dev./dak.}$$

bulunur.

Aralarında 120° şer elektrik derecesi yapan üç eşit sargıdan üç fazlı akımlar geçirmek suretiyle de döner alan elde etmek kabil olur. Şek. 35—2 de bu maksat için hazırlanan bir sargı sistemi görülmektedir. Bu sargılar yıldız veya üçgen tarzında bağlandıktan sonra üç fazlı bir şebekeye bağlanırsa O ortak merkezinde üç sargının husûle



Şek. 35—2

getirdikleri alanların bileşkesine eşit olan bir magnetik alan meydana gelir. Sargılardan geçen akımların pozitif yönlerine göre çizilen üç magnetik endüksiyon vektörü uzayda birbiriyle 120° elektrik derecesi teşkil ederler ($p=1$ için 120° lik geometrik açı). R fazından geçen akım fazlar başlangıcı olarak seçilirse (yani t zamanı R fazından geçen akımın sıfırdan geçtiği andan itibaren hesaplanırsa), faz akımları tarafından meydana getirilen magnetik endüksiyonlar

$$B_R = B_m \sin \omega t \ ,$$
$$B_S = B_m \sin (\omega t - 120°) \ ,$$
$$B_T = B_m \sin (\omega t + 120°)$$

şeklinde değişirler. Burada B_m, her üç faz için aynı olan maksimum endüksiyonu gösterir. Şimdi bu üç endüksiyonun her hangi bir t anındaki bileşkesini bulmak için bunların B_R ile intibak eden yatak eksenle (x—ekseni) buna dik olan (y—ekseni) üstündeki izdüşümlerini arayalım. Yatay eksen üstündeki izdüşümler

$$B_{Rx} = B_R = B_m \sin \omega t \ ,$$

$$B_{Sx} = -B_S \cos 60° = -\frac{B_m}{2} \sin (\omega t - 120°) \ ,$$

$$B_{Tx} = -B_T \cos 60° = -\frac{B_m}{2} \sin (\omega t + 120°)$$

ve düşey eksen üstündeki izdüşümler ise

$$B_{Ry}=0$$

$$B_{Sy}=-B_S \sin 60^\circ=-\frac{\sqrt{3}}{2} B_m \sin(\omega t-120^\circ),$$

$$B_{Ty}=B_T \sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2} B_m \sin(\omega t+120^\circ)$$

olduğundan bileşke endüksiyonun izdüşümleri için

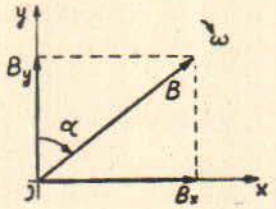
$$B_x=B_{Rx}+B_{Sx}+B_{Tx}=\frac{3}{2} B_m \sin \omega t,$$

$$B_y=B_{Ry}+B_{Sy}+B_{Ty}=\frac{3}{2} B_m \cos \omega t$$

bulunur. Buradan bileşke magnetik endüksiyon için

$$B=\sqrt{B_x^2+B_y^2}=\frac{3}{2} B_m \qquad (35-5)$$

formülü çıkarılır. O halde bileşke magnetik endüksiyonun büyüklüğü sabit olup her faz tarafından meydana getirilen maksimum endüksiyonun $3/2=1{,}5$ katına eşittir. $\vec{B}$ vektörünün herhangi bir anda düşey eksenle teşkil ettiği açı α ile gösterilirse şek. 35—3 yardımiyle



Şek. 35—3

$$\operatorname{tg} \alpha=\frac{B_x}{B_y}=\operatorname{tg} \omega t$$

yazarak buradan

$$\alpha=\omega t$$

bulunur. Böylece $\vec{B}$ vektörünün sabit ω açısal hızı ile sağa doğru döndüğü anlaşılır. Şayet akımların faz sırası değiştirilecek yani S bobini

T faz akımı ile ve T bobini de S faz akımı ile beslenecek olursa döner alanın dönüş yönü değişir ve alan sola doğru döner. Üç fazlı akımla elde edilen bu alan da dairesel bir döner alandır.

35 — 2. Eliptik döner alan.

Şek. 35—1 de görülen sargılardan eşit genlikli ve 90° faz farkını haiz olan akımlar geçirecek yerde

$$i_1 = I_{m1} \sin \omega t \ ,$$
$$i_2 = I_{m2} \sin (\omega t - \varphi)$$

şeklinde yine sinüzoidal olarak değişen fakat genlikleri farklı ve aralarındaki faz farkı da 90° yerine φ ye eşit olan iki akım geçirelim. Bu takdirde B_1 ve B_2 endüksiyonları zamanla

$$\left.\begin{aligned} B_1 &= B_{m1} \sin \omega t \\ B_2 &= B_{m2} \sin (\omega t - \varphi) \end{aligned}\right\} \qquad (35-6)$$

şeklinde değişecektir. İki akım ve dolayısiyle endüksiyonlar aynı fazda bulundukları yani $\varphi = 0$ olduğu takdirde α açısı

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{B_{m2}}{B_{m1}}$$

şeklinde hesaplanan sabit bir değer alacağından bileşke alan artık bir döner alan değildir ve bu suretle ancak doğrultusu değişmeyen bir alternatif magnetik alan elde edilebilir. Bu alanın genliği

$$B_m = \sqrt{B^2_{m1} + B^2_{m2}}$$

dir.

$\vec{B}$ bileşke vektörünün düşey ve yatay eksenler üstündeki izdüşümleri her an B_1 ve B_2 ye eşittir. Bu sebepten dolayı (35—6) ifadeleri arasında t zamanını yokederek bulacağımız denklem bu bileşke vektörün ucunun çizdiği eğriyi verecektir. Bu maksatla ikinci ifadeyi

$$\frac{B_2}{B_{m2}} = \sin \omega t \cos \varphi - \cos \omega t \sin \varphi$$

şeklinde yazdıktan sonra $\sin \omega t$ ve $\cos \omega t$ yerine birinci denklem yardımiyle

$$\sin \omega t = \frac{B_1}{B_{m1}}$$

ve

$$\cos \omega t = \sqrt{1 - \left(\frac{B_1}{B_{m1}}\right)^2}$$

koymak gerekir. Matematik işlemler yapıldıktan sonra

$$\frac{B_1^2}{B^2_{m1}} + \frac{B_2^2}{B^2_{m2}} - \frac{2 B_1 B_2 \cos \varphi}{B_{m1} B_{m2}} - \sin^2 \varphi = 0 \qquad (35-7)$$

denklemi elde edilir. $\varphi = 0$ için bu ifade

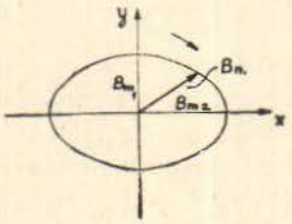
$$B_{m2} B_1 - B_{m1} B_2 = 0$$

şekline girer ki bu O noktasından geçen bir doğrunun denklemidir.

$\varphi = 90°$ için

$$\frac{B_1^2}{B^2_{m1}} + \frac{B_2^2}{B^2_{m2}} = 1$$

ifadesi elde edilir ki bu da yarı eksenleri B_{m1} ve B_{m2} olan bir elipsin denklemidir, şek. 35—4. Böyle bir döner alana eliptik döner alan adı



Şek. 35—4

verilir. Şayet $\varphi = 90°$ için ayrıca $B_{m1} = B_{m2} = B_m$ ise bu takdirde

$$B_1^2 + B_2^2 = B_m^2$$

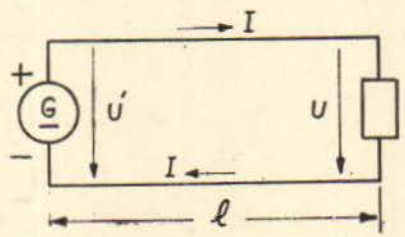
ifadesi bulunur ki bu da yukarıda incelediğimiz dairesel döner alanın denklemidir. φ açısının sıfırla 90° arasındaki bütün değerleri için eliptik bir döner alan elde edilir.

VI. DOĞRU VE ALTERNATİF AKIMDA TEL KESİTLERİNİN HESABI

36. Doğru akımda tel kesitlerinin hesabı

36 — 1. Târifler.

Şek. 36—1 de basit bir doğru akım besleme sistemi görülmektedir. Bu sistemde G generatörü tarafından üretilen elektrik enerjisi generatörün bulunduğu yerden l uzaklığında olan yüke iki iletken yar-



Şek. 36—1

dımiyle taşınmaktadır. Generatörle yükü birbirine bağlayan gidiş ve dönüş tellerine elektrik hattı adı verilir. Hattın uzunluğu l olduğundan tellerin toplam uzunluğu $2l$ dir. Hattın başındaki gerilim U' ile ve sonundaki yani yükün bulunduğu yerdeki gerilim de U ile gösterilirse

$$U' = U + RI$$

olacaktır. Burada R hattın direncini göstermektedir. Bu ifadeden

$$U' - U = \Delta U = RI \qquad (36-1)$$

elde edilir. $U' - U = \Delta U$ ya hattaki gerilim düşümü adı verilir.

Gerilim düşümünü yüklerin uçlarındaki gerilime bölerek bulunan

$$\varepsilon = \frac{\Delta U}{U} = \frac{RI}{U} \qquad (36-2)$$

değerine hattaki bağıl (izafi) gerilim düşümü adı verilir. 1 den küçük olan bu sayı ekseriya yüzde cinsinden verilir. Meselâ $U=100$ V ve $\Delta U=2$ V ise $\varepsilon=2/100=0{,}02=\%\,2$ olur.

Yükün harcadığı güç P ile ve generatörün verdiği güç P' ile gösterilirse

$$\eta=\frac{P}{P'} \qquad (36-3)$$

oranına hattın verimi denilir. $P'=U'I$ ve $P=UI$ olduğu gözönüne alınırsa η için

$$\eta=\frac{U}{U'} \qquad (36-4)$$

yazabiliriz. Bu ifadede $U'=U+\Delta U$ koyarak

$$\eta=\frac{1}{1+\varepsilon} \qquad (36-5)$$

bağıntısı bulunur. Meselâ $\eta=\%\,95$ için $\varepsilon=\%\,4{,}75$ bulunur.

Hattaki güç kaybı

$$P'-P=\Delta P=RI^2 \qquad (36-6)$$

formülü yardımiyle bulunur. Bunu yükün P gücüne bölerek bulunan

$$p=\frac{\Delta P}{P} \qquad (36-7)$$

ye bağıl güç kaybı adı verilir. $\Delta P=I\Delta U$ ve $P=UI$ olduğunu gözönüne alarak

$$p=\varepsilon \qquad (36-8)$$

bulunur.

36 — 2. Gerilimin seçilmesinde rol oynayan faktörler.

Hattaki gerilim düşümü için yazılan

$$\Delta U=\varepsilon U=RI$$

ifadesinde hattın direncini gösteren R yerine

$$R=\frac{2l}{\varkappa S}$$

koyarak S kesiti için

$$S=\frac{2Il}{\varkappa\varepsilon U} \qquad (36-9)$$

formülü bulunur. ε yüzde cinsinden alındığı takdirde bunu ayrıca 100 le çarpmak icap eder:

$$S=\frac{200\,Il}{\varkappa\varepsilon U}\,. \qquad (36-10)$$

Hat için kullanılan malzemenin öziletkenliğini gösteren $\varkappa$, bakır için 56 Sm/mm² alınır.

Kesit formülünde $I=P/U$ koyarak

$$S=\frac{200\,Pl}{\varkappa\varepsilon U^2} \qquad (36-11)$$

ifadesi elde edilir. Bu formülde P, l ve $\varkappa$ verilen büyüklükleri gösterir. Keza hattaki güç kaybını karakterize eden ε değeri de belli bir sınırı aşamaz. Bu sebepten dolayı belli bir gücü belli bir uzaklığa taşırken kullanılacak olan telin kesitini ancak yüksek bir gerilim seçerek küçük tutmak ve böylece tesisin ucuz olmasını sağlamak kabil olur. P gücü ve l uzaklığı büyüdükçe bu gerilimi de arttırmak gerekir.

Örnek 36—1. $P=100$ kW'lık gücü $l=20$ km uzaklığa bakır tellerle taşımak istiyoruz. Müsaade edilen gerilim düşümü $\varepsilon=\%\,5$ olduğuna göre 500 V ve 5 kV için tel kesitlerini bulunuz.

Cevap: 500 V için:

$$S=\frac{200\,.\,100000\,.\,20000}{56\,.\,5\,.\,500^2}=5700 \text{ mm}^2$$

bulunur. Bu kalınlıktaki telle yapılan bir tesisat ekonomik olmaz.

5 kV için:

$$S=5700\cdot\frac{500^2}{5000^2}=57 \text{ mm}^2$$

bulunur. Bunun bir üstündeki standart tel kesiti 70 mm² olduğundan hat 70 mm² lik tellerle tesis edilir.

Hattan birinci halde

$$I=\frac{100000}{500}=200 \text{ A}$$

ve ikinci halde

$$I = \frac{100000}{5000} = 20 \text{ A}$$

geçer.

Uzûk mesafeye enerji taşırken kullanılacak olan yüksek gerilimleri elektrik generatörleri yardımiyle elde etmek ve yüklere uygulamak kabil değildir. Bu sebepten dolayı generatörlerin bulunduğu yerde (santralda) gerilimi yükseltmek ve yüklerin bulunduğu yerde de bu gerilimi tekrar alçaltmak gerekir. Bu iş de en basit şekilde ancak alternatif akımda kullanılabilen transformatörler vasıtasiyle görülebilir.

36 — 3. Tel kesitlerini hesaplarken gözönüne alınacak hususlar.

Tel kesitlerini tâyin ederken şu üç noktayı gözönünde tutmak icap eder :

1. Mekanik dayanıklılık. Tellerin kopmaya karşı dayanması için kullanıldığı yere göre belli bir kesitten aşağı alınmaması gerekir. Meselâ direk açıklığı 20—35 m olan hatlarda 6 mm² den aşağı kesitli tel kullanılamaz.

2. Müsaade edilen akım şiddeti. Bir tel, içinden akım geçince ısınır. Bu ısınma belli bir sınırı aşınca telin üstündeki izolasyon tabakası harap olur ve yangın tehlikesi baş gösterir. Bu sebepten dolayı bir tesisde tel kesitini tâyin ederken, normal sıcaklığı aşmayacak şekilde, her telin kesitine göre geçirebileceği en büyük akım şiddetini bilmek gerekir. Telden geçirilebilecek olan bu akım şiddetine müsaade edilen akım şiddeti adı verilir. Aşağıdaki cetvelde iç tesisatta kullanılan kauçuk izolasyonlu (NGA tipi) iletkenler için müsaade edilen akımlar verilmiştir.

Kesit mm²	Müsaade edilen akım A	Sigorta nominal akımı A
1	11	6
1,5	14	10
2,5	20	15
4	25	20
6	31	25
10	43	35
16	75	60
25	100	80
35	125	100

Aşırı yüklenmeler veya kısa devre arızaları neticesinde belli bir akıma göre kurulmuş olan bir tesisde akım şiddeti müsaade edilen sınırı aşar. Meselâ belli sayıda yüke göre yapılan bir tesisde yük sayısı arttırıldığı vakit aşırı yüklenme hali ortaya çıkar. Bu gibi hallerde meydana gelecek olan aşırı ısınmaları ve dolayısiyle yangın tehlikesini önlemek için sigortalar kullanılır. Yukarıdaki cetvelde her tel kesiti için kullanılacak olan sigortanın nominal akımı verilmiştir. Bu akım sigortanın üstünde okunur. Bu cetvele göre meselâ 4 mm² kesitli bir hatdan en fazla 25 A geçirilebilir ve bu hat 20 A'lik bir sigorta vasıtasiyle korunur. Sigorta hattın başına konur. Bir motorun sargılarını aşırı akımlara karşı korumak için de sigortalar kullanmak gerekir.

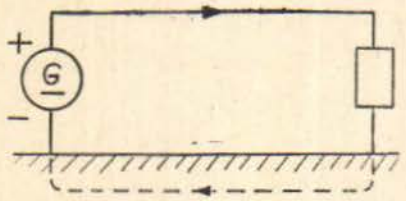
3. Gerilim düşümü. Her cihaz veya motor belli bir gerilime göre imâl edilir. Bu sebepten dolayı bunların ucundaki gerilimin normal değerden pek fazla farketmemesine dikkat etmek icap eder. Hattın başındaki gerilimin sabit tutulduğu farzedilirse yüklerin bulunduğu yerdeki gerilim hattan çekilen akıma göre değişecektir. Meselâ hattın başındaki gerilim $U'=120$ V ve hattın direnci $R=0{,}5\,\Omega$ ise $I=10$ A iken $U=115$ V ve $I=40$ A iken $U=100$ V olur. Dolayısiyle hat az yüklü iken yükün ucundaki gerilim çok yüklü halden daha büyük bir değer alır. Cihazların normal gerilimi 110 V olarak kabul edilirse bunlar az yükte bundan 5 V fazla ve fazla yükte ise 10 V az bir gerilim altında kalırlar. Bu farklar meselâ lâmbaların ışık güçleri ve motorların çalışması üstünde önemli bir tesir yapmamalıdır. İşte tel kesitini tâyin ederken bu hususu gözönünde bulundurmak yani gerilim düşümünün büyük olmamasına dikkat etmek gerekir. Gerilim düşümünün küçük tutulmasını gerektiren diğer bir sebep de hattaki güç kaybıdır. Zira ΔU ne kadar büyük olursa $\Delta P=I\Delta U$ güç kaybı da o kadar büyük olur. Bununla beraber gerilim düşümünü küçük tutmak için hat direncini küçültmek ve dolayısiyle S kesitini büyütmek gerekeceğinden bu suretle tesisin pahalıya mal olacağı aşikârdır. Teknik ve ekonomik faktörleri gözönüne alarak gerilim düşümleri için belli sınırlar tesbit edilmiştir. Meselâ ışık tesisatında $\varepsilon=\%\,1{,}5$ (iç tesisat) ve motor tesisatında ise $\varepsilon=\%\,3$ alınır.

Yukarıdaki açıklamalardan anlaşılacağı gibi gerilim düşümü tel kesitinin tâyininde rol oynayan önemli bir faktördür. Isınmaya göre seçilen bir tel kesiti ekseriya gerilim düşümü bakımından kâfi gelmez. Bu sebepten dolayı tel kesitini gerilim düşümüne göre hesapladıktan sonra bu kesiti ısınma bakımından kontrol etmek daha doğru olur. Kısa hatlardaki gerilim düşümü esasen küçük olacağından bunların kesiti ısınmaya göre tâyin edilir.

36—4. Doğru akımda besleme sistemleri.

Doğru akımda elektrik enerjisi bir, iki veya üç iletkenli sistemle nakledilir.

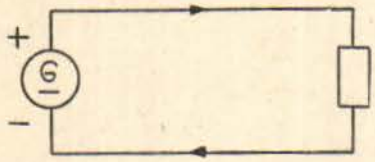
a) Bir iletkenli sistem. Prensip şeması şek. 36—2 de görülen bu sistemde toprak dönüş iletkeni olarak kullanılır. Toprak içinden geçen



Şek. 36—2

akım gaz ve su boruları gibi az dirençli yolları takip edeceğinden elektrolitik tesirden dolayı bunların harap olmasına sebep olur. Bu sebepten dolayı sistem daha ziyade dönüş yolu olarak raylardan faydalanan cer (traksiyon) işlerinde kullanılır.

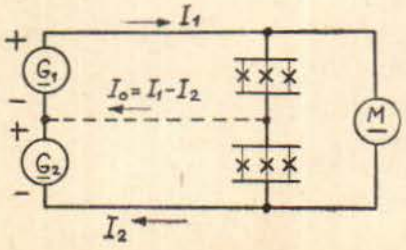
b) İki iletkenli sistem. Şek. 36—3 de görülen bu sistem enerjiyi pek uzak olmayan yerlere nakletmek için kullanılır.



Şek. 36—3

c) Üç iletkenli sistem. Prensip şeması şek. 36—4 de görülen üç iletkenli sistemde bilhassa doğru akım hem ışık ve hem de motorlar için kullanıldığı zaman faydalanılır. Lâmbalar pozitif veya negatif iletkenle nötr teli veya sıfır teli denilen iletken arasına ve motorlar ise pozitif ve negatif iletkenler arasına bağlanır. Bu suretle lâmbalar U gerilimi ile (meselâ 220 V) ve motorlar ise $2U$ gerilim ile (440 V) beslenirler. Her iki şebeke yarısı eşit yüklenirse sıfır telinden hiç bir akım geçmez.

Şek. 36—4 de üç iletkenli sistem, birbirinin aynı olan iki gene-



Şek. 36—4

ratörü seri bağlayarak elde edilmiştir. Aynı sistemi özel şekilde imâl edilmiş olan bir tek makina yardımiyle de elde etmek kabildir.

36 — 5. Tel kesitlerinin gerilim düşümüne göre hesabı.

Tel kesitlerinin hesabı kuvvetli akım tekniğini ilgilendiren geniş bir bahistir. Biz burada ancak bu hususta kısa bir bilgi vermekle iktifa edeceğiz.

a) İki iletkenli sistem. İki iletkenli sistemde tel kesitini hesaplamak için (36—10) veya (36—11) formüllerinden faydalanılır. Bu formüller yardımiyle bulunan kesitler ekseriya piyasada rastlanan standart kesitlerden farklı olur. Bu sebepten dolayı hesap sonunda bulunan kesitin bir üstünde bulunan standart kesiti seçmek gerekir. Bu suretle alınan tel kesitini ayrıca ısınma bakımından kontrol etmek lâzımdır.

Örnek 36—2. Besleme merkezinden $l=100$ m uzakta bulunan ve beheri 220 V altında 60 W sarfeden 50 lâmbayı besliyecek olan bir hattın kesitini hesaplayınız. $\varepsilon=\%5$ alınacak ve bakır tel kullanılacaktır.

Cevap: Lâmbaların toplam gücü $P=50 \cdot 60=3000$ W olduğundan

$$S=\frac{200 \cdot 3000 \cdot 100}{56 \cdot 5 \cdot 220^2}=4{,}43 \text{ mm}^2$$

bulunur. Bu kesite en yakın standart kesit 6 mm² olduğundan hat 6 mm² lik tellerle tesis edilir. Hattan geçen akım $I=3000/220=13{,}6$ A dir. Bundan önce görülen cetvele göre 6 mm² lik telden en fazla 31 A geçirilebileceğinden bu kesit ısınma bakımından da uygundur.

Örnek 36—3. 10 kW'lık bir yük grubu 250 m uzakta bulunan santrala bağlanacaktır. Gerilim $U=110$ V olduğuna ve en fazla $\varepsilon=\%3$ kadar bir gerilim düşümüne müsaade edildiğine göre bakır ve alüminyum için tel kesitlerini bulunuz.

Gevap: Bakır tel için

$$S_{Cu}=\frac{200 \cdot 10000 \cdot 250}{56 \cdot 3 \cdot 110^2}=24{,}6 \text{ mm}^2$$

bulunur. Buna en yakın standart kesit 25 mm² olduğundan hat 25 mm² lik bakır telle tesis edilir. Hatdan geçen akım $I=10000/110=91$ A dir. 25 mm² lik telden en fazla 100 A geçebileceğinden bu kesit ısınma bakımından da uygundur.

Alüminyum hattın direnci aynı gerilim düşümü için bakır hattın direncine eşit olacağından

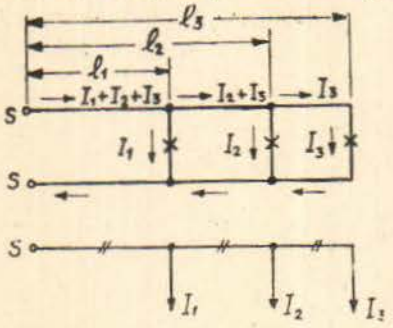
$$S_{Al}=\frac{\varkappa_{Cu}S_{Cu}}{\varkappa_{Al}}$$

olur. $\varkappa_A=35$ Sm/mm² alınırsa

$$S_{Al}=\frac{56\,.\,24{,}6}{35}=39{,}4\ \text{mm}^2$$

bulunur. Standart kesit 50 mm² olduğundan alüminyum hat bu telle çekilir.

Şek. 36—5 de görülen iki iletkenli sistemde yükler hattın muhtelif noktalarına bağlıdırlar. Bu şemayı tek kutuplu olarak alt tarafta



Şek. 36—5

görüldüğü gibi çizebiliriz. Tek kutuplu şemada hatlar üstündeki çizgiler tel sayısını belirtirler. Bu sistemde S besleme noktasından en son yüke kadar meydana gelen gerilim düşümü (tel kesitinin her yerde aynı kaldığı kabul ediliyor)

$$\Delta U=\frac{2}{\varkappa S}\left[(I_1+I_2+I_3)\,l_1+(I_2+I_3)\,(l_2-l_1)+I_3\,(l_3-l_2)\right]$$

formülüyle hesaplanacaktır. Köşeli parantez içindeki işlemler yapılırsa bu ifade

$$\Delta U=\frac{2}{\varkappa S}\,(I_1l_1+I_2l_2+I_3l_3)$$

şekline girer. Bu ifade S kesitine göre çözülürse $\left(\Delta U=\frac{\varepsilon U}{100}\right)$

$$S=\frac{200\,(I_1l_1+I_2l_2+I_3l_3)}{\varkappa\varepsilon U}$$

formülü bulunur. Daha genel olarak her hangi sayıdaki yük için

$$S=\frac{200}{\chi\varepsilon U}\sum Il \qquad (36-12)$$

yazılır Il çarpımı mekanik momente (kuvvet×uzunluk) benzediğinden akım momenti adını alır.

Şayet her yükün ucundaki gerilimin aynı olduğu kabul edilirse (bu suretle yapılan hata büyük olmaz) $I=P/U$ konabilir ve böylece kesit formülü

$$S=\frac{200}{\chi\varepsilon U^2}\sum Pl \qquad (36-13)$$

şekline girer.

Örnek 36—4. Şek. 36—5 de $l_1=50$ m, $l_2=80$ m, $l_3=120$ m ve $I_1=5$ A, $I_2=20$ A, $I_3=25$ A dir. En son yüke kadar gerilim düşümünün % 2 yi geçmemesi için S kesiti nasıl seçilmelidir ? $U=220$ V dur ve bakır tel kullanılacaktır.

Cevap: $$S=\frac{200}{56\,.\,2\,.\,220}(5\,.\,50+20\,.\,80+25\,.\,120)$$

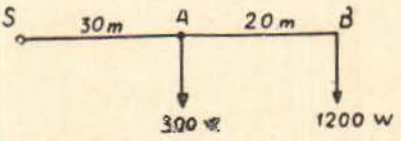
$$=\frac{200\,.\,4850}{56\,.\,2\,.\,220}=39{,}4\ \text{mm}^2$$

bulunur. Buna en yakın standart kesit 50 mm² olduğundan hat 50 mm² lik telle çekilir. 50 mm² için gerilim düşümü

$$\varepsilon=2\cdot\frac{39{,}4}{50}=\%\,1{,}58$$

dir.

Örnek 36—5. Şek. 36—6 da A noktasına beheri 100 W'lık 8 lâmba



Şek. 36—6

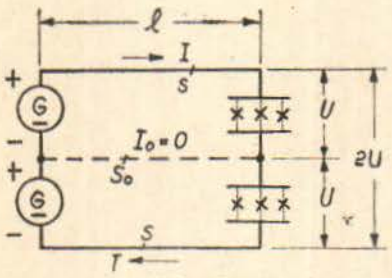
ve B noktasına da beheri 60 W'lık 20 lâmba bağlanmıştır. Gerilim $U=200$ V olduğuna göre hat kesitini bulunuz. $\varepsilon=\%\,1{,}5$ alınacaktır. Malzeme bakırdır.

Cevap: $$S=\frac{200}{56\,.\,1{,}5\,.\,220^2}(800\,.\,30+1200\,.\,50)=41{,}5\ \text{mm}^2$$

bulunur. Hat 50 mm² lik telle çekilir. En yüksek akım $I=2000/220=9{,}1$A olduğundan 50 mm² ısınma bakımından da uygundur.

b) Üç iletkenli sistem.

Şek. 36—7 de görülen üç iletkenli doğru akım sisteminde yüklerin şebeke yarılarına mümkün mertebe eşit olarak bölünmesine çalışılır. Fakat bu eşitlik her zaman tam olarak sağlanamayacağından sıfır



Şek. 36—7

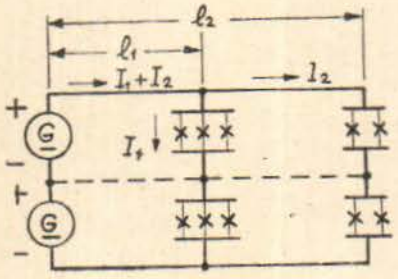
telinden az çok bir akım geçer. İki şebeke yarısına bağlanan yükler arasında % 15 kadar bir farkın bulunduğu kabul edilirse sıfır telinden $0{,}15\,I$ akımı geçer. Bu suretle bir şebeke yarısındaki gerilim düşümü için

$$\Delta U=I\frac{l}{\varkappa S}+0{,}15\,I\frac{l}{\varkappa S_0}$$

ifadesi elde edilir. Burada S, pozitif ve negatif iletkenlerin kesitini ve S_0 ise sıfır telinin kesitini gösterir. Ekseriya $S_0=S/2$ alındığından yukarıdaki ifade

$$\Delta U=\frac{1{,}3}{\varkappa S}\,Il \qquad (36—14)$$

şekline girer. Şayet yükler şek. 36—8 de görüldüğü gibi başka başka yerlerde bulunuyorsa bu takdirde yukarıdaki formül



Şek. 36—8

$$\Delta U=\frac{1,3}{\varkappa S}\,(I_1 l_1+I_2 l_2)$$

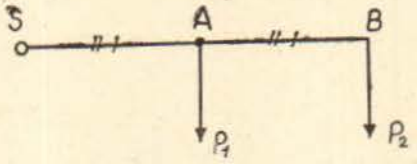
veya genel olarak

$$\Delta U=\frac{1,3}{\varkappa S}\sum I l \qquad (36-15)$$

şeklini alır. Bu denklemde $\Delta U=\varepsilon U/100$ ve $I=P/U$ koyup S kesitine göre çözersek

$$S=\frac{130}{\varkappa\varepsilon U^2}\sum P l \qquad (36-16)$$

formülünü buluruz. Şek. 36—9 da görülen tek kutuplu şemada P gücü



Şek. 36—9

her iki şebeke yarısındaki güçlerin toplamını yani bir şebeke yarısındaki yükün 2 katını gösterir. Bu kabule göre kesit formülü

$$S=\frac{65}{\varkappa\varepsilon U^2}\sum P l \qquad (36-17)$$

şeklinde ifade edilmelidir.

Örnek 36—6. Şek. 36—9 da besleme noktasından 40 m uzakta A noktasına beheri 100 W'lık 200 lâmba ve 100 m uzakta olan B noktasına da beheri 60 W'lık 200 lâmba bağlanmıştır. $U=220$ V ve $\varepsilon=\%2,5$ olduğuna göre kesitleri tâyin ediniz. Malzeme bakırdır.

Cevap: $P_1=200\,.\,100=20000$ W ve $P_2=200\,.\,60=12000$ W olduğundan

$$S=\frac{65}{56\,.\,2,5\,.\,220^2}\,(20000\,.\,40+12000\,.\,100)$$

$$=19,1\ \text{mm}^2$$

bulunur. Buna en yakın standart kesit 25 mm² dir. Nötr telinin kesiti

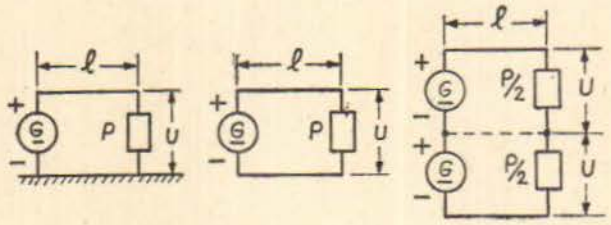
için $S_0=19{,}1/2=9{,}6$ mm² bulunur ve bu tel de 10 mm² lik çekilir. 25 mm² den en fazla 100 A geçirilebilir. Diğer taraftan hatdan geçen en yüksek akım

$$\frac{P_1+P_2}{2U}=\frac{32000}{440}=73 \text{ A}$$

olduğundan seçilen kesit ısınma bakımından da uygundur.

36—6. Bir, iki ve üç iletkenli sistemlerin karşılaştırılması.

Bir P gücünün l uzaklığındaki bir yere bir, iki veya üç iletkenli sistemlerle taşındığını düşünelim, şek 36—10. Her üç halde aynı mal-



Şek. 36—10

zemenin kullanıldığını ve aynı gerilim düşümüne müsaade edildiğini farzedersek bir ve iki iletkenli sistemlerde tel kesiti

$$S_1=S_2=\frac{200\,P\,l}{\varkappa\varepsilon U^2}$$

olur (bir iletkenli sistemde toprak direncinin tel direncine eşit olduğu kabul ediliyor). Üç iletkenli sistemde ise

$$S_3=\frac{200\,P\,l}{\varkappa\varepsilon\,(2U)^2}=\frac{50\,P\,l}{\varkappa\varepsilon U^2}$$

bulunur (P yükünün tam olarak iki şebeke yarısına bölündüğü kabul ediliyor). Bu suretle

$$S_3=\frac{S_1}{4}$$

olacağı anlaşılır. Bir iletkenli sistemin ağırlığı G ile gösterilirse iki iletkenlide $2G$ ağırlığında tel kullanılır. Üç iletkenli sistemde sıfır telinin aynı kesitte çekilmesi halinde bu sistemde kullanılan toplam tel ağırlığı $3G/4$ olacaktır. Böylece üç iletkenli sistemin diğerlerinden daha ekonomik olacağı anlaşılır.

37. Alternatif akımda tel kesitlerinin hesabı

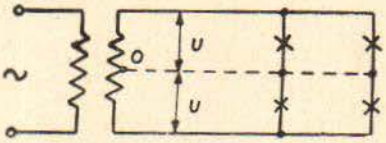
37—1. Alternatif akımda besleme sistemleri

Bir fazlı alternatif akımda elektrik enerjisi doğru akımda olduğu gibi bir, iki veya üç iletkenli sistemle taşınır.

Bir iletkenli sistem daha ziyada cer işlerinde (elektrikli trenler) kullanılır. Alternatif akımın elektrolitik tesiri olmamakla beraber zayıf akım şebekesi üstünde bozucu bir endüktif tesir yapar.

İki iletkenli sistem alçak gerilimde ışık vesaire gibi tesisatta kullanılır.

Üç iletkenli sistem şek. 37—1 de görüldüğü gibi bir transforma-



Şek. 37—1

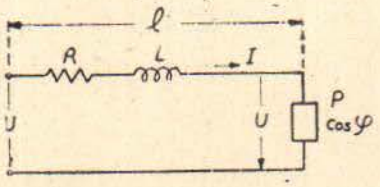
tör yardımiyle elde edilir. O noktası sekonder sargının orta noktasıdır. Burada da her iki şebeke yarısı eşit yüklenirse nötr telinden hiç bir akım geçmez.

Bir fazlı sistem doğrudan doğruya elde edilecek yerde ekseriya üç fazlı sistemlerden çıkarılır.

Elektrik enerjisi uzak yerlere nötrsüz ve üç fazlı sistemle taşınır. Tel kesitlerini alçaltmak için bu işte yüksek gerilimler kullanılır. Yüklerin bulunduğu yerde bu yüksek gerilim transformatörler yardımiyle alçaltıldıktan sonra nötrlü olarak yani 4 iletkenle dağıtılır. Ekseriya kullanılan gerilimler 380/220 ve 190/110 V'dur. Küçük güçlü yükler bu üç fazlı eistemin her hangi bir faz teli ile nötr telinden teşkil edilen bir fazlı hatlara bağlanırlar.

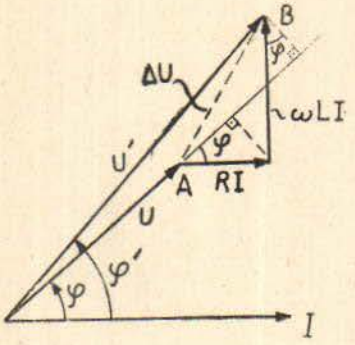
37—2. Bir fazlı akımda tel kesitlerinin hesabı.

Şek. 37—2 de iki iletkenli bir alternatif akım besleme sisteminin



Şek. 37—2

şeması görülmektedir. Alternatif akımda hattın direncinden başka bir de endüktansını ve kapasitesini gözönüne almak icap eder. Kapasitif tesir bilhassa kablolarda ve yüksek gerilimde kendini gösterir. Aşağıdaki incelemelerde hattın yalnız R omik direncine ve L endüktansına sahip olduğu kabul edilmiştir. Hattın sonundaki yükün çektiği aktif güç P ile ve güç katsayısı da $\cos\varphi$ ile gösterilmiştir. Şek. 37—3



Şek. 37—3

de bu hattın fazör diyagramı görülmektedir. Yükün endüktif karakterde olduğu kabul edildiğinden I akımı U gerilimine nazaran φ açısı kadar geri fazdadır. Hatda meydana gelen gerilim düşümü iki kısımdan teşekkül eder. Bunlardan biri I akımiyle aynı fazda olan RI omik gerilim düşümü ve diğeri de akımdan 90° ileri fazda olan ωLI endüktif gerilim düşümüdür. Bu iki gerilim düşümünün bileşkesi hattaki toplam gerilim düşümünü verir. Bu da

$$\Delta U = I\sqrt{R^2+(\omega L)^2} = IZ \qquad (37—1)$$

formülüyle hesaplanabilir. Burada Z, hattın empedansını gösterir. Şekilde bu toplam gerilim düşümü kesik çizgiyle belirtilmiştir.

Pratik hesaplarda bu gerilim düşümü yerine hattın başındaki ve sonundaki gerilimlerin farkına eşit olan

$$\Delta u = U' - U \qquad (37—2)$$

alınır. U ve U' fazörleri arasındaki açı pratikte rastlanan hallerde pek büyük olmadığından U' geriliminin U doğrultusundaki izdüşümünü gösteren parçanın U' gerilimine eşit olduğunu kabul edebiliriz. Böylece Δu gerilim düşümü için şek. 37—3 yardımiyle

$$\Delta u = I\,(R\cos\varphi + \omega L \sin\varphi) \qquad (37—3)$$

veya

$$\Delta u = I \cos \varphi \, (R + \omega L \operatorname{tg} \varphi) \qquad (37-4)$$

ifadesi bulunur. Hattaki bağıl gerilim düşümü ise (yüzde cinsinden)

$$\varepsilon = \frac{100\, I \cos \varphi}{U} (R + \omega L \operatorname{tg} \varphi) \qquad (37-5)$$

formülü ile hesaplanır. Bu formülde $I \cos \varphi = P/U$ koyarak güç cinsinden

$$\varepsilon = \frac{100\, P}{U^2} (R + \omega L \operatorname{tg} \varphi) \qquad (37-6)$$

ifadesi elde edilir. Hattın endüktansı ihmal edilebilecek kadar küçük (meselâ yeraltı kablolarında ve kısa hatlarda) veya hat omik yüklü olduğu takdirde bu formül doğru akımdakinden farksız bir hale geçer.

Hattaki güç kaybı

$$\Delta P = I^2 R \qquad (37-7)$$

ve bağıl güç kaybı ise (yüzde cinsinden)

$$p = \frac{100\, I^2 R}{P} \qquad (37-8)$$

formülü ile hesaplanır. Son denklemde $I = P/U \cos \varphi$ koyarak

$$p = \frac{100\, P R}{U^2 \cos^2 \varphi} \qquad (37-9)$$

ifadesi elde edilir. Hattın direnci $R = 2l/\varkappa S$ olduğundan

$$p = \frac{200\, S P l}{\varkappa U^2 \cos^2 \varphi} \qquad (37-10)$$

ve kesit için

$$S = \frac{200\, P l}{\varkappa p U^2 \cos^2 \varphi} \qquad (37-11)$$

formülleri yazılabilir. Bu suretle aynı şartlar altında alternatif akımda kullanılacak olan tel kesitinin doğru akımdan $1/\cos^2 \varphi$ defa büyük olacağı anlaşılır.

(37—6) denklemini (37—9) denklemine bölerek ε/p oranı için

$$\frac{\varepsilon}{p} = \cos^2 \varphi \left(1 + \frac{\omega L}{R} \operatorname{tg} \varphi \right) \qquad (37-12)$$

bulunur. Doğru akımda daima $\varepsilon = p$ olduğu halde alternatif akımda ancak $\cos \varphi = 1$ ($\varphi = 0$) için $\varepsilon = p$ olur.

Pratik hesaplar için hattın beher kilometresine düşen aktif direnç ve reaktans değerleri cetveller halinde hazırlanır. Beher km'ye düşen direnç yalnız tel kesitine (çapına) bağlı olduğu halde endüktans ve dolayısiyle reaktans ayrıca teller arasındaki açıklığa da bağlıdır. Aşağıdaki cetvelde muhtelif tel kesitleri ve tel açıklıkları için beher km'ye (iki iletken için) düşen dirençler (bakır) ve reaktanslar ($f = 50$ Hz) verilmiştir.

Cetvel IV

Kesit mm²	Endüktif reaktans Ω/km — Tel açıklığı cm						Omik direnç Ω/km
	100	80	60	40	20	10	
4	0,88	0,85	0,82	0,77	0,68	0,60	8,95
6	0,86	0,83	0,79	0,74	0,66	0,57	5,96
10	0,83	0,80	0,76	0,73	0,62	0,54	3,58
16	0,80	0,77	0,73	0,68	0,60	0,51	2,24
25	0,77	0,74	0,71	0,65	0,57	0,48	1,43
35	0,75	0,72	0,69	0,63	0,55	0,46	1,02
50	0,72	0,70	0,66	0,61	0,52	0,44	0,715

Hattın kesiti ekseriya güç kaybına göre hesaplanır. Bundan sonra gerilim düşümü (37—6) formülü yardımiyle bulunabilir.

Şayet hattın kesiti biliniyorsa gerilim düşümü (37—5) veya (37—6) formülleri yardımiyle kolayca bulunabilir. Buna karşılık verilen bir ε değerine tekabül eden kesit ancak deneme suretiyle tayin edilebilir. Bu maksatla bir kaç standart kesit alınarak bunlardan hangisi ile verilen ε değerinin aşılmadığı kontrol edilir.

Örnek 37—1. Şek. 37—1 de $P = 10$ kW, $\cos \varphi = 0{,}8$ (endüktif), $U = 500$ V, $l = 500$ m, $S = 25$ mm² (bakır) ve $a = 60$ cm (iletkenler arasındaki açıklık) olduğuna göre hattın başındaki gerilimi bulunuz. $f = 50$ Hz dir.

Cevap : Hatdan geçen akım

$$I=\frac{10000}{500\,.\,0{,}8}=25\ \text{A}$$

dir. Şek. 37—2 deki diyagram yardımiyle U' gerilimi için

$$U'=\sqrt{(U\cos\varphi+RI)^2+(U\sin\varphi+\omega LI)^2} \qquad (37—13)$$

formülü bulunur. $S=25$ mm², $a=60$ cm ve $l=0{,}5$ km için 50 Hz de cetvele göre

$$R=0{,}5\,.\,1{,}43=0{,}715\ \Omega,$$

$$\omega L=0{,}5\,.\,0{,}71=0{,}355\ \Omega$$

olduğundan

$$U'=\sqrt{(500.\,0{,}8+0{,}715\,.\,25)^2+(500\,.\,0{,}6+0{,}355\,.\,25)^2}$$

$$\approx 520\ \text{V}$$

bulunur.

(37—3) yardımiyle

$$\Delta U=25\,(0{,}715\,.\,0{,}8+0{,}355\,.\,0{,}6)=19{,}6\ \text{V}$$

elde edilir. Bağıl gerilim düşümü ise

$$\varepsilon=\frac{19{,}6}{500}\cdot 100=\%\ 3{,}02$$

dir. Δu gerilim düşümü için alınan $\Delta u=520-500=20$ V değeriyle yukarıda hesaplanan yaklaşık değer arasındaki fark çok küçüktür.

Örnek 37—2. Yukarıdaki örnekte $\varepsilon=\%\,10$ alındığı takdirde S kesiti nasıl seçilmelidir ?

Cevap : $S=10$ mm² alırsak cetvel yardımiyle

$$R=0{,}5\,.\,3{,}58=1{,}79\ \Omega,$$

$$\omega L=0{,}5\,.\,0{,}76=0{,}38\ \Omega$$

buluruz. Bu değerleri meselâ (37—6) da yerine koyarak ($\operatorname{tg}\varphi=0{,}75$)

$$\varepsilon=\frac{100\,.\,10000}{500^2}\,(1{,}79+0{,}38\,.\,0{,}75)=\%\ 8{,}3$$

buluruz. O halde 10 mm² lik tel kâfidir. Hatdan en fazla 25 A geçtiğinden bu tel ısınma bakımından da uygundur.

Örnek 37—3. $P=20$ kW ve $\cos\varphi=0{,}7$ olan bir yük grubu $l=2$ km uzakta bulunan transformatör istasyonundan beslenecektir. Hatdaki güç kaybının $p=\%\,10$ u geçmemesi için tel kesiti (bakır) ne olmalıdır? $U=1$ kV dur.

Cevap: (37—11) formülü yardımiyle

$$S=\frac{200\,.\,20000\,.\,2000}{56\,.\,10\,.\,(1000)^2\,.\,0{,}7^2}=29{,}1\ \text{mm}^2$$

bulunur. Buna en yakın standart kesit 35 mm² dir ve hat bu telle çekilir. 35 mm² için güç kaybı

$$p=\frac{29{,}1}{35}\cdot 10=\%\,8{,}33$$

olur.

37—3. Üç fazlı akımda tel kesitlerinin hesabı.

Bir üç fazlı hattı güç kaybına göre hesaplamak için şöyle hareket edilir: Sistem simetrik olarak yüklendiğine göre ister yıldız isterse üçgen bağlı olsun üç faz telinde meydana gelen toplam güç kaybı

$$\Delta P=3RI^2$$

olur. Burada R, beher faz telinin direncini ve I ise hat akımını gösterir. Yıldız bağlamada nötr teli varsa simetrik yükte bu telden akım geçmiyeceğinden bir kayıp meydana gelmez. Bağıl güç kaybı

$$p=\frac{\Delta P}{P}\cdot 100=\frac{300\,RI^2}{P}$$

formülü ile bulunur. Bu formülde P üç fazlı yük tarafından çekilen toplam gücü gösterir. Sistemin hat gerilimi U ile gösterilirse

$$I=\frac{P}{\sqrt{3}\,U\cos\varphi}$$

olacağından

$$p=\frac{100\,PR}{U^2\cos^2\varphi} \qquad (37—14)$$

ifadesi elde edilir. Hattın direnci burada

$$R=\frac{l}{\varkappa S}$$

şeklinde bulunur ($2l$ yerine l). Böylece S kesiti için

$$S=\frac{100\,Pl}{\varkappa p\,U^2\cos^2\varphi} \qquad (37-15)$$

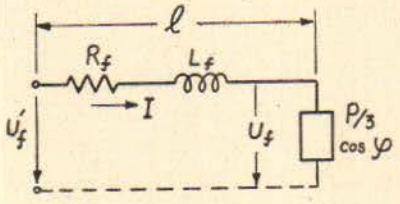
formülü bulunur. Bu ifade bir fazlı akım için bulunan (37—11) ifadesiyle karşılaştırılırsa aynı şartlar altında üç fazlı akımda bir faz telinin kesitinin bir fazlı hattın kesitinin yarısına eşit olduğu görülür.

Örnek 37—4. $P=1500$ kW'lık bir gücü 50 Hz frekanslı üç fazlı akımla $l=20$ km uzaklığa taşımak istiyoruz. $\cos\varphi=0{,}9$ ve $U=20$ kV olduğuna göre faz tellerinin (bakır) kesitini tâyin ediniz. Müsaade edilen güç kaybı $p=\%\,8$ dir.

Cevap: $$S=\frac{100\,.\,1500000\,.\,20000}{56\,.\,8\,.\,20000^2\,.\,0{,}9^2}=20{,}7\ \text{mm}^2$$

olur. Hat 25 mm² lik telle çekilir.

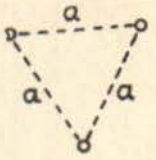
Üç fazlı hattı gerilim düşümüne göre hesaplamak için de şöyle hareket edilir: Simetrik yüklü olan bir üç fazlı hattın birbirine eşit üç kısımdan teşekkül ettiğini düşünebiliriz. Bu kısımlardan her biri bir faz teli ile nötr teli arasına bağlanan ve toplam gücün 1/3 ünü harcayan bir yükten teşekkül eder, şek. 37—4. Bu bir fazlı devredeki



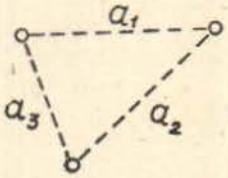
Şek. 37—4

gerilim, sistemin faz gerilimidir (U_f ve U_f'). Esas sistemde nötr teli bulunmasa bile (meselâ yüksek gerilimli enerji nakil hatlarında olduğu gibi) bu şemayı çizmek mümkündür.

Bu suretle üç fazlı sistemin gerilim düşümüne göre hesabı tıpkı bir fazlı akımda olduğu gibi yapılır. Yalnız burada faz direncini (R_f) ve endüktansını (L_f) bulurken $2l$ yerine l uzunluğunu almak gerekir. Keza cetvelde verilen değerlerin yarısı alınır. Üç fazlı hat şek. 37—5 de görüldüğü gibi simetrik olarak tesis edilmişse endüktans bir fazlıdakinin aynı olur. Şek. 37—6 da görülen disimetrik tesisde ise $a=\sqrt{a_1\,a_2\,a_3}$ olarak alınır.



Şek. 37—5



Şek. 37—6

Kısa hatlarda ve kablolarda olduğu gibi hattın endüktansı ihmal edilirse hesaplar çok basitleşir. Bu durumda bir fazlı hat için cari olan (37—5) ve (37—6) ifadelerinde U yerine U_f ve P yerine de $P/3$ koyarak

$$\left.\begin{aligned} S&=\frac{100\,Il\cos\varphi}{\varkappa\varepsilon U_f}\,,\\ S&=\frac{100\,Pl}{3\varkappa\varepsilon U_f^2}\end{aligned}\right\} \qquad (37—16)$$

formülleri bulunur. Bu ifadelerde $U_f=U/\sqrt{3}$ konursa (U=faz arası gerilimi)

$$\left.\begin{aligned} S&=\frac{100\sqrt{3}\,Il\cos\varphi}{\varkappa\varepsilon U^2}\,,\\ S&=\frac{100\,Pl}{\varkappa\varepsilon U^2}\end{aligned}\right\} \qquad (37—17)$$

formülleri elde edilir.

Hattaki gerilim düşümü faz gerilimi cinsinden

$$\Delta U_f=U_f'-U_f=RI \qquad (37—18)$$

ve faz arası gerilimi cinsinden de

$$\Delta U=U'-U=\sqrt{3}\,RI=\sqrt{3}\,\Delta U_f \qquad (37—19)$$

olur.

Faz telinin kesiti bulunduktan sonra nötr teline bunun yarısı kadar bir kesit verilir.

Örnek 37—5. Bir üç fazlı generatör $l=800$ m uzakta bulunan beheri 60 W, 220 V'luk 150 lâmbayı besleyecektir. Faz arası gerilimi $U=380$ V olduğuna göre faz ve nötr tellerinin kesitini (bakır) bulunuz. $\varepsilon=\%\,5$ alınacaktır.

Cevap: Lâmbalar faz telleri ile nötr teli arasına eşit sayıda (50 şer) bağlanır. Faz telinin kesiti için

$$S=\frac{100\,.\,60\,.\,150\,.\,800}{56\,.\,5\,.\,380^2}=17{,}8\ \text{mm}^2$$

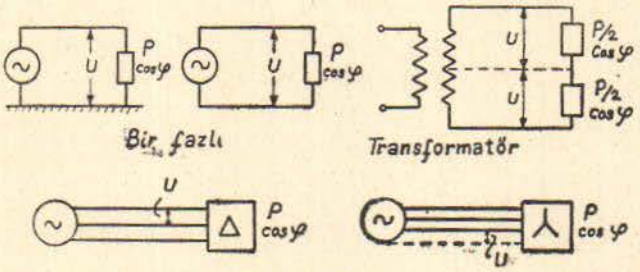
değeri bulunur. Faz teli 25 mm² alınır. Hatdan geçecek en büyük akım

$$I=\frac{150\,.\,60}{\sqrt{3}\,.\,380}=13{,}8\ \text{A}$$

olduğundan bu kesit ısınma bakımından da normaldir. Nötr telinin kesiti 16 mm² alınır.

37—4. Bir fazlı ve üç fazlı sistemlerin karşılaştırılması.

Bir P gücünü aynı uzaklığa taşımak için faydalanılabilecek olan bir fazlı ve üç fazlı sistemler şek. 37—7 de görülmektedir. Bütün sistemlerde gerilim düşümünün ve dolayısiyle güç kaybının aynı kaldığını kabul edelim.



Şek. 37—7

Bir fazlı bir ve iki iletkenli sistemlerde kesit (toprak direnci=tel direnci)

$$S_1=S_2=\frac{200\,Pl}{\varkappa\varepsilon U^2}$$

olur. Üç iletkenli sistemde ise

$$S_3=\frac{50\,Pl}{\varkappa\varepsilon U^2}=\frac{S_1}{4}$$

dür. Diğer taraftan üç fazlı üçgen bağlı sistemde

$$S_{\Delta}=\frac{100\,P\,l}{\varkappa\varepsilon U^2}=\frac{S_1}{2}$$

ve yıldız bağlı sistemde

$$S_{\lambda}=\frac{100\,P\,l}{3\,\varkappa\varepsilon U^2}=\frac{S_1}{6}$$

olacaktır. Bir iletkenli sistemdeki tel ağırlığı G_1 ile gösterilirse iki iletkenli sistemde $2\,G_2=2\,G_1$, üç iletkenli sistemde $G_3=0{,}75\,G_1$, üçgen bağlı üç fazlı sistemde $G_{\Delta}=1{,}5\,G_1$ ve yıldız bağlı üç fazlı nötrlü sistemde $G_{\lambda}=0{,}33\,G_1$ (nötr teli faz teli kesitinde olduğuna göre) ağırlığında tel kullanılır. Meselâ $G_1=50$ kg kabul edilirse $G_2=100$ kg, $G_3=37{,}5$ kg, $G_{\Delta}=75$ kg ve $G_{\lambda}=16{,}5$ kg bulunur. Bu karşılaştırma üç fazlı akımın enerji dağıtımında oynadığı önemli rolü açıkça belirtmektedir.

37 — 5. Doğru akımın ve alternatif akımın Elektroteknikteki rolleri.

Bugün dünyadaki elektrik enerjisinin büyük bir kısmı üç fazlı akım şeklinde elde edilmektedir. Bazı özel işler için kullanılması gereken doğru akım ekseriya redresörler yardımiyle alternatif akımdan elde edilir.

Yalnız doğru akımın kullanılabileceği işlerin başında elektroliz gelir. Bu enerjinin akümülâtörlerde kolayca depo edilebilmesi de doğru akım lehine kaydedilecek bir noktadır. Keza doğru akım motorlarında hız kolayca âyar edilebileceğinden bu enerjiden meselâ tramvay gibi nakil vasıtalarında geniş ölçüde faydalanılır. Elektrik enerjisinin çok yüksek gerilimler altında çok uzak mesafelere taşınmasında da doğru akımın sağladığı bazı faydalar vardır.

Doğru akımın sahip olduğu bazı avantajlara rağmen alternatif akım yine ön plânda gelir. Bunun en önemli sebebi alternatif akımda transformatörün kullanılabilmesidir. Transformatörler yardımiyle gerek gerilimin ve gerekse akımın değerlerini istenildiği gibi alçaltmak veya yükseltmek kabil olur. Bundan başka alternatif akım generatörlerinin ve motorlarının yapıları doğru akım makinalarından daha basittir. Zayıf akım alanında alternatif akımdan çok geniş ölçüde faydalanılır (telefon, radyo, televizyon vesaire).

VII. ÖLÇÜ TEKNİĞİ

38. Ölçü âletleri

38—1. Genel bilgi.

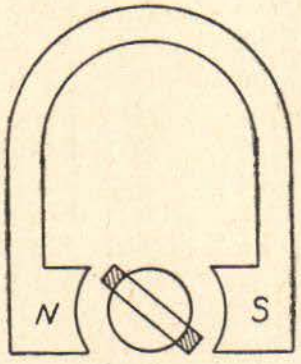
Elektrik büyüklüklerini ölçmek için faydalanılan âletler ve metodlar çok çeşitlidir. Biz bu bahiste bunlar hakkında kısa bir bilgi vereceğiz.

Ölçü âletleri, ölçülerde aranan hassasiyet derecesine göre, hassas ölçü âletleri ve tablo ülçü âletleri şeklinde iki sınıfa ayrılabilir. Hassas âletler lâboratuvarlarda yapılan hassas ölçülerde ve tablo âletleri ise makinaları, cihazları ve her çeşit elektrik tesisatını işletme esnasında kontrol etmek için kullanılır.

38—2. Âlet tipleri.

Elektrik ölçü âletleri ekseriya elektrik akımının yaptığı tesirlere dayanarak çalışırlar. Bunların arasında bilhassa magnetik tesir başta gelir. Aşağıda pratikte rastlanan belli başlı tipler gözden geçirilmiştir.

1. Döner bobinli ölçü âleti. Bu âlet, bir sürekli miknatısın magnetik alanı içinde dönebilen bir bobinden ibarettir, şek. 38—1. Alü-



Şek. 38—1

minyum bir çerçeve üstüne sarılan bobin yumuşak demirden bir silindir etrafında döner. Akım bobine spiral yaylar vasıtasiyle verilir.

Hava aralığındaki endüksiyonun sabit olduğu kabul edilirse bobine tesir eden dönme momenti bobinden geçen akımla orantılı olur:

$$M_d = k_1 i .$$

Bu moment spiral yaylar tarafından meydana getirilen ve α dönme açısı ile orantılı olan

$$M_k = k_2 \alpha$$

karşı koyma momenti tarafından karşılanır. Denge durumunda $M_d = M_k$ olacağından

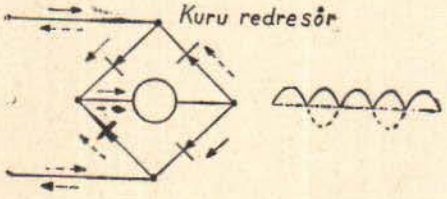
$$i = \frac{k_2}{k_1} \alpha = k\alpha \qquad (38-1)$$

bulunur. Böylece âletin sapmasının akımla orantılı olacağı ortaya çıkar. Bundan dolayı âletin taksimatı düzgün olur. Keza aynı sebepten âlet yalnız doğru akımda kullanılabilir. Zira sapma yönü akım yönüne bağlı olarak değişir. Belli bir akım şiddeti için k ve dolayısiyle magnetik endüksiyon ne kadar büyükse âlet de o kadar büyük bir sapma yapar. Hava aralığındaki magnetik endüksiyonu büyülterek âletin hassasiyetini çok yüksek değerlere çıkarmak kabil olur.

Bobinin üstünde bulunduğu alüminyum çerçevede dönme esnasında meydana gelen endüksiyon akımı bu hareketi frenleyici bir tesir yapar. Bu suretle çerçeve ibrenin fazla sallanmadan kararlı duruma geçmesini sağlar. Ölçü âletlerinde bu gibi kısımlara söndürücü adı verilir. Alüminyum çerçeve endüksiyonlu bir söndürücüdür.

Bazan havalı söndürücüler kullanılır. Bu çeşit söndürücülerde bir piston veya kanad bir silindir veya kutu içinde hareket ederek hava sürtünmesiyle hareketi frenler.

Döner bobinli ölçü âletlerinin haiz oldukları yüksek hassasiyetten ve taksimatlarındaki elverişlilikten alternatif akımda da faydalanmak için âletin içine bir kuru redresör tertibi yerleştirilir. Şek. 38—2 de

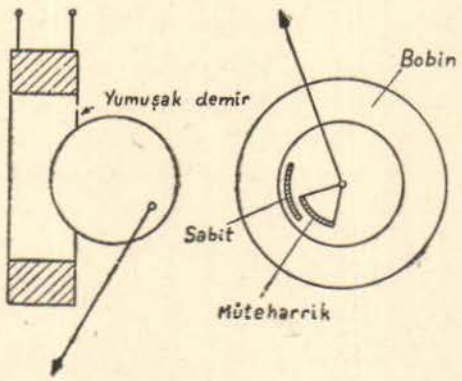


Şek. 38—2

bu maksat için kullanılan bir redresör montajı görülmektedir (Graetz montajı). Bu şemada akım, redresörlerden yalnız ok yönünde geçebilir ve ters yönde hemen hemen hiç geçemez. Bu suretle ölçü âletinden şeklin sağında görülen pülzasyonlu doğru akım geçer. Bu montajda akımın aritmetik ortalama değeri dönme momentinde rol oynar ve âletin ibresi bu ortalama değerle orantılı olan bir sapma yapar. Bununla beraber redresörlü âletin taksimatı ekseriya efikas değere göre yapılır. Bundan dolayı redresörlü ölçü âletleri ancak sinüzoidal akımlar için doğru sonuç verirler.

Döner bobinli ölçü âletlerinin hassasiyetini hareketli kısımları küçültmek ve bobini asmak suretiyle daha da arttırmak kabildir. Bu şekildeki âletlere galvanometre adı verilir.

2. *Yumuşak demirli ölçü âleti.* Bu âletin çalışma prensibi, akımın meydana getirdiği magnetik alanın bir yumuşak demir parçasına yaptığı mekanik tesire dayanır. Yumuşak demir magnetik bakımdan yumuşak olan yani kolayca miknatıslanıp yine kolayca miknatıslık özelliğini kaybeden demirdir. Şek. 38—3 de yassı bobinli ve yuvarlak



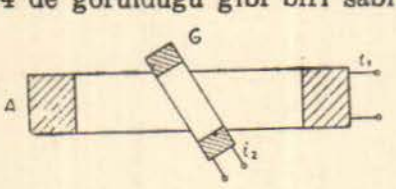
Şek. 38—3

bobinli tipler görülmektedir. Yassı bobinli âletlerde daire şeklindeki yumuşak demir parçası bobinden bir akım geçince içeri doğru çekilir ve yumuşak bobinli sistemde ise biri sabit diğeri dönebilen iki demir levha miknatıslanarak birbirini iterler. Yumuşak demire tesir eden çekme kuvveti bir taraftan bobinden geçen i akımı ile ve diğer taraftan demir parçasının magnetik endüksiyonu ile orantılır. Bu magnetik endüksiyonun akımla orantılı olduğu kabul edilirse dönme momenti akımın karesi ile orantılı olur. Bu sebepten dolayı yumuşak demirli âletin sapması akımın karesi ile orantılı ve taksimatı da karasel olur. Âlet yardımiyle hem doğru akımları ve hem de alternatif

akımları ölçmek kabil olur. Âlet alternatif akımda efikas değerleri gösterir. Yapılışı basit olan ve her iki cins akımda da kullanılabilen bu âletden ekseriya tablo âleti olarak faydalanılır.

5. Termik ölçü âleti. Elektrik akımının ısı tesirine dayanarak çalışan bu âletin nasıl çalıştığı bundan önce doğru akım bahsinde görülmüştür. Karasel bir taksimatı olan âlet hem doğru akımda ve hem de alternatif akımda kullanılabilir. Termik ölçü âletinin doğruluk kalitesi düşük ve aşırı akımlara karşı dayanması az olduğundan kullanma sahası dardır. Ancak yüksek frekanslı akımların ölçülmesinde bu âletden faydalanılmaktadır.

4. Elektrodinamik ölçü âleti. Elektrodinamik ölçü âleti, akım taşıyan iletkenlerin birbirine yaptıkları kuvvet tesirine dayanarak çalışır. Âlet, şek. 38—4 de görüldüğü gibi biri sabit (A) ve diğeri dö-



Şek. 38—4

nebilen (G) iki bobinden teşekkül eder. Dönebilen G bobinine akım, spiral yaylar vasıtasiyle verilir. Bu yaylar aynı zamanda karşı koyma momentini de meydana getirirler. G bobinini döndürmeye çalışan moment her an bobinlerden geçen i_1 ve i_2 akımlarının çarpımlariyle orantılıdır. Âlet yardımiyle akım ve gerilim ölçülürken iki bobin seri bağlanır ($i_1=i_2=i$). Bu suretle âletin sapması i^2 ile orantılı olacağından karasel bir taksimat elde edilir. Âlet hem doğru ve hem de alternatif akımda kullanılabilir. Elektrodinamik ölçü âletleri genel olarak demirsiz imâl edilir. Bu âletler bilhassa alternatif akımdaki lâboratuvar ve kontrol ölçmeleri için hassas ölçü cihazı olarak imâl edilirler.

Elektrodinamik ölçü âletinin esas uygulama sahası elektrik gücünün ölçülmesidir. Bu halde vatmetre adını alan âletin sabit bobininden devre akımı geçirilir ve daha ince telden yapılan dönen bobin devre gerilimine bağlanır. Bundan dolayı sabit bobine akım bobini (A) ve dönen bobine de gerilim bobini (G) adları da verilir. Gerilim bobininin devresindeki direnç R ile gösterilirse bu bobinden geçen akım u/R olur. Dönme momentinin ortalama değeri

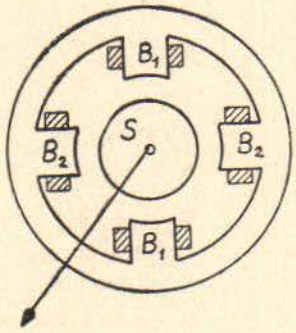
$$M_d=k_1\frac{1}{T}\int_0^T ui\,dt=k_1\,UI\cos\varphi=k_1\,P$$

yani aktif güçle orantılı olur. Diğer taraftan karşı koyma momenti de $M_k = k_2 \alpha$ şeklinde α açısı ile orantılı olduğundan denge durumunda âletin sapması

$$\alpha = \frac{k_1}{k_2} UI \cos \varphi = k P \qquad (38—2)$$

yani P gücü ile orantılı olur. Alet yardımiyle hem doğru ve hem de alternatif akımda gücü ölçmek kabildir. (38—2) ifadesine göre elektrodinamik vatmetre düzgün bir taksimata sahiptir.

5. Endüksiyonlu ölçü âleti. Bu ölçü âleti döner alana dayanarak çalışır. Endüksiyonlu âletleri döner diskli ve döner silindirli olmak üzere iki gruba ayırmak kabildir. Şek. 38—5 de âletin prensip şema-



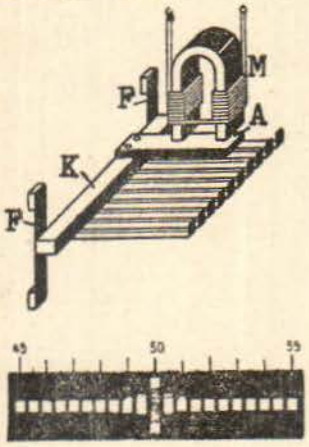
Şek. 38—5

sı görülmektedir. Alet birbirine nazaran değişik durumda olan iki bobinle (B_1 ve B_2 bobinleri) S alüminyum silindirinden veya diskinden teşekkül eder. Bu iki bobinden aralarında faz farkı bulunan akımlar geçirilerek bir döner alan elde edilir. Bu döner alan âletin diskinde veya silindirinde girdap akımlarının endüklenmesine sebep olur. Girdap akımlarına döner alanın tesiriyle bir dönme momenti tesir ederek disk veya silindir döner. Âletin karşı koyma momenti spiral yaylar vasıtasiyle elde edilir. Üç fazlı asenkron motorlar da aynı prensibe dayanarak çalışırlar. Bu âletde söndürücü olarak bir sürekli miknatıs kullanılır. Bobinden geçen akımlar arasındaki faz farkını elde etmek için bir sargının endüktansı arttırılır.

Yalnız alternatif akımda kullanılabilen endüksiyonlu ölçü âleti ile akım şiddetini, gerilimi ve gücü ölçmek kabil olur.

6. Frekansmetre. Alternatif akımın frekansı frekansmetre adı verilen ve mekanik rezonans olayına dayanarak çalışan bir âlet yardımiyle ölçülür. Şek. 38—6 da bir frekansmetrenin şeması görülmek-

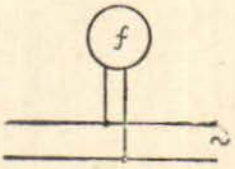
tedir. Âlet bir elektromiknatısla (M), bunun magnetik alanına yerleştirilmiş olan bir demir levhadan (A) ve bu levhaya bağlı bir çubuktan (K) teşekkül eder. F yayları vasıtasiyle esnek bir şekilde tesbit edilmiş olan çubuğun üzerinde bir sıra ince çelik levhalar (diller) bulunur. Her bir çelik levhacığın titreşim frekansı bir öncekine nazaran 0,5 Hz kadar farklıdır. Her levhanın ucunda beyaz bir kare



Şek. 38—6

vardır. Elektromiknatısın bobini frekansı ölçülecek olan şebekeye bağlandığı takdirde, çelik levhacıklar titreşmeğe başlarlar. Bu esnada titreşim frekansı alternatif akımın frekansına en yakın olan levhacık en büyük titreşim genliğini haiz olur. Bu levhacığın ucundaki beyaz kare şek. 38—6 nın alt tarafında görüldüğü gibi çizgi haline gelir (şekilde okunan frekans $f=50$ Hz dir).

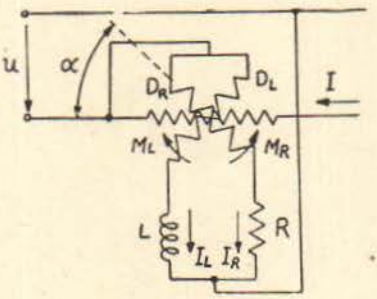
Frekansmetreler şebekeye paralel olarak yani bir voltmetre gibi bağlanırlar, şek. 38—7.



