

SİMETRİK VE ASİMETRİK KAFES KODLAMALI MODÜLASYON KULLANAN KARMA ARQ SİSTEMLERİNİN AWGN KANAL İÇİN BAŞARIM ANALİZİ

Necmi TAŞPINAR* , Eyüp TUNA **

* Erciyes Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektronik Müh. Bölümü, 38039 KAYSERİ
e-posta : taspinar@erciyes.edu.tr

** İnönü Üniversitesi, Malatya Meslek Yüksekokulu, 44080 MALATYA
e-posta: etuna@inonu.edu.tr

ÖZET-Bu bildiride simetrik ve asimetric kafes kodlamalı modülasyon (TCM) şemaları tanıtılmakta. 1/2 ve 2/3 oranlı 2-durumlu kodların kullanıldığı karma ARQ sistemlerinin başarımları toplanabilir beyaz Gauss gürültülü (AWGN) kanal için birbirleriyle karşılaştırılmaktadır. Asimetrik TCM kullanılması hem 1/2 oranlı hem de 2/3 oranlı kod için daha iyi başarımlar sağlamaktadır. 2/3 oranlı TCM şemalarında asimetri sadece iki durumlu kafes diyagramında ilave performans artışı getirdiği, dört ve daha fazla durumlu kafes diyagramları için kodlanmamış iletme göre simetrik TCM ile aynı performans artışı sağladığı için çalışma sadece 2 durumlu kodlar için yapılmıştır.

ANAHTAR KELİMELELER

TCM, karma ARQ, sistem başarımları, veri iletimi.

1. GİRİŞ

Veri haberleşmesinde amaç kanal gürültüsünün sebep olduğu iletim hatalarının kontrol edilmesi ve hataların giderilerek kullanıcıya doğru bilgi verilmesidir. Bu sağlanırken iletim hızının düşürülmemesi, enerji gereksiniminin arttırılmaması gerekir. Bunun bir yolu hata kontrol kodlarının kullanılmasıdır. Veri haberleşmesinde ileri hata düzeltme (FEC) ve otomatik tekrar isteği (ARQ) olmak üzere temelde iki çeşit hata kontrol protokolu kullanılır. FEC ve ARQ hata kontrol şemaları uygun şekilde birleştirilerek iki sistemin avantajlarını birleştiren, olumsuz yönlerini azaltan karma ARQ sistemleri geliştirilmiştir. Kafes kodlamalı modülasyon (TCM), iletim için harcanan güçlü ve gerekli band genişliğini arttırmadan sