

# Dört Rotorlu İnsansız Hava Aracı için Kayan Kipli Kontrolcü Tasarlanması

## Design of a Sliding Mode Controller for Quadcopter

Ceren Cömert<sup>1</sup>, Coşku Kasnakoğlu<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Elektrik Elektronik Mühendisliği  
TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi  
ccomert@etu.edu.tr, kasnakoğlu@etu.edu.tr

### Özet

Günümüzde insansız hava araçları önemli bir araştırma alanı haline gelmiştir. Arama kurtarma, ulaşım, yangın izleme, reklamcılık, gazetecilik, ordu ve savunma, fotoğrafçılık, bitki sulama ve bilimsel araştırma gibi alanlarda insansız hava araçları kullanılabilir. Kolay hareket edebilme kabiliyeti nedeniyle, dört rotorlu insansız hava araçları sıklıkla kontrol tasarımı yapılmasında kullanılır. Bu dokümanda, yükseklik ve konum kontrolü için kayan kipli kontrol tasarımı yapılmış ve elde edilen simülasyon sonuçları incelenmiştir. Tasarım yapıldıktan sonra kontrolcü katsayıları iterasyon yöntemi ile ayarlanmıştır. Ayrıca çatırtı olarak adlandırılan problem açıklanmış ve daha iyi bir kontrol sağlamak için çatırtı etkisi azaltılmıştır. Dokümanın geri kalanında bahsedilen konular hakkında daha ayrıntılı açıklamalar yapılmıştır.

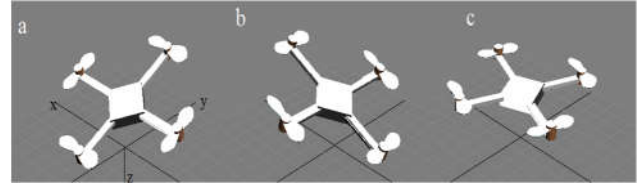
### Abstract

Nowadays, unmanned aerial vehicles became an important research area. Search and rescue, transportation, fire monitoring, commercial and journalism, military and defence, crop spraying and scientific research are some of the areas which UAVs can be used [1,2]. Because of their agile manoeuvrability, quadcopters are often used for controller designs. In this paper a sliding mode controller is developed for altitude and attitude control, and the obtained simulation results are discussed. After the design is made, coefficients are tuned by iteration method. Also a drawback called chattering effect is explained and reduced to achieve better control. The rest of the paper provides more detailed information about abovementioned topics.

### 1. Giriş

İnsansız hava araçları, insan hayatı için tehlikeli olan ortamlarda kullanılabileceği gibi insanların fiziksel ve psikolojik limitleri ile sınırlı değildir, bu sayede karanlıkta, siste uzun süre performans gösterebilirler.

Son zamanlarda dört rotorlu hava araçlarının kullanımı küçük boyutları, altı eksenle hareket edebilme kabiliyeti ve esnek manevra kabiliyetleri nedeniyle artmıştır. Şekil 1 dört rotorlu insansız hava aracının üç eksenle (x, y ve z) sırasıyla yaptığı yalpa, yunuslama ve sapma hareketlerini göstermektedir [3, 4].



Şekil 1: a) Yalpa, b) yunuslama ve c) sapma hareketi

### 2. Kayan Kipli Kontrol

Gürültü, sistem dinamikleri ve parametreleri sık sık gerçek model ile kullanılan matematiksel model arasında farklılıklar oluşmasına sebep olur. Bu durum gürbüz kontrol adı verilen kontrol yönteminin geliştirilmesini gerektirmiştir. Kayan kipli kontrol de bu kontrol yöntemlerinden birisidir [5].

Kayan kipli kontrolde sistemi kayma yüzeyi olarak tanımlanan yüzey etrafında tutarak sistemin kontrolünü sağlamak amaçlanır. Denklem 1'de tanımlanan sistem göz önüne alındığında;

$$\dot{x}^n = f(x) + b(x)u \quad (1)$$

x çıkış, u kontrolcü girişi, f(x) sınırları bilinen bir fonksiyon ve b(x) işaretli ve sınırları bilinen bir fonksiyon ve  $\lambda$  pozitif bir sabit olmak üzere, kayma yüzeyi denklem 2'de ve hata ise denklem 3'de tanımlanmıştır [6].

$$s = (d/dt + \lambda)^{n-1}e \quad (2)$$

$$e = x - x_d \quad (3)$$

$$\dot{s} = \dot{e} + \lambda e \quad (4)$$

$$\dot{s} = \ddot{e} + \lambda \dot{e} = \ddot{x} - \ddot{x}_d \quad (5)$$

$$\dot{s} = f(x) + u - \ddot{x}_d + \lambda e \quad (6)$$

Kayma yüzeyindeki değişim ( $\dot{s}$ ) sıfır olarak şekilde tasarım yapıldığında eşdeğer kontrolcü girişi denklem 7'deki gibi hesaplanır.

$$\hat{u} = -\hat{f}(x) + \ddot{x}_d - \lambda e \quad (7)$$

$\eta$  pozitif sabit olmak üzere kayma koşulu denklem 8'de verilmiştir.

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} (s^2) \leq \eta |s| \quad (8)$$

Yeni kontrolcü girişi ise denklem 9'da gösterilmektedir.

$$u = \hat{u} - k \text{sign}(s) \quad (9)$$

sign fonksiyonu denklem 10'da gösterilen şekilde olup denklem 11'de gösterilen şekilde Lyapunov fonksiyonu seçilir;

$$\text{sign}(s) = \begin{cases} -1 & s < 0 \\ 1 & s > 0 \end{cases} \quad (10)$$

$$V = \frac{1}{2}(s^2) \quad (11)$$

Kayma yüzeyinin türevi eşitlik 12'e verilen şekildedir.

$$\dot{s} = -k_1 s - k_2 \text{sign}(s) \quad (12)$$

### 3. Kontrolcü Tasarımı

#### 3.1. Yükseklik Kontrolcüsü

Denklem 5 ve 12 eşitlenip denklem 13 yerine yazıldığında hesaplanan yükseklik kontrolcü girişi denklem 14'de gösterilmektedir [7].

$$\ddot{z} = g - U_1 \cos(\phi) \cos(\theta) / m \quad (13)$$

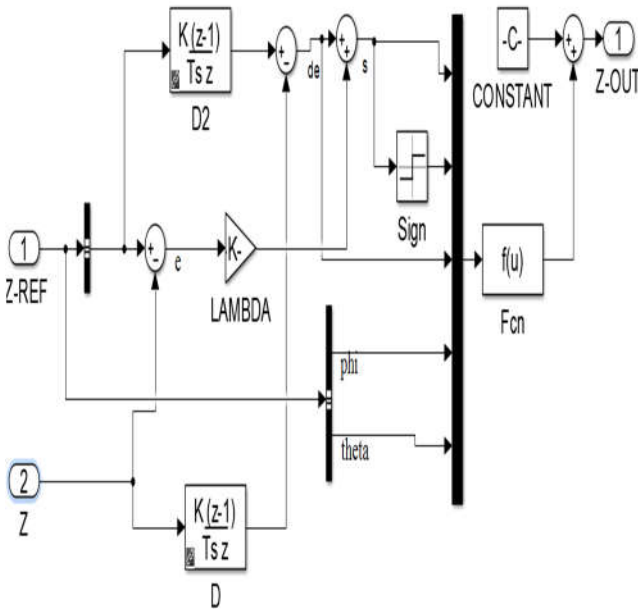
$$U_1 = \frac{m}{\cos(\phi) \cos(\theta)} [k_1 s + k_2 \text{sign}(s) + \lambda (\dot{z}_{ref} - \dot{z}) + g - z_{ref}'' ] \quad (14)$$

Tablo 1'de yükseklik kontrolcüsüne ait katsayılar verilmiştir.

