

# Yarıiletken Adım Kırılma İndisli İkili Dalga Kılavuzunun Arayüzeyinde Elektrik Alanlarının Analizi

Mehmet Ünal<sup>1</sup>

Mustafa Temiz<sup>2</sup>

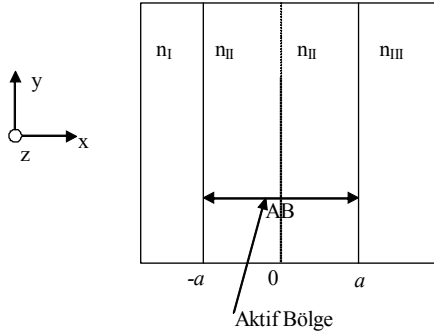
<sup>1,2</sup>Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, Pamukkale Üniversitesi, Denizli  
<sup>2</sup>e-posta: <sup>1</sup>e-posta: mehmetunal@pau.edu.tr, mustafatemiz@pau.edu.tr

## Özetçe

Bu çalışmada yarıiletken adım kırılma indisli ikili dalga kılavuzunun TE modunda normalize yayılım sabiti  $\alpha$  cinsinden sınır şartları incelenmiştir. Bu sınır şartlarının elde edilmesiyle adım kırılma indisli ikili dalga kılavuzunun arakesit bölgesinin genişliğinin sıfır olması durumunda bölgelerindeki elektrik alan dalgalarının değişimleri dört farklı durum için grafiksel olarak verilmiştir.

## 1. Giriş

Yarıiletken dalga kılavuzları, asimetrik ve simetrik olarak iki farklı durumda tanımlanabilir. Yarıiletken tekli asimetrik dalga kılavuzu, kırılma indisleri birbirinden farklı olan üç farklı katmandan (bölgeden) oluşur. Bu üç bölgeyi oluşturan yarıiletken malzemelerin kırılma indisleri, herhangi bir bölgenin tüm noktalarında sabit ise bu yapıya yarıiletken adım kırılma indisli tekli asimetrik dalga kılavuzu (YAKİTADK) adı verilir.

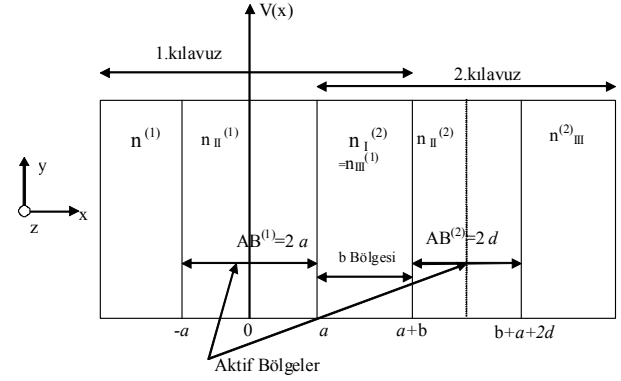


Şekil 1: Yarıiletken adım kırılma indisli tekli asimetrik dalga kılavuzu

YAKİTADK yapısı Şekil 1'de verilmiştir. Bu yapıda, I ve III ile numaralandırılan bölgelere gömlek bölgeleri (GBr) adı verilir. II ile numaralandırılan bölgeye ise aktif bölge (AB) denilmektedir. Tam yansıma gereği, bölgelerin kırılma indisleri arasında  $n_{II} > n_I > n_{III}$  şartının sağlanması gerekir. Eğer gömlek bölgelerinin kırılma indisleri birbirine eşit olursa ( $n_{II} > n_I = n_{III}$ ), YAKİTADK, yarıiletken adım kırılma indisli tekli simetrik dalga kılavuzu (YAKİTSDK) adını alır [10].

Şekil 1'deki YAKİTADK'nun AB'ne ek bir yarıiletken katman yerleştirilebilir. Bu durumda Şekil 2'de görüldüğü gibi b bölgesinin sağ ve sol yüzeylerinde iki aktif bölgenin yer aldığı yarıiletken adım kırılma indisli ikili asimetrik dalga kılavuzu (YAKİİADK) oluşturulur. b bölgesi 1. kılavuzun 2. GB ve 2. kılavuzun 1. GB olmaktadır [10]. Eğer her iki kılavuzda  $n_{II} > n_I = n_{III}$  şartı sağlanıyorsa bu yapıya

yarıiletken adım kırılma indisli ikili simetrik dalga kılavuzu (YAKİİSDK) adı verilir [1, 2].



Şekil 2: Yarıiletken adım kırılma indisli ikili asimetrik dalga kılavuzu

Yarıiletken adım kırılma indisli ikili dalga kılavuzunun arayüzeyindeki elektrik alanlarının şematik değişimleri SİU2009'da bildiri olarak sunulmuştur. Bu çalışmada ise elektrik alanlarının gerçek değişimleri, SİU2009'da sunulmuş olan şematik değişimlere uygun olarak elde edilmiştir [10].

## 2. TE Modunda Alan Bileşenleri

Şekil 2'deki YAKİİADK'nun b bölgesinin sağ ve sol taraflarında, genişliği sırasıyla  $2a$  ve  $2d$  olan iki çukur bulunmaktadır. Çukur içindeki bir taşıyıcının hapsedilmiş durumda olması gerekir ve bu taşıyıcı, bir elektrik alan dalga fonksiyonu ile temsil edilebilir. Birinci kılavuzun bölgelerindeki elektrik alan dalgaları ve enerji özdeğerleri (EÖD), şu şekilde verilir [5-7]:

$$E_{yI}^{(1)} = A_I^{(1)} \exp[\alpha_I^{(1)}(x+a)] F(z, \omega, t) \quad (1)$$

$$E_{yII}^{(1)} = A^{(1)} \cos(\alpha_{II}^{(1)}x - \theta^{(1)}) F(z, \omega, t) \quad (2)$$

$$E_{yIII}^{(1)} = A_{III} \exp[-\alpha_{III}^{(1)}(x-a)] F(z, \omega, t) \quad (3)$$

$$F(z, \omega, t) = \exp[j(\omega t - \beta_z z)], \quad (4)$$

$$E_n^{(1)} = \frac{n^2 \eta^2 \pi^2}{8m^* a^2}, n=1, 2, 3, \dots, \quad (5)$$

$$e_i^{(1)} = V_o^{(1)} - E_n^{(1)} \quad (6)$$

$$E_i^{(1)} = i^2 E_1^{(1)}, E_1^{(1)} = \frac{\eta^2 \pi^2}{8m^* a}, \quad i=1, 2, 3, \dots \quad (7)$$

(1-7) formüllerinde  $n$ ,  $i$ ,  $m^*$ ,  $V_o^{(1)}$  ve  $\eta$  ifadeleri, sırasıyla, alanın mod numarasını, iletim veya valans bandındaki taşıyıcının efektif kütlelerini,  $AB^{(1)}$ 'in çukur potansiyelini ve Normalize Planck Sabiti'ni gösterir [10,8].

$AB$ 'lerin genişlikleri olan  $2a$  ve  $2d$  büyüklüklerinin değerleri, seçilen yarıiletken dalga kılavuzunun türüne göre değişmektedir. Örneğin,  $AB$ 'nin genişliği, kuantum etkisinin oluşabilmesi için kuantum çukurlarında  $50-100 \text{ \AA}$  gibi oldukça küçük değerlerde seçilir [10,9].

İkinci kılavuzun bölgelerindeki elektrik alan dalgaları ve EÖD'leri ise, fazör çarpanı ihmal ettiğimiz durumda, aşağıdaki biçimde verilir [5-7]:

$$E_{yI}^{(2)} = A_I^{(2)} \exp\{\alpha_I^{(2)}(x-a)\} \\ = A_I^{(2)} \exp\{\alpha_{III}^{(1)}(x-a)\} \quad (8)$$

$$E_{yII}^{(2)} = A^{(2)} \cos\{\alpha_{II}^{(2)}[x-(a+d)]-\theta^{(2)}\} \quad (9)$$

$$E_{yIII}^{(2)} = A_{III}^{(2)} \exp\{-\alpha_{III}^{(2)}[x-(a+2d)]\} \quad (10)$$

$$E_v^{(2)} = \frac{v^2 \eta^2 \pi^2}{8m^* d^2}, \quad v=1, 2, 3, \dots, \quad (11)$$

$$e_j^{(2)} = V_o^{(2)} - E_v^{(2)} \quad (12)$$

$$e_j^{(2)} = j^2 e_1^{(2)} \quad (13)$$

$$e_1^{(2)} = \frac{\eta^2 \pi^2}{8m^* d^2}, \quad j=1, 2, 3, \dots \quad (14)$$

(8-14) denklemlerinde  $v$ ,  $j$  ve  $V_o^{(2)}$  ifadeleri, sırasıyla, mod numarasını, kuantum enerji seviyesini ve  $AB^{(2)}$ 'nin çukur potansiyelini gösterir.

Birinci kılavuzun bölgelerindeki manyetik alanın  $X$  bileşenleri ise Maxwell Denklemleri yardımıyla,  $F(z, \omega, t)$  fazör çarpanını ihmal ederek, şu şekilde hesaplanmıştır [1]:

$$H_{xI}^{(1)}(x) = -(A_I^{(1)} \beta_z / \omega \mu_o) \exp\{\alpha_I^{(1)}(x+a)\}, \quad (15)$$

$$H_{xII}^{(1)}(x) = -(A^{(1)} \beta_z / \omega \mu_o) \cos\{\alpha_{II}^{(1)}x - \theta^{(1)}\}, \quad (16)$$

$$H_{xIII}^{(1)}(x) = -(A_{III}^{(1)} \beta_z / \omega \mu_o) \exp[-\alpha_{III}^{(1)}(x-a)]. \quad (17)$$

Bunun yanında YAKİİADK'nun potansiyel çukurları için sınır şartları göz önüne alınarak aşağıdaki eşitlikler yazılabilir:

$$H_{pI}^{(u)}(x) = H_{pII}^{(u)}(x),$$

$$H_{pII}^{(u)}(x) = H_{pIII}^{(u)}(x) \quad x=-a \text{ için} \quad (18)$$

$$H_{pI}^{(u)}(x) = H_{pII}^{(u)}(x),$$

$$H_{pII}^{(u)}(x) = H_{pIII}^{(u)}(x) \quad x=a \text{ için} \quad (19)$$

Burada  $p$  ve  $u$ , sırasıyla, bir YAKİİADK'nda  $x$ ,  $y$ ,  $z$  değişkenlerini ve  $AB$ 'nin numarasını gösterir. Buradan hareketle de birinci kılavuzun  $GB$ 'deki elektrik alanlarının genlikleri,  $AB$ 'sindeki elektrik alanının genliği cinsinden,

$$A_I^{(1)} = A \cos(\alpha_{II}^{(1)}a + \theta^{(1)}) \quad (20)$$

$$A_{III}^{(1)} = A \cos(\alpha_{II}^{(1)}a - \theta^{(1)}) \quad (21)$$

olarak yazılabilirler. Birinci kılavuzun bölgelerindeki manyetik alanın  $Z$  bileşenleri ise yine Maxwell Denklemleri yardımıyla,

$$H_{zI}^{(1)}(x) = A_I^{(1)} (\alpha_I^{(1)} / j\omega \mu_o) \exp[\alpha_I^{(1)}(x+a)], \quad (22)$$

$$H_{zII}^{(1)}(x) = A^{(1)} (\alpha_{II}^{(1)} / j\omega \mu_o) \sin(\alpha_{II}^{(1)}x - \theta^{(1)}), \quad (23)$$

$$H_{zIII}^{(1)}(x) = A_{III}^{(1)} (\alpha_{III}^{(1)} / j\omega \mu_o) \exp[-\alpha_{III}^{(1)}(x-a)] \quad (24)$$

olarak hesaplanırlar [1]. Benzer şekilde TE modunda ikinci kılavuzun bölgelerindeki manyetik alan bileşenleri de şu şekilde elde edilirler:

$$H_{xI}^{(2)}(x) = -(A_I^{(2)} \beta_z / \omega \mu_o) \exp\{\alpha_I^{(2)}(x-a)\} \quad (25)$$

$$H_{xII}^{(2)}(x) = -(A^{(2)} \beta_z / \omega \mu_o) \cos\{\alpha_{II}^{(2)}[x-(a+d)]-\theta^{(2)}\} \quad (26)$$

$$H_{xIII}^{(2)}(x) = -(A_{III}^{(2)} \beta_z / \omega \mu_o) \exp\{-\alpha_{III}^{(2)}[x-(a+2d)]\} \quad (27)$$

$$H_{zI}^{(2)}(x) = -A_I^{(2)} (\alpha_I^{(2)} / j\omega \mu_o) \exp\{\alpha_I^{(2)}(x-a)\} \quad (28)$$

$$H_{zII}^{(2)}(x) = A^{(2)} (\alpha_{II}^{(2)} / j\omega \mu_o) \sin\{\alpha_{II}^{(2)}[x-(a+d)]-\theta^{(2)}\} \quad (29)$$

$$H_{zIII}^{(2)}(x) = A_{III}^{(2)} (\alpha_{III}^{(2)} / j\omega \mu_o) \exp\{\alpha_{III}^{(2)}[(x-(a+2d))]\} \quad (30)$$

### 3. Sınır Şartları

Bir YAKİİADK'nun aktif ve gömlek bölgelerindeki alanlara ilişkin genlik katsayıları, iki kılavuz arasındaki sınır şartlarının incelenmesiyle belirlenir. Bu kılavuzdaki  $AB^{(1)}$  ve  $AB^{(2)}$  bölgelerindeki alanların sırasıyla tek-tek, tek-çift, çift-tek veya çift-çift olmasına göre dört farklı durum bulunmaktadır. Yukarıda verilen elektrik ve manyetik

alanlara ilişkin ifadelerde  $\theta$  faz açıları, çift alanlar için 0, tek alanlar için  $\pi/2$  olarak alınır. Tüm durumlar için aşağıda (31) denkleminde verilen şart sağlanmalıdır:

$$E_{yIII}^{(1)}(x) = E_{yI}^{(2)}(x),$$

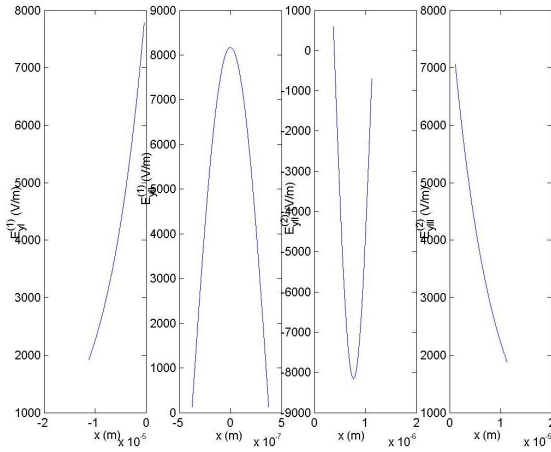
$$E_{yII}^{(1)}(x) = E_{yII}^{(2)}(x) \quad b \neq 0, x=a \text{ için} \quad (31)$$

### 3.1. AB'lerdeki Alanların Çift-Çift Olmaları Durumu

Şekil 2'ye dikkat edilerek, bir YAKİİSDK'nun birinci ve ikinci kılavuzlarının kesişim noktasında

$$A_{III}^{(1)} = A_I^{(2)} \exp(-\alpha_{III}^{(2)} b) \quad (b=0) \\ = A^{(2)} \cos \zeta^{(2)} \quad (32)$$

denklemini elde edilir. Çift-çift durumu için bir YAKİİSDK'nun bölgelerindeki elektrik alanlarının değişimleri Şekil 4'te verilmiştir.



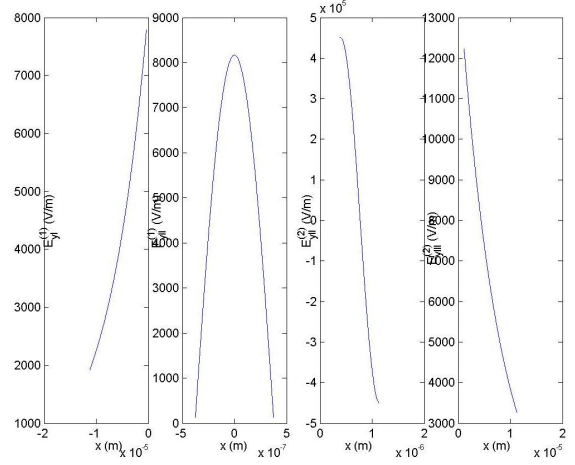
Şekil 4: Bir YAKİİSDK'nun AB<sup>(1)</sup> ve AB<sup>(2)</sup>'deki E<sub>yII</sub><sup>(1)</sup> ve E<sub>yII</sub><sup>(2)</sup> çift alanlarının, GBr'deki E<sub>yI</sub><sup>(1)</sup> ve E<sub>yIII</sub><sup>(2)</sup> sönümlü alanlarının değişimleri

### 3.2. AB'lerdeki Alanların Çift-Tek Olmaları Durumu

Şekil 2'ye dikkat edilecek olursa, iki kılavuzun arakesit bölgesinde, sırasıyla, çift-tek durumundaki alanların E<sub>yIII</sub><sup>(1)</sup>=E<sub>yI</sub><sup>(2)</sup> sınır şartını sağlaması için,

$$\frac{A_I^{(1)}}{A_I^{(2)}} = \frac{A^{(1)} \cos \alpha_{II}^{(1)} a}{A^{(2)} \sin(\alpha_{II}^{(2)} d)} = \frac{A_{III}^{(1)}}{-A_{III}^{(2)}} = \frac{A^{(1)} \cos \zeta^{(1)}}{A^{(2)} \sin \zeta^{(2)}} \quad (33) \\ = \frac{A_{III}^{(1)}}{-A_{III}^{(2)}} = \exp(-\eta_{III}^{(2)} \frac{b}{d}) \Rightarrow A_{I,III}^{(1)} = -A_{I,III}^{(2)}$$

olması gerekir. Buradan hareketle çift-tek durumunda bir YAKİİSDK'nun bölgelerindeki elektrik alanlarının değişimleri Şekil 5'te verilmiştir.