Şek. 38—7

7. Fazmetre (cos φ—metre). Şek. 38—8 de bir tesisatın güç katsayısını doğrudan doğruya ölçmek için kullanılan çapraz bobinli fazmetrenin prensip şeması görülmektedir. Bu âletin sabit akım bobini içine mağnetik eksenleri birbirine dik olan iki bobin (D_R ve D_L) dö-

nebilecek tarzda yerleştirilmiştir. Sabit akım bobininden I akımı (şebeke akımı) ve D_R bobininden I_R akımı geçer. D_R bobinini döndürmeğe çalışan momentin ortalama değeri



Şek. 38—8

$$M_R = k_R I I_R \cos \varphi_R \sin \alpha$$

olur. Bu formülde φ_R, I akımı ile I_R akımı arasındaki faz farkını ve α ise iki bobinin magnetik eksenleri arasındaki açıyı gösterir. I_R akımı, D_R bobini ile seri bağlanan yüksek R direncinden dolayı U gerilimi ile aynı fazdadır. Diğer taraftan U ile I arasındaki faz farkı φ olduğundan $\varphi_R = \varphi$ alınabilir. Böylece yukarıdaki ifade

$$M_R = k_R I I_R \cos \varphi \sin \alpha$$

şekline girer. D_R bobinine tesbit edilen D_L bobininden geçen I_L akımı, bu bobine seri bağlanan L endüktansından dolayı, U gerilimine nazaran pratik bakımdan 90° faz farkını haiz olur. Neticede I akımı ile I_L akımı arasındaki faz farkı $90° - \varphi$ alınabilir. Böylece D_L bobinine tesir eden moment için

$$M_L = k_L I I_L \cos (90° - \varphi) \sin (90° - \alpha) = k_L I I_L \sin \varphi \cos \alpha$$

ifadesi elde edilir. D_R ve D_L bobinlerinden geçen akımların yönleri bu iki moment her an zıt yönlerde tesir edecek şekilde seçilmiştir. Bundan dolayı âletin ibresi $M_R = M_L$ denge şartı yerine gelinceye kadar döner ve denge konumunda

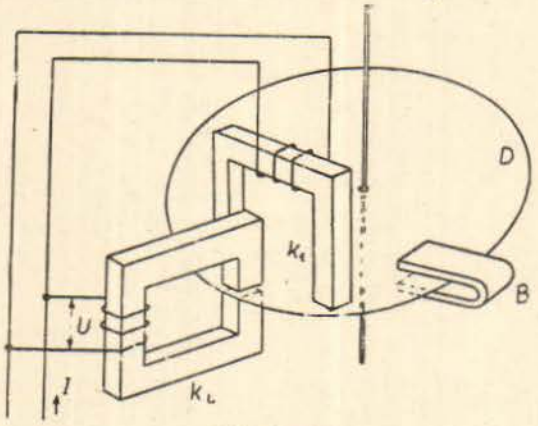
$$\operatorname{tg} \varphi = k \operatorname{tg} \alpha$$

olur. Yani âletin ibresi φ açısı ile orantılı olan bir sapma yapar.

8. Elektrik sayaçları. Belli bir müddet zarfında harcanan veya üretilen elektrik enerjisini ölçen âletlere elektrik sayacı adı verilir.

Enerji güçle zamanın çarpımına eşit olduğundan bu âletlerin kaydedici cinsten olmaları gerekir. Buraya kadar görülen ölçü âletlerinde dönen kısım belli bir açı kadar saptığı halde sayaçların dönen kısmı tıpkı bir elektrik motorunda olduğu gibi sürekli bir dönme hareketi yapar.

Pratikte en çok kullanılan sayaç tipi endüksiyonlu sayaçtır. Bu sayaç yalnız alternatif akımda kullanılabilir. Şek. 38—9 da endüksi-



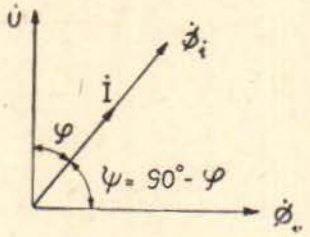
Şek. 38—9

yonlu sayacın prensip şeması görülmektedir. Âletin tıpkı bir vatmetre gibi iki bobini vardır. Birbirine dik olan K_i ve K_u elektromiknatıslarından birincisi şebeke akımı tarafından (akım bobini) ikaz edilir. Elektromiknatısların husûle getirdiği Φ_u ve Φ_i alternatif akıları, düşey bir eksen etrafında dönebilen, bir alüminyum diskten (D) geçerler. Φ_u ve Φ_i akıları disk içinde elektromagnetik endüksiyon yoluyla girdap akımlarının doğmasına sebep olurlar. Bu akımlar kendilerini husûle getiren akılardan 90° geri fazda bulunurlar. Φ_u akısı Φ_i tarafından meydana getirilen I_i akımına tesir ederek bir dönme momenti (M_u) meydana getirdiği gibi Φ_i akısı da, Φ_u nun doğurduğu I_u ye tesir ederek bir dönme momenti (M_i) husûle getirir. Zıt yönde tesir eden bu momentler birleşerek diski döndürürler. Φ_u ve Φ_i akıları arasındaki faz farkı ψ ile gösterilirse diski döndürmeğe çalışan moment

$$M_d = k \Phi_u \Phi_i \sin \psi$$

olur. Burada k, bir orantı katsayısıdır. Bu ifadeyi şöylece bulabiliriz: M_u momenti $\Phi_u I_i \cos (90° - \psi)$ ile ve M_i momenti ise $\Phi_i I_u \cos (90° + \psi)$ ile orantılıdır. Burada $90° - \psi$, Φ_u ile I_i ve $90° + \psi$ ise Φ_i ile I_u arasındaki açıyı göstermektedir. I_i ve I_u akımlarının kendilerini doğuran akılarla orantılı olduğu gözönüne alınırsa M_u ve M_i momentlerinin

bileşkesinin M_d ye eşit olacağı görülür. Şek. 38—10 da görülen fazör diyagramının incelenmesinden şu sonuçlar elde edilir : U gerilimine nazaran φ açısı kadar geri fazda olan I akımı kendisiyle aynı fazda



Şek. 38—10

olan Φ_i akısını meydana getirir. Gerilim bobininin endüktansı omik direncine nazaran çok büyük yapıldığından Φ_u akısını doğuran akım ve dolayısiyle bu akı gerilimden 90° geri kalır. Böylece $\psi = 90° - \varphi$ olacağından dönme momenti için yukarıda verilen ifade

$$M_d = k\,\Phi_u \Phi_i \cos\varphi$$

şekline girer. Φ_u akısının U gerilimi ile ve Φ_i akısının da I akımı ile orantılı olduğu gözönüne alınırsa moment ifadesi

$$M_d = k_1\,UI\cos\varphi \qquad (38-4)$$

veya

$$M_d = k_1\,P \qquad (38-5)$$

şeklini alır. O halde diski döndürmeğe çalışan moment aktif güçle orantılıdır.

Diskin sabit bir hızla dönmesini sağlamak için şek. 38—9 da B ile gösterilen sürekli miknatıstan faydalanılır. Disk bu miknatısın alanı içinde dönerken meydana gelen girdap akımları hareketi frenleyici bir tesir yaparlar. Bu suretle ortaya çıkan frenleme momenti (M_f) diksin hızı ve dolayısiyle dakikadaki devir sayısı ile (n) orantılı olduğundan

$$M_f = k_2\,n \qquad (38-6)$$

yazılabilir. Diskin hızlanması $M_d = M_f$ oluncaya kadar sürer. Buradan sayacın hızı için

$$n = \frac{k_1}{k_2}\,P = k_s\,P \qquad (38-7)$$

ifadesi elde edilir ki bu da bize diskin dakikadaki devir sayısının P gücü ile orantılı olacağını gösterir. Bu denklemin iki tarafı belli bir t zamanı ile çarpılırsa

$$nt = k_s Pt \qquad (38-8)$$

veya

$$N = k_s A \qquad (38-9)$$

formülü bulunur. Burada $N=nt$, sayacın t müddetine tekabül eden devir sayısını ve $A=Pt$ ise t zamanı zarfında harcanan veya üretilen elektrik enerjisini gösterir.

(38—9) ifadesinde $A=1$ kWh için N devir sayısı sayıca k_s ye eşit olur. Böylece k_s nin 1 kWh'lık enerjiye tekabül eden devir sayısını gösterdiği anlaşılır. Sayaçların plâkasında verilen bu değere sayaç sabiti denilir. Meselâ $k_s=1500$ devir/kWh ise diskin 1 kWh için 1500 devir yaptığı anlaşılır.

Sayacın miline bağlı olan bir dişli mekanizma sayesinde devir sayısı yerine doğrudan doğruya kWh cinsinden harcanan veya üretilen enerjiyi okumak kabil olur.

Örnek 38—1. $k_s=1200$ devir/kWh olan bir sayaç bir ısı cihazının devresinde 40 saniyede 16 devir yapıyor. Bu ısı cihazının gücünü bulunuz.

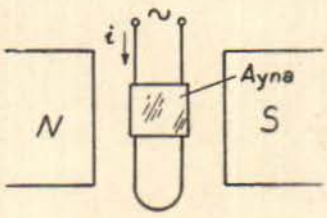
Cevap: $N=16$ ve $t=40/3600$ saat olduğundan (38—8) formülü yardımiyle

$$P=\frac{N}{k_s t}=\frac{16}{1200\,.\,40/3600}=1{,}2 \text{ kW}$$

bulunur.

9. Osilograflar. Zamanla hızlı olarak değişen olaylara ait eğrilerin (meselâ alternatif akım ve gerilimlerin) incelenmesi ve bunların fotoğraflarının alınması için faydalanılan âletlere osilograf adı verilir. Pratikte bükümlü osilograf ve katod ışınlı osilograf olarak iki tipe rastlanır.

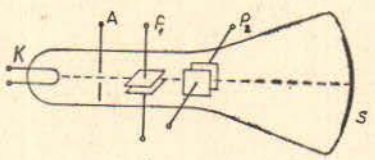
a) Bükümlü osilograf: Bu osilograf bir sürekli mıknatısın veya bir elektromıknatısın alanı içinde yerleştirilen bir tel büklümden teşekkül eder, şek. 38—11. Bu suretle büklümlü osilografın döner



Şek. 38—11

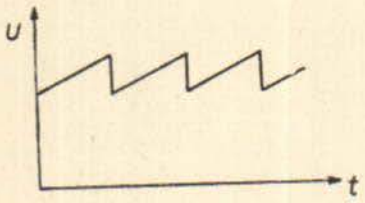
bobinli âlete benzediği anlaşılır. Yalnız burada büklümün atâleti çok küçüktür. Büklüm üstüne küçük bir aynacık yapıştırılmıştır. İçinden bir alternatif akım geçince büklüm ve onunla birlikte ayna bir titreşim hareketi yaparlar. Bu hareketin frekansı akımın frekansına eşit olacaktır. Ayna üzerine bir ışık düşürmek ve burada yansıyan ışığı da üzerine bir fotoğraf kâğıdı sarılmış olan ve sabit hızla dönen bir silindire düşürmek suretiyle akım eğrisinin fotoğrafını almak kabil olur. Keza yansıyan ışığı, incelenen akımla senkron olarak dönen bir poligon aynaya ve bundan yansıyan ışığı da bir mat cama düşürmek suretiyle incelenen eğriyi görünür hale sokmak kabil olur.

b) Katod ışınlı osilograf: Bükümlü osilografın küçük de olsa bir atâleti olduğundan incelenen olayların frekansı bu büklümün öz titreşim frekansı tarafından sınırlandırılır. Bu sebepten dolayı yüksek frekanslı titreşimleri incelemek için hemen hemen hiç bir atâleti olmayan katod ışınlı osilograftan faydalanılır. Şek. 38—12 de katod



Şek. 38—12

ışınlı osilografın prensip şeması görülmektedir. Osilografın K katodu ile A anodu arasına bir doğru gerilim uygulandığı takdirde ısıtılan katoddan fırlayan elektronlar anoda doğru giderler. Anodun yarığından geçen elektron hüzmesi uygun bir madde sürülmüş olan S ekranı üzerine düşerek orada bir ışıklı benek husûle getirir. Hareket halindeki elektronlardan teşekkül eden katod ışını bir elektrik alanı veya bir magnetik alan içinden geçtiği vakit sapmaya uğrar. Elektrik alanındaki sapma bu alanın elektrik yükleri üzerine yaptığı kuvvet tesirine ve magnetik alandaki sapma ise bu alanın elektrik akımı üzerine yaptığı kuvvet tesirine dayanır (hareket eden elektron bir elektrik akımına tekabül eder). İşte bu özellikten faydalanarak titreşimleri görünür hale sokmak kabil olur. Bu maksatla meselâ alternatif gerilim P_1 levhalarına uygulanır. Bu gerilimin meydana getirdiği elektrik alanının tesiriyle katod ışını dik yönde bir sapmaya uğrar. Bu suretle ekran üstündeki ışıklı benek bir ışıklı çizgi haline gelir. P_1 levhalarına dik olarak yerleştirilen P_2 levhalarına şek. 38—13 deki gibi değişen bir yardımcı gerilim uygulayarak ışıklı çizgi yerine ışıklı bir eğri yani alternatif gerilimin zamanla değişimini gösteren fonksiyonun eğrisi elde edilir.



Şek. 38—13

39. Ölçü metodları

39 — 1. Akım şiddetinin ölçülmesi.

Akım şiddetini ölçen âletlere ampermetre adı verilir. Devreye seri olarak sokulan ampermetreden ölçülecek olan akım geçer. Ampermetre devreye seri bağlandığından fazla gerilim düşümüne sebep olmaması için direnci çok küçük olmalıdır.

Her ampermetre belli bir akım şiddetine kadar dayanır. Daha büyük akımları ölçmek için doğru akımda şönt denilen dirençten faydalanılır. Bu direncin nasıl hesaplanacağı doğru akım bahsinde görülmüştür. Büyük akımları ölçerken şöntün kullanılması kayıpların artmasına sebep olur.

Örnek 39—1. İç direnci $R_A=1\,\Omega$ olan ve $i=100$ mA'e kadar ölçebilen bir ampermetre yardımiyle $I=1000$ A'e kadar akımları ölçmek için lüzumlu olan şöntü ve güç kaybını bulunuz.

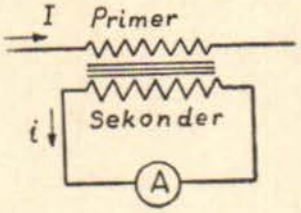
Cevap: şönt $$R_p=\frac{i}{I-i}\,R_A=\frac{0{,}1}{1000-0{,}1}\,1=\frac{1}{9999}\,\Omega$$

dur. Dış devreden $I=1000$ A geçerken şöntden $I-i=1000-0{,}1=999{,}9$A geçer. Bu akım R_p direncinde

$$P=(I-i)^2\,R_p=999{,}9^2\,\frac{1}{9999}\approx 100\text{ W}=0{,}1\text{ kW}$$

lık bir güç kaybının meydana gelmesine sebep olur.

Alternatif akımda ölçü sahasını genişletmek için şönt yerine akım transformatöründen faydalanılır. Şek. 39—1 de akım transformatörünün devreye nasıl sokulacağı görülmektedir. Transformatörün primer sargısından ölçülecek olan I akımı ve primerden daha fazla sarımlı olan sekonder sargıdan ise bundan daha küçük bir akım geçer. Ekseriya 5 veya 1 A lik olan A ampermetresinde okunan değerleri transformatörün çevirme oranı (=primer nominal akım/am-



Şek. 39—1

permetrenin nominal akımı) ile çarparak I akımını bulmak kabil olur. Akım transformatörleri ile ölçüler yapılırken sekonder devreyi katiyen açık tutmamağa dikkat etmek icap eder.

Akım transformatörü ile yapılan ölçülerdeki kayıplar şöntlü ölçülerden çok azdır.

39 — 2. Gerilimin ölçülmesi.

Gerilim ölçen âletlere voltmetre adı verilir. Bir voltmetre esas itibariyle yüksek dirençli bir ampermetreden başka bir şey değildir. Voltmetre, gerilim ölçülecek olan noktalar arasına bağlanır.

İhtiyaç halinde bir ampermetreyi voltmetre olarak kullanmak kabildir. Yalnız bunun için ampermetreye yüksek bir direnci seri bağlamak gerekir. Meselâ iç direnci $R_A = 1\ \Omega$ ve ölçü sahası $i = 50$ mA olan bir ampermetreyi 100 V'luk ölçülerde voltmetre olarak kullanmak istersek bu âlete

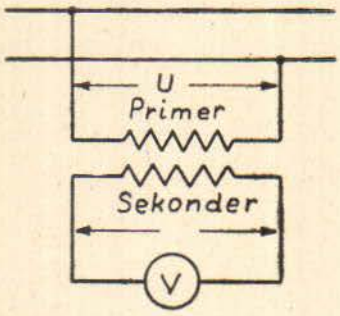
$$R_s = \frac{100}{0{,}05} - 1 = 1{,}999\ \text{k}\Omega$$

luk direnci seri bağlamalıdır.

Voltmetrelerin ölçü sahaları doğru akımda öndirençler yardımiyle genişletilir. Voltmetreye seri bağlanan bu direncin nasıl hesaplanacağı doğru akım bahsinde gösterilmiştir. Yüksek gerilimlerde güç kayıpları artacağı gibi izolasyon bakımından zorluklarla karşılaşılır. Elektrostatik voltmetre denilen ve elektrik alanında ortaya çıkan kuvvetlere dayanarak çalışan bir voltmetre yardımiyle doğru ve alternatif gerilimleri kayıpsız olarak ölçmek kabil olur. Elektrostatik voltmetre bir elektrodu dönebilecek tarzda yerleştirilmiş olan bir kondansatöre benzer.

Alternatif akımda öndirenç yerine, gerilim transformatöründen

faydalanılır. Bu suretle kayıplar çok azalır. Şek. 39—2 de gerilim transformatörünün devreye nasıl bağlanacağı görülmektedir. Âletin primer sargısına ölçülecek olan gerilim uygulanır ve primerden daha



Şek. 39—2

az sarımlı olan sargının uçlarına ekseriya 100 V luk bir voltmetre bağlanır. Voltmetrede okunan değerleri transformatörün çevirme oranı (=primer nominal gerilim/voltmetrenin nominal gerilimi) ile çarparak şebeke gerilimi bulunur. Gerilim transformatörü akım transformatörünün âksine olarak kısa devre edilmemelidir.

39 — 3. Gücün ölçülmesi.

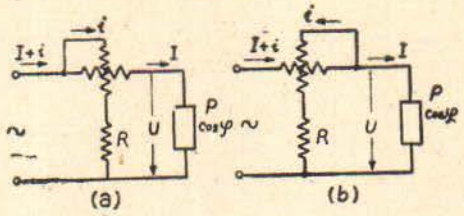
Elektrik gücü vatmetreler yardımiyle ölçülür. Doğru akımda gücü ölçmek için bir vatmetrenin kullanılmasına lüzum yoktur. Buragüç $P=UI$ formülü ile ifade edildiğinden bir ampermetre ve voltmetrenin gösterdiği değerleri çarparak gücü bulabiliriz.

Alternatif akımda aktif güç genel olarak

$$P=UI\cos\varphi$$

formülü ile bulunduğundan burada ampermetre ve voltmetreden başka bir de güç katsayısını ölçen bir fazmetreye ihtiyaç vardır. Bu sebepten dolayı alternatif akımda aktif güç basit olarak vatmetre yardımiyle ölçülür. Vatmetre olarak elektrodinamik veya endüksiyonlu bir âletden faydalanılabilir. Elektrodinamik vatmetre ile hem doğru akımda ve hem de alternatif akımda gücü ölçmek kabilse de endüksiyonlu vatmetre yalnız alternatif akımda kullanılabilir.

Şek. 39—3 de bir vatmetrenin devreye nasıl bağlanacağı görülmektedir. Bu şemalarda R, gerilim bobininin devresindeki öndirenci göstermektedir. (a) daki bağlamada vatmetre P gücü ile beraber



Şek. 39—3

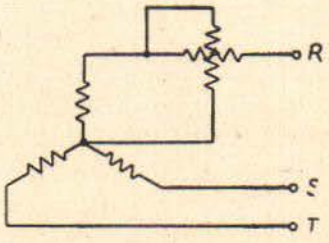
akım bobininin harcadığı gücü ve (b) deki bağlamada ise gerilim bobininin harcadığı gücü ölçer. Büyük güçleri ölçerken bu suretle yapılan hatanın bir önemi yoksa da küçük güçleri ölçerken bunu gözönüne almak icap eder.

Vatmetrenin ölçü sahasını genişletmek için ekseriya iki akım bobininden ve muhtelif öndirençlerden faydalanılır. Âletin boyutlarını mümkün mertebe küçük tutmak için sabit akım bobini ile dönebilen gerilim bobini arasındaki uzaklık çok küçük yapılır. Bu sebepten dolayı gerilim bobininin bir ucu doğrudan doğruya akım bobinin bir ucu ile birleştirilir ve diğer ucuna öndirenç bağlanır. Bu suretle bobinler aynı potansiyeli alacağından aralarında tehlikeli bir gerilimin meydana gelmesi önlenir.

Alternatif akımda vatmetrelerin ölçü sahası akım ve gerilim transformatörleri yardımiyle arttırılır.

Üç fazlı akımda aktif gücü ölçmek için çeşitli bağlamalardan faydalanılır.

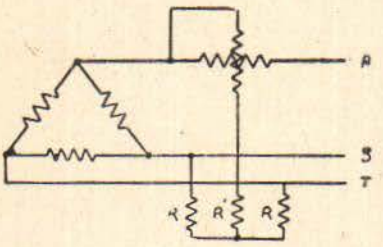
Şayet üç fazlı sistem simetrik olarak yüklenmişse bu takdirde bir tek vatmetre yardımiyle gücü ölçmek kabil olur. Şek. 39—4 de nötr noktası açıkta olan yıldız bağlı sistemde vatmetrenin nasıl bağ-



Şek. 39—4

lanacağı görülmektedir. Bu vatmetre faz gücünü ölçeceğinden toplam gücü bulmak için okunan değerin üç katını almak gerekir.

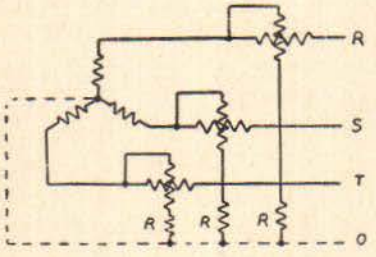
Nötr noktası açıkta olmadığı veya sistem üçgen tarzında bağlı olduğu takdirde faz gücünü ölçmek için bir suni nötr noktası teşkil edilir. Bu nötr noktası şek. 39—5 de görüldüğü gibi biri gerilim



Şek. 39—5

bobini ile seri bağlanan üç direnci yıldız şeklinde bağlayarak elde edilir. Gerilim bobininin direnci R_G ile gösterilirse bununla seri bağlanan R' direnci $R'+R_G=R$ olacak şekilde seçilmelidir.

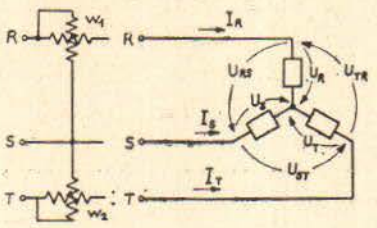
Sistem simetrik yüklenmediği zaman bir tek vatmetre ile gücü ölçmek kabil olmaz. Bu halde üç vatmetreye ihtiyaç vardır. Nötr noktası açıkta ise vatmetreler şek. 39—6 da görüldüğü gibi bağlanır. Toplam güç bu vatmetrelerde okunan güçleri toplayarak bulunur.



Şek. 39—6

Nötr noktası açıkta olmadığı veya sistem üçgen tarzında bağlandığı takdirde üç gerilim bobinini yıldız tarzında bağlayarak yukarıda olduğu gibi suni nötr noktası teşkil edilir.

Nötr iletkeni olmayan simetrik veya disimetrik yüklü bir üç fazlı sistemin toplam gücünü iki vatmetre yardımiyle ölçmek kabildir. Aron bağlaması adı verilen bu bağlama şek. 39—7 de görülmektedir. Vatmetrenin akım bobinlerinden her hangi iki hat akımı (şekilde R ve S) geçmekte olup gerilim bobinleri de bu fazlarla üçüncü faz arasına bağlanmıştır. Yıldız bağlamada sistemin toplam anî gücü



Şek. 39–7

$$n = u_R i_R + u_S i_S + u_T i_T$$

dir. Diğer taraftan sistemde nötr hattı bulunmadığından

$$i_R + i_S + i_T = 0$$

olur. Bu ifadeden i_S yi bulup yukarıdaki denklemde yerine koyarsak

$$n = i_R (u_R - u_S) - i_T (u_S - u_T)$$

ifadesini elde ederiz. Parantez içindeki gerilimler

$$u_R - u_S = u_{RS},$$

$$u_S - u_T = u_{ST}$$

ye yani faz arası gerilimlerine eşittir. Böylece

$$n = i_R u_{RS} - i_T u_{ST}$$

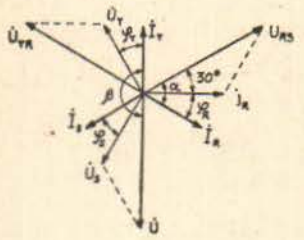
yazılabilir. I_R akımı ile U_R gerilimi arasındaki faz farkı α ile ve I_T akımı ile U_{ST} gerilimi arasındaki faz farkı da β ile gösterilirse n gücünün ortalama değeri

$$P = U_{RS} I_R \cos \alpha - U_{ST} I_T \cos \beta$$

olur. Şek. 39—7 deki montajın incelenmesinden $P_1 = U_{RS} I_R \cos \alpha$ gücünün W_1 vatmetresi tarafından ve $P_2 = -U_{ST} I_T \cos \beta$ gücünün de W_2 vatmetresi tarafından ölçüldüğü anlaşılır. Şek. 39—8 de Aron montajının fazör diyagramı görülmektedir. Bu diyagram yardımiyle

$$\alpha = \varphi_R + 30°,$$

$$\beta = \varphi_T + 150°$$



Şek. 39—8

olduğu anlaşılır. $\cos\beta=\cos(\varphi_T+150°)$ daima negatif olacağından P_2 gücü daima pozitiftir. Buna karşılık $\cos\alpha=\cos(\varphi_R+30°)$ ancak φ_R açısı 60° oluncaya kadar pozitif ve $\varphi_R=60°$ için sıfır olur. Bu sebepten dolayı W_1 vatmetresi $\varphi_R=60°$ ve dolayısiyle $\cos\varphi_R=0{,}5$ için hiç bir sapma yapmaz ve bütün gücü W_2 vatmetresi gösterir. $\varphi_R>60°$ yani $\cos\varphi_R<0{,}5$ olunca $\cos(\varphi_R+30°)$ negatif bir işaret alır ve W_1 vatmetresinin sapma yönü değişir. Bu esnada bu vatmetrenin gerilim veya akım bobininin uçlarını âksetmek ve okunan gücü P_2 gücünden çıkarmak gerekir :

$$P=\pm P_1+P_2\,. \qquad (39—1)$$

Üçgen bağlamada da aynı bağıntı carî olur.

Sistem simetrik yüklü olduğu vakit

$$I_R=I_S=I_T=I_h\,,\quad U_R=U_S=U_T=U_f$$

$$U_{RS}=U_{ST}=U_{TR}=U_h=\sqrt{3}\,U_f \text{ ve } \varphi_R=\varphi_S=\varphi_T=\varphi$$

olur. Bu suretle P_1 ve P_2 için

$$P_1=U_hI_h\cos(\varphi+30°)\,,$$

$$P_2=-U_hI_h\cos(\varphi+150°)=U_hI_h\cos(\varphi-30°)$$

ifadeleri elde edilir. P_2 her zaman pozitif olduğu halde P_1 gücü $\varphi<60°$ için pozitif, $\varphi>60°$ için negatif ve $\varphi=60°$ için sıfır olur. Bu iki ifade toplanırsa

$$P=P_1+P_2=U_hI_h\,[\cos(\varphi+30°)+\cos(\varphi-30°)]$$

$$=2U_hI_h\cos\varphi\cos 30°=\sqrt{3}\,U_hI_h\cos\varphi$$

ifadesi yani bildiğimiz güç formülü çıkar.

Sistemde nötr iletkeni bulunduğu takdirde Aron bağlaması yerine yukarıda görülen üç vatmetreli bağlamayı kullanmak gerekir.

Üç vatmetre bağlamasında ayrı ayrı üç vatmetre kullanacak yerde bunları bir âletin içinde aynı mile tesir edecek şekilde birleştirmek kabil olur. Keza Aron bağlamasında da iki vatmetre bir tek vatmetre şeklinde birleştirilebilir.

Üç fazlı gücü ölçmek için kullanılan bütün bağlamalarda vatmetreler yerine alternatif akım sayaçları alarak belli bir müddet zarfında üretilen veya harcanan enerjiyi ölçmek kabil olur. Keza bu ölçülerde de üç sayaç veya iki sayaç (Aron bağlaması) aynı mile tesir edecek şekilde birleştirilirler (üç fazlı sayaçlar).

Aron bağlamasında simetrik yük için bulunan P_1 ve P_2 güçleri birbirinden çıkarılırsa

$$P_2 - P_1 = U_h I_h \sin \varphi$$

ifadesi bulunur. Diğer taraftan sistemin reaktif gücünün

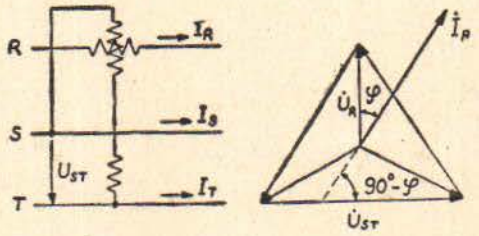
$$Q = \sqrt{3}\, U_h I_h \sin \varphi$$

olduğu gözönüne alınırsa bu bağlamada reaktif gücün

$$Q = \sqrt{3}\,(P_2 - P_1) \qquad (39-2)$$

formülü ile bulunabileceği anlaşılır. Ancak Aron bağlamasının yalnız simetrik yüklerde reaktif gücü ölçmek için kullanılabileceğini unutmamak lâzımdır.

Simetrik yüklü sistemin reaktif gücünü şek. 39—9 da görülen bağlama ile bir vatmetre yardımiyle de ölçmek kabildir. Bu vatmetre-



Şek. 39—9

nin akım bobininden $I_R = I_h$ akımı geçer ve gerilim bobini de $U_{ST} = U_h$ gerilimi altındadır. U_{ST} gerilimi ile I_R akımı arasındaki faz açısı

$90° - \varphi$ ye eşit olduğundan bu vatmetre ile ölçülen güç $U_h I_h \cos(90°-\varphi) = U_h I_h \sin\varphi$ ye eşit olur. Böylece reaktif gücü

$$Q = \sqrt{3}\, P \qquad (39-3)$$

formülü ile hesaplamak kabil olur.

39 — 4. Güç katsayısının ölçülmesi.

Simetrik yük için Aron bağlamasında

$$P_2 + P_1 = \sqrt{3}\, U_h I_h \cos\varphi$$

ve

$$P_2 - P_1 = U_h I_h \sin\varphi$$

olduğundan

$$\operatorname{tg}\varphi = \sqrt{3}\,\frac{P_2 - P_1}{P_2 + P_1} \qquad (39-4)$$

formülü elde edilir.

Güç katsayısını tâyin etmek için ekseriya kullanılan metod ölçülen aktif gücü, akım ve gerilimi ölçerek bulunan görünen güce bölmekten ibarettir. Bu takdirde bir fazlı akımda

$$\cos\varphi = \frac{P}{UI} \qquad (39-5)$$

formülü ve üç fazlı akımda da

$$\cos\varphi = \frac{P}{\sqrt{3}\, UI} \qquad (39-6)$$

formülü kullanılır.

Örnek 39—1. Bir üç fazlı motorda $P = 10$ kW, $U = 380$ V ve $I = 21{,}8$ A ölçülmüştür. Bu motorun güç katsayısını bulunuz.

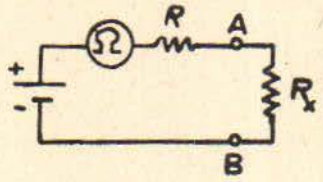
Cevap : $$\cos\varphi = \frac{10000}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 21{,}8} \approx 0{,}7\ .$$

39 — 5. Direncin ölçülmesi.

Elektrik direncini ölçmek için çeşitli metodlardan faydalanılır. Pratikte sık sık faydalanılan metod voltmetre - ampermetre metodudur. Keza portatif Wheatstone köprüsü de çok kullanılır.

Meselâ izolasyon dirençleri gibi yüksek dirençleri ölçmek için ommetre denilen cihazlardan faydalanılır. Bunların taksimatı doğrudan

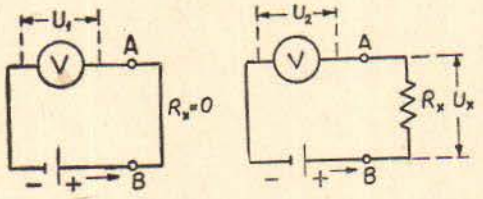
doğruya ohm veya mega-ohm cinsindendir. Şek. 39—10 da basit bir ommetre şeması görülmektedir. Şekilde Ω ile işaret edilen âlet bir döner bobinli ölçü cihazıdır. Ölçülecek olan R_x direnci A ve B uçlarına bağlıdır. Devre açıkken ($R_x = \infty$) âlet hiç bir sapma yapmaz. R_x bağlanınca âletden bir akım geçer. Bu suretle âleti doğrudan doğru-



Şek. 39—10

ya ohm cinsinden taksimatlandırmak kabil olur. Kuru pille çalışan bu ommetre kaba ölçüler için kâfi gelir. Çok büyük dirençleri ölçerken kuru pil yerine magneto denilen ve sürekli miknatıslı küçük bir doğru akım generatörü kullanılır. Magnetonun endüvisi bir kol yardımiyle döndürülür. Bir mekanik tertibat dönme hızının ve dolayısiyle EMK'in sabit kalmasını sağlar.

Direnci bir voltmetre yardımiyle de ölçmek kabildir. Bunun da prensibi ommetre prensibinin aynıdır. Bağlama şek. 39—11 de görülmektedir. Ölçü âleti olarak ekseriya bir döner bobinli cihaz kullanılır.



Şek. 39—11

R_x direnci bağlanmadan önce A ve B ucları kısa devre edilip U_1 gerilimi ölçülür. R_x bağlandıktan sonra voltmetre daha küçük bir U_2 gerilimi gösterecektir. Voltmetrenin iç direnci R_V ile gösterilirse R_x direncinin

$$R_x = \frac{U_1 - U_2}{U_2} R_V \qquad (39—7)$$

formülüyle hesaplanacağı kolayca bulunabilir. Bu bağıntı ancak U_1 gerilimi R_x direnci devreye sokulduktan sonra değişmezse doğru bir

sonuç verir. Gerçekte pilin iç direncindeki gerilim düşümü $R_x=0$ için daha büyük olacağından U_1 gerilimi U_2+U_x gerilimlinden bir az daha küçük olacaktır. Bununla beraber batarya direnci küçük ve voltmetre direnci de büyük seçilirse bataryanın pratik olarak hiç yüklenmediği kabul edilebilir.

39—6. Endüktansın ve kapasitenin ölçülmesi.

Bir bobinin endüktansını ölçmek için kullanılabilecek olan en basit metod bu bobinden bir alternatif akım geçirip bu esnada gerilimi ve akımı ölçmekten ibarettir. Bobinin doğru akımla ölçülen omik direnci R ile gösterilirse L endüktansı

$$L=\frac{\sqrt{Z^2-R^2}}{\omega} \qquad (39-8)$$

formülü ile bulunur. Burada

$$Z=\frac{U}{I}$$

bobinin empedansıdır.

Bu metod yardımiyle kapasiteyi bulmak için

$$C=\frac{I}{\omega U} \qquad (39-9)$$

formülü kullanılır.

PROBLEMLER

I. Doğru akım

1. Kapasitesi 120 Ah olan bir akü bataryasından $I=8$ A çekiliyor. Bu müddet zarfında bataryanın verdiği elektrik miktarını bulunuz.

Cevap : $Q=3 \cdot 10=30$ Ah $=30 \cdot 3600$ C $=108000$ C.

2. Kapasitesi 120 Ah olan bir akü bataryasından $I=8$ A çekiliyor. Bu batarya kaç saat dayanır ?

Cevap : $t=120/8=15$ saat.

3. Bir telden $I=5$ A geçiyor. Telden her saniye kaç elektron geçer ?

Cevap : $3{,}125 \cdot 10^{19}$ elektron.

4. Kesiti $S=2{,}5$ mm^2 olan bir telden $I=20$ A geçiyor. Akım yoğunluğunu ve elektronların hızını bulunuz. Telin beher cm^3 ünde 10^{23} serbest elektron vardır.

Cevap : $J=8$ A/mm$^2=800$ A/cm^2 ; $v=0{,}5$ mm/s.