Tablo 1: Yükseklik kontrolcü katsayıları

k <sub>1</sub>	1
k <sub>2</sub>	12
λ	15

Yükseklik kontrolü için tasarlanan MATLAB Simulink modeli şekil 2'de gösterilmektedir.



Şekil 2: Yükseklik kontrolü Simulink modeli

#### 3.2. Yalpa ve Yunuslama Açısı Kontrolcüsü

Denklem 5 ve 12'deki kayma yüzey türevleri eşitlenip yalpa ve yunuslama açılarının ikinci dereceden türevleri yerine yazıldığında yalpa açısı için kullanılan kontrolcü girişi denklem 16'de, yunuslama açısı için kullanılan kontrolcü girişi ise denklem 18'de gösterilmektedir.

$$\ddot{\phi} = \frac{L}{J_x} U_2 - \frac{J_m}{J_x} \dot{\theta} \Omega + \frac{J_y - J_z}{J_x} \dot{\theta} \dot{\psi} \quad (15)$$

$$U_2 = \frac{J_x}{L} [k_1 s + k_2 \text{sign}(s) + \lambda (\dot{\phi}_{ref} - \dot{\phi}) + \ddot{\phi}_{ref} + \frac{J_m}{J_x} \dot{\theta} \Omega - \frac{J_y - J_z}{J_x} \dot{\theta} \dot{\psi}] \quad (16)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{L}{J_y} U_3 - \frac{J_m}{J_y} \dot{\phi} \Omega + \frac{J_z - J_x}{J_y} \dot{\phi} \dot{\psi} \quad (17)$$

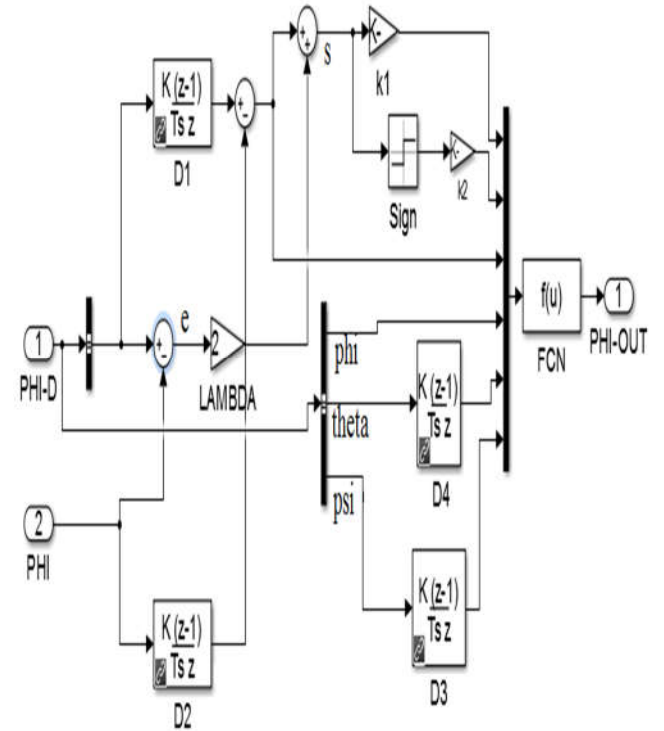
$$U_3 = \frac{J_y}{L} [k_1 s + k_2 \text{sign}(s) + \lambda (\dot{\theta}_{ref} - \dot{\theta}) + \ddot{\theta}_{ref} + \frac{J_m}{J_y} \dot{\phi} \Omega - \frac{J_z - J_x}{J_y} \dot{\phi} \dot{\psi}] \quad (18)$$

Tablo 2'de yalpa ve yunuslama açılarının kontrolünde kullanılan katsayılar gösterilmiştir.

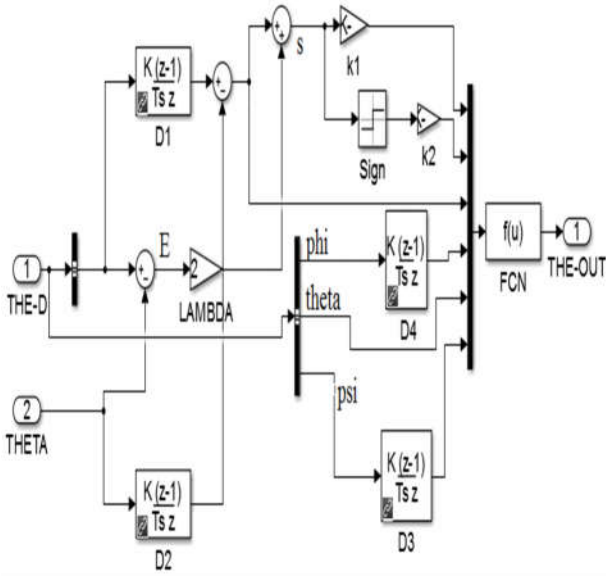
Tablo 2: Yalpa ve yunuslama açısı kontrolcü katsayıları

k <sub>1</sub>	0.2
k <sub>2</sub>	5
λ	2

Yalpa ve yunuslama açılarının kontrolü için tasarlanan MATLAB Simulink modelleri sırasıyla şekil 3 ve şekil 4'de gösterilmektedir.



Şekil 3: Yalpa açısı kontrolü Simulink modeli



Şekil 4: Yunuslama açısı kontrolü Simulink modeli

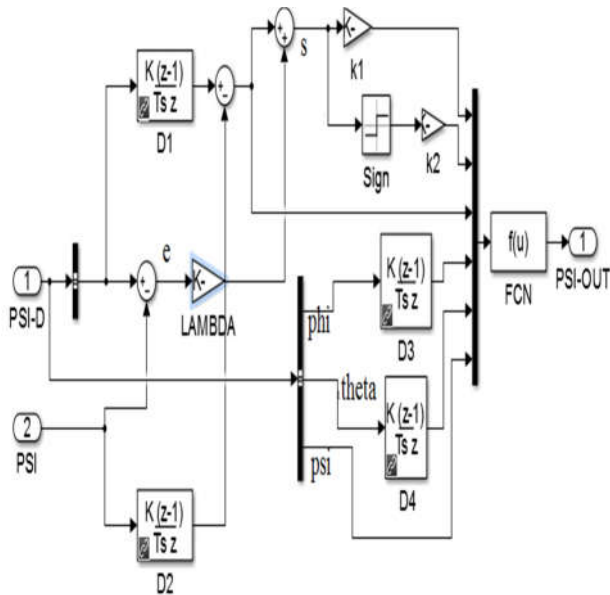
### 3.3. Sapma Açısı Kontrolü

Sapma açısının ikinci dereceden türevi denklem 19 ve sapma açısı kontrolcü girişi denklem 20 ile ifade edilmektedir.

$$\ddot{\psi} = \frac{L}{Jz} U_4 + \frac{Jx-Jy}{Jz} \dot{\phi}\dot{\theta} \quad (19)$$

$$U_4 = \frac{Jz}{L} [k_1 s + k_2 \text{sign}(s) + \lambda (\psi_{\text{ref}} - \psi) + \ddot{\psi}_{\text{ref}} - \frac{Jx-Jy}{Jz} \dot{\phi}\dot{\theta}] \quad (20)$$

Sapma açısının kontrolünde şekil 5'de gösterilen Simulink modeli kullanılmıştır.



Şekil 5: Sapma açısı kontrolü Simulink modeli

Tablo 3'de sapma açısının kontrolünde kullanılan katsayılar gösterilmiştir.

Tablo 2: Sapma açısı kontrolcü katsayıları

$k_1$	0.1
$k_2$	16
$\lambda$	2.5

### 3.4. Çatırtı (Chattering) Etkisinin Azaltılması

Çatırtı etkisi kayan kipli kontrolcü tasarımlarında genellikle ortaya çıkan bir problemdir. Bu etkinin ortaya çıkmasındaki etmenlerden biri model tarafından ihmal edilebilen ve çatırtı adı verilen salınımlara neden olan hızlı dinamiklerdir [8]. Bu problemi çözmek için sık kullanılan yöntemlerden biri kayma yüzeyi etrafında sınır katmanı belirlemektir [9]. Bu metod sayesinde süreksiz olan sign fonksiyonuna sürekli bir yaklaşım sağlanmış olur [5]. Çatırtı etkisinin azaltılmasında en çok kullanılan fonksiyonla denklem 21'de verilen saturasyon [9] fonksiyonu ve denklem 22'de verilen sigmoid [5] fonksiyonudur.

$$\text{sat}(s/\varphi) = \begin{cases} \frac{s}{\varphi}, & \frac{s}{\varphi} \leq 1 \\ \text{sign}(\frac{s}{\varphi}), & \frac{s}{\varphi} > 1 \end{cases} \quad (21)$$

$$\text{sigmoid}(s) = s/(|s| + \epsilon) \quad (22)$$

Denklem 21'de  $\varphi$  sınır katman kalınlığını, denklem 22'deki  $\epsilon$  ise pozitif sabiti ifade eder.

Çatırtı etkisini azaltmak için yükseklik kontrolünde kullanılan modeldeki sign fonksiyonu sigmoid fonksiyonu ile değiştirilmiştir ve katsayıların yeniden ayarlanması gerekmemiştir.

Açı kontrollerinde kullanılan modellerde ise sign fonksiyonu saturasyon fonksiyonu ile değiştirilmiş ve katsayılar tablo 4'eki gibi yeniden ayarlanmıştır. Yalpa ve yunuslama açılarında aşım çok fazla olduğundan, aşımı azaltmak için kayma yüzeyine denklem 23'de gösterildiği şekilde integralci eklenmiştir[7]

$$s = \dot{e} + 2\lambda e + \lambda^2 \int e dr \quad (23)$$

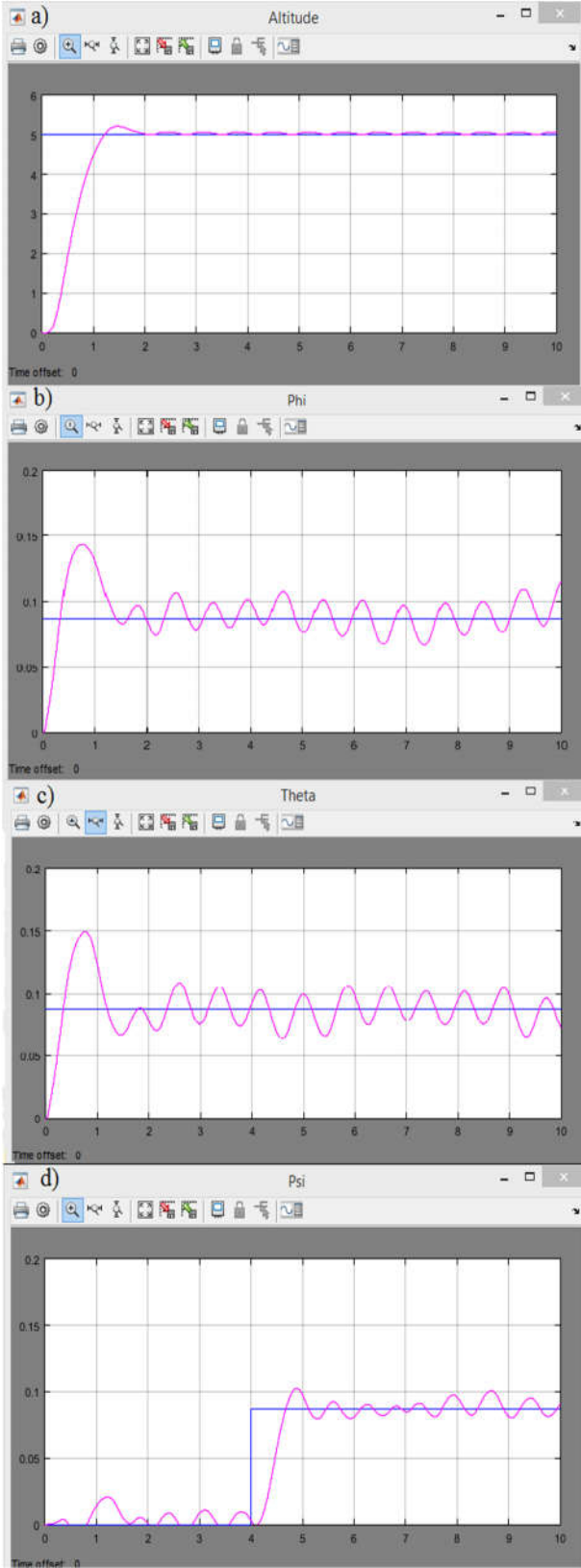
Tablo 4: Yalpa, yunuslama ve sapma açısı kontrolcü katsayıları