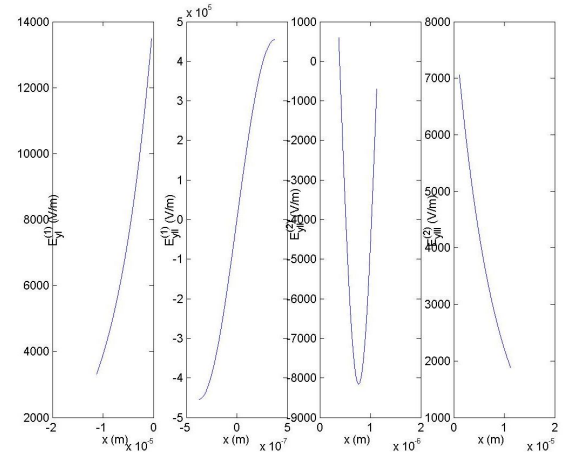
Şekil 5: Bir YAKİİSDK'nun AB<sup>(1)</sup> ve AB<sup>(2)</sup>'deki E<sub>yII</sub><sup>(1)</sup> ve E<sub>yII</sub><sup>(2)</sup> sırasıyla, çift ve tek alanlarının, GBr'deki E<sub>yI</sub><sup>(1)</sup> ve E<sub>yIII</sub><sup>(2)</sup> sönümlü alanlarının değişimleri

### 3.3. AB'lerdeki Alanların Tek-Çift Olmaları Durumu

Şekil 2'yi dikkate aldığımızda AB'lerdeki alanların tek-çift olması durumunda E<sub>yIII</sub><sup>(1)</sup>=E<sub>yI</sub><sup>(2)</sup> eşitliğinin sağlanması için, (34) denklemini yardımıyla sınır şartı belirlenerek, elektrik alanlarının şematik değişimleri Şekil 6'da verilmiştir.

$$\frac{A_I^{(1)}}{A_I^{(2)}} = \frac{A^{(1)} \cos \alpha_{II}^{(1)} a}{A^{(2)} \sin(\alpha_{II}^{(2)} d)} = \frac{A_{III}^{(1)}}{-A_{III}^{(2)}} = \exp(-\eta_{III}^{(2)} \frac{b}{d}) \quad (34)$$

$$A_{I,III}^{(1)} = -A_{I,III}^{(2)}$$



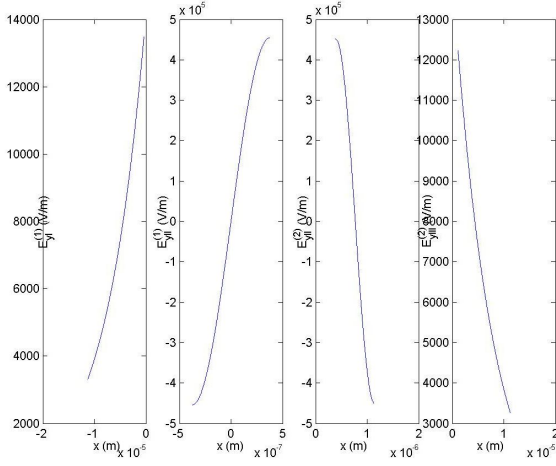
Şekil 6: Bir YAKİİSDK'nun AB<sup>(1)</sup> ve AB<sup>(2)</sup>'deki E<sub>yII</sub><sup>(1)</sup> ve E<sub>yII</sub><sup>(2)</sup> sırasıyla, tek ve çift alanlarının, GBr'deki E<sub>yI</sub><sup>(1)</sup> ve E<sub>yIII</sub><sup>(2)</sup> sönümlü alanlarının değişimleri

### 3.4. AB'lerdeki Alanların Tek-Tek Olmaları Durumu

Şekil 2'yi dikkate aldığımızda AB'lerdeki alanların tek-tek olması durumunda  $E_{yIII}^{(1)}=E_{yI}^{(2)}$  eşitliğinin sağlanması için, (35) denkleminde faydalanılmış ve elektrik alan değişimleri Şekil 7'de şematik olarak verilmiştir.