5. Uzunluğu 2 m olan 4 mm^2 kesitindeki bakır telden şiddeti 8 A olan bir doğru akım geçiyor :

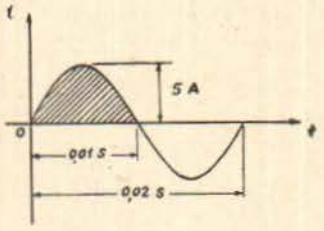
a) Akım yoğunluğunu,
b) Elektronların hızını,
c) Telin uçları arasındaki gerilimi,
d) 40 dakika zarfında telden geçen elektrik miktarını hesaplayınız. $\varkappa_{Cu}=56$ Sm/mm^2 ve $ne=16000$ C/cm^3 alınacaktır.

Cevap: a) $J=2$ A/mm$^2=200$ A/cm^2 ; b) $v=0{,}0125$ cm/s $=0{,}125$ mm/s ; c) $U \approx 0{,}071$ V $=71$ mV ; $Q=19200$ C $=5{,}33$ Ah.

6. 20 A şiddetindeki akım kesitleri $S_1=10\,mm^2$ ve $S_2=6\,mm^2$ olan ve arka arkaya bağlı bulunan iki telden geçmektedir. Elektronların 10 mm^2 lik teldeki hızları $v_1=0{,}125$ mm/s olduğuna göre 6 mm^2 lik teldeki hızları ne olur? Birinci ve ikinci tellerdeki akım yoğunlukları nedir?

Cevap: $v_1/v_2=S_2/S_1$ olduğundan $v_2=0{,}208$ mm/s bulunur. Akım yoğunlukları $J_1=20/10=2$ A/mm^2 ve $J_2=20/6=3{,}33$ A/mm^2 dir.

7. Bir telden $i=5\sin 100\pi t$ şeklinde değişen bir alternatif akım geçiyor. $i=0{,}01$ s zarfında geçen elektrik miktarını bulunuz, şek. 1.



Şek. 1

Cevap: Akım zamanla değiştiği için elektrik miktarı

$$Q=\int_0^t i\,dt$$

integrali yardımiyle bulunur. $t=0{,}01$ için $Q=0{,}1/\pi\approx 0{,}032$ C değeri elde edilir.

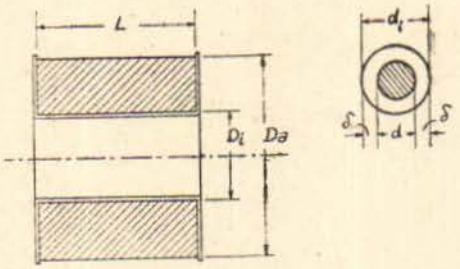
8. Uzunluğu 20 m ve ağırlığı 800 kg olan bir demir rayın direncini bulunuz. 50 mV'luk bir gerilim altında raydan kaç amper geçer? Demirin öziletkenliği $\varkappa_{Fe}=0{,}8\cdot 10^5$ S/cm ve özağırlığı $\gamma=7{,}8$ g/cm^3 dür.

Cevap: $R=0{,}487\cdot 10^{-3}\,\Omega$, $I=102{,}5$ A.

9. Yarıçapı 1 mm ve ağırlığı 20 kg olan bakır telin direncini ve iletkenliğini bulunuz. Bakırın öziletkenliği 56 Sm/mm^2 ve özağırlığı $\gamma=8{,}9$ kg/dm^3 dür.

Cevap: $R=4{,}06\,\Omega$, $G=1/4{,}06=0{,}246$ S.

10. Şek. 2 de görülen silindirik bobinin uzunluğu $L=165$ mm, iç çapı $D_i=20$ mm ve dış çapı $D_a=108$ mm dir. Bu bobin, çapı $d=0,7$ mm (çıplak) ve yalıtkan kalınlığı $\delta=0,2$ mm olan bakır telle sarılmıştır. Telin uzunluğunu ve bobinin 20°C ve 60°C deki direncini bulunuz.



Şek. 2

Cevap : Bobinin ortalama çapı

$$D_0=\frac{D_i+D_a}{2}=\frac{20+108}{2}=64 \text{ mm}$$

dir. Bu suretle ortalama sarım uzunluğu için

$$l_0=\pi D_0=64\pi=201 \text{ mm}=0,201 \text{ m}$$

bulunur. Bir tabakada yanyana bulunan tellerin sayısını bulmak için bobinin uzunluğunu tel çapına bölmek icap eder. Telin yalıtkanla birlikte çapı $d_i=d+2\delta=1,1$ mm dir. Buradan bir tabakadaki tel sayısı için $L/d_i=165/1,1=150$ bulunur. Bobinin tabaka sayısı yani üstüste bulunan tel sayısı ise

$$\frac{D_a-D_i}{2}:d_i=\frac{88}{2}:1,1=40$$

dır. Bobinin sarım sayısını bulmak için yanyana ve üstüste bulunan tellerin sayısını birbiriyle çarpmak gerektiğinden

$$w=150 \cdot 40=6000$$

bulunur. Telin uzunluğu

$$l=wl_0=6000 \cdot 0,201 \approx 1200 \text{ m}$$

dir. Telin kesiti

$$S=\frac{\pi d^2}{4}=\frac{0,7^2\pi}{4}=0,385 \text{ mm}^2$$

olduğundan 20°C deki direnç için ($\varkappa_{20}=56$ Sm/mm^2)

$$R_{20}=\frac{1200}{56.0{,}385}=55{,}6\ \Omega$$

bulunur. 60°C deki direnç ise ($\tau_{Cu}=235°C$)

$$R_{60}=55{,}6\,\frac{235+60}{235+20}=55{,}6\,\frac{295}{255}\approx 64{,}5\ \Omega$$

dur. Bu son direnci 20 °C deki sıcaklık katsayısını gösteren $\alpha=0{,}00393\ °C^{-1}$ değeri yardımiyle de bulmak kabildir:

$$R_{60}=55{,}6\,[1+0{,}00393\,(60-20)]=55{,}6\,.\,1{,}157\approx 64{,}5\ \Omega.$$

11. Uzunluğu 112 m olan bir bakır telden 16 A geçiyor. Teldeki gerilim düşümü 32 V olduğuna göre elektronların hızını bulunuz.

Cevap: $v=1$ mm/s.

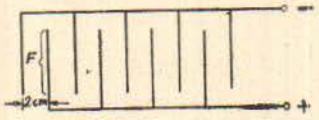
12. Alüminyum telden yapılmış olan bir bobinin 60°C deki direncinin 40 ohm olması isteniyor. Bu iş için kullanılan 2 mm² lik telden kaç metre almak gerekir? Alüminyum için $\tau=245°C$ ve $\varkappa_{20}=35$ Sm/mm² dir.

Cevap: Bobinin 20°C deki direnci $R_{20}=40\,.\,265/305=34{,}7\ \Omega$ olduğundan $l=34{,}7\,.\,2\,.\,35=2430$ m bulunur.

13. 10 mm² kesitli bakır tel yerine aynı uzunlukta ve aynı direnç sahip olan bir alüminyum tel kullanmak istiyoruz. Alüminyum telin kesiti nasıl seçilmelidir? Tellerin ağırlıkları arasındaki bağıntı nedir? $\gamma_{Cu}=8{,}9$ ve $\gamma_{Al}=2{,}7$ dir.

Cevap: $S_{Al}=16$ mm²; $G_{Cu}=2{,}06\ G_{Al}$.

14. Bir kurşunlu akümülâtörde 5 negatif levha ve 4 pozitif levha vardır ve levhalar arasındaki uzaklıklar 2 cm dir, şek. 3. Akümülâtörün iç direncinin $4\,.\,10^{-3}\ \Omega$ olması için levhaların F yüzeyi nasıl seçilmelidir? Asidin öziletkenliği 0,65 S/cm alınacaktır.



Şek. 3

Cevap: 8 Levha çiftinin, paralel bağlı olduğu gözönüne alınırsa $F=96$ cm² bulunur.

15. Bir silindirik bobinin iç çapı $D_i=50$ mm ve dış çapı $D_a=150$ mm dir. Bobinin sarım sayısı $w=2000$ ve kullanılan telin çapı (çıplak) $d=2$ mm olduğuna göre 20°C deki direnci ve iletkenliği bulunuz. Bobin bakır telden sarılmıştır.

Cevap : Direnç

$$R=2w\left(\frac{D_i+D_a}{\varkappa d^2}\right)$$

formülü ile hesaplanır. Değerleri yerine koyarak $R=3{,}58\ \Omega$ ve $G=0{,}28$ S bulunur.

16. Bir iletken malzemesinin 15 derecedeki sıcaklık katsayısı $\alpha_{15}=0{,}004°C^{-1}$ dir. Bu malzemenin kritik temperatürünü ve 65 derecedeki sıcaklık katsayısını bulunuz.

Cevap : $\tau=235°C$ (bakır), $\alpha_{65}=0{,}0033°C^{-1}$.

17. Bakır telden yapılmış bir sargının direnci, temperatür 4 katına çıktığı vakit % 18 kadar artıyor. Başlangıç sıcaklığını bulunuz.

Cevap : 15°C.

18. Alüminyum telden sarılmış olan bir bobinin 20 derecedeki direnci 2 ohm'dur. Bu bobinin 60 derecedeki direnci ne olur ? $\alpha_{20}=0{,}0038°C^{-1}$ alınacaktır.

Cevap : 2,304 Ω.

19. 500 m uzunluğunda ve 4 mm² kesitindeki bakır telin 20 ve 80 derecedeki direncini bulunuz.

Cevap : $R_{20}=2{,}23\ \Omega$, $R_{80}=2{,}75\ \Omega$.

20. Bir hattın (bakır) 20 derecedeki direnci 1,5 ohm'dur. Bu hattın —30 (kış) ve +40 (yaz) derecedeki dirençlerini bulunuz.

Cevap : $R_{-30}=1{,}2\ \Omega$, $R_{+40}=1{,}62\ \Omega$.

21. Makinaların endüvi sargılarını hesaplarken ekseriya bakırın özdirenci 0,02 Ω mm²/m olarak alınır. Bakırın 20 derecedeki özdirenci 0,0175 Ω mm²/m olarak kabul edildiğine göre hesaplar için alınan bu özdirencin kaç dereceye tekabül ettiğini bulunuz.

Cevap : 56,4°C.

22. Bir makinanın uyarma sargısının (bakır) direnci 10 derecede

1,9 ohm olarak ölçülüyor. Sürekli bir çalışmadan sonra bu direnç 2,2 ohm'a yükseliyor. Sargının son sıcaklığını ve kaç derece ısındığını bulunuz.

Cevap : Sargının son sıcaklığı 49 derecedir. Bu esnada sargı 49—10=39 derece ısınmıştır.

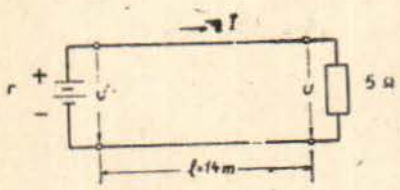
23. Sıcaklıkları 20 derece olan bir bakır ve bir krom-nikel telinin dirençlerinin % 0,5 kadar değişmesi için kaçar derecelik bir sıcaklık yükselişine ihtiyaç vardır? Bakır için $\alpha_{20}=0{,}00393°C^{-1}$ ve krom - nikel için $\alpha_{20}=0{,}0002°C^{-1}$ dir.

Cevap : Bakırda 1,27 derecelik ve krom - nikel telinde ise 25 derecelik bir sıcaklık yükselişine ihtiyaç vardır.

24. Pirinç telden yapılacak olan bir direncin 60 derecede 20 ohm değerinde olması isteniyor. 2 mm² lik telden kaç metre kullanmak gerekir? Pirinç için $\rho_{20}=0{,}08\ \Omega\ mm^2/m$ ve $\alpha_{20}=0{,}0015°C^{-1}$ alınacaktır.

Cevap : 471 m.

25. Şek. 4 de hattın sonundaki gerilim $U=100$ V olduğuna göre hattın kesitini ve baştaki U' gerilimini bulunuz. Hat malzemesi bakırdır ($\varkappa=56\ Sm/mm^2$). $E=120$ V ve $r=0{,}5\ \Omega$ dur.



Şek. 4

Cevap : Hattan geçen akım $I=100/5=20$ A dir. Bu suretle hattın direnci için

$$E=(r+R_h)\,I+U$$

denklemi yardımiyle $R_h=0{,}5\ \Omega$ bulunur. Diğer taraftan $R_h=2\,l/\varkappa S$ olduğundan $S=10$ mm² değeri elde edilir. Hattın başındaki gerilim

$$U'=R_h I+U=0{,}5\,.\,20+100=110\ V$$

dur. Ayni değeri

$$U'=E-rI=120-0{,}5\,.\,20$$

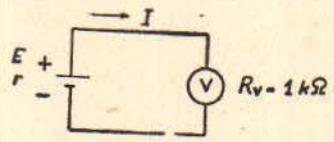
şeklinde de bulabiliriz.

26. Bir üretecin uçlarına 3,5 ohm'luk bir direnç bağlandığı vakit devreden 5 A ve 4,5 ohm bağlandığı vakit de 4 A geçiyor. Üretecin EMK'ini, iç direncini ve her iki halde üretecin uçları arasındaki gerilimi bulunuz.

Cevap : $5=\frac{E}{r+3,5}$ ve $4=\frac{E}{r+4,5}$

denklemleri yardımiyle $E=20$ V, $r=0,5\Omega$ bulunur. Gerilimler $R=3,5\Omega$ için $U=17,5$ V ve $R=4,5\ \Omega$ için $U=18$ V dur.

27. EMK'i $E=2$ V ve iç direnci $r=1$ ohm olan bir üretecin uçlarına direnci $R_V=1$ kΩ olan bir voltmetre bağlanıyor, şek. 5. Voltmetre kaç volt gösterir ?



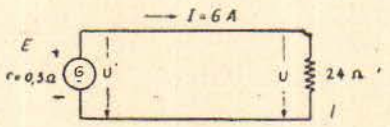
Şek. 5

Cevap : Voltmetreden geçen akım $I=2/1001\approx 2$ mA dir. Böylece $U\approx 0,002\,.\,1000=2$ V bulunur. Direnci büyük olan voltmetre üretecin EMK'ine eşit olan bir değer gösterir.

28. EMK'i $E=4$ V ve iç direnci $r=0,1$ ohm olan bir üretecin uçları kısa devre edilirse devreden kaç amper geçer ?

Cevap : Devreden geçecek olan kısa devre akımı $I_k=4/0,1=40$ A dir. Bu akım üreteç için zararlı olabilir.

29. İç direnci 0,3 ohm olan bir generatör toplam direnci (yani gidiş ve dönüş tellerinin dirençlerinin toplamı) 0,2 ohm olan bir hat vasıtasiyle direnci 24 ohm olan bir cihazı besliyor, şek. 6. Devreden 6 A geçtiğine göre



Şek. 6

a) Generatörün EMK'ini,

b) U' ve U gerilimlerini,

c) Hattaki gerilim düşümünü

hesaplayınız.

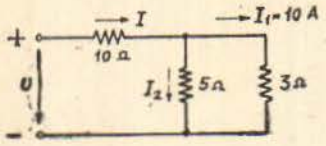
Cevap: a) $E=(0,3+0,2+24)6=147$V; b) $U'=147-0,3\,.\,6=145,2$V, $U=24\,.\,6=144$ V, c) $\Delta U=U'-U=1,2$ V.

30. Şek. 7 de $I_1=10$ A olduğuna göre

a) I_2 ve I akımlarını,

b) U gerilimini

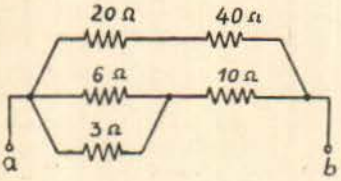
hesaplayınız.



Şek. 7

Cevap: a) $I_2=6$ A, $I=16$ A; b) $U=190$ V.

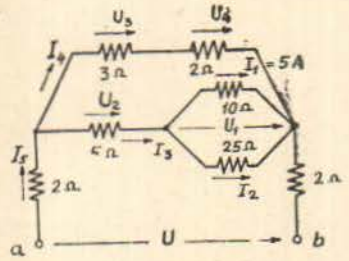
31. Şek. 8 de a ve b noktaları arasındaki eşdeğer direnci bulunuz.



Şek. 8

Cevap: Seri ve paralel bağlamalar yerine eşdeğerlerini koyarak $R_{ab}=10\ \Omega$ bulunur.

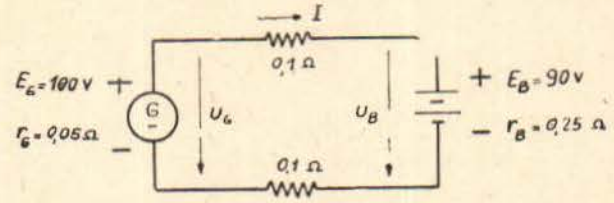
32. Şek. 9 da $I_1=5$ A olduğuna göre akımları, gerilimleri ve a, b noktaları arasındaki eşdeğer direnci hesaplayınız.



Şek. 9

Cevap : $U_1=10.5=50$ V, $I_2=50/25=2$A, $I_3=I_1+I_2=7$ A, $U_2=5.7=35$ V, $U_1+U_2=85$ V, $I_4=85/(3+2)=17$ A $U_3=3.17=51$ V, $U_4=2.17=34$ V $(=85-51)$, $I_5=I_3+I_4=24$ A, $U=85+4.24=181$ V, $R_{ab}=181/24=7{,}54$ ohm.

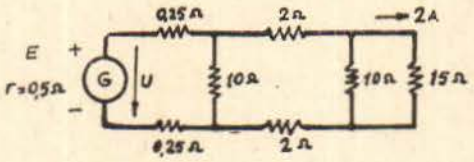
33. Şek. 10 da I akımını ve batarya ile generatörün uçları arasındaki U_B ve U_G gerilimlerini hesaplayınız.



Şek. 10

Cevap : $I=20$ A, $U=99$ V, $U_B=95$ V.

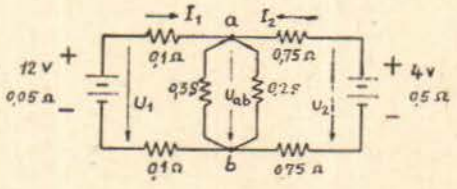
34. Şek. 11 de 15 ohm'luk dirençten geçen akım 2 A olduğuna göre generatörün uçları arasındaki U gerilimini ve E EMK'ini hesaplayınız.



Şek. 11

Cevap : $U=55$ V, $E=60$ V.

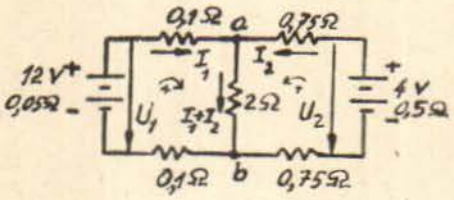
35. Şek. 12 de bataryalardan geçen akımları, bataryaların uçları arasındaki gerilimleri ve U_{ab} gerilimini hesaplayınız.



Şek. 12

Cevap : Paralel bağlı olan dirençler yerine eşdeğeri konursa devre şek. 13 de görülen hale geçer ve $R_{ab}=2\ \Omega$ dur. Bu son devre için 2. Kirşof kanunu yardımiyle

$$12=2{,}25\,I_1+2\,I_2\,,$$
$$4=2\,I_1+4\,I_2$$



Şek. 13

denklemleri yazılır. Bu denklemler çözülürse $I_1=8$ A ve $I_2=-3$ A bulunur. I_1 akımı seçilen yönde aktığı halde negatif çıkan I_2 akımı ters yönde akar. O halde 12 V'luk batarya boşalmakta ve 4 V'luk batarya dolmaktadır.

U_1 ve U_2 gerilimleri için

$$12=0{,}05\,I_1+U_1\,,$$
$$4=0{,}5\,I_1+U_2$$

denklemleri yardımiyle $U_1=11{,}6$ V ve $U_2=5{,}5$ V değerleri bulunur. a ve b noktaları arasındaki gerilim için

$$12=0{,}25\,I_1+U_{ab}$$

veya

$$4=2\,I_2+U_{ab}$$

denklemi yardımiyle $U_{ab}=10$ V bulunur. Bu gerilimi U_1, U_{ab} ve 0,1 ohm'luk dirençler tarafından teşkil edilen çevre için yazılan

$$-U_1+0{,}2\,I+U_{ab}=0$$

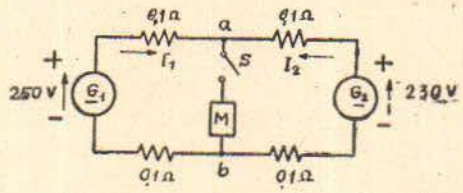
denklemi veya U_2, U_{ab} gerilimleri ile 0,75 ohm'luk dirençler tarafından teşkil edilen çevre için yazılan

$$-U_2+1{,}5\,I_2+U_{ab}=0$$

denklemi yardımiyle de bulmak kabil olur. a ve b arasına bağlı olan 2 ohm'luk dirençten geçen akım $I_1+I_2=8+(-3)=5$ A olduğundan U_{ab} gerilimi $U_{ab}=2.5=10$ V şeklinde de bulunabilir. Esas devrede yani şek. 12 de iletkenlikleri 0,2 S ve 0,3 S olan kollardan geçen akımlar I' ve I'' ile gösterilirse $I=GU$ formülü yardımiyle $I'=0{,}2\,.\,10=2$ A ve $I''=0{,}3\,.\,10=3$ A değerleri elde edilir. Bu akımlar a dan b ye doğru akarlar.

36. Şek. 14 de

a) S anahtarı açıkken a ve b arasındaki gerilim ne olur?

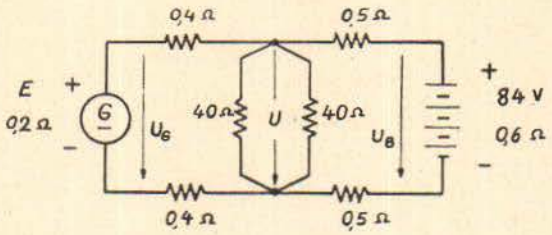


Şek. 14

b) S kapatıldıktan sonra a ve b arasındaki gerilimin S açıkken ölçülen gerilimden % 5 kadar küçük olduğu bilindiğine göre bu durumda generatörlerin verdikleri akımları ve M cihazı tarafından harcanan gücü bulunuz.

Cevap: a) $U_{ab}=240$ V; b) $I_1=110$ A, $I_2=10$ A, $P=27{,}36$ kW.

37. Şek. 15 de batarya $I_B=10$ A ile dolduğuna göre



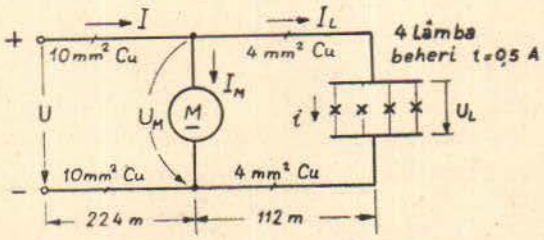
Şek. 15

a) U_B, U ve U_G gerilimlerini,

b) Generatörün E EMK'ini bulunuz.

Cevap: a) $U_B=90$ V, $U=100$ V, $U_G=112$ V; b) $E=115$ V.

38. Şek. 16 da motor tarafından $I_M=8$ A ve $U=100$ V gerilimi altında bulunan lâmbalar tarafından $i=0{,}5$ A çekildiğine göre



Şek. 16

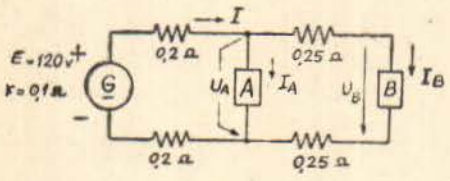
a) U_M gerilimini,

b) I akımını,

c) Hattın başındaki U gerilimini bulunuz.

Cevap: a) $U_M=102$ V; b) $I=10$ A; c) $U=110$ V.

39. Şek. 17 de A ve B cihazlarından geçen akımlar $I_A=10$ A ve $I_B=6$ A olduğuna göre bu cihazlarda harcanan güçleri bulunuz.



Şek. 17

Cevap: Cihazların güçlerini bulabilmek için U_A ve U_B gerilimlerini bilmemiz gerekir. $I=I_A+I_B=10+6=16$ A olduğundan generatör ile A cihazı tarafından teşkil edilen çevre için yazılan

$$120=0{,}5\,I+U_A=8+U_A$$

denklemi yardımiyle $U_A=112$ V bulunur. U_B gerilimi ise

$$U_B=112-0{,}5\,.\,6=109\text{ V}$$

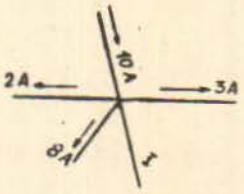
dur. Böylece güçler için

$$P_A=U_A I_A=112\,.\,10=1120\text{ W}=1{,}12\text{ kW},$$

$$P_B=U_B I_B=109\,.\,6=654\text{ W}=0{,}654\text{ kW}$$

değerleri elde edilir.

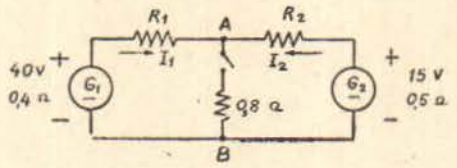
40. Şek. 18 de I akımının değerini ve yönünü tayin ediniz.



Şek. 18

Cevap: $I=3$ A; yönü düğüm noktasına doğru.

41. Şek. 19 da S anahtarı açıkken $U_{AB}=30$ V ve kapalı iken de $U_{AB}=12$ V ölçülmüştür. R_1 ve R_2 dirençlerini bulunuz.



Şek. 19

Cevap: Anahtar açıkken devreden geçen akım I ile gösterilirse

$$I=\frac{25}{0{,}9+R_1+R_2}$$

olur. Bu durumda A ve B arasındaki gerilim $U_{AB}=40-(0{,}4+R_1)\,I$ olduğundan $U_{AB}=30$ V koyarak

$$-15\,R_1+10\,R_2=1$$

denklemi bulunur. Nihayet anahtar kapanınca

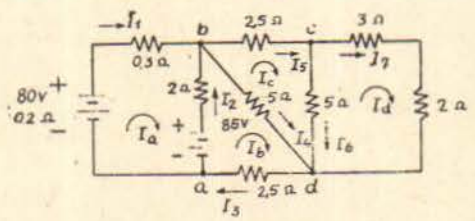
$$40=(0{,}4+R_1)\,I_1+12,$$
$$15=(0{,}5+R_2)\,I_2+12$$

ve

$$I_1+I_2=12/0{,}8=15$$

olacağını gözönüne alarak $R_1=1{,}6\ \Omega$ ve $R_2=2{,}5\ \Omega$ değerleri bulunur.

42. Şek. 20 de akımları ve U_{ab} gerilimini bulunuz.



Şek. 20

Cevap: Bu devrede $k=7$ (kol sayısı) ve $d=4$ (düğüm sayısı) olduğundan $d-1=3$ tane akım denkleri ve $k-d+1=4$ tane de gerilim denklemi yazılabilir. Bu suretle şekilde belirtilen akım yönlerine göre a, b, c düğümleri için

$$I_1+I_2=I_3\ ,$$
$$I_1+I_2=I_4+I_5\ ,$$
$$I_5=I_6+I_7$$

denklemleri yazılır. Yine şekilde belirtilen çevreler için de

$$80-85=0{,}5\,I_1-2I_2\,,$$

$$85=2\,I_2+5\,I_4+2{,}5\,I_3\,,$$

$$0=2{,}5\,I_5+5\,I_6-5\,I_4$$

$$0=5\,I_7-5\,I_6$$

denklemleri elde edilir. Bu yedi denklem çözülürse

$$I_1=10\text{ A},\quad I_2=5\text{ A},\quad I_3=15\text{ A},\quad I_4=I_5=7{,}5\text{ A},\quad I_6=I_7=3{,}75\text{ A}$$

değerleri bulunur. a ve b arasındaki gerilim için

$$80=0{,}5\,I_1-U_{ab}$$

ifadesi yardımiyle $U_{ab}=-75$ V ($U_{ba}=+75$ V) değeri çıkarılır.

Bu problemi çevre akımları yardımiyle çözmek için

$$80-85=2{,}5\,I_a-2\,I_b\,,$$

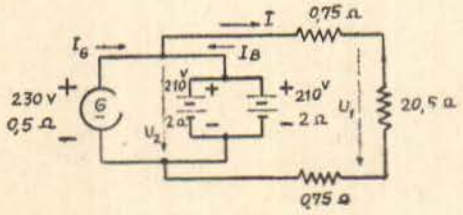
$$85=-2\,I_a+9{,}5\,I_b-5\,I_c\,,$$

$$0=-5\,I_b+12{,}5\,I_c-5\,I_d\,,$$

$$0=10\,I_d-5\,I_c$$

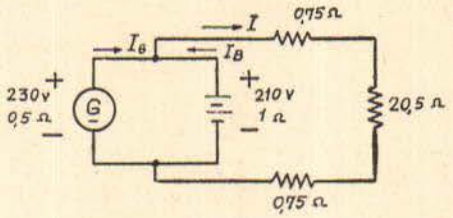
denklemlerinden faydalanmak gerekir.

43. Şek. 21 de I, I_B, I_G akımlarını ve U_1, U_2 gerilimlerini hesaplayınız.



Şek. 21

Cevap : Devreyi sadeleştirmek için paralel bağlı bataryalar yerine eşdeğeri konursa şek. 22 elde edilir. Bu son şekil yardımiyle



Şek. 22

$$I = I_G + I_B,$$

$$230 = 0{,}5\, I_G + 22\, I,$$

$$210 = I_B + 22\, I$$

denklemleri elde edilir. Bunlar çözülürse

$$I = 10\ \text{A},\quad I_G = 20\ \text{A},\quad I_B = -10\ \text{A}$$

(batarya doluyor) değerleri bulunur. Gerilimler ise

$$U_1 = 20{,}5 \cdot 10 = 205\ \text{V},$$

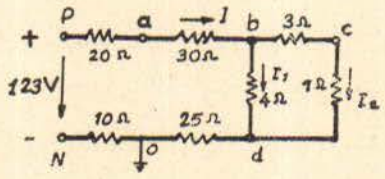
$$U_2 = 205 + 0{,}75 \cdot 2 \cdot 10 = 220\ \text{V}$$

dur. Keza U_2 yi $230 = 0{,}5 \cdot 20 + U_2$ veya $210 = -10 \cdot 1 + U_2$ denklemleri yardımiyle de hesaplayabiliriz.

44. Şek. 20 de b, c ve d noktalarının, topraklandığı farzedilen, a noktasına göre potansiyellerini bulunuz.

Cevap: $V_b = 80$ V, $V_c = 56{,}25$ V, $V_d = 37{,}5$ V.

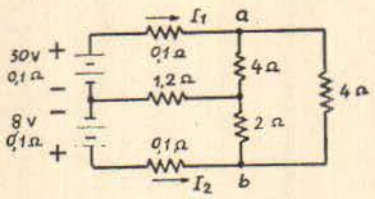
45. Şek. 23 de I_1, I_2, I akımlarını ve P, N, a, b, c ve d noktalarının O noktasına göre potansiyellerini bulunuz.



Şek. 23

Cevap: $I_1 = 1$ A, $I_2 = 0{,}4$ A, $I = 1{,}4$ A, $V_p = 109$ V, $V_N = -14$ V, $V_a = 81$ V, $V_b = 38$ V, $V_c = 36{,}8$ V, $V_d = 34$ V.

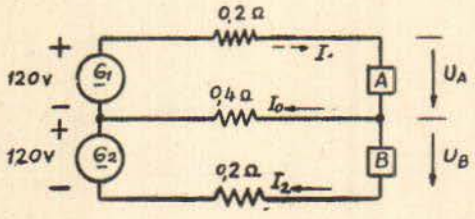
46. Şek. 24 de bataryalardan geçen akımları ve U_{ab} gerilimini hesaplayınız.



Şek. 24

Cevap : $I_1=10$ A, $I_2=4$ A (yönü ters), $U_{ab}=19{,}6$ V.

47. Şek. 25 de görülen üç iletkenli doğru akım besleme sisteminde $I_1=25$ A ve $I_2=20$ A olduğuna göre sıfır telinden geçen akımı ve A ve B cihazlarının uçları arasındaki gerilimleri hesaplayınız.



Şek. 25

Cevap : Sıfır telinden $I_0=I_2-I_1=5$ A geçer. G_1 generatörü ile A cihazı tarafından teşkil eden çevre için yazılan

$$120=0{,}2\,I_1+U_A+0{,}4\,I_0$$

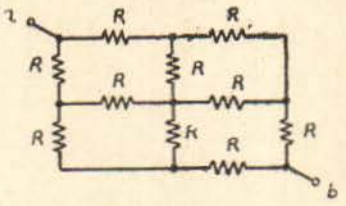
denklemi yardımiyle $U_A=113$ V ve G_2 generatörü ile B cihazı tarafından teşkil edilen çevre için yazılan

$$120=-0{,}4\,I_0+U_B+0{,}2\,I_2$$

denkleminden de $U_B=118$ V bulunur.

48. Şek. 26 da $R=15$ ohm olduğuna göre a ve b arasındaki eşdeğer direnci bulunuz.

Cevap : $R_{ab}=4\,R/3=20\ \Omega$ dur.

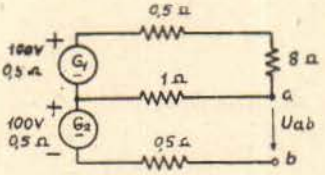


Şek. 26

48. 20 V altında 0,1 A çeken bir sargıyı 110 V'luk bir şebekede kullanmak istiyoruz. Bunun için sargıya seri bağlanacak olan direnci hesaplayınız.

Cevap : $R=900\ \Omega$.

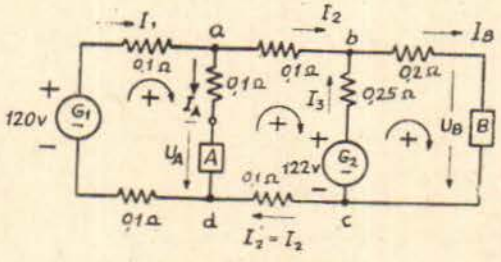
49. Şek. 27 de *a* ve *b* noktaları arasındaki gerilimi hesaplayınız.



Şek. 27

Cevap : $U_{ab}=110$ V.

50. Şek. 28 de *A* cihazı $I_A=20$ A ve *B* cihazı $I_B=50$ A çektiğine göre U_A , U_B gerilimlerini, generatörlerden geçen akımları ve generatörlerin verdikleri güçleri bulunuz.



Şek. 28

Cevap : *a* ve *b* noktaları için

$$I_1=20+I_2\,,$$
$$50=I_2+I_3$$

ifadeleri yazılabilir. c veya d noktası için yazılabilecek olan

$$50=I_3+I_2'\,,$$
$$I_2'+20=I_1$$

ifadeleri yukarıdaki denklemlerle karşılaştırılırsa cd kolundan geçen akımın I_2 ye eşit olduğu görülür. Şekilde belirtilen çevreler için

$$120=0{,}2\,I_1+0{,}1\,.\,20+U_A\,,$$
$$-122=0{,}2\,I_2-U_A-0{,}1\,.\,20-0{,}25\,I_3\,,$$
$$122=0{,}25\,I_3+0{,}2\,.\,50+U_B$$

ifadeleri yazılır. a ve b noktaları için yukarıda yazılan denklemlerle birlikte elimize 5 denklem geçmiş olduğundan bunları çözerek

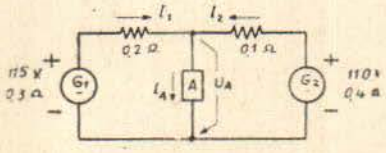
$$I_1=30\text{ A},\quad I_2=10\text{ A},\quad I_3=40\text{ A},\quad U_A=112\text{ V},\quad U_B=102\text{ V}$$

değerleri bulunur. G_1 generatörü 30 A ve G_2 generatörü ise 40 A vermektedir. Generatörler tarafından verilen güçler

$$P_1=120\,.\,30=3600\text{ W}=3{,}6\text{ kW},$$
$$P_2=122\,.\,40=4880\text{ W}=4{,}88\text{ kW}$$

dır.

51. Şek. 29 da A cihazının uçları arasındaki gerilim $U_A=100$ V olduğuna göre generatör akımlarını, bu cihazdan geçen akımı ve cihaz tarafından harcanan gücü bulunuz.



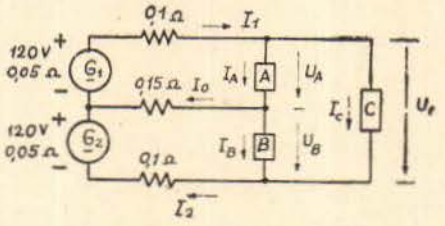
Şek. 29

Cevap : Aşağıdaki

$$115=0{,}5\,I_1+100\,,$$
$$110=0{,}5\,I_2+100$$

denklemleri yardımiyle $I_1=30$ A ve $I_2=20$ A bulunur. Cihazdan geçen akım $I_A=30+20=50$ A dir. Cihazın gücü ise $P=100\,.\,50=5000$ W$=5$ kW dır.

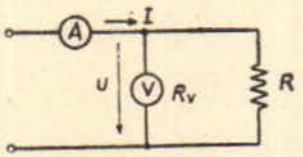
52. Şek. 30 da A, B ve C cihazları belirtilen yönlerde $I_A=50$ A, $I_B=30$ A, $I_C=20$ A çekmektedirler. I_1, I_2, I_0 akımlarını ve U_A, U_B, U_C, U_1, U_2 gerilimlerini bulunuz (U_1 ve U_2 generatör gerilimleridir).



Şek. 30

Cevap : $I_1=50+20=70$ A, $I_2=30+20=50$ A, $I_0=50-30=20$ A, $U_A=106{,}5$ V, $U_B=115{,}5$ V, $U_C=222$ V, $U_1=116{,}5$ V, $U_2=117{,}5$ V.

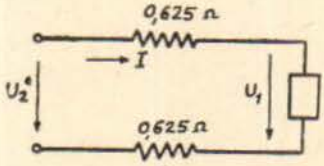
53. Şek. 31 de iç direnci $R_V=10$ kΩ olan voltmetre $U=100$ V ve ampermetre ise $I=35$ mA gösteriyor. R direncini bulunuz.



Şek. 31

Cevap : $R=4$ kΩ.

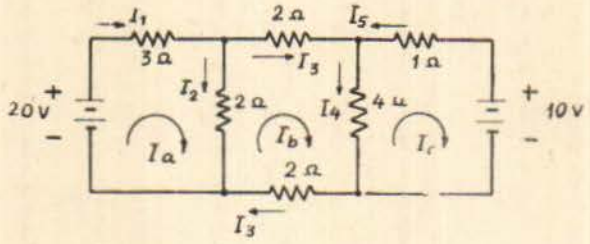
54. Şek. 32 de hattın başındaki güç 7,5 kW sonundaki güç ise 7 kW dır. Hattın başındaki ve sonundaki gerilimleri bulunuz.



Şek. 32

Cevap : $U_1=350$ V, $U_2=375$ V.

55. Şek. 33 de akımları bulunuz.



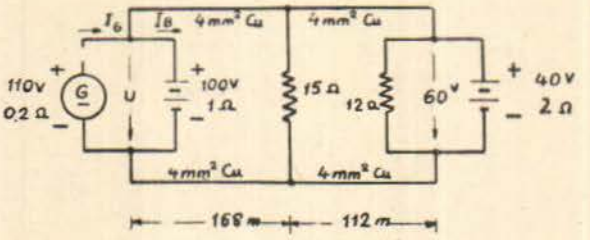
Şek. 33

Cevap: $I_a=4$ A, $I_b=0$, $I_c=-2$ A, $I_1=I_a=4$ A, $I_2=I_a-I_b=4$ A, $I_3=I_b=0$, $I_4=I_b-I_c=2$ A, $I_5=-I_c=2$ A.

56. Elimizde her biri 0,5 ohm ve 200 W'lık olan dirençler var. Bunları nasıl bağlayalım ki bu suretle elde edilecek olan sistem 110 V altında 40 A çeksin?

Cevap: Her birinde 11 seri bağlı direnç bulunan iki grubu paralel bağlayarak.

57. Şek. 34 de hattın başındaki gerilimi (U), generatör (I_G) ve batarya (I_B) akımlarını ve baştaki bataryanın EMK'ini (E) bulunuz. $\varkappa=56$ Sm/mm² dir.



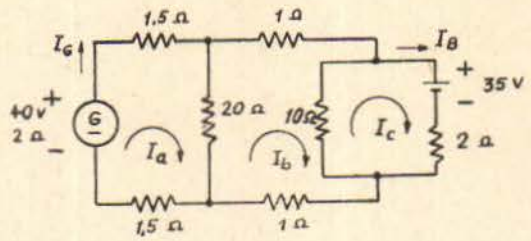
Şek. 34

Cevap: $U=105$ V, $I_G=25$ A, $I_B=5$ A (şarj), $E=100$ V.

58. Şek. 35 de generatörden ve bataryadan geçen akımları bulunuz.

Cevap: Üç çevre için yazılan

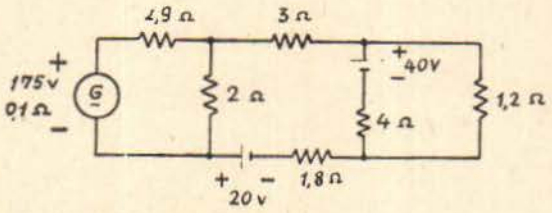
$$40=25\,I_a-20\,I_b,$$
$$0=-20\,I_a+32\,I_b-10\,I_c,$$
$$-35=-10\,I_b+12\,I_c$$



Şek. 35

denklemleri çözülürse $I_a=1{,}9$ A, $I_b=0{,}365$ A, $I_c=-2{,}61$ A bulunur. Genaratörden $I_G=I_a=1{,}9$ A ve bataryadan $I_B=I_c=-2{,}61$ A geçer. I_B nin gerçek yönü yukarı doğru olduğundan batarya boşalmaktadır.

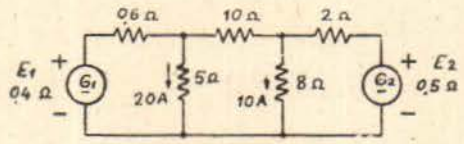
59. Şek. 36 da 1,2 ohm'uk dirençten geçen akımı bulunuz.



Şek. 36

Cevap : 16,7 A.

60. Şek. 37 de 5 ohm'luk dirençten 20 A ve 8 ohm'luk dirençten de 10 A geçtiğine göre E_1 ve E_2 EMK'lerini hesaplayınız.

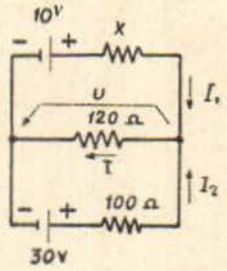


Şek. 37

Cevap : $E_1=122$ V, $E_2=100$ V.

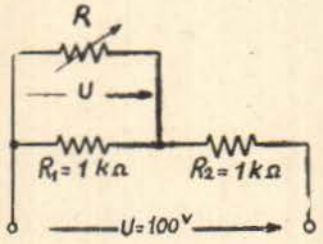
61. Şek. 38 de X direncini, bu koldan âkım geçmiyecek şekilde seçiniz. Bu durumda diğer kollardan geçen akımları ve U gerilimini hesaplayınız.

Cevap : $10=X\,I_1+120\,I$ ve $30=100\,I_2+120\,I$ denklemlerinde $I_1=0$ ve $I=I_2$ koyarak $X=240\ \Omega$ ve $I=I_2=0{,}148$ A bulunur. U gerilimi $U=120\,.\,0{,}148=17{,}76$ V olur.



Şek. 38

62. Şek. 39 da $R=0$, $R=100$ ohm ve $R=\infty$ için u gerilimini bulunuz.



Şek. 39

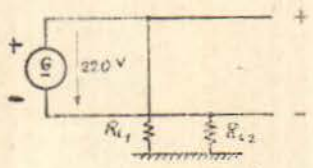
Cevap : $R=0$ için $u=0$, $R=100$ ohm için $u=83{,}5$ V, $R=\infty$ için $u=50$ V.

63. Şek. 40 da R_{i1} ve R_{i2} iki iletkenli hattın toprağa nazaran izolasyon dirençlerini göstermektedir :

a) $R_{i1}=R_{i2}$ için iletkenlerin toprağa göre gerilimlerini bulunuz.

b) Pozitif iletken bir arıza sonucu toprakla temasa geliyor (toprak kısa devresi). Bu durumda iletkenlerin toprağa göre gerilimlerini tâyin ediniz.

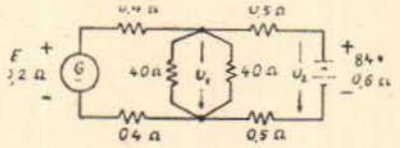
Cevap : a) Her iki iletken de toprağa göre 110 V gerilimi altındadırlar.



Şek. 40

b) Pozitif iletkenin gerilimi sıfırdır ve negatif iletken ise toprağa göre 220 V altındadır.

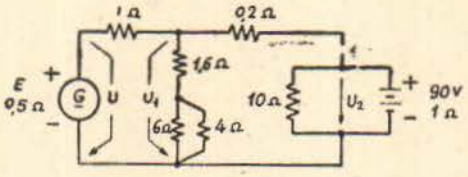
64. Şek. 41 de $U_1=116$ V olduğuna göre U_2 ve E yi bulunuz. (Prob. 37 deki devre).



Şek. 41

Cevap: $U_2=96$V, $E=141{,}8$ V.

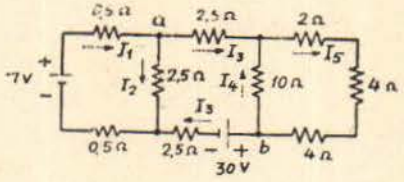
65. Şek. 42 de $U_2=100$ V olduğuna göre U_1, U ve E yi bulunuz.



Şek. 42

Cevap: $U_1=104$ V, $U=150$ V, $E=173$ V.

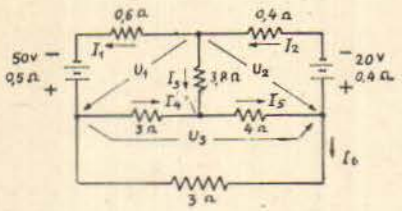
66. Şek. 43 de akımları ve U_{ab} gerilimini bulunuz.



Şek. 43

Cevap: $I_1=3$ A, $I_2=5{,}33$ A, $I_3=-2{,}33$ A (yönü ters), $I_4=-I_5=1{,}165$ A, $U_{ab}=-17{,}475$ V.

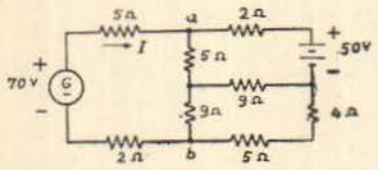
67. Şek. 44 de akımları ve U_1, U_2, U_3 gerilimlerini hesaplayınız.



Şek. 44

Cevap: $I_1=18{,}7$ A, $I_2=16{,}2$ A, $I_3=-2{,}5$ A (yönü ters), $I_4=6{,}63$ A, $I_5=4{,}13$ A, $I_6=12{,}07$ A, $U_1=-29{,}39$ V, $U_2=7{,}02$ V, $U_3=36{,}41$ V.

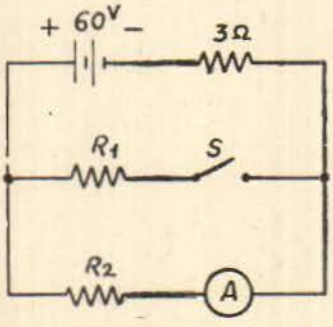
68. Şek. 45 de generatör akımını, U_{ab} gerilimini ve generatörün verdiği gücü bulunuz.



Şek. 45

Cevap: $I=3$ A, $U_{ab}=49$ V, $P=210$ W.

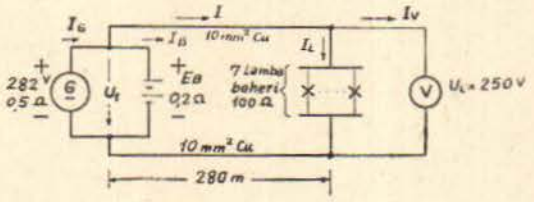
69. Şek. 46 da iç direnci ihmal edilen ampermetre S anahtarı açıkken 10 A ve kapalı iken 8 A gösteriyor. R_1 ve R_2 dirençlerini bulunuz.



Şek. 46

Cevap: $R_1=6$ ohm, $R_2=3$ ohm.

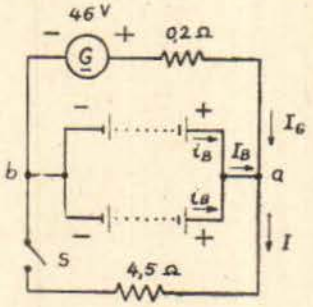
70. Şek. 47 de iç direnci 500 ohm olan voltmetre 250 V gösterdiğine göre U_1 gerilimini, generatör ve batarya akımlarını ve bataryanın EMK'ini hesaplayınız.



Şek. 47

Cevap: $U_1=268$ V, $I_G=28$ A, $I_B=10$ A (doluyor), $E=266$ V.

71. Şek. 48 de S anahtarı açık ve kapalı iken akımları ve U_{ab} gerilimini hesaplayınız. Paralel bağlı olan her grupta 20 akümülâtör vardır ve her akümülâtörün EMK'i 2 V ve iç direnci 0,04 ohm'dur.

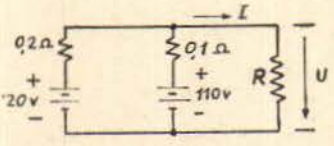


Şek. 48

Cevap: S açıkken: $I_G=10$ A, $I_B=-10$ A (doluyor), $i_B=-5$ A $U_{ab}=44$ V.

S kapalı iken: $I_G=16{,}2$ A, $I_B=-6{,}9$ A (doluyor), $i_B=-3{,}45$ A, $I=9{,}3$ A, $U_{ab}=41{,}85$ V.

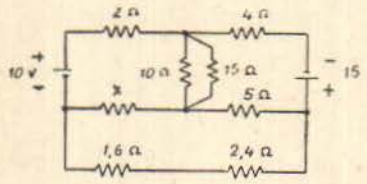
72. Şek. 49 da U gerilimi ile I akımı arasındaki bağıntıyı bulunuz. $R=0$ ve $R=\infty$ için U ne olur ?



Şek. 49

Cevap : $U=1700\,R/(1+15\,R)$, $R=0$ için $U=0$ ve $R=\infty$ için $U=113{,}33$ V.

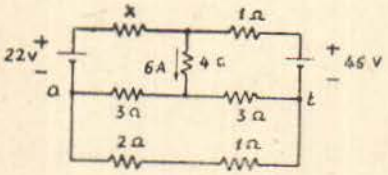
73. Şek. 50 de $X=0$ için 10 V'luk bataryadan geçen akımı bulunuz.



Şek. 50

Cevap : 3,5 A

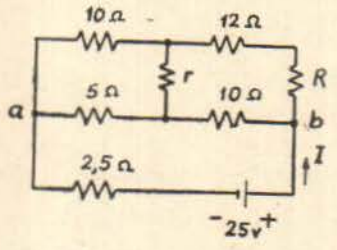
74. Şek. 51 de 4 ohm'luk dirençten belirtilen yönde 6 A geçiyor. X direncini ve U_{ab} gerilimini bulunuz.



Şek. 51

Cevap : $X=3\,\Omega$, $U_{ab}=10$ V.

75. Şek. 52 de r direncinden akım geçmemesi için R ne olmalıdır ? Bu esnada I ve U_{ab} hangi değerleri alırlar ?



Şek. 52

Cevap: $R=8\ \Omega$, $U_{ab}=20$ V, $I=2$ A.

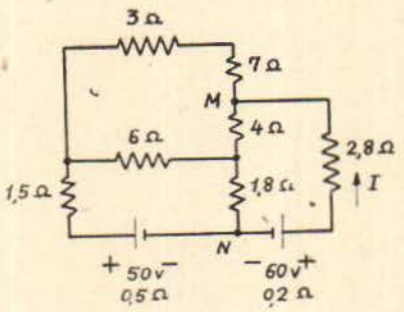
76. Şek. 53 de

a) 60 V'luk bataryadan geçen akımı,

b) U_{MN} gerilimini,

c) 60 V'luk bataryanın uçları arasındaki gerilimi

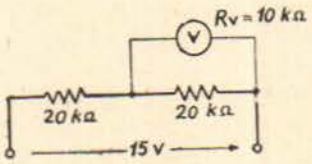
hesaplayınız.



Şek. 53

Cevap: a) $I=6$ A; b) $U_{MN}=42$ V; c) $U=58{,}8$ V.

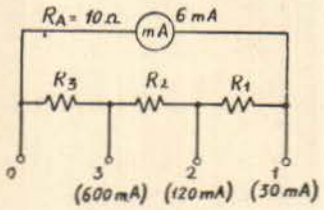
77. Şek. 54 de 20 kΩ'luk direncin uçları arasındaki gerilim voltmetre bağlanmadan önce ve bağlandıktan sonra hangi değerleri alır?



Şek. 54

Cevap: Voltmetre bağlanmadan önce gerilim 7,5 V dur. Voltmetre 3,75 V gösterir. Bu sebepten dolayı yüksek dirençli devrelerde gerilim ölçerken voltmetrelerin iç direncine dikkat etmek gerekir.

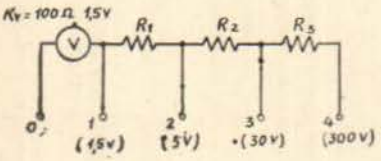
78. İçinden 6 mA geçtiği vakit sonuna kadar sapan ve iç direnci 10 ohm olan bir ampermetre şek. 55 de görüldüğü gibi 30, 120 ve 600 mA'lik üç ölçü sahasına sahiptir. R_1, R_2 ve R_3 şöntlerini hesaplayınız.



Şek. 55

Cevap : $R_1 = 1{,}875\ \Omega$, $R_2 = 0{,}5\ \Omega$, $R_3 = 0{,}125\ \Omega$.

79. 1,5 V altında sonuna kadar sapan ve iç direnci 100 ohm olan bir voltmetre şek. 56 da görüldüğü gibi 1,5 V, 3 V, 30 V ve 300 V'luk dört ölçü sahasına sahiptir. Öndirençleri hesaplayınız.

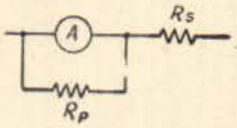


Şek. 56

Cevap : $R_1 = 100\ \Omega$, $R_2 = 1{,}8\ \text{k}\Omega$, $R_3 = 18\ \text{k}\Omega$,

80. 0,5 mA'e kadar ölçebilen ve bu akımdaki gerilim düşümü 15 mV olan bir ampermetrede toplam direnç değişmeden ölçü sahasını üç katına çıkarmak için ne yapmak gerekir ?

Cevap : Şek. 57 de görülen bağlamada R_p şöntü 15 Ω olarak ve R_s öndirenci de 20 Ω olarak seçilir.



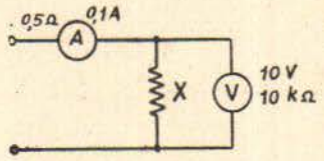
Şek. 57

81. Bir X direncini ölçmek maksadiyle hazırlanan şek. 58 deki bağlamada ampermetre 0,1 A ve voltmetre 10 V gösteriyor. Ampermetrenin iç direnci 0,5 ohm ve voltmetrenin iç direnci ise 10 kΩ dur:

a) Bu direncin gerçek değeri nedir ?

b) İç dirençler hesaba katılmazsa X için ne bulunur ?

c) X direnci, iç dirençler hesaba katılmadan bulunduğu takdirde işlenen bağıl hata ne olur ?

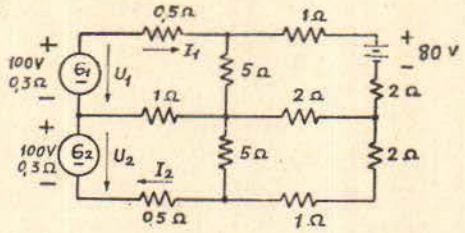


Şek. 58

Cevap : a) 101 Ω ; b) 100 Ω ;

c) bağıl hata $= \dfrac{100-101}{100} = -0{,}01 = -\%\,1.$

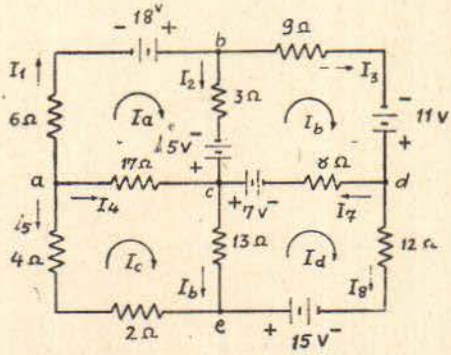
82. Şek. 59 da generatörlerden geçen akımları ve U_1 , U_2 gerilimlerini bulunuz.



Şek. 59

Cevap : $I_1 = 41{,}8$ A, $I_2 = 24{,}4$ A, $U_1 = 87{,}46$ V, $U_2 = 92{,}68$ V.

83. Şek. 60 da akımları ve U_{ad} , U_{be} gerilimlerini hesaplayınız.



Şek. 60

Cevap : Şekilde belirtilen çevreler için yazılan

$$18+5=(6+3+17)\,I_a-3\,I_b-18\,I_c\,,$$
$$11+7-5=-3\,I_a+20\,I_b-8\,I_d\,,$$
$$0=-17\,I_a+36\,I_c-13\,I_d\,,$$
$$15-7=-8\,I_b-13\,I_c+33\,I_d$$

denklemleri yardımiyle

$$I_a=1{,}873\text{ A},\ I_b=1{,}358\text{ A}.\ I_c=1{,}272\text{ A},\ I_d=1{,}067\text{ A}$$

değerleri bulunur. Kollardan geçen akımlar

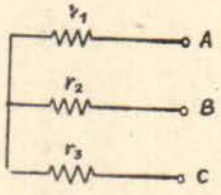
$$I_1=I_a=1{,}873\text{ A},\ I_2=I_a-I_b=0{,}515\text{ A},\ I_3=I_b=1{,}358\text{ A},$$
$$I_4=I_c-I_a=-0{,}601\text{ A (yönü ters)},\ I_5=-I_c=-1{,}272\text{ A (yönü ters)},$$
$$I_6=I_c-I_d=0{,}205\text{ A},\ I_7=I_b-I_d=0{,}291\text{ A},\ I_8=I_d=1{,}067\text{ A}$$

dir. U_{ad} ve U_{be} gerilimleri için

$$7=8\,I_7-17\,I_4+U_{ad}\,,$$
$$5=3\,I_2+13\,I_6-U_{be}$$

denklemleri yardımiyle $U_{ad}=-5{,}53$ V, $U_{be}=-0{,}785$ V bulunur.

84. Şek. 61 de $R_{AB}=9$ ohm, $R_{BC}=8$ ohm ve $R_{CA}=5$ ohm olarak ölçülmüştür. r_1, r_2, r_3 dirençlerini hesaplayınız ve bu yıldıza eşdeğer olan üçgenin dirençlerini tâyin ediniz.

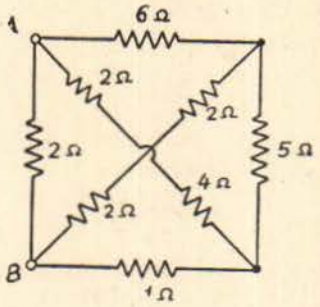


Şek. 61

Cevap : $r_1=3\,\Omega$, $r_2=6\,\Omega$, $r_3=2\,\Omega$; üçgeninin dirençleri $R_1=18\,\Omega$. $R_2=12\,\Omega$, $R_3=6\,\Omega$.

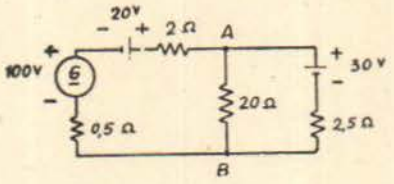
85. Şek. 62 de A ve B noktaları arasındaki eşdeğer direnci bulunuz.

Cevap : $R_{AB}=1{,}33\,\Omega$.



Şek. 62

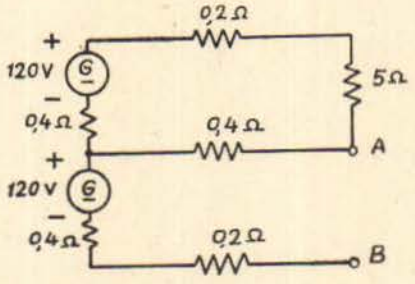
86. Şek. 63 de 20 ohm'luk dirençten geçen akımı eşdeğer üreteç metodu yardımiyle bulunuz.



Şek. 63

Cevap : 20 ohm kaldırıldığı vakit $U_{AB}=75$ V ve $R_{AB}=1{,}25$ ohm olacağından $I=3{,}52$ A bulunur.

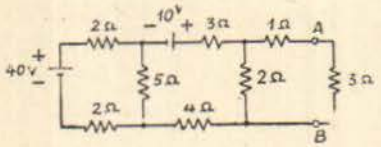
87. Şek. 64 de A ve B arasındaki eşdeğer üretici tayin ediniz.



Şek. 64

Cevap : $U_{AB}=128$ ve $R_{AB}=0{,}97\ \Omega$ olduğundan eşdeğer üretecin EMK'i 128 V ve iç direnci 0,97 Ω'dur.

88. Şek. 65 de 3 ohm'luk dirençten geçen akımı bulunuz.



Şek. 65

Cevap : 3 Ω kaldırılırsa $U_{AB}=5{,}74$ V ve $R_{AB}=2{,}64\ \Omega$ bulunur. O halde

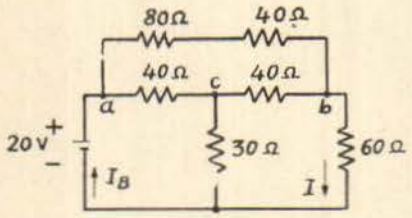
$$I=\frac{5{,}74}{2{,}64+3}=1{,}02\ \text{A}$$

dir.

89. Şek. 66 da

a) 60 ohm' luk dirençten geçen akımı,
b) Bataryadan geçen akımı,
c) *a* ve *b* arasındaki gerilimi

hesaplayınız.

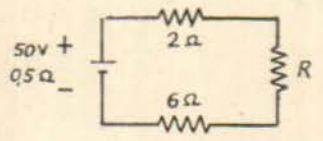


Şek. 66

Cevap : *abc* üçgenini eşdeğer yıldıza çevirerek

a) $I=0{,}125$ A ; b) $I_B=0{,}4$ A ; $U_{ab}=12{,}6$ V bulunur.

90. Şek. 67 de R direncini, harcanan güç maksimum olacak şekilde tâyin ediniz ve bu maksimum gücü bulunuz.

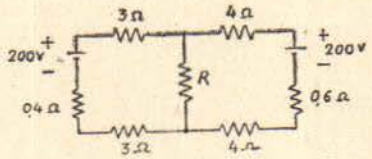


Şek. 67

Cevap : $R=8{,}5\ \Omega$, $P_{max}=73{,}5$ W.

91. Şek. 68 de R direncinde harcanan gücün maksimum olması için bu direnç nasıl seçilmelidir ?

Cevap : $R=3{,}66\ \Omega$.



Şek. 68

92. Gerilim ihtiyacı 38 V olan bir ark lâmbası 60 V'luk bir gerilimle besleneceğine göre lâmbanın 10 A ile çalışabilmesi için kaç ohm'luk bir öndirenç kullanmak gerekir ?

Cevap : 2,2 Ω.

93. Elektrik motoru ile çalıştırılan bir tulumba yardımiyle bir kuyudaki su, kuyu seviyesinden 15 metre yüksekte olan 4,5 m^3 hacmındaki sarnıca doldurulacaktır. Tulumbanın verimi % 70 ve motorun verimi % 80 dir. Bu işin yarım saat zarfında görülmesi istendiğine göre

a) Tulumbanın vereceği gücü,
b) Motorun mekanik gücünü,
c) Motorun elektrik gücünü,
d) Motorun 110 V'luk şebekeden çekeceği akımı,
e) kWh fiatı 20 kuruş olan bir yerde bu işin kaça mal olacağını hesaplayınız.

Cevap : a) 367 W ; b) 525 W (0,715 PS) ; c) 655 W ; d) 24 A ; e) 6,5 kuruş.

94. Ağırlığı G ve akım yoğunluğu J olan bir teldeki güç kaybını bulmaya yarayan formülü çıkarınız.

Cevap : $P_k=\frac{\rho}{\gamma}\,GJ^2$ (ρ=özdirenç, γ=özağırlık).

95. Verimi % 80 olan bir ısı cihazı yardımiyle 10 litre suyun sıcaklığını 10 dereceden 60 dereceye çıkarmak istiyoruz :

a) kWh fiatı 15 kuruş olduğuna göre bu iş kaça mal olur ?

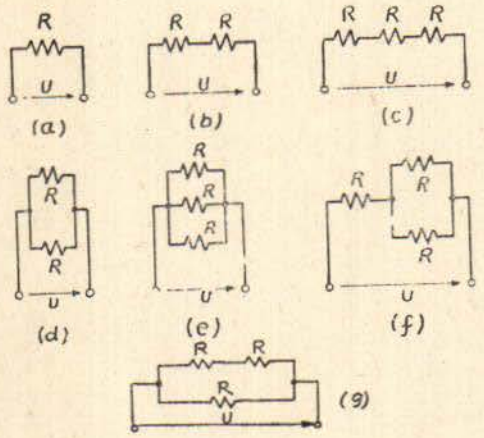
b) Bu iş 15 dakikada görüldüğü takdirde cihaz 110 V'luk şebekeden kaç amper çeker ?

c) Cihazın direnci kaç ohm'dur ?

Cevap : a) 11 kuruş ; b) 26,3 A ; c) 4,2 Ω.

96. Elimizde yekdiğerinin aynı olan üç direnç var. Bunları çeşitli tarzlarda bağlamak suretiyle bir ısı cihazı yapmak istiyoruz. Kaç türlü bağlama yapabiliriz ve bu bağlamalarda elde edilen güçler arasındaki münasebetler nedir ?

Cevap: Bu dirençleri şek. 69 da görüldüğü gibi 7 muhtelif şekilde bağlayarak yedi farklı güç elde etmek kabildir. Bu bağlamalardaki güçler sıra ile



Şek. 69

$P_a = U^2/R$, $P_b = U^2/2R$, $P_c = U^2/3R$, $P_d = 2U^2/R$, $P_e = 3U^2/R$, $P_f = U^2/1{,}5R$, $P_g = 1{,}5\ U^2/R$

değerlerindedir. Bu suretle en alçak gücün üç direnç seri bağlandığı vakit ve en büyük gücün de üç direnç paralel bağlandığı vakit elde edileceği anlaşılır.

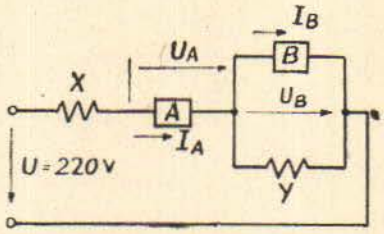
97. Bir ısı cihazında eşit iki direnç (R) vardır. Bu dirençler paralel bağlandığı vakit cihaz 110 V'luk şebekede 250 W harcamaktadır:

a) R direncini,

b) Dirençler seri bağlandığı vakit (aynı gerilim) çekilecek olan gücü bulunuz.

Cevap : a) 98,6 Ω, b) 62,5 W.

98. Şek. 70 de A ve B cihazlarından geçen akımlar ve bu cihazların uçları arasındaki gerilimler $I_A=50$ mA, $I_B=30$ mA, $U_A=10$ V, $U_B=80$ V dur:



Şek. 70

a) X ve Y dirençlerini,
b) X ve Y de harcanan güçleri,
c) Şebekeden çekilen toplam gücü
bulunuz.

Cevap: a) $X=2{,}6$ kΩ, $Y=4$ kΩ; b) $P_x=6{,}5$ W, $P_y=1{,}8$ W; c) $P=11$ W.

99. 110 V ve 1200 W'lık bir elektrik tenceresini 220 V'luk bir şebekede kullanmak istiyoruz:

a) bunun için ne yapmak gerekir?
b) öndirenç kaç ohm olmalıdır?
c) öndirençte kaybolan güç nedir?

Cevap: a) Şayet şebeke alternatif akım şebekesi ise (normal hal) sekonder gerilimi 110 V ve primer gerilimi 220 V olan bir transformatör kullanılabilir. Keza ayni işi meselâ bir seri kapasite yardımiyle de görebiliriz. Doğru akımda cihaza bir seri direnç bağlamak gerekir.

b) Bu seri direnç (öndirenç) 10 Ω olmalıdır.

c) Öndirençte kaybolan güç 1200 W olup cihazın gücüne eşittir. Bu sebepten böyle bir bağlama ekonomik değildir.

100. 220 V'luk bir şebekede 500 W harcayan bir ısı cihazı 110 V'luk şebekede kaç W harcar?

Cevap: U_1 geriliminde P_1 gücünü harcayan bir cihaz U_2 geriliminde

$$P_2=\left(\frac{U_2}{U_1}\right)^2 P_1$$

gücünü harcar (bu formülü çıkarınız). Değerler yerine konursa 110 V

da 125 W bulunur. Her hangi bir gerilime göre imâl edilmiş olan bir cihaz daha yüksek bir gerilimde kullanılamaz. Zira bu takdirde cihaz harap olur. Cihazı etiketinde yazılı olan gerilimden daha alçak olan bir gerilime bağlarsak bu takdirde güç alçalır.

101. Prob. 99 daki tencere yardımiyle 18°C deki 4 litre suyu kaynatmak için kaç saniye geçer ? Cihazın verimi % 82 alınacaktır.

Cevap : $t=1395$ s $=23$ dak. 15 saniye.

102. Verimi % 88 olan bir doğru akım generatörünün verdiği güç 50 kW olduğuna göre bu makinayı çalıştırmak için harcanan mekanik gücü kW ve PS cinsinden bulunuz.

Cevap : $P_m=57$ kW $=76$ PS.

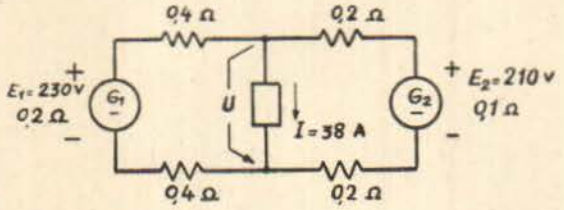
103. Mekanik gücü $P_m=30$ PS ve verimi % 88 olan bir doğru akım motoru 220 V'luk şebekeden kaç amper çeker ?

Cevap : 114 A.

104. Şek. 71 de yük akımı $I=38$ A olduğuna göre

a) Yükün uçlarındaki U gerilimini,
b) Yük tarafından harcanan P gücünü,
c) Generatörlerden çekilen akımları (I_1 , I_2),
d) Generatörlerin güçlerini (P_1 , P_2),

hesaplayınız.



Şek. 71

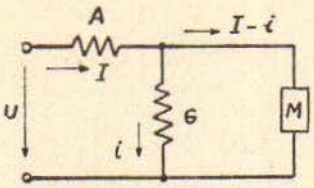
Cevap : a) $U=204$ V ; b) $P=7{,}752$ kW; c) $I_1=26$ A, $I_2=12$ A ; d) $P_1=5{,}98$ kW, $P_2=2{,}52$ kW.