	Yalpa	Yunuslama	Sapma
$k_1$	4	4	0.1
$k_2$	16	16	80
$\lambda$	0.47	0.47	2.5

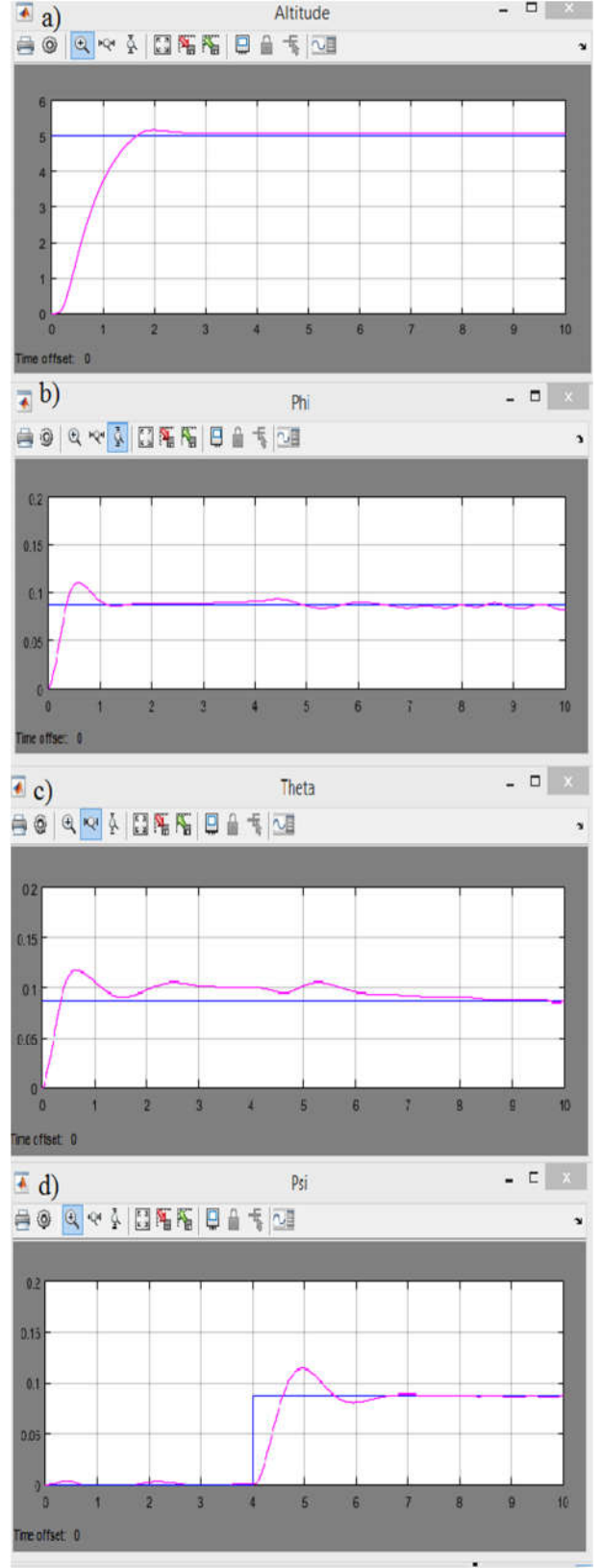
## 4. Simülasyon Sonuçları

Şekil 6'da çatırtı etkisi azaltılmadan önceki simülasyon sonuçları, şekil 7'de ise çatırtı etkisi azaltıldıktan sonraki simülasyon sonuçları verilmiştir.

Şekillerden de anlaşılacağı gibi kayan kipli kontrolcüler istenilen referans değerini takip edebilmektedir. Çatırtı etkisi ise önemli ölçüde azaltılmıştır.



Şekil 6: Çatırtı etkisi azaltılmadan önce a) yükseklik, b)yalpa açısı, c) yunuslama açısı, d) sapma açısı smülasyon sonuçları



Şekil 7: Çatırtı etkisi azaltıldıktan sonra a) yükseklik, b)yalpa açısı, c) yunuslama açısı, d) sapma açısı smülasyon sonuçları

## 5. Sonuçlar ve Gelecek alıřmalar

Bu dokümanda dört rotorlu bir insansız hava aracı için kayan kipli kontrolcü tasarımı yapılmıştır. İlk olarak modeller MATLAB kullanılarak tasarlanmış, sonra katsayılar ayarlanmıştır. Sistemdeki hızlı dinamikler ve süreksizliklerden kaynaklanan çatırtı problemi azaltılmıştır.

Sonuç olarak, kontrolcülerin istenilen değeri takip edebildiği ve çatırtı etkisinin azaltıldığı gözlemlenmiştir.

Deneysel sonuçlar elde edebilmek için simülasyon sonuçlarının gerçek sistem üzerinde test edilmesi gelecekte yapılacak çalışmalar arasında yer almaktadır.