$$\frac{A_{I}^{(1)}}{A_{I}^{(2)}} = \frac{A^{(1)} \sin \alpha_{II}^{(1)} a}{A^{(2)} \sin (\alpha_{II}^{(2)} d)} = \frac{A_{III}^{(1)}}{A_{III}^{(2)}} = \exp(-\eta_{III}^{(2)} \frac{b}{d}) \quad (35)$$

$$A_{I,III}^{(1)} = A_{I,III}^{(2)}$$



Şekil 7: Bir YAKİİSDK'nun AB<sup>(1)</sup> ve AB<sup>(2)</sup>'deki E<sub>yI</sub><sup>(1)</sup> ve E<sub>yIII</sub><sup>(2)</sup> tek alanlarının, GB'rdaki E<sub>yI</sub><sup>(1)</sup> ve E<sub>yIII</sub><sup>(2)</sup> sönümlü alanlarının değişimleri

## 4. Sonuçlar

Bu çalışmada bir YAKİİADK'nun TE modundaki bölgelerine ait alan bileşenlerinin denklemleri verilerek bu denklemlerden hareketle adım kırılma indisli ikili dalga kılavuzunu oluşturan iki adet tekli dalga kılavuzunun arakesitindeki sınır şartları incelenmiştir. Bu iki adet dalga kılavuzunun AB'lerindeki alanların tek veya çift fonksiyon olmasına göre dört farklı durum ele alınmıştır. İki adet dalga kılavuzunun arakesit bölgesindeki yarıiletken katmanın kalınlığı olan b'nin değerinin sıfır olması ve dolayısıyla AB'lerin doğrudan birbirine eklemli olması halinde, AB'lerdeki alan fonksiyonlarının çift-çift, çift-tek, tek-çift ve tek-tek olmasına göre sınır şartlarını sağlayan alan genlikleri belirlenerek bölgelerdeki elektrik alanların gerçek değişimleri verilmiştir. Elektrik alanlarının bu gerçek değişimlerinin SİU2009'da sunulmuş olan şematik değişimlere uygun olduğu gözlenmiştir.

## 5. Kaynakça

- [1] Ünal, M., Temiz, M. and Karakılınç, Ö.Ö., "Basamak Kırılma İndisli İkili Bir Dalga Kılavuzunun TE

Modunda Tekli Eşdeğer Modelinin Araştırılması", IEEE 16. Sinyal İşleme, İletişim ve Uygulamaları Kurultayı, SİU 2008.

- [2] Temiz M., Ünal M. and Karakılınç Ö. Ö., "A Novel Study of Electric Fields for TE Mode in A Double Step-Index Waveguide", Journal of Aeronautics and Space Technologies, 3 (3): 9-20, 2008.
- [3] Verdeyen, J.T., Laser Electronics, Prentice-Hall, London, 1989.
- [4] Carroll, J. Whiteaway, J. and Plumb, D., Distributed Feedback Semiconductor Lasers, London, 1998.
- [5] Temiz, M., "The Effects of Some Parameters of the Propagation Constant for Heterojunction Constructions on the Optical Modes", Laser Phys., 11 (3): 297-301, 2001.
- [6] Temiz, M., "Impacts on the Confinement Factor of the Propagation Constants of Optical Fields in the Some Semiconductor Devices", Laser Phys., 12 (5): 1-18, 2002.
- [7] Temiz, M., "The Review of Electromagnetic Fields and Powers in Terms of Normalized Propagation Constant on the Optical Mode Inside Waveguide on the Heterojunction Constructions", Laser Phys., 13 (9): 1123-1137, 2003.
- [8] Temiz, M., Karakılınç, Ö.Ö. and Ünal, M., "A Novel Theoretical Procedure to Determine Absorption and Gain Coefficients in a Symmetric Single Step-Index Quantum Well Laser", Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences (ELEKTRİK), 16 (1): 133-136, 2008.
- [9] Bhattacharya, P., Semiconductor Optoelectronic Devices, Prentice Hall, 1998.
- [10] Temiz M. ve Ünal M., "Bir İkili Adım-Kırılma İndisli Dalga Kılavuzunun Arayüzeyinde Sınır Şartları ve Elektrik Alanlarının Analizi", IEEE 17. Sinyal İşleme, ve İletişim Uygulamaları Kurultayı, SİU 2009.