105. Bir vatmetre, M cihazı tarafından harcanan gücü ölçmek için şek. 72 de görüldüğü gibi devreye sokuluyor. Bu şemada A akım bobinini ve G de gerilim bobinini göstermektedir. $U=110$ V ve $I=10$ A dir. Akım bobininin direnci 0,06 ohm ve gerilim bobininin direnci 5 kΩ olduğuna göre

a) Vatmetrede okunan gücü,

b) M cihazı tarafından harcanan gücü

hesaplayınız.



Şek. 72

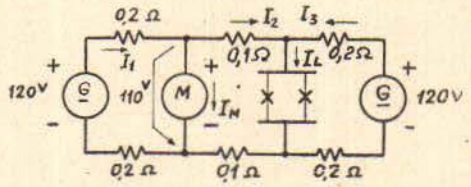
Cevap : a) 1094 W ; b) 1090,593 W.

106. Şek. 73 de motorun mekanik gücü 1,84 kW, verimi, % 82, iç direnci 0,15 ohm ve uçları arasındaki gerilim 110 V olduğuna göre

a) I_1 , I_2 , I_3 , I_M ve I_L akımlarını,

b) Motorun zıt EMK'ini (E_M)

hesaplayınız.



Şek. 73

Cevap : a) $I_1=25$ A, $I_2=4{,}6$ A, $I_3=27{,}3$ A, $I_M=20{,}4$ A, $I_L=31{,}9$ A ; b) $E_M=106{,}94$ V.

107. 2 litre suyun sıcaklığını 12 dakika zarfında 14 dereceden 100 dereceye çıkaracak olan bir ısıtıcının direncini hesaplayınız. Bu işi görmek üzere konstantan teli ($\rho=0{,}49\ \Omega\ mm^2/m$) kullanıldığı takdirde telin kesitini ve uzunluğunu bulunuz. Tel için 12 A/mm² lik bir akım yoğunluğuna müsaade edilecek ve cihazın verimi % 100 alınacaktır. Şebeke gerilimi 220 V'dur.

Cevap : $R=48{,}2\ \Omega$; telin kesiti $S=0{,}38\ mm^2$; telin çapı 0,695 mm ; telin uzunluğu 37,4 m.

108. 1,2 litre suyun sıcaklığını 5 dakikada 20°C den 80°C ye çıkaracak olan cihazın gücü kaç W dır ? Cihazın verimi % 80 dir.

Cevap : 1250 W.

109. 1 M Ω ve 0,5 W'lık bir direnç kaç volta bağlanabilir ?

Cevap : 710 V.

110. Elimizde 110 V'luk iki lâmba var. Bunlardan biri 25 W'lık ve diğeri 75 W'lıktır. Bu lâmbaları 220 V'luk bir şebekede kullanmak için seri bağlamak doğru olur mu ?

Cevap : Doğru olmaz. Çünkü 25 ve 75 W'lık lâmbaların dirençleri $R_{25}=484$ ohm ve $R_{75}=161{,}3$ ohm olduğundan bunlar seri bağlanırsa 25 W'lık lâmbaya 165 V ve 75 W'lık lâmbaya da 55 V isabet eder. Bu suretle 25 W'lık lâmba harap olacaktır.

111. Civanın atom ağırlığı $A=200{,}6$ ve valansı $n=2$ olduğuna göre elektrokimyasal eşdeğerini bulunuz.

Cevap : $c=1{,}086$ mg/As.

112. 50 A şiddetindeki akımı 1 saat 15 dakika bir gümüş nitrat eriyiğinden geçiriyoruz. Katodda açığa çıkacak olan gümüş miktarını bulunuz. Gümüşün atom ağırlığı $A=107{,}88$ ve valansı $n=1$ dir.

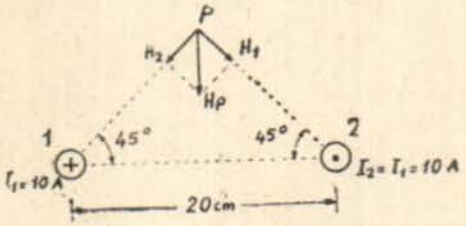
Cevap : 25,1 g.

113. Dış yüzeyi $F=25$ cm^2 olan bir cismi yarım saat zarfında 1 mm kalınlığında bakırla kaplamak istiyoruz. Banyo olarak $CuSO_4$ kullanıldığına göre bu işi görmek için kaç amperle çalışmak gerekir? Bakırın atom ağırlığı $A=31{,}78$ ve özağırlığı $\gamma=8{,}9$ g/cm^3 dür.

Cevap : $I=75$ A.

II. Magnetik alan

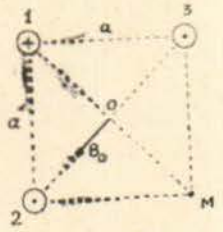
114. Şek. 74 de 1 ve 2 paralel ve çok uzun bir hattın gidiş ve dönüş iletkenlerini göstermektedir. P noktasındaki alan şiddetini ve magnetik endüksiyonu bulunuz. $\mu=\mu_0$ dır.



Şek. 74

Cevap : $H_P \approx 16$ A/m, $B_P = 0{,}2 \cdot 10^{-4}$ T.

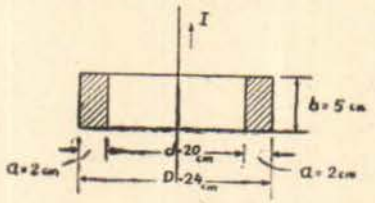
115. Şek. 75 de çok uzun ve paralel 1, 2 ve 3 iletkenleri tarafından O ve M noktalarında meydana getirilen bileşke magnetik endüksiyonları bulunuz. $a = 20$ cm, $I_1 = 40$ A, $I_2 = I_3 = 20$ A dir.



Şek. 75

Cevap : $B_0 = 0{,}567 \cdot 10^{-4}$ T, $B_M = 0$.

116. Şek. 76 da görülen bakır halkanın ekseni doğrultusunca yerleştirilen iletkenden $I = 100$ A geçiriliyor. Halkadan geçen magnetik akıyı bulunuz. Bakır için $\mu_r = 1$ alınabilir.



Şek. 76

Cevap : Halkadan geçen akı

$$\Phi = \frac{\mu_0 b I}{2\pi} \ln \frac{D}{d}$$

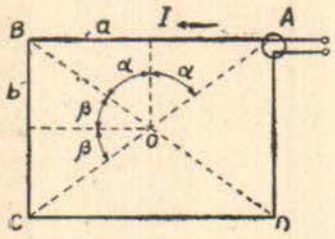
formülü ile hesaplanır. Değerleri yerine koyarak $\Phi = 0{,}18 \cdot 10^{-6}$ Wb bulunur. Bu akı yardımiyle ortalama endüksiyon ve ortalama alan şiddeti için

$$B_0 = \frac{\Phi}{ab} = \frac{0{,}18 \cdot 10^{-6}}{10} = 0{,}18 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Wb}}{\text{cm}^2} = 0{,}18 \cdot 10^{-3} \text{ T},$$

$$H_0 = \frac{B_0}{\mu_0} = \frac{0{,}18 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 1{,}43 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

değerleri bulunur. Şayet ortalama alan şiddeti $H_0 = I/2\pi r_0$ şeklinde hesaplanırsa $r_0 = \frac{d+a}{2} = 11$ cm $= 0{,}11$ m olduğundan $H_0 = 1{,}445$ A/m bulunur.

117. Şek. 77 de görülen dikdörtgen biçimindeki çevrenin O merkezindeki alan şiddetini bulunuz. $I=25$ A, $a=0{,}2$ m $b=0{,}15$ m dir.



Şek. 77

Cevap: Karşılıklı kenarlar tarafından meydana getirilen alanlar yön ve değerce aynidir ve çevre düzlemine diktir; yönü meselâ sağ el kaidesi ile bulunabilir (öne doğru). O merkezindeki alan şiddetini bulmak için her kenarın bu noktada meydana getireceği alanları bulup toplamak gerekir. Böylece

$$H_0=\frac{2I}{\pi}\left(\frac{\sin\alpha}{a}+\frac{\sin\beta}{b}\right)=\frac{4I}{\pi\sqrt{a^2+b^2}}$$

formülü bulunur. Değerler yerine koursa $H_0=254$ A/m elde edilir.

118. Çapı $D=0{,}25$ m olan $w=100$ sarımlı bir yassı bobinin merkezinde 10^4 μT ($1\mu T=10^{-6}$ T) değerinde bir magnetik endüksiyon elde etmek istiyoruz. Bobinden kaç amper geçirmek gerekir?

Cevap: 19,9 A.

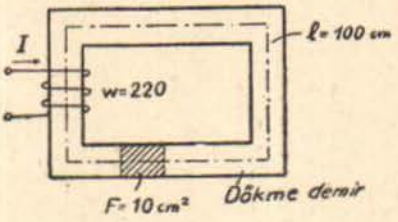
119. Yarıçapı $R=10$ cm olan $w=20$ sarımlı bir yassı bobinin merkezindeki ve ekseni üstünde merkezden $x=25$ cm uzaktaki magnetik alan şiddetini bulunuz. $I=15$ A dir.

Cevap: $H_0=1750$ A/m, $H_x=77$ A/m.

120. Şek. 78 de görülen magnetik devrede $I=10$ A olduğuna göre

a) B endüksiyonunu,
b) Φ akısını,
c) R_m magnetik direncini,
d) G_m magnetik iletkenliğini

bulunuz.



Şek. 78

Cevap : a) 0,6 T ; b) $\Phi = 0{,}6 \cdot 10^{-3}$ Wb ; c) $R_m = 3{,}67 \cdot 10^6\ H^{-1}$; d) $G_m = 0{,}272 \cdot 10^{-6}$ H.

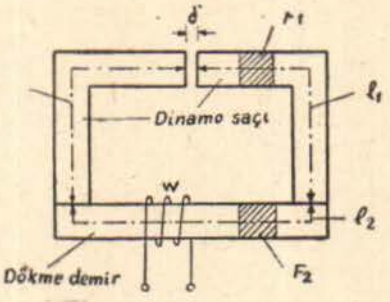
121. Dökme çelikten bir çubuğu $B = 0{,}4$ T endüksiyonu ile miknatıslamak için sarım sayısı $w = 50$ ve uzunluğu $l = 25$ cm olan bir solenoid içine sokuyoruz. Bu bobinden kaç amper geçirmek gerekir?

Cevap : 0,5 A.

122. Prob. 121 deki çubuk bobin içinden çıkarılırsa ayni akım için bobinin içindeki endüksiyon ne olur ?

Cevap : $1{,}256 \cdot 10^{-4}$ T.

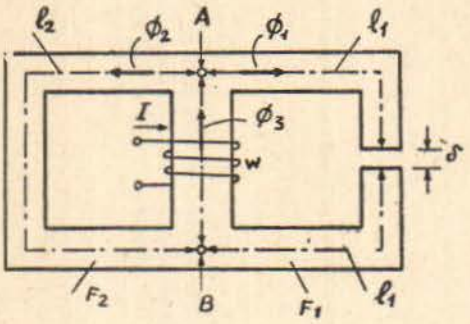
123. Şek. 79 daki seri magnetik devrede hava aralığındaki endüksiyonun $B_\delta = 1$ T olması isteniyor. Sargıdan kaç amper geçirmek gerekir ? $\delta = 5$ mm, $l_1 = 60$ cm, $l_2 = 40$ cm $F_2 = 2F_1$ ve $w = 1000$ dir. Kaçak ihmal edilecektir.



Şek. 79

Cevap : $I = 4{,}8$ A.

124. Şek. 80 de hava aralığında $B_\delta = 0{,}6$ T elde etmek için $w = 100$ sarımlı sargıdan kaç amper geçirmek gerekir ? Kaçak ihmal edilecek ve $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m alınacaktır. $\delta = 2$ mm, $l_1 = 28$ cm, $l_2 = 56{,}2$ cm, $l_3 = 20$ cm, $F_1 = F_2 = 5\ cm^2$, $F_3 = 12{,}5\ cm^2$ olup malzeme dökme çeliktir.



Şek. 80

Cevap: Hava aralığındaki alan şiddeti $H_\delta = B_\delta/\mu_0 = 0{,}48 \cdot 10^6$ A/m dir. $B_1 = B_\delta = 0{,}6$ T olduğundan miknatıslanma eğrisinden $H_1 = 130$ A/m bulunur. Bu koldan geçen magnetik akı

$$\Phi_1 = B_1 F_1 = 3 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

dir. A ve B arasındaki magnetik gerilimi $H_2 l_2 = 2H_1 l_1 + H_\delta \delta$ şeklinde hesaplamak kabildir. Böylece

$$H_2 = \frac{2H_1 l_1 + H_\delta \delta}{l_2} = 1840 \text{ A/m}$$

bulunur. Miknatıslanma eğrisinden $B_2 = 1{,}49$ T elde edilir. Buradan Φ_2 akısı için

$$\Phi_2 = B_2 F_2 = 7{,}45 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

bulunur. Sargının yerleştirildiği orta kısımdan geçen akı

$$\Phi_3 = \Phi_1 + \Phi_2 = 10{,}45 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

dir. Bu koldaki endüksiyon

$$B_3 = \frac{\Phi_3}{F_3} = 0{,}837 \text{ T}$$

olduğundan miknatıslanma eğrisinden $H_3 = 200$ A/m okunur. Nihayet lüzumlu olan amper - sarım için

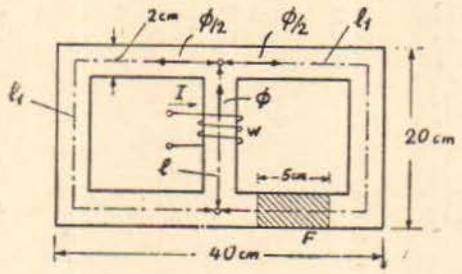
$$\theta = H_3 l_3 + H_2 l_2 = 1073 \text{ AW}$$

değeri elde edilir. Sargıdan

$$I = \frac{\theta}{w} = \frac{1073}{100} = 10{,}73 \text{ A}$$

geçirmek gerekir.

125. Şek. 81 de görülen paralel magnetik devrede orta kısımda $\Phi = 10^{-3}$ Wb değerinde bir magnetik akı elde etmek için θ ne olmalıdır ? Malzeme dökme çeliktir.



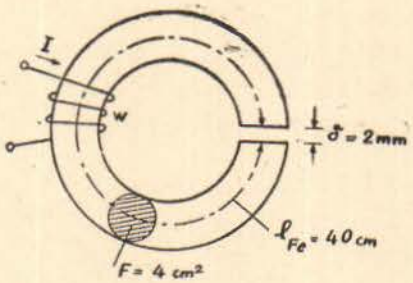
Şek. 81

Cevap : Simetriden dolayı Φ akısı iki eşit akıya ayrılır. $\Phi=10^{-3}$ Wb için $B=1$ T dir. Eğriden $H=3$ A/cm bulunur. $\Phi/2=0{,}5\,.\,10^{-3}$ Wb için $B_1=0{,}5$ T ve $H_1=1{,}2$ A/cm dir. Ortalama uzunluklar $l=18$ cm ve $l_1=56$ cm olduğundan

$$\theta=Hl+H_1l_1=3\,.\,18+1{,}2\,.\,56\approx 121 \text{ AW}$$

bulunur.

126. Şek. 82 de $w=1000$ sarımlı sargıdan $I=2{,}5$ A geçirildiğine göre Φ akısını bulunuz. Kaçak ihmal edilecektir. Malzeme dinamo saçıdır.



Şek. 82

Cevap : Burada $\theta=2{,}5\,.\,1000=2500$ AW verildiğinden Φ akısını bulmak için ters probleme ait çözümü bir kaç defa tekrar etmek icap eder. Demirin magnetik direnci ihmal edilirse magnetik endüksiyon için

$$B=\frac{\mu_0\,\theta}{\delta}=1{,}57\text{T}$$

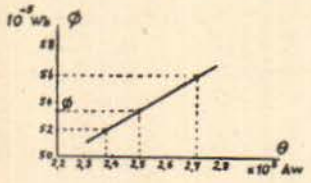
bulunur. Demirin rolü gözönüne alınmadığından gerçek değer bundan küçük olacaktır. $B_1=1{,}4$ T alınırsa $\Phi=0{,}56\,.\,10^{-3}$ Wb olur. 1,4 T için $H_\delta=1{,}4/4\pi\,.\,10^{-7}=1{,}12\,.\,10^6$ A/m ve $H_{Fe}=1175$ A/m (miknatıslanma eğrisinden) bulunur. Böylece amper - sarım için

$$\theta_1=1175\,.\,0{,}4+1{,}12\,.\,10^6\,.\,2\,.\,10^{-3}=2710 \text{ AW}$$

değeri elde edilir. Bu değer verilen amper - sarımdan (2500 AW) büyüktür. Bir kere de $B_2=1{,}3$ T denenirse

$$\begin{aligned}\Phi_2 &= 0{,}52\,.\,10^{-3}\text{ Wb},\\ H_\delta &= 1{,}04\,.\,10^6\text{ A/m},\\ H_{Fe} &= 750\text{ (eğriden)},\\ \theta_2 &= 2380\text{ AW}\end{aligned}$$

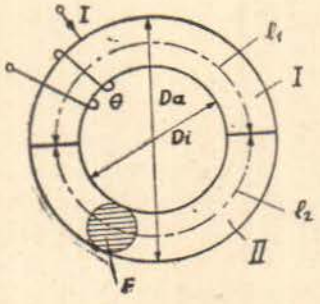
bulunur. Bu değer verilen değerden küçüktür. Şek. 83 de görülen doğru yardımiyle $\theta=2500$ AW için $\Phi\approx 0{,}535\,.\,10^{-3}$ Wb değeri elde edilir (lineer enterpolasyon). $\Phi=f(\theta)$ karakteristiği aslında bir doğru değildir. Bundan dolayı iki endüksiyon değeri yerine bir kaç değer alarak hesapları yapıp eğriyi çizerek daha doğru bir sonuç bulunabilir.



Şek. 83

127. Şek. 84 de görülen halkanın I yarısı dökme çelikten II yarısı ise dökme demirdendir. Bu halkada $\Phi=3\,.\,10^{-4}$ Wb değerinde bir magnetik akı elde etmek için θ ne olmalıdır? $D_i=20$ cm, $D_a=24$ cm olup kesit daire biçimindedir.

Cevap : 170 AW.



Şek. 84

128. Şek. 84 de II kısımda $\delta = 10$ mm lik bir hava aralığı açıldığı takdirde θ nasıl seçilmelidir ? Hava aralığı geniş olduğundan buradaki kaçağı gözönüne almak için aralığın kesitini demir kesitinden % 10 fazla alınız.

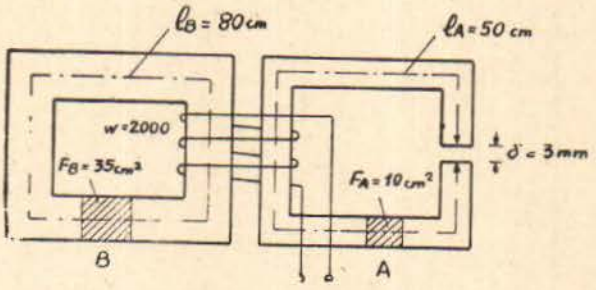
Cevap : Yaklaşık olarak 9970 AW.

129. Şek. 85 de

a) A çekirdeğinde $B_A = 0{,}6$ T değerinde bir endüksiyon elde etmek için sargıdan kaç amper geçirmek lâzımdır ?

b) Bu akım için B çekirdeğindeki endüksiyon ne olur ?

c) Sargıdan geçen toplam akı nedir ?

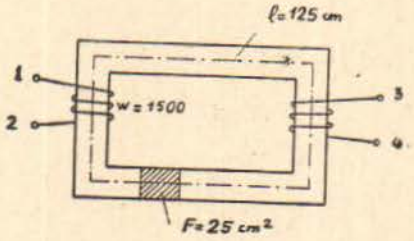


Silisyumlu çelik *Dökme çelik*

Şek. 85

Cevap : a) 0,754 A ; b) 1,5 T ; c) $3{,}6 \cdot 10^{-3}$ Wb.

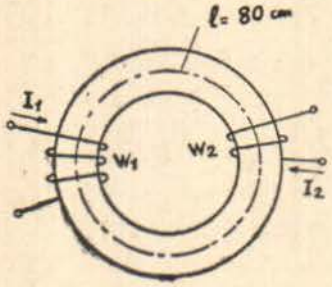
130. Şek. 86 da görülen iki sargı birbirinin tamamen aynidir. Bu sargılar birbirini destekliyecek tarzda seri veya paralel bağlandığı vakit Φ akısı ne olur ? Sargıların direnci 100 ohm ve gerilim 50 V dur. Malzeme silisyumlu çelik levhadır.



Şek. 86

Cevap: Seri bağlamada (2 ile 3 birleştirilip 1 ve 4 uçlarına gerilim uygulanırsa) $\Phi=0{,}294 \cdot 10^{-2}$ Wb olur. Paralel bağlamada ise (1 ile 3 ve 2 ile 4 birleştirilip ortak uçlar şebekeye bağlanırsa) $\Phi=0{,}332 \cdot 10^{-2}$ Wb bulunur.

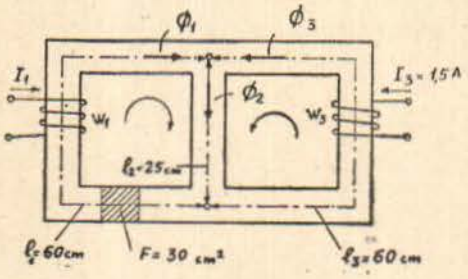
131. Şek. 87 de $w_1=800$ ve $w_2=200$ dür. $I_1=5$ A ve $I_2=0$ iken halkadaki endüksiyonu bulunuz. $I_2=2$ A iken endüksiyonun değişmemesi için I_1 ne olmalıdır? Malzeme dökme demirdir.



Şek. 87

Cevap: $I_1=5$ A ve $I_2=0$ için $B=0{,}78$ T bulunur. $I_1=5{,}5$ A geçirmek gerekir.

132. Şek. 88 de $w_3=100$ sarımlı sargıdan belirtilen yönde $I_3=1{,}5$ A geçiyor. Ortadaki kolda $\Phi_2=0{,}3 \cdot 10^{-2}$ Wb değerinde bir akı elde etmek için $w_1=500$ sarımlı sargıdan kaç amper geçirmek gerekir? Kesit her yerde aynidir va malzeme silisyumlu çelik levhadır. Levhalar birbirinden yalıtıldığından magnetik devre hesabına esas teşkil eden efektif demir kesiti yalıtkan payından dolayı geometrik kesitten daha küçük alınacaktır (meselâ %10 kadar). Kaçak ihmal edilecektir.



Şek. 88

Cevap: Kesitin %90 ı efektif olarak alınırsa ortadaki endüksiyon

$$B_2=\frac{0{,}3\,.\,10^{-2}}{30\,.\,0{,}9}=0{,}111\,.\,10^{-3}\ \text{Wb/cm}^2=1{,}11\ \text{T}$$

olur. Bu endüksiyona tekabül eden alan şiddeti $H_2=4{,}5$ A/cm dir (eğriden). Böylece A ve B arasındaki magnetik gerilim için $U_{m2}=H_2l_2=$ 112,5 AW değeri bulunur. Şekilde oklarla belirtilen magnetik çevreler için

$$\theta_1=w_1I_1=H_1l_1+H_2l_2\,,$$

$$\theta_2=w_3I_3=H_3l_3+H_2l_2$$

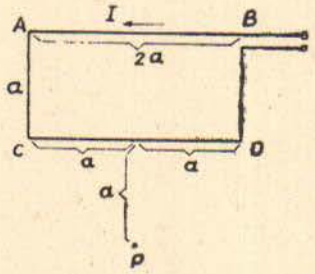
ifadeleri yazılabilir. İkinci denklemde $w_3I_3=100\,.\,1{,}5=150$ AW ve $H_2l_2=112{,}5$ AW koyarak $H_3=0{,}625$ A/cm bulunur. Bu alan şiddeti için eğriden $B_3=0{,}4$ T elde edilir. Buradan Φ_3 akısı için $\Phi_3=1{,}08\,.\,10^{-3}$ Wb bulunur. Diğer taraftan $\Phi_1+\Phi_3=\Phi_2$ olduğundan

$$\Phi_1=\Phi_2-\Phi_3=1{,}92\,.\,10^{-3}\ \text{Wb}$$

elde edilir. Böylece sol tarafdaki endüksiyon için $B_1=0{,}712$ T değeri ve alan şiddeti için de $H_1=1{,}7$ A/cm değeri elde edilir. Nihayet

$\theta=1{,}7\,.\,60+112{,}5=214{,}5$ AW ve $I=214{,}5/500=0{,}43$ A bulunur.

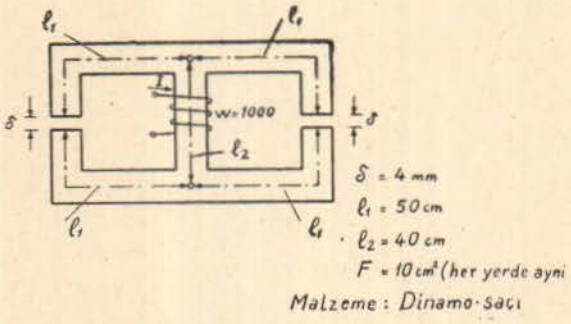
133. Şek. 89 da görülen çerçevenin P noktasında meydana getireceği magnetik alan şiddetini bulunuz. $I=5$ A ve $a=10$ cm dir.



Şek. 89

Cevap : 24,8 A/m.

134. Şek. 90 da ortadaki kısımda $\Phi=1{,}5\,.\,10^{-3}$ Wb akısını elde etmek için I ne olmalıdır ?



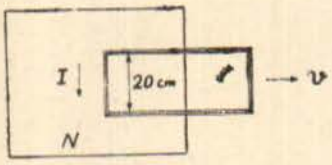
Şek. 90

Cevap : Kaçak ihmal edildiği takdirde $I=3{,}375$ A,

135. Şek. 91 de görülen $w=10$ sarımlı dikdörtgen çerçeve iki miknatıs kutbu arasındaki düzgün alan içinde alan çizgilerine ve kendine dik olarak $v=3$ m/s hızla sağa doğru düzgün bir kayma hareketi yapıyor. Magnetik endüksiyon $B=0{,}5$ T olduğuna göre

a) Çerçevede endüklenen EMK'i
b) Direnci $R=0{,}4$ ohm olan çerçeveden geçen akımı,
c) Elektrik gücünü,
d) Çerçeveyi hareket ettirmek için uygulanan kuvveti

hesaplayınız.

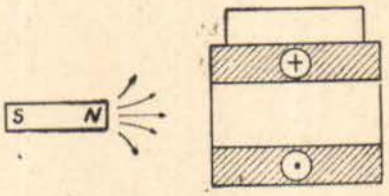


Şek. 91

Cevap: a) $E=3$ V; b) $I_1=7{,}5$ A; c) $P=22{,}5$ W; d) $F=7{,}5$ N $\approx 0{,}75$ kg.

136. Şek. 92 de görülen çubuk şeklindeki miknatısın akısı 2.10^{-4} Wb dir. Bu miknatıs $\Delta t=0{,}05$ s zarfında $w=500$ sarımlı bobinin içine sokuluyor. Kısa devre edilen bobinin direnci $R=0{,}5$ ohm olduğuna göre

a) Bu esnada bobinden geçecek olan elektrik miktarını,
b) Ortalama akım şiddetini,
c) Ortalama EMK'ı
bulunuz.



Şek. 92

Cevap: $Q=0{,}2$ C; b) $I_0=4$ A; c) $E_0=2$ V.

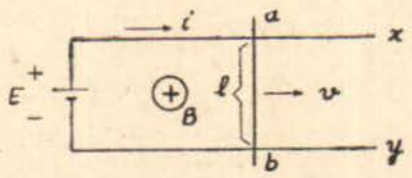
137. Ortalama uzunluğu 250 mm ve kesiti 2 cm^2 olan 200 sarımlı bir halkanın endüktansını bulunuz. Halka malzemesi ferromagnetik değildir.

Cevap: $L=0{,}05$ mH.

138. Yukarıdaki problemde halka dökme çelikten olduğu takdirde $B=0{,}5$ ve 1,5 T için endüktansları bulunuz.

Cevap: $L=0{,}05\,\mu_r$ mH dir. $B=0{,}5$ T için $\mu_r=3320$ olduğundan $L=166$ mH ve $B=1{,}5$ T için de $\mu_r=598$ olduğundan $L=29{,}2$ mH bulunur.

139. Şek. 93 de görülen *ab* çubuğu birbirine paralel olan x ve y iletkenleri üstünde sürtünmesiz olarak kayabilmektedir. Sistem kâğıdın arkasına doğru yönelen düzgün bir magnetik alan içinde alan çizgilerine dik olarak yerleştirildiğine göre çubuk hızının zamanla değişimini gösteren fonksiyonu bulunuz. Çubuğun kütlesi $m=25$ g, efektif uzunluğu $l=10$ cm, $E=2$ V, magnetik endüksiyon $B=2$ T ve devrenin toplam direnci $R=0{,}2$ ohm'dur (sabit kaldığı kabul edilecek).



Şek. 93

Cevap : Çubuğa tesir eden kuvvet P ile gösterilirse

$$P=m\frac{dv}{dt}$$

olur. Diğer taraftan

$$P=Bli$$

ve

$$i=\frac{E-Blv}{R}$$

olduğundan hareket denklemi

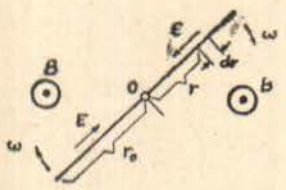
$$m\frac{dv}{dt}+\frac{B^2l^2}{R}v=\frac{BlE}{R}$$

şekline girer. $t=0$ için $v=0$ olduğu gözönüne alınarak bu diferansiyel denklem çözülürse değerleri yerine koyarak

$$v=10\,(1-e^{-8t})\ \text{(m/s)}$$

ifadesi elde edilir. Bu ifadeye göre çubuğun hızı üstel olarak artarak neticede 10 m/s değerini alır.

140. Şek. 94 de görülen bakır çubuk O noktası etrafında $n=3000$ dev./dak. hızla döndürülüyor. Çubuk, endüksiyonu 0,5 T olan düzgün bir magnetik alan içinde alan çizgilerine dik olarak hareket ettiğine göre bu hareket esnasında çubukta endüklenen EMK'in yönünü ve değerini tâyin ediniz. Çubuğun uzunluğu $2r_0=20$ cm dir.



Şek. 94

Cevap : Bu hareket esnasında çubuğun her iki yarısında O noktasına doğru yönelen EMK'ler endüklenir (dönme yönü saat yönü ise). Sonsuz küçük bir dr elemanında endüklenen EMK de ile gösterilirse

$$de=Bv\,dr$$

olur. Burada v, uzunluk elemanının hızını göstermektedir. Çubuğun açısal hızı ω ile gösterilirse $v=\omega r$ olduğunu gözönüne alarak

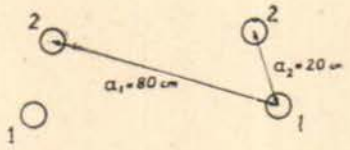
$$de=B\omega r\,dr$$

yazılabilir. Bu ifadenin $r=0$ ile $r=r_0$ arasındaki integrali

$$E=\frac{B\omega r_0^2}{2}$$

şeklindedir. $B=0{,}5$ T, $r_0=0{,}1$ m ve $\omega=2\pi n/60$ olduğundan $E=0{,}785$ V değeri elde edilir.

141. Şek. 95 de 1 ve 2 paralel ve çok uzun iki hattın iletkenleridir. Sistemin ortak endüktansını 2 km için hesaplayınız.



Şek. 95

Cevap : 1 hattı 2 hattına ait iletkenler arasından

$$\Phi_{12}=\frac{\mu_0 l I_1}{\pi}\ln\frac{a_1}{a_2}$$

akısını geçirir. $w_1=1$ olduğundan

$$M=\frac{w_1\Phi_{12}}{I_1}$$

formülü yardımiyle

$$M=4\,.\,10^{-7}\,l\ln\frac{a_1}{a_2}$$

ifadesi elde edilir. Değerleri yerine koyarak

$$M=4\,.\,10^{-7}.\,2000\ln\frac{80}{20}=1{,}12\,.\,10^{-3}\,\mathrm{H}=1{,}12\ \mathrm{mH}$$

bulunur.

142. Uzunluğu 0,2 m ve genişliği 0,05 m olan bir çerçeve, endüksiyonu 0,5 T olan düzgün bir alan içinde $n=1200$ dev./dak. hızla

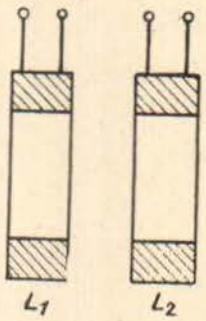
döndürülüyor. Bu esnada endüklenen EMK'in maksimum değeri $E_m=100$ V olduğuna göre çerçevenin sarım sayısını bulunuz.

Cevap: $E_m=w\omega BF$ formülünde $E_m=100$ V, $\omega=2\pi n/60=2\pi \cdot 1200/60=40\pi\approx 125\ s^{-1}$, $B=0{,}5$ T ve $F=0{,}2\,.\,0{,}05=0{,}01\ m^2$ olduğundan

$$w=\frac{100}{125\,.\,0{,}5\,.\,0{,}01}=1600$$

bulunur.

143. Endüktansları $L_1=L_2=20$ mH olan iki bobin $k=1$ (kuplaj katsayısı) olacak şekilde yanyana konmuştur, şek. 96. Bu bobinleri seri bağlamak suretiyle elde edilecek olan endüktansları bulunuz.



Şek. 96

Cevap: $k=1$ olduğundan $M=\sqrt{L_1L_2}=L_1=20$ mH dir. Bobinler birbirini destekliyecek tarzda seri bağlanırsa endüktans

$$L'=L_1+L_2+2M=4L_1=80\ \text{mH}$$

olur. Zıt bağlamada ise $L'=0$ olacaktır.

144. Çekirdeği porselenden olan bir halkanın ortalama uzunluğu $l_0=0{,}2$ m ve kesiti $F=0{,}001\ m^2$ dir. Bu bobinin endüktansı $L=2$ mH olduğuna göre sarım sayısı nedir ?

Cevap: Magnetik direnç

$$R_m=\frac{l_0}{\mu_0 F}=\frac{0{,}2}{4\pi\,.\,10^{-7}\,.\,0{,}001}=1{,}59\,.\,10^8\ H^{-1}$$

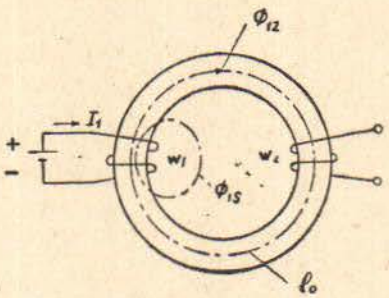
olduğundan

$$w=\sqrt{2 . 10^{-3} . 1{,}59 . 10^{8}} \approx 565$$

bulunur.

145. Şek. 97 de görülen halkanın (dinamo saçı) ortalama uzunluğu $l_0=125$ cm ve kesiti $F=2$ cm^2 dir. Bu halkanın üstünde sarım sayıları $w_1=250$ (primer sargı) ve $w_2=1000$ (sekonder sargı) olan iki sargı vardır. Primer sargıdan geçen $I_1=10$ A akımının yönü bu sargı ile üreteç arasındaki bağlantıyı âksederek $\Delta t=1/20$ s zarfında değiştiriliyor. Bu esnada primer ve sekonder sargılarda endüklenecek olan EMK'lerin ortalama değerlerini bulunuz.

Primer sargının kaçak akısı $\Phi_{1s}=0{,}15\ \Phi_{12}$ olarak alınacaktır.