## 6. Kaynaklar

- [1] "Helicopters missions", erişim adresi: <https://aerospace.honeywell.com/markets/helicopters>
- [2] "5 Benefits of drones (UAS) that might surprise you", erişim adresi: <http://www.sri.com/blog/5-benefits-drones>
- [3] Schmidt, M.D., "Simulation and Control of a Quadrotor Aerial Vehicle", *Master's Thesis*, University of Kentucky, 2011.
- [4] Jirinec, T., "Stabilization and Control of Unmanned Quadcopter", *Master's Thesis*, Czech Technical University, 2011.
- [5] Shtessel, Y., Edwards, C., Fridman, L. ve Levant, A., *Sliding Mode Control and Observation*, Springer ve Birkhauser, New York, Heidelberg, Dordrecht ve Londra, 2014.
- [6] Slotline, J. ve Li, W., (Wenzec J.), *Applied Nonlinear Control*, Prentice Hall, New Jersey, 1991.
- [7] Elkholy, H., "Dynamic Modelling and Control of a Quadrotor Using Linear and Nonlinear Approaches", *Master's Thesis*, The American University in Cairo, 2014
- [8] Guldner, J. ve Utkin, V., "The chattering problem in sliding mode systems"
- [9] Kim, Y. ve Jeon, G., "Error reduction of sliding mode controller using sigmoid type nonlinear interpolation in the boundary layer", *International Journal of Control, Automation and Systems*, 4, 523-529, 2004.