Şek. 97

Cevap : Primer sargının amper - sarımı

$$\theta_1=w_1 I_1=250 . 10=2500 \text{ AW}$$

dir. Halkadaki alan şiddeti ise

$$H_1=\frac{\theta_1}{l_0}=\frac{2500}{125}=20\ \frac{\text{A}}{\text{cm}}=2000\ \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

olur. Bu alan şiddeti için dinamo saçına ait miknatıslanma eğrisinden $B_1 \approx 1{,}5$ T bulunur. w_1 sargısı tarafından meydana getirilen toplam akı $\Phi_1=B_1 F=1{,}5 . 2 . 10^{-4}=0{,}3 . 10^{-3}$ Wb dir. Diğer taraftan

$$\Phi_1=\Phi_{12}+\Phi_{1s}=(1+0{,}15)\ \Phi_{12}=1{,}15\ \Phi_{12}$$

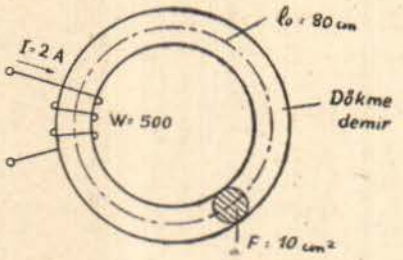
bağıntısı yardımiyle sekonder sargıdan da geçen Φ_{12} akısı için $\Phi_{12}=\Phi_1/1{,}15 \approx 0{,}26 . 10^{-3}$ Wb bulunur. I akımı 10 A değerinden -10 A değerine değişince Φ_1 akısı $0{,}3 . 10^{-3}$ Wb den $-0{,}3 . 10^{-3}$ Wb değerine ve Φ_{12} akısı da $0{,}26 . 10^{-3}$ Wb den $-0{,}26 . 10^{-3}$ Wb değerine geçerler. Böylece sargılarda endüklenen EMK'ler için

$$E_1 = 250\,\frac{3\cdot 10^{-4}-(-3\cdot 10^{-4})}{1/20} = +3\,\mathrm{V},$$

$$E_2 = 1000\,\frac{2{,}6\cdot 10^{-4}-(-2{,}6\cdot 10^{-4})}{1/20} = +10{,}4\,\mathrm{V}$$

ortalama değerleri bulunur.

146. Şek. 98 de $I=2$ A için halkada biriken magnetik enerjiyi bulunuz.



Şek. 98

Cevap : Alan şiddeti.

$$H = \frac{2\cdot 500}{80} = 12{,}5\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{cm}}$$

olduğundan eğriden $B=0{,}4$ T bulunur.

Magnetik akı ise

$$\Phi = BF = 0{,}4\cdot 10^{-3}\ \mathrm{Wb}$$

dir. Böylece halkanın endüktansı için

$$L = \frac{w\Phi}{I} = \frac{500\cdot 0{,}4\cdot 10^{-3}}{2} = 0{,}1\ \mathrm{H}$$

değeri bulunur. Halkada biriken enerji

$$W_m = \frac{1}{2}\,LI^2 = \frac{1}{2}\,0{,}1\cdot 2^2 = 0{,}2\ \mathrm{Ws\ (J)}$$

dir.

147. Şek. 98 deki halkada $\delta=1$ cm genişliğinde bir hava aralığı açılıyor. Çekirdek içinde aynı akıyı elde etmek için sargıdan kaç amper geçirmek gerekir ? Bu akım için magnetik enerji ne olur ?

Cevap : İlk önce demirin magnetik direncini ihmal ederek hesapları yapalım. $B=0{,}4$ T olduğundan

$$H_\delta=\frac{B}{\mu_0}=\frac{0{,}4}{4\pi\,.\,10^{-7}}=318000\ \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

ve

$$\theta_\delta=H_\delta\delta=318000\,.\,0{,}01=3180\ \text{AW}$$

bulunur. Uyarma akımı ise

$$I=\frac{\theta_\delta}{w}=\frac{3180}{500}=6{,}37\ \text{A}$$

olur. Sistemin endüktansı

$$L=\frac{w\Phi}{I}=\frac{w^2\Phi}{\theta}=\frac{500^2\,.\,0{,}4\,.\,10^{-3}}{3180}$$

$$=0{,}0315\ \text{H}=31{,}5\ \text{mH}$$

dir. Çekirdekte biriken magnetik enerji için

$$W_m=\frac{1}{2}LI^2=\frac{1}{2}\,0{,}015\,.\,6{,}37^2=0{,}638\ \text{J}$$

değeri bulunur.

Demirin direnci ihmal edilmediği takdirde $B=0{,}4$ T için $H_{Fe}=1250$ A/m olduğundan

$$\theta=1250\,(0{,}80-0{,}01)+3180=4170\ \text{AW}$$

ve

$$I=\frac{4170}{500}=8{,}35\ \text{A}$$

bulunur.

L endüktansı

$$L=\frac{500\,.\,0{,}4\,.\,10^{-3}}{8{,}35}=0{,}24\ \text{H}=24\ \text{mH}$$

dir. Sistemin toplam enerjisi

$$W_m=\frac{1}{2}\,0{,}024\,.\,8{,}35^2=0{,}834\ \text{J}$$

olur. Bu sonucu, hava aralığındaki ve demir içindeki enerjileri toplamak suretiyle de bulabiliriz.

Hava aralığındaki enerji

$$W_{m\delta}=\frac{1}{2\mu_0}B^2V_\delta=\frac{1}{4\pi.10^{-7}}0{,}4^2.0{,}01.10^{-3}$$

$$=0{,}637\ \text{J}$$

ve demir içindeki enerji ise

$$W_{mFe}=\frac{B\,H_{Fe}\,V_{Fe}}{2}=\frac{0{,}4.1250.0{,}79.10^{-3}}{2}$$

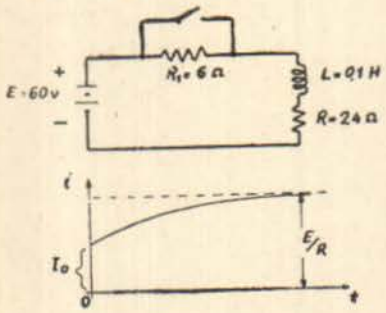
$$=0{,}197\ \text{J}$$

dür. Bunları toplayarak toplam enerji için yine

$$W_m=W_{m\delta}+W_{mFe}=0{,}637+0{,}197=0{,}834\ \text{J}$$

değeri elde edilir.

148. Şek. 99 da S anahtarı açıkken akımın alacağı sürekli değeri bulunuz. Akım bu değeri aldıkdan sonra S anahtarını kapayarak R_1 direnci kısa devre edilirse akım nasıl değişir? Anahtar kapandıktan 0,01 s sonra akım kaç amper olur?



Şek. 99

Cevap: S açıkken akım sürekli rejimde

$$I_0=\frac{E}{R_1+R}=\frac{60}{6+24}=2\ \text{A}$$

değerini alır. S kapatıldıktan sonra $i=f(t)$ yi bulmak için

$$E=Ri+L\frac{di}{dt}$$

şeklindeki diferansiyel denklemi $t=0$ için $i=I_0$ olduğunu gözönüne alarak çözmek gerekir. Böylece

$$i=\frac{E}{R}+\left(I_0-\frac{E}{R}\right)e^{-\frac{t}{L/R}}$$

ifadesi elde edilir. Değerler yerine konursa

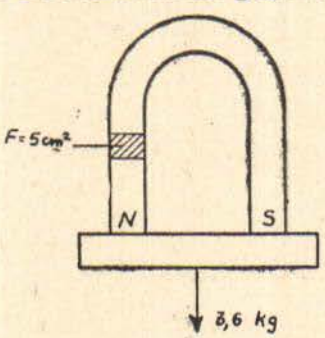
$$i=2{,}5+(2-2{,}5)\,e^{-\frac{t}{0{,}1/24}}=2{,}5-0{,}5\,e^{-240t}$$

fonksiyonu bulunur. $t=0{,}01$ s sonra akım

$$i=2{,}5-0{,}5\,e^{-240\cdot 0{,}01}=2{,}5-\frac{0{,}5}{e^{2{,}4}}=2{,}46\text{ A}$$

değerine yükselmiş olur.

149. Şek. 100 de görülen at nalı biçimindeki miknatıs $P=3{,}6$ kg kaldırabilmektedir. Bu miknatıstan geçen akıyı bulunuz.



Şek. 100

Cevap : $B=5000\sqrt{\frac{P}{2F}}=5000\sqrt{\frac{3{,}6}{2.5}}=3000$ G

$=0{,}3$ T

$\Phi=BF=0{,}3\,.\,5\,.\,10^{-4}=1{,}5\,.\,10^{-4}$ Wb.

III. Elektrik alanı

150. Aralarındaki uzaklık $r=1$ cm olan iki noktasal yük birbirlerini hava içinde ($\varepsilon_r=1$) $P=4$ dyn'lik bir kuvvetle çekiyorlar. Bu yükleri bulunuz.

Cevap: $P=4$ dyn$=4\,.\,10^{-5}$ N (Newton) olduğundan

$$Q=\sqrt{4\pi\varepsilon_0 r^2 P}=\sqrt{4\pi\frac{1}{4\pi\,.\,9\,.\,10^9}\cdot 10^{-4}.\,4\,.\,10^{-5}}$$

$$=\frac{2}{3}\,10^{-9}\ \mathrm{C}=0{,}66\ \mu\mathrm{C}$$

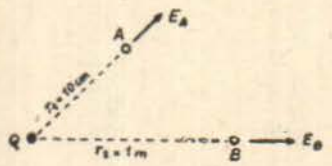
bulunur.

151. Alan şiddeti $E=5$ kV/m olan düzgün bir elektrik alanı içinde $Q=5\ \mu$C luk noktasal yüke tesir eden kuvveti bulunuz.

Cevap: $P=QE=5\,.\,10^{-6}.\,5\,.\,10^3=2{,}5\,.\,10^{-2}$ N

$$=2{,}55\,.\,10^{-3}\ \mathrm{kg}=2{,}55\ \mathrm{g}.$$

152. Şek. 101 de $Q=+10^{-6}$ C'luk noktasal yük tarafından A ve B noktalarında meydana getirilen alan şiddetlerini ve bu iki nokta arasındaki gerilimi hesaplayınız.



Şek. 101

Cevap: Alan şiddetleri için ($1/4\pi\varepsilon_0=9\,.\,10^9$ m/F)

$$E_A=\frac{10^{-6}.\,9\,.\,10^9}{0{,}1^2}=9\,.\,10^5\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}},$$

$$E_B=\frac{10^{-6}.\,9\,.\,10^9}{1^2}=9\,.\,10^3\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$$

değerleri bulunur. A ve B noktalarının potansiyelleri

$$V_A=\frac{10^{-8}.9.10^9}{0,1}=90 \text{ kV},$$

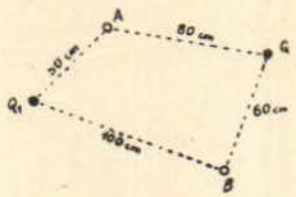
$$V_B=\frac{10^{-6}.9.10^9}{1}=9 \text{ kV}$$

olduğundan gerilim için

$$U_{AB}=V_A-V_B=90-9=81 \text{ kV}$$

değeri elde edilir.

153. Şek. 102 de $Q_1=2\mu C$ ve $Q_2=-4\mu C$ noktasal yükleri tarafından meydana getirilen elektrik alanı içinde A ve B noktalarının potansiyellerini ve bu noktalar arasındaki gerilimi bulunuz. $\varepsilon_r=1$ dir.



Şek. 102

Cevap : Q_1 ve Q_2 yükleri tarafından A noktasında meydana getirilen potansiyeller

$$V_{1A}=\frac{2.10^{-6}.9.10^9}{0,5}=36 \text{ kV},$$

$$V_{2A}=-\frac{4.10^{-6}.9.10^9}{0,8}=-45 \text{ kV}$$

dur. Buradan A nın potansiyeli için

$$V_A=36-45=-9 \text{ kV}$$

bulunur. B noktasındaki potansiyeller ise

$$V_{1B}=\frac{2.10^{-6}.9.10^9}{1}=18 \text{ kV},$$

$$V_{2B}=-\frac{4.10^{-6}.9.10^9}{0,6}=-60 \text{ kV}$$

dur. B nin potansiyeli için

$$V_B = 18 - 60 = -42 \text{ kV}$$

değeri bulunur. A ve B arasındaki gerilim

$$U_{AB} = V_A - V_B = -9 - (-42) = +33 \text{ kV}$$

olur.

154. Uzunluğu $l = 100$ m ve kesiti $S = 4$ mm² olan bir bakır telin uçları arasındaki gerilim $U = 10$ V'dur:

a) Tel içindeki alan şiddetini,
b) Akım yoğunluğunu,
c) Telden geçen akımı

bulunuz. $\varkappa = 56$ Sm/mm² dir.

Cevap: a) $$E = \frac{U}{l} = \frac{100}{100} = 0{,}1 \frac{\text{V}}{\text{m}}.$$

b) Akım yoğunluğu

$$J = \frac{I}{S}$$

dir. Bu ifadede $I = U/R = \varkappa US/l$ konursa

$$J = \varkappa \frac{U}{l} = \varkappa E$$

formülü elde edilir. $\varkappa = 56$ m/Ω mm² ve $E = 0{,}1$ V/m olduğundan

$$J = 56 \cdot 0{,}1 = 5{,}6 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$$

bulunur.

c) $I = JS = 5{,}6 \cdot 4 = 22{,}4$ A.

155. Bir kondansatörün elektrodları $U = 100$ V altında $Q = 5 \cdot 10^{-4}$ C ile yükleniyor. Bu kondansatörün kapasitesi nedir?

Cevap: $$C = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{100} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 5 \mu\text{F}.$$

156. Bir paralel levhalı kondansatörde levhaların yüzeyi $F = 200$ cm² ve levhalar arasındaki uzaklık $d = 5$ mm dir. Bu kondansatörün levhaları arasında hava ($\varepsilon_r = 1$) ve ebonit ($\varepsilon_r = 2{,}69$) bulunduğuna göre kapasitesi ne olur?

Cevap: Hava için

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r F}{d} = \frac{200 \cdot 10^{-4}}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 0{,}005} = 35{,}4 \text{ pF} \quad (1 \text{ pF} = 1 \text{ piko–farad} = 10^{-12} \text{F}).$$

Ebonit için

$$C=2{,}69\,.\,35{,}4=95\ \text{pF}.$$

157. Kapasitesi $C=4\,\mu\text{F}$ olan bir kondansatörün levhaları arasında hava vardır. Bu kondansatör $U=100$ V ile doldurulduktan sonra üreteçten ayrılıyor ve levhaların arasındaki uzaklık iki katına çıkarılıyor. Yeni durumda kapasite, gerilim ve alan şiddeti ne olur?

Cevap: Kondansatör

$$Q=CU=4\,.\,10^{-6}.\,100=4\,.\,10^{-4}\ \text{C}$$

ile yüklenmiştir. Üreteçten ayrılınca bu yük değişmez. Buna karşılık levhalar arasındaki uzaklık iki katına çıkınca kapasite yarıya düşerek $2\mu\text{F}$ değerini alır. $Q=$sabit olduğu halde kapasite yarıya düştüğünden gerilim iki defa büyür ve 200 V olur. Alan şiddeti U/d ye eşit olduğundan sabit kalacaktır. Alan şiddetinin değişmiyeceğini

$$E=\frac{D}{\varepsilon_0}=\frac{Q}{\varepsilon_0 F}$$

ifadesi yardımiyle de görebiliriz.

158. Bir kondansatör bataryası beheri seri bağlı iki kondansatörden ibaret olan üç grubu paralel bağlamak suretiyle teşkil edilmiştir. Bütün kondansatörler eşit olup her biri $2\mu\text{F}$ ve 500 V'luktur. Bataryanın eşdeğer kapasitesini ve bu sisteme uygulanabilecek olan gerilimi bulunuz.

Cevap: Seri bağlı iki kondansatörün eşdeğer kapasitesi $2/2=1$ μF dır. Bataryanın eşdeğer kapasitesi ise $3\,\mu\text{F}$'dır. Batarya $U=2\cdot 500=1000$ V'luk bir gerilime bağlanabilir.

159. İletken yarı çapı $r_1=1$ cm ve yalıtkanın kalınlığı $\delta=1{,}5$ cm olan bir tek damarlı kablonun $l=1{,}5$ km uzunluğundaki parçasının kapasitesini bulunuz. Yalıtkan maddesinin bağıl dielektrik sabiti $\varepsilon_r=4$ dür.

Cevap: Kablonun dış yarı çapı

$$r_2=r_1+\delta=1+1{,}5=2{,}5\ \text{cm}$$

olduğundan

$$C=\frac{2\pi\varepsilon l}{\ln\frac{r_2}{r_1}}=\frac{2\pi\,.\,4\,.\,1500}{4\pi\,.\,9\,.\,10^9\ln\frac{2{,}5}{1}}$$

$$=0{,}362\ \mu\text{F}$$

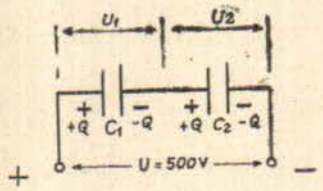
bulunur.

160. Beheri $C=10\,\mu F$'lık dört kondansatörü ilk önce paralel bağlayıp $U=1000$ V ile dolduruyoruz. Bu kondansatörler seri bağlanınca sistemin kapasitesi ve gerilimi ne olur ?

Cevap : $C_0=10/4=2{,}5\,\mu F$; $U=4000$ V.

Bu suretle kondansatörleri paralel bağlı iken doldurduktan sonra seri bağlayarak yüksek gerilimler elde etmek kabil olur. Bu imkândan yüksek gerilim deneylerinde faydalanılır.

161. $C_1=2\,\mu F$ ve $C_2=3\,\mu F$'lık iki kapasite seri bağlandıktan sonra sisteme $U=500$ V uygulanıyor, şek. 103. Q yükünü, U_1 ve U_2 gerilimlerini bulunuz.



Şek. 103

Cevap : Eşdeğer kapasite

$$C=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}=\frac{2\,.\,3}{2+3}=1{,}2\,\mu F$$

olduğundan $Q=CU=1{,}2\,.\,10^{-6}.\,500=6\,.\,10^{-4}$ C dur.

U_1 ve U_2 gerilimleri

$$U_1=\frac{Q}{C_1}=\frac{6\,.\,10^{-4}}{2\,.\,10^{-6}}=300\text{ V},$$

$$U_2=\frac{Q}{C_2}=\frac{6\,.\,10^{-4}}{3\,.\,10^{-6}}=200\text{ V}\ (=U-U_2)$$

olarak bulunur.

162. Bir kondansatörde levhalar arasında bulunan yalıtkan maddesinin direnci çok büyük olmakla beraber sonsuz büyüklükte değildir. Bu sebepten dolayı kondansatör doldurulduktan sonra uçları birbirine birleştirilmese bile bu direnç üzerinden boşalır. Kapasitesi $C=4\,\mu F$ olan bir kondansatör 110 V ile doldurulduktan sonra 3 dakika zarfında bu gerilimin 45 V'a düştüğü görülürse yalıtkanın direnci ne olur ?

Cevap: $u=U\,e^{-\frac{t}{T}}$ formülünde $t=180$ s, $U=45$ V olduğundan zaman sabiti için

$$45=110\,e^{-\frac{180}{T}}$$

ifadesi yardımiyle $T=200$ s bulunur. Diğer taraftan $T=RC$ olduğundan

$$R=\frac{T}{C}=\frac{200}{4\,.\,10^{-6}}=50\,.\,10^{6}\,\Omega$$

$$=50\ \mathrm{M}\,\Omega$$

bulunur.

163. Bir kondansatörde kullanılan dielektrik maddenin bağıl dielektrik sabiti $\varepsilon_r=4$ ve öziletkenliği $\varkappa=10^{-15}$ S/cm dir. Bu kondansatörün kendi kendine boşalması halinde zaman sabiti ne olur?

Cevap: $RC=T$ formülünde $R=d/\varkappa F$ ve $C=\varepsilon F/d$ koyarsak

$$T=\frac{\varepsilon}{\varkappa}$$

ifadesini elde ederiz. Böylece

$$T=\frac{4}{4\pi\,.\,9\,.\,10^{9}.\,10^{-13}}=354\ \mathrm{s}\approx 6\ \mathrm{dak.}$$

bulunur.

164. Levhaları arasındaki uzaklık $d=5$ mm olan $C=400$ pF'lık havalı bir kondansatör $U=5000$ V ile dolduruluyor:

a) Kondansatörde biriken enerjiyi,

b) Levhalar arasındaki çekme kuvvetini

hesaplayınız.

Cevap: a) $W_e=\frac{1}{2}CU^2=\frac{1}{2}\,400\,.\,10^{-12}.\,25\,.\,10^{6}$

$$=5\,.\,10^{-3}\ \mathrm{J}.$$

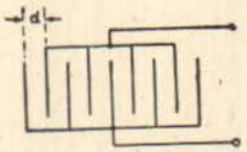
b) $$P=\frac{CU^2}{2d}=\frac{5\,.\,10^{-3}}{0{,}005}=1\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}}=1\mathrm{N}=0{,}102\ \mathrm{kg}$$

$$=102\ \mathrm{g}.$$

165. $C=5\,\mu F$'lık bir kondansatör dolduruldüktan sonra bir R direnci üzerinden boşalıyor. Kondansatörün gerilimi 2 s sonra yarıya indiğine göre bu direnci bulunuz.

Cevap: $u=U e^{-\frac{t}{RC}}$ formülü yardımiyle $R=580\ k\Omega$ bulunur.

166. Bir paralel levhalı kondansatör şek. 104 de görüldüğü gibi 9 eşit paralel levhadan teşekkül etmektedir. Her levhanın yüzeyi $F=50\ cm^2$ ve aralıklar $d=1$ mm dir. Bu kondansatörün kapasitesini bulunuz. Dielektrik havadır.



Şek. 104

Cevap: Levha sayısı n ile gösterilirse bu kondansatöre $n-1$ tane paralel bağlı kondansatörden meydana gelmiş bir batarya gözüyle bakılabilir. Böylece kapasite için

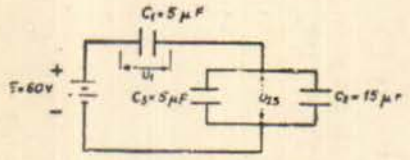
$$C=(n-1)\frac{\varepsilon F}{d}$$

formülü bulunur. Değerler yerine konursa

$$C=(9-1)\frac{8{,}86\,.\,10^{-12}.\,50}{0{,}001}=443\ pF$$

değeri elde edilir.

167. Şek. 105 de Q_1, Q_2, Q_3, yüklerini ve U_1, U_{23} gerilimlerini hesaplayınız.



Şek. 105

Cevap: C_2 ve C_3 kapasiteleri yerine

$$C_{23}=C_2+C_3=15+5=20\ \mu F$$

koyabiliriz. Böylece seri bağlı olan C_1 ve C_{23} kapasitelerinin eşdeğeri

$$C=\frac{C_{23}\,C_1}{C_{23}+C_1}=\frac{20\,.\,5}{20+5}=4\ \mu F$$

olur. C_1 kondansatörün yükü

$$Q_1=60\,.\,4\,.\,10^{-6}=240\ \mu C$$

dur. Bu kondansatörün uçları arasındaki gerilim ise

$$U_1=\frac{Q_1}{C_1}=\frac{240\,.\,10^{-6}}{5\,.\,10^{-6}}=48\ V$$

dur. Böylece U_{23} gerilimi için

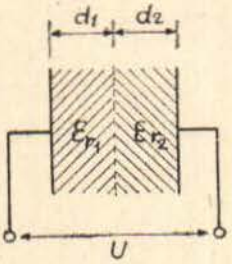
$$U_{23}=E-U_1=60-48=12\ V$$

değeri ve Q_2, Q_3 yükleri için de

$$Q_2=C_2U_{23}=15\,.\,10^{-6}\,12=180\ \mu C,$$
$$Q_3=C_3U_{23}=5\,.\,10^{-6}.\,12=60\ \mu C$$

değerleri bulunur. $Q_2+Q_3=Q_1$ olduğu görülmektedir.

168. Şek. 106 da görülen iki dielektrikli kondansatörde $d_1=15$ mm, $d_2=5$ mm ve $\varepsilon_{r1}/\varepsilon_{r2}=4$ dür. $U=30$ kV için E_1, E_2 alan şiddetlerini ve U_1, U_2 gerilimlerini bulunuz.



Şek. 106

Cevap: $U=U_1+U_2$ denkleminde $U_1=E_1\,d_1$ ve $U_2=E_2\,d_2$ olduğundan

$$U=E_1\,d_1+E_2\,d_2$$

dır. Diğer taraftan

$$\varepsilon_{r1} E_1 = \varepsilon_{r2} E_2$$

olduğu gözönüne alınırsa $E_1 = 857$ kV/m, $E_2 = 3428$ kV/m, $U_1 = 12{,}86$ kV, $U_2 = 17{,}14$ kV değerleri bulunur.

169. Q yükünü taşıyan bir kürenin (yarıçap R) potansiyelini veren formülü bulunuz.

Cevap : $$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon R}.$$

170. Ortak merkezli iki küreden teşekkül eden sistemin (küresel kondansatör) kapasitesini veren formülü bulunuz.

Cevap : İç kürenin yarı çapını R_i ile ve dış küreninkini de R_a ile gösterirsek iki küre arasındaki potansiyel farkı

$$U = V_i - V_a = \frac{Q}{4\pi\varepsilon} \int_{R_i}^{R_a} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon} \left(\frac{1}{R_i} - \frac{1}{R_a} \right)$$

olduğundan

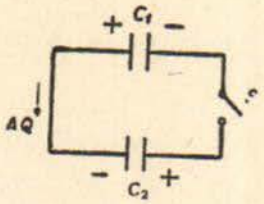
$$C = \frac{Q}{U} = \frac{4\pi\varepsilon R_i}{1 - \frac{R_i}{R_a}}$$

formülü bulunur. $R_a = \infty$ için (bir tek küre hali) bu formül ($R_i = R$)

$$C = 4\pi\varepsilon R$$

haline geçer.

171. Kapasitesi $C_1 = 1$ μF olan bir kondansatör $U_1 = 1$ kV ile doldurulduktan sonra üreteçten ayrılıyor ve kapasitesi $C_2 = 0{,}6$ μF olan bir kondansatöre birleştiriliyor Şek. 107. Kondansatörlerin yükleri ve uçları arasındaki gerilimleri bulunuz.



Şek. 107

Cevap: İlk önce her iki kondansatörün yüklü olduğunu kabul ederek sistemi inceleyelim. Kondansatörlerin başlangıçtaki gerilimlerini U_1 ve U_2 ile gösterelim. S anahtarı kapandıktan sonra meselâ C_1 kondansatörünün yükü $\Delta Q=C_1(U_1-U_1')$ kadar azalırken C_2 nin yükü $\Delta Q=C_2(U_2'-U_2)$ kadar çoğalacaktır. Burada U_1' ve U_2', kondansatörlerin son gerilimlerini göstermektedir.

Diğer taraftan

$$U_1'+U_2'=0$$

olduğundan

$$C_1(U_1-U_1')=C_2(U_2'-U_1)$$

denklemi ile birlikte

$$U_1'=-U_2'=\frac{C_1U_1+C_2U_2}{C_1+U_2}$$

formülü bulunur. Verilen değerler $U_1=1000\,\text{V}$, $U_2=0$ ve $C_1=1\ \mu\text{F}$, $C_2=0{,}6\ \mu\text{F}$ olduğundan

$$U_1'=\frac{1000}{(1+0{,}6)\,.\,10^{-6}}=625\ \text{V}$$

bulunur. Kondansatörlerin yükleri için

$$Q_1'=C_2U_1'=10^{-6}.\,625=0{,}625\,.\,10^{-3}\,\text{C},$$

$$Q_2'=C_3U_2'=1{,}6\,.\,10^{-6}.\,625=0{,}375\,.\,10^{-3}\,\text{C}$$

değerleri elde edilir. $Q_1+Q_2=Q_1'+Q_2'$ olduğu görülmektedir

$$(Q_1=10^{-6}.\,1000=10^{-3}\,\text{C},\ Q_2=0).$$

IV. Bir Fazlı Akım

172. 4 kutuplu bir alternatörün hızı $n=1500$ dev./dak. dır. Frekansı, periyodu, dairesel frekansı ve rotorun açısal hızını bulunuz.

Cevap:

$$f=\frac{pn}{60}=\frac{2\,.\,1500}{60}=50 \text{ Hz},$$

$$T=\frac{1}{f}=\frac{1}{50}=0{,}02 \text{ s},$$

$$\omega=2\pi f=2\pi\,.\,50=314 \text{ 1/s},$$

$$\omega_m=\frac{2\pi n}{60}=\frac{\omega}{p}=\frac{314}{2}=157 \text{ 1/s}.$$

173. Bir kenarı $a=20$ cm olan kare şeklindeki bir sargının sarım sayısı $w=100$ dür. Bu sargı, endüksiyonu $B=0{,}5$ T olan düzgün bir magnetik alan içinde $n=1200$ dev./dak. hızla döndürülüyor:

a) Sargıda endüklenen EMK'in genliğini ve efikas değerini,

b) Frekansını ve dairesel frekansını

bulunuz.

Cevap: Sargının yüzeyi $F=a^2=0{,}04$ m^2 ve açısal hızı

$$\omega=2\pi n/60=2\pi\,.\,1200/60=40\,\pi \text{ s}^{-1}$$

olduğundan

$$E_m=w\,\omega BF=100\,.\,40\,\pi\,,\,0{,}5\,.\,0{,}04=251 \text{ V}$$

ve

$$E=\frac{E_m}{\sqrt{2}}=\frac{251}{1{,}41}=178 \text{ V}$$

bulunur.

b) $f=\frac{n}{60}=\frac{1200}{60}=20$ Hz ve $\omega=40\,\pi=125{,}5$ s^{-1}.

174. Sinüzoidal olarak değişen

$$u_1=100 \sin 377\,t, \quad u_2=80 \sin (377\,t-30^\circ)$$

gerilimleri veriliyor.

a) Bu gerilimlerin efikas değerlerini,

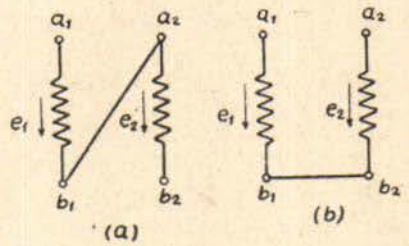
b) Frekanslarını

bulunuz.

Cevap : a) $U_1=100/1{,}41=71$ V, $U_2=80/1{,}41=56$ V.

b) $f=\dfrac{377}{2\pi}=60$ Hz.

175, Şek. 108 de görülen sargılarda endüklenen eşit frekanslı EMK'lerin efikas değeri $E_1=E_2=150$ V olup E_2 EMK'i E_1 den 120° geri fazdadır. Bu sargılar (*a*) ve (*b*) de görülen tarzda seri bağlandığına göre bileşke EMK'in efikas değeri ne olur ?

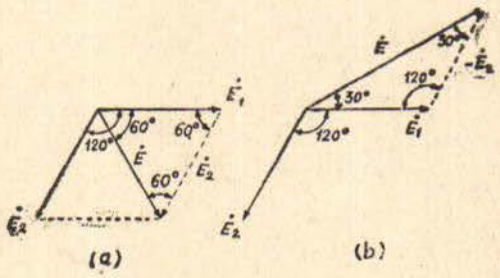


Şek. 108

Cevap : (*a*) daki bağlamada EMK'ler aynı yönde tesir ettiklerinden

$$e=e_1+e_2$$

dir. Şek. 109'a da görülen fazör diyagramı yardımiyle $E=E_1=E_2=150$ V bulunur.



Şek. 109

b) deki bağlamada ise EMK'ler ters yönde tesir ettiklerinden

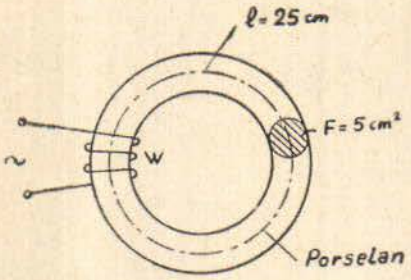
$$e=e_1-e_2$$

dir. Şek. 109 b deki fazör diyagramı yardımiyle

$$E=\sqrt{3}\,E_1=\sqrt{3}\,.\,150=260\ \text{V}$$

bulunur.

176. Şek. 110 da görülen bobinden efikas değeri $I=10$ A olan bir akım geçirilince genliği $B_m=0{,}1$ T olan bir endüksiyon elde ediliyor:



Şek. 110

a) Magnetik akının genliğini,
b) Bobinin sarım sayısını,
c) Bobinde meydana gelen self-endüksiyon EMK'inin efikas değerini,
d) Bobinin endüktansını

bulunuz. Akımın frekansı $f=50$ Hz dir.

Cevap: a) $\Phi_m=B_m F=0{,}1\,.\,5\,.\,10^{-4}=5\,.\,10^{-5}$ Wb.

b) $B_m=\mu_0 H_m=\dfrac{\mu_0 wI\sqrt{2}}{l}$

formülü yardımiyle

$$w=\frac{B_m l}{\sqrt{2}\mu_0 I}=\frac{0{,}1\,.\,0{,}25}{\sqrt{2}\,.\,4\pi\,.\,10^{-7}\,.\,10}=1410$$

bulunur.

c) $E_s=4{,}44\,fw\Phi_m=4{,}44\,.\,50\,.\,1410\,.\,5\,.\,10^{-5}=15{,}65$ V.

d) $L=\dfrac{E_s}{\omega I}=\dfrac{15{,}65}{314\,.\,10}=4{,}99\,.\,10^{-3}\text{H}=4{,}99$ mH.

177. Bir bobinden 50 V'luk doğru gerilim altında $I_0=5$ A ve efikas değeri 50 V olan $f=50$ Hz frekanslı sinüzoidal alternatif gerilimde $I=4$ A geçiyor.

a) Bobinin R omik direncini,
b) Z empedansını,
c) L endüktansını,
d) U ile I arasındaki faz farkını

bulunuz.

Cevap: a) $R=\frac{50}{5}=10\ \Omega.$

b) $Z=\frac{50}{4}=12{,}5\ \Omega.$

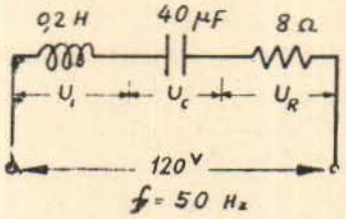
c) $\omega L=\sqrt{12{,}5^2-10^2}\approx 7{,}5\ \Omega,$

$L=\frac{7{,}5}{317}=2{,}38\cdot 10^{-2}\,\mathrm{H}=23{,}8\ \mathrm{mH}.$

d) $\operatorname{tg}\varphi=\frac{7{,}5}{10}=0{,}75,$

$\varphi=36^\circ 50'$ (gerilim ileride).

178. Direnci ihmal edilen bir bobinin endüktansı $L=0{,}2$ H dir. Bu bobin şek. 111 de görüldüğü gibi $C=40\ \mu$F'lık bir kondansatör ve $R=8\ \Omega$ luk bir dirençle seri bağlanıyor. Sisteme uygulanan gerilimin efikas değeri 120 V ve frekansı $f=50$ Hz olduğuna göre



Şek. 111

a) I akımını,
b) U_R, U_L, U_C. gerilimlerini,
c) U ile I arasındaki faz farkını

hesaplayınız ve

d) fazör diyagramını çiziniz.

Cevap: a) $X_L=314\cdot 02=62{,}8\ \Omega,$

$X_C=\frac{10^6}{314\cdot 40}=79{,}7\ \Omega,$

$X=X_L-X_C=62{,}8-79{,}7=-16{,}9\ \Omega,$

$Z=\sqrt{R^2+X^2}=\sqrt{8^2+16{,}9^2}=18{,}7\ \Omega,$

$I=\frac{U}{Z}=\frac{120}{18{,}7}=6{,}42\ \mathrm{A}.$

b) $U_R = RI = 8 \cdot 6{,}42 \approx 51{,}4$ V,

$U_L = X_L I = 62{,}8 \cdot 6{,}42 \approx 402$ V,

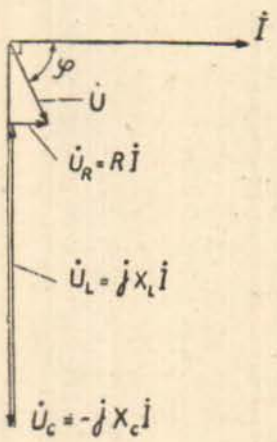
$U_C = X_C I = 79{,}7 \cdot 6{,}42 \approx 510$ V.

Not: L ve C nin uçlarındaki gerilimlerin şebeke gerilimlinden büyük olduğuna dikkat ediniz.

c) $\operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{R} = -\frac{16{,}9}{8} = -2{,}1$,

$\varphi = -64{,}5^\circ$ (akım ileride, devre kapasitif).

d) Gerilim ölçeği $k_u = 5$ V/cm ve akım ölçeği $k_i = 2$ A/cm alınırsa şek. 112 deki fazör diyagramı elde edilir. Bu diyagramda $\dot{I}$ fazörü fazlar başlangıcı olarak alınmıştır.



Şek. 112

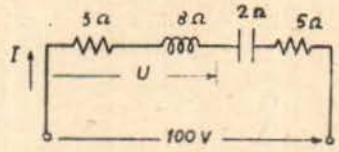
179. Şek. 113 de

a) I akımını,

b) U gerilimini,

c) $\cos \varphi$ yi,

d) Aktif (P), reaktif (Q) ve görünen (N) güçleri hesaplayınız.



Şek. 113

Cevap: a) $\dot{I}=\dfrac{100}{3+5+8j-2j}=\dfrac{100}{8+6j}=8-6j,$

$I=\sqrt{8^2+6^2}=10$ A.

b) $\dot{U}=(3+8j)\ (8-6j)=24-18j+64j+48=$
$=70+46j,$

$U=\sqrt{70^2+46^2}\approx 83{,}7$ V.

c) $\cos\varphi=\dfrac{R}{Z}=\dfrac{3+5}{10}=0{,}8$ (endüktif).

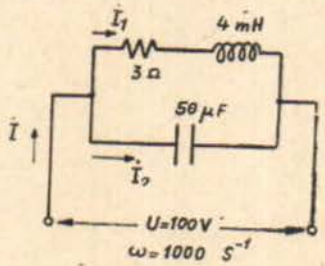
d) $P=UI\cos\varphi=100\cdot 10\cdot 0{,}8=800$ W,
$Q=UI\sin\varphi=100\cdot 10\cdot 0{,}6=600$ Var,
$N=UI=100\cdot 10=1000$ VA$=1$ kVA.

180. Şek. 114 de

a) I_1, I_2, I akımlarını,

b) Toplam aktif ve reaktif güçleri

hesaplayınız.



Şek. 114

Cevap: a) $\dot{I}_1=12-16j$, $I_1=20$ A,
$\dot{I}_2=5j$, $I_2=5$ A,
$\dot{I}=12-11j$, $I=16{,}3$ A,

b) $\dot{N}=100\ (12+11j)=1200+1100\,j$

olduğundan $P=1200\ \text{W}=1{,}2\ \text{kW}$ ve $Q=1100\ \text{Var}=1.1\ \text{kVar}$ (endüktif) bulunur.

Toplam aktif gücü

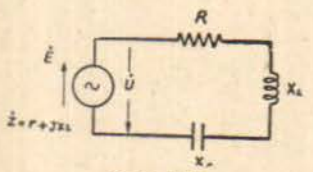
$$P=3\,.\,20^2=1200\ \text{W}$$

şeklinde ve toplam reaktif gücü de

$$Q=4\,.20^2-20\,.\,5^2=1600-500=1100\ \text{Var}$$

şeklinde bulabiliriz ($X_L=4\,\Omega$ ve $X_C=20\,\Omega$ dur).

181. Şek. 115 de görülen alternatörün iç direnci $r=2$ ohm ve iç endüktif reaktansı $x_L=3$ ohm'dur. Bu alternatörün uçlarına seri olarak $R=4$ ohm, $X_L=25$ ohm ve $X_C=20$ ohm bağlanmıştır. Devreden geçecek olan akımı ve alternatörün uçları arasındaki gerilimi hesaplayınız. Alternatörün EMK'i $E=400$ V'dur (efikas değer).



Şek. 115

Cevap: EMK fazlar başlangıcı olarak seçilirse

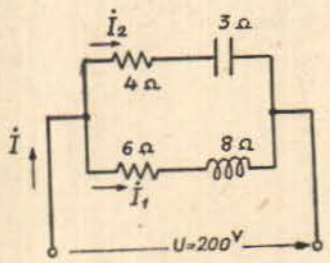
$$\dot{I}=24-j\,32$$

ve

$$\dot{U}=\dot{E}-\dot{z}_1\dot{I}=256-8j$$

kompleks ifadeleri bulunur ($\dot{z}$=alternatörün iç empedansı). Akım ve gerilimin efikas değerleri $I=40$ A ve $U\approx256$ V dır.

182. Şek. 116 da



Şek. 116

a) $\dot{Y}_1$ ve $\dot{Y}_2$ admitanslarını,

b) I_1 ve I_2 akımlarını,

c) I akımını,

d) Eşdeğer admitansı ve empedansı,

e) Toplam aktif, reaktif ve görünen güçleri bulunuz.

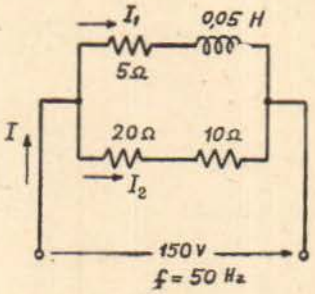
Cevap: a) $\dot{Y}_1=0{,}06-j0{,}08$, $\dot{Y}_2=0{,}16+j0{,}12$.

b) $\dot{I}_1=12-j16$, $\dot{I}_2=32+j24$ ($I_1=20$ A, $I_2=40$ A).

c) $\dot{I}=44+j8$, $I=44{,}6$ A ; d) $\dot{Y}=0{,}22+j0{,}04$, $\dot{Z}=4{,}4-j0{,}8$.

e) $\dot{N}=8800-j1600$, $P=8{,}8$ kW, $Q=-1{,}6$ kVar (kapasitif), $N=8{,}92$ kVA.

283. Şek. 117 de



Şek. 117

a) I_1, I_2, I akımlarını,

b) φ_1, φ_2, φ açılarını,

c) Eşdeğer empedansı ve eşdeğer devreyi bulunuz.

d) Fazör diyagramını çiziniz.

Cevap: a) Gerilimi fazlar başlangıcı seçerek

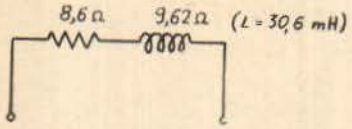
$\dot{I}_1=9{,}09\,e^{-j72°20'}$, $\dot{I}_2=5$, $\dot{I}=11{,}61\,e^{-j48°}$

bulunur.

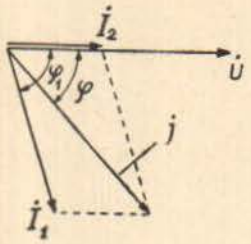
b) $\varphi_1=72°20'$ (I_1 akımı gerilimden geri fazda), $\varphi_2=0$ (I_2 akımı ile gerilim aynı fazda), $\varphi=48°$ (I akımı gerilimden geri fazda).

c) $\dot{Z}=8{,}6+j9{,}62$. Şek. 118 de eşdeğer devre görülmektedir.

d) Gerilim ölçeğini 50 V/cm ve akım ölçeğini de 4 A/cm alarak şek. 119 da görülen fazör diyagramı elde edilir.

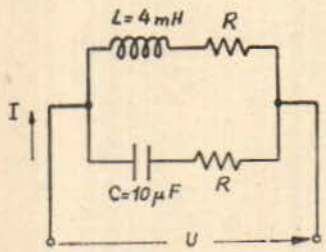


Şek. 118



Şek. 119

184. Şek. 120 de R direncini o şekilde seçiniz ki U gerilimi ile I akımı arasındaki faz farkı sıfır olsun.



Şek. 120

Cevap : $R=20\ \Omega$.

185. Şek. 121 de $I=2$ A olduğuna göre

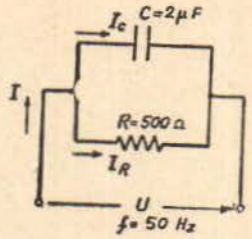
a) U gerilimini,

b) I_R ve I_C akımlarını,

c) U ile I arasındaki faz farkını

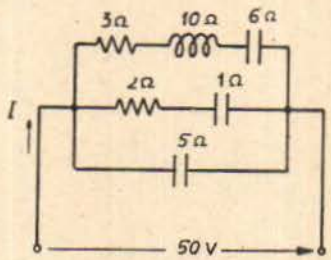
bulunuz.

Cevap : a) $U=952$ V ; b) $I_R=1{,}8$ A, $I_C=0{,}597$ A; c) $\varphi=17{,}5°$.



Şek. 121

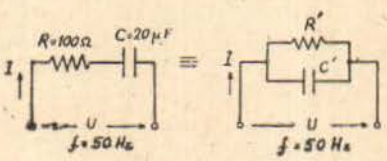
186. Şek. 122 de I akımını hesaplayınız.



Şek. 122

Cevap : $I=28{,}4$ A.

187. Şek, 123 de görülen seri bağlamaya eşdeğer olan paralel bağlamayı hesaplayınız.



Şek. 123

Cevap : $R'=352{,}81$ ohm, $C'=14{,}3$ μF.

188. Bir empedansta $P=600$ W, $U=110$ V, $I=7$ A olarak ölçülmüştür. Bu empedansın güç katsayısı nedir ?

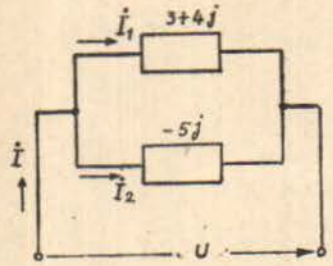
Cevap : $\cos\varphi=0{,}78$,

189. Şek. 124 de $I_1=10$ A olduğuna göre

a) I_2 ve I akımlarını,

b) U gerilimini

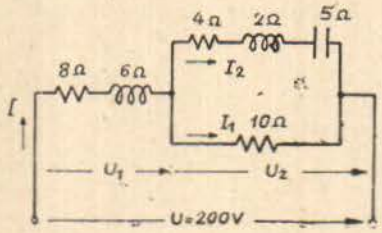
hesaplayınız.



Şek. 124

Cevap: a) $I_2=10$ A, $I=6{,}3$ A; b) $U=50$ V.

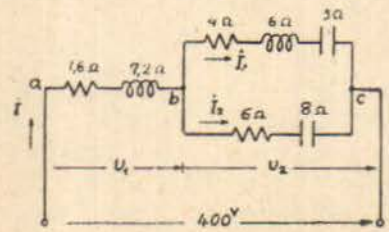
190. Şek. 125 de I_1, I_2, I akımlarını ve U_1, U_2 gerilimlerini hesaplayınız.



Şek. 125

Cevap: $I_1=5{,}78$ A, $I_2=11{,}56$ A, $I=16{,}6$ A, $U_1=166$ V, $U_2=57{,}8$V.

191. Şek. 126 da akımları (I_1, I_2, I), gerilimleri (U_1, U_2) ve güçleri (aktif, reaktif, görünen) hesaplayınız. Güç katsayısını bulunuz.



Şek. 126

Cevap: $\dot{I}_1=6{,}4-j35{,}2=35{,}8\,e^{-j79{,}7^\circ}$, $I_1=35{,}8$ A,

$\dot{I}_2=17{,}6+j3{,}2=17{,}92\,e^{j10{,}3^\circ}$, $I_2=17{,}92$ A,

$\dot{I}=24-j32=40\,e^{-j53{,}2^\circ}$, $I=40$ A,

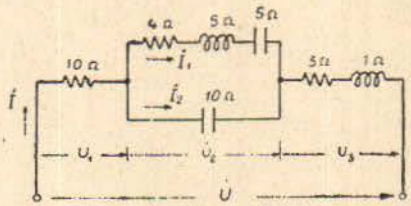
$\dot{U}_1=268{,}8+j121{,}6=295{,}2\,e^{j24{,}4^\circ}$, $U_1=295{,}2$ V,

$\dot{U}_2=131{,}2-j121{,}6=176{,}8\,e^{-j42{,}8^\circ}$, $U_2=176{,}8$ V,

$\dot{N}=\dot{U}\,\dot{I}_k=9600+j12800$, $P=9600$ W$=9{,}6$ kW, $Q=11800$ Var$=12{,}8$ kVar, $N=16000$ VA$=16$ kVA.

$\cos\varphi=0{,}6$ (endüktif).

192. Şek. 127 de $I_1=5$ A (efikas değer) olduğuna göre I_2, I akımlarını, U_1, U_2, U_3, U gerilimlerini ve P, Q, N güçlerini bulunuz.



Şek. 127

Cevap: Verilen akım fazlar başlangıcı olarak seçilirse

$\dot{I}_2=j2$. $I_2=2$ A,

$\dot{I}=5+j2$, $I=5{,}4$ A,

$\dot{U}=50+j20$ $U_1=54$ V,

$\dot{U}_2=20$, $U_2=20$ V,

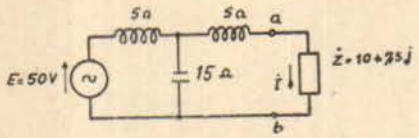
$\dot{U}_3=13+j11$, $U_3=17$V,

$\dot{U}=83+j31$, $U=88{,}6$ V,

$\dot{N}=\dot{U}\dot{I}_k=477-j11$, $P=477$ W,

$Q=-11$ Var (kapasitif), $N=478$ VA.

193. Şek. 128 de $\dot{Z}=10+j7{,}5$ empedansından geçen akımı eşdeğer üreteç metodu yardımiyle bulunuz.

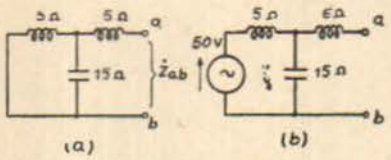


Şek. 128

Cevap : Eşdeğer üretecin empedansı için şek. 129 a yardımiyle

$$\dot{Z}_{ab}=j12{,}5$$

bulunur. $\dot{Z}$ empedansı kaldırıldıktan sonra a ve b noktaları arasındaki gerilim için şek. 129 b yardımiyle $\dot{U}_{ab}=75$ elde edilir. $\dot{Z}$ empedansından geçen akımın kompleks ifadesi

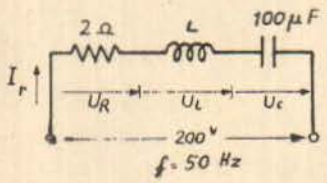


Şek. 129

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}_{ab}}{\dot{Z}_{ab}+\dot{Z}}=1{,}5-j3$$

şeklindedir. Akımın efikas değeri ise $I=3{,}34$ A dir.

194. Şek. 130 da şebeke frekansı $f=50$ Hz dir :



Şek.130

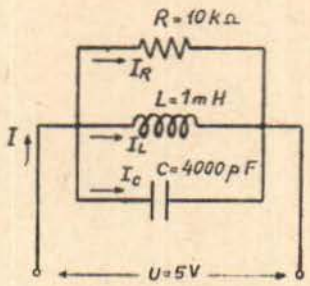
a) Rezonansın meydana gelmesi için L ne olmalıdır ?

b) Rezonans akımı nedir ?

c) Rezonans halinde U_R , U_L ve U_C gerilimleri hangi değerleri alırlar ?

Cevap: a) $L=0{,}101$ H; b) $I_r=100$ A; c) $U_R=200$ V, $U_L=U_C=3180$V.

195. Şek. 131 de rezonans frekansını ve rezonans halinde I_R, I_L, I_C ve I akımlarının alacağı değerleri bulunuz.



Şek. 131

Cevap: $f_r=79800$ Hz$=79{,}8$ kHz; $I_R=0{,}5$ mA, $I_L=I_C=10$ mA, $I=0{,}5$ mA.

196. Güç katsayısı $\cos\varphi=0{,}8$ olan bir motor $U=220$ V luk bir şebekede $I_M=5$ A çekmektedir. Ayni şebekeye bağlı olan bir ısı cihahından geçen akım ise $I_H=6$ A dir. Motorla ısı cihazından teşekkül eden sistemin güç katsayısını bulunuz.

Cevap: 0,96 (endüktif).

197. Güç katsayısı $\cos\varphi=0{,}8$ olan bir alternatif akım motoru $U=220$ V'luk şebekede çalışırken $I=1{,}5$ A çekiyor. Bu motorun aktif ve reaktif güçlerini ve kWh fiatı 25 kuruş olan bir yerde 8 saatlik bir çalışmanın kaça mal olacağını bulunuz.

Cevap: $P=264$ W$=0{,}264$ kW, $Q=198$ Var$=0{,}198$ kVar; Motor 8 saatte $A=0{,}264\,.\,8=2{,}112$ kWh harcayacağından bu iş $2{,}112\,.\,25=52{,}8$ kuruşa mal olur.

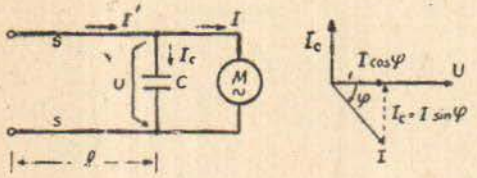
198. Bir fazlı bir alternatif akım motoru frekansı 50 Hz olan 220 V luk bir şebekede çalışırken gücü 8,5 kW ve çektiği akım 50 A olarak ölçülmüştür:

a) Motorun güç katsayısını bulunuz,

b) Güç katsayısını 1 değerine yükseltmek için motora paralel bağlanması gereken kondansatörün kapasitesini hesaplayınız,

c) Kompanzasyon yapılmadan önce ve yapıldıktan sonra şebekeden çekilen akım ne olur?

d) Motoru beslemek için çekilen hattın kesiti $S=16$ mm² (Bakır) ve uzunluğu $l=150$ m olduğuna göre hattaki güç kaybını her iki hal için hesaplayınız, şek. 132. Bakır için $\varkappa=56$ Sm/mm² alınacaktır.



Şek. 132

Cevap: a) 0,77 (endüktif); b) $C=460$ μF; c) Kompanzasyondan önce $I'=I=50$ A, kompanzasyondan sonra $I'=I\cos\varphi=38{,}5$ A, d) Kompanzasyondan önce 837 W, kompanzasyondan sonra 500 W.

199. Mekanik gücü 3 PS (buhar beygiri), güç katsayısı 0,7 ve verimi % 85 olan bir alternatif akım motoru (bir fazlı) frekansı 50 Hz olan 110 V'luk bir şebekede çalışmaktadır:

a) Motorun aktif gücü nedir?

b) Motor şebekeden kaç amper çeker?

c) Güç katsayısını 1 yapmak için kaç μF'lık bir kapasite kullanmak gerekir?

Cevap: a) $P=2{,}6$ kW; b) $I=33{,}7$ A; c) 695 μF.

200. 50 Hz frekanslı 220 V'luk şebekede 5 kW harcayan ve güç katsayısı 0,6 olan bir endüktif yük veriliyor. $\cos\varphi=0{,}9$ kompanzasyonu için lüzumlu olan kapasiteyi bulunuz.

Cevap: $C=278$ μF.

201. Direnci 50 ohm olan bir ısı cihazının uçlarına

$$u=110+60\sin 314\,t$$

gerilimi uygulanıyor. Cihazda harcanan gücü bulunuz.

Cevap: Gerilimin efikas değeri

$$U=\sqrt{110^2+\frac{60^2}{2}}=118\text{ V}$$

olduğundan

$$P=\frac{U^2}{R}=280 \text{ W}$$

bulunur.

202. Bir gerilim

$$u=150 \sin \omega t+50 \sin 3\omega t \text{ (V)}$$

şeklinde değişmektedir. Bu gerilimin efikas değerini bulunuz.

Cevap: $U=112$ V.

203. Temel dalga frekansı $f=50$ Hz olan bir gerilim

$$u=20 \sin \omega t-10 \cos 2\omega t+6 \sin 3\omega t \text{ (V)}$$

ifadesine göre değişiyor. Bu gerilim 3,18 μF'lık bir kondansatöre uygulandığı takdirde akım hangi fonksiyona göre değişir?

Cevap: $i=20 \cos \omega t+20 \sin 2\omega t+18 \cos 3\omega t$ (mA),

V. Üç fazlı akım

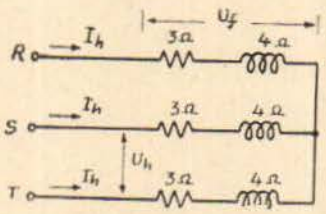
204. Şek. 133 de faz arası gerilimi (simetrik) $U_h=190$ V olduğuna göre

a) Hat akımlarını,

b) Her fazda harcanan aktif gücü,

c) Toplam aktif gücü

bulunuz.



Şek. 133

Cevap: a) $I_h=110/5=22$ A; sistem simetrik yüklü olduğundan her faz telinden aynı akım geçer. Bu akımlar arasındaki faz farkı 120 şer derecedir.

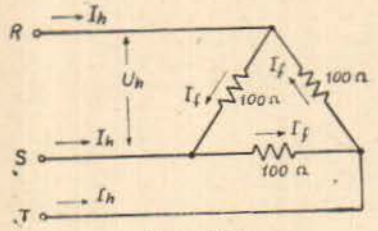
b) $P_f=1{,}452$ kW.

c) $P=3P_f=4{,}356$ kW.

205. Şek. 134 de faz arası gerilimi 380 V olduğuna göre

a) Faz akımlarını,
b) Hat akımlarını,
c) Toplam aktif gücü

hesaplayınız.



Şek. 134

Cevap : a) $I_f=380/100=3{,}8$ A.

b) $I_h=6{,}58$ A.

c) $P=4{,}332$ kW.

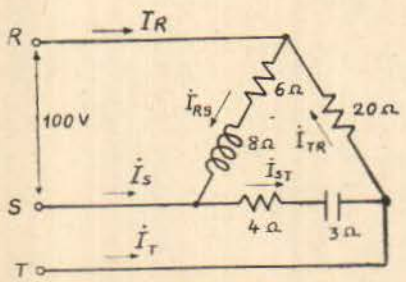
206. Yukarıdaki problemde dirençler aynı şebekeye yıldız tarzında bağlanırsa toplam aktif güç ne olur ?

Cevap : 1,444 kW.

207. Şek. 135 de faz arası gerilimlerinin simetrik olduklarını kabul ederek (faz sırası *RST*).

a) Faz akımlarını,
b) Hat akımlarını

bulunuz.



Şek. 135

Cevap : a) U_{RS} gerilimi fazlar başlangıcı olarak seçilirse faz akımları için

$$\dot{I}_{RS}=6-j8\ ,$$
$$\dot{I}_{ST}=2{,}4-j19{,}84\ ,$$
$$\dot{I}_{TR}=-2{,}5+j4{,}32$$

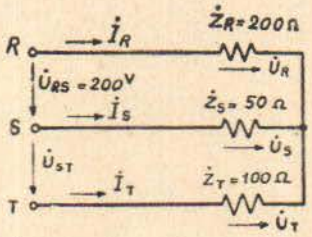
kompleks ifadeleri elde edilir. Faz akımlarının efikas değerleri $I_{RS}=10$ A, $I_{ST}=20$ A, $I_{TR}=5$ A dir.

Hat akımları için

$$\dot{I}_R=\dot{I}_{RS}-\dot{I}_{TR}=8{,}5-j12{,}32\ ,$$
$$\dot{I}_S=\dot{I}_{ST}-\dot{I}_{RS}=-3{,}6-j11{,}84\ ,$$
$$\dot{I}_T=\dot{I}_{TR}-\dot{I}_{ST}=-4{,}9+j24{,}16$$

ifadeleri bulunur. Bu akımların efikas değerleri $I_R=14{,}8$ A, $I_S=12{,}3$ A, $I_T=24{,}5$ A dir.

208. Şek. 136 da faz arası gerilimlerinin simetrik olduklarını kabul ederek (faz sırası RST) hat akımlarını ve faz gerilimlerini bulunuz. Toplam aktif gücü hesaplayınız.



Şek. 136

Cevap: U_{RS} gerilimi fazlar başlangıcı olarak seçilirse

$$\dot{U}_{RS}=200\ ,\quad \dot{U}_{ST}=-100\,(1+j\sqrt{3})\ ,\quad \dot{U}_{TR}=-100\,(1-j\sqrt{3})$$

bulunur. Hat akımları ile faz gerilimleri arasında carî olan

$$\dot{I}_R=\dot{Y}_R\dot{U}_R\ ,\quad \dot{I}_S=\dot{Y}_S\dot{U}_S\ ,\quad \dot{I}_T=\dot{Y}_T\dot{U}_T$$

ifadelerini

$$\dot{I}_R+\dot{I}_S+\dot{I}_T=0$$

denkleminde yerine koymak ve

$$\dot{U}_{RS}=\dot{U}_R-\dot{U}_S\,,\quad \dot{U}_{ST}=\dot{U}_S-\dot{U}_T$$

bağıntılarını da gözönüne almak suretiyle faz gerilimleri için

$$\dot{U}_R=\frac{\dot{U}_{RS}\dot{Y}_S-\dot{U}_{TR}\dot{Y}_T}{\dot{Y}_R+\dot{Y}_S+\dot{Y}_T}\,,$$

$$\dot{U}_S=\frac{\dot{U}_{ST}\dot{Y}_T-\dot{U}_{RS}\dot{Y}_R}{\dot{Y}_R+\dot{Y}_S+\dot{Y}_T}\,,$$

$$\dot{U}_T=\frac{\dot{U}_{TR}\dot{Y}_R-\dot{U}_{ST}\dot{Y}_S}{\dot{Y}_R+\dot{Y}_S+\dot{Y}_T}$$

ifadeleri elde edilir. $\dot{Y}_R=1/200$ S, $\dot{Y}_S=1/50$ S, $\dot{Y}_T=1/100$ S olduğundan

$$\dot{U}_R=143-j49{,}4\,,$$
$$\dot{U}_S=-57{,}2-j49{,}4\,,$$
$$\dot{U}_T=42{,}9+j124$$

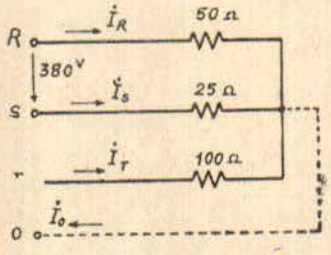
bulunur. Bu gerilimlerin efikas değerleri $U_R=151$ V, $U_S=75{,}5$ V, $U_T=131$ V'dur. Bu suretle en büyük gerilimin en büyük direncin uçları arasında bulunduğu anlaşılır. Hat akımları için sıra ile $I_R=0{,}75$ A, $I_S=1{,}51$ A, $I_T=1{,}31$ A değerleri elde edilir.

Toplam aktif güç

$$P=200\,.\,0{,}75^2+50\,.\,1{,}51^2+100\,.\,1{,}31^2=397\text{ W}$$

dır.

209. Şek. 137 de faz arası ve faz gerilimlerinin simetrik olduklarını kabul ederek (faz sırası RST) hat akımlarını ve nötr telinden geçen akımı bulunuz.



Şek. 137

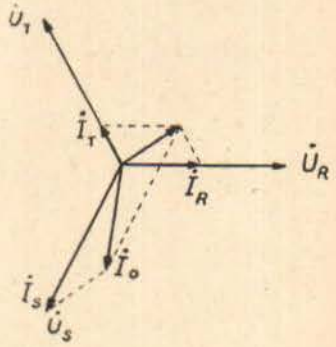
Cevap : $I_R=4{,}4$ A, $I_S=8{,}8$ A, $I_T=2{,}2$ A. Bu akımlar faz gerilimleri ile aynı fazdadır (yükler omik karakterde olduğu için). Şek. 138 de görülen fazör diyagramı yardımiyle nötr telinden geçen akım için $I_0=5{,}8$ A değeri bulunur. Bu değeri

$$\dot{I}_R+\dot{I}_S+\dot{I}_T=\dot{I}_0$$

denkleminde

$$\dot{I}_R=4{,}4,\ \dot{I}_S=-4{,}4-j7{,}62 \text{ ve } \dot{I}_T=-1{,}1+j1{,}9$$

koymak suretiyle de bulabiliriz. Böylece $\dot{I}_0=-1{,}1-j5{,}72$ kompleks ifadesi bulunur. $\dot{I}_0$ akımının efikas değeri $I_0=5{,}82$ A dir.



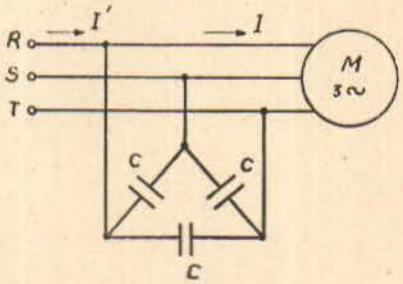
Şek. 138

210. Bir üç fazlı motor faz arası gerilimi 380 V ve frekansı 50 Hz olan bir şebekeden 40 kW çekmektedir. Bu motorun güç katsayısı $\cos\varphi=0{,}8$ dir. Güç katsayısını 1 yapmak için şek. 139 da görüldüğü gibi üç kondansatör üçgen tarzında bağlanıyor:

a) kondansatörler bağlanmadan önce şebekeden çekilen akımı,

b) kondansatörlerin kapasitesini,

c) kondansatörler bağlandıktan sonra şebekeden çekilen akımı hesaplayınız.



Şek. 139

Cevap: a) $I=75{,}8$ A; b) $C=220$ μF; $I'=60{,}6$ A.

211. Yukarıdaki problemde kondansatörler yıldız tarzında bağlanırsa kapasiteleri nasıl seçilir?

Cevap: 600 μF.

İNDEKS

Admitans 279
Akım cinsleri 8
— diyağramı 301
— şiddeti 3
— transformatörü 415
— yoğunluğu 7
— yönü 3
Akımlar kanunu 26
Akümülâtör 89
Asitli — 90
Bazlı — 92
Aktif güç 308
Alan çizgisi 96
Amper 4
Ampermetre 415
Amper kanunu 103
Amper-saat 4
Amper-sarım 101
Ark boşalması 94
Aritmetik ortalama değer 226
Aron bağlaması 419

Bağlı sistemler (üç fazlı akım) 349
Bifilar sargı 161
Biot-Savart formülü 107
Birinci Kirşof kanunu 26
Boş çalışma noktası 21
Burgu kaidesi 97

Coulomb 2
Coulomb kanunu 194

Çevirme oranı 338
Çevre akımları 163
Çok fazlı sistemler 347
Çokgen bağlama 351

Dairesel frekans 220
Danyel pili 88
Demir kayıpları 334
Dielektrikler 5
Diyamagnetik maddeler 118
Dış karakteristik 21
Doğru akım 8
Döner alan 375
Dairesel — 375
Eliptik — 380
Döner bobinli ölçü âleti 404
Düğüm noktası 26

Efikas değer 223
Elektrik alanındaki enerji 312
Elektrik akımı 2
— alanı 192
— alan şiddeti 193
— devresi 2
— direnci 12
— işi 73
— gerilimi 9
— gücü 73
— miktarı 1
— potansiyeli 23
Elektrodinamik ölçü âleti 407
Elektrokimyasal eşdeğer 85

Elektrolit 5
Elektroliz 84
Elektromagnetik endüksiyon 141
Elektromiknatısların çekme kuvveti 181
Elektromotör kuvvet 9
  Zıt — 53
Elektron 1
Elektronların hızı 6
Elemanter yük 2
Empedans 258
Endüksiyon kanunu 144
Endüktans 152
Endüktif reaktans 252
Enversiyon 302
Eşdeğer direnç 46
Eşdeğer üreteç metodu 71

Farad 204
Faraday kanunları 85
Faz açısı 229
Faz farkı 230
Faz sırası 369
Fazör 229
Ferromagnetik maddeler 118
Fourier serisi 340
Frekans 8
Frekansmetre 409
Fuko akımları 172
Fuko kaybı 335

Gauss 99
Gazlarda boşalma 93
Genlik katsayısı 226
Gerilim bölücü 56
Gerilim düşümü 382
Gerilim diyağramı 299
Gerilimler kanunu 28
Gerilim transformatörü 416
Girdap akımları 172
Görünen güç 310
Gücün ölçülmesi 417
Güç bilânçosu 81
Güç katsayısı 308
Güç katsayısının düzeltilmesi 318
  — — ölçülmesi 423

Hareket endüksiyonu 148
Harmonik analiz 340
Henry 100
Hertz 8
Histerezis 121
  — kaybı 334

İç direnç 19
İletkenler 5
  Tel kesitlerinin hesabı 383
  Doğru akımda — — — 383
  Bir fazlı akımda — — — 394
  Üç fazlı akımda — — — 399
İletkenlik 13
İyon 85

Isı miktarı 74
Isı tesiri 5

Joule 9
Joule kanunu 74

Kapasite 204
Kapasitif reaktans 255
Katod ışınlı osilograf 414
Kimyasal tesir 6
  — eşdeğer 86
Kirşof kanunları 26
Koersitif kuvvet 122
Kompanzasyon 318
Kompleks hesap 237
Kondansatör 203
Kondüktans 280
Kritik temperatür 15
Kuru pil 88

Lenz kaidesi 143
Löklanşe pili 88

Magnetik akı 98
— alan 96
— — şiddeti 101
— devre 105
— direnç 106
— endüksiyon 98
— enerji 173
— iletkenlik 106
— geçirgenlik 100
— gerilim 102
— kaçak 127
— karakteristik 132
— süseptibilite 123
— tesir 6
Magnetik devrede Ohm kanunu 105
Magnetomotör kuvvet 105
Maksimum güç teoremi 80
Maxwell 99
Miknatıslanma eğrisi 119
Miknatıslanma şiddeti 123

Nötr akımı 360

Ohm 12
— kanunu 12
Ommetre 423
Ortak endüksiyon 161
— endüktans 162
Osilograf 413

Öndirenç 55
Örsted 101
Özdirenç 14
Öziletkenlik 14

Paralel magnetik devre 129
Paralel rezonans 297
Paramagnetik madde 118
Periyod 8
Permeabilite 100
Permeans 106
Piller 87
Polarizasyon 86
Potansiyel 23
Proton 1

Reaktif güç 311
Relüktans 106
Remanens 122

Sağ el kaidesi 150
Sayaç 410
Sargı akısı 144
Self-endüksiyon 152
Seri magnetik devre 128
Seri rezonans 293
Siemens 13
Simetrik sistemler 348
Sinüzoidal akım 219
Sıcaklık katsayısı 16
Sıfır fazı 229
Sol el kaidesi 186
Sönen titreşimler 326
Sönmeyen titreşimler 324
Süperpozisyon metodu 66

Şekil katsayısı 227
Şönt 54

Temperatürlerin ölçülmesi 18
Termik ölçü âleti 79
Termoelektrik olay 82
Titreşim devresi 322
Transformasyon endüksiyonu 142
Transformatör 337

Yıldız bağlama 353

Üçgenin yıldıza çevrilmesi 68
Üç fazlı sistem 353
Üreteçlerin bağlanması 60

Uyarma sargısının hesabı 140

Vatmetre 417
Verim 76
Volt 9
Voltmetre 416
Volt-saniye 99

Zıt elektromotör kuvvet 53
Zaman sabiti 169
Zaman vektörü 229

Watt 10
Weber 99
Wheatstone köprüsü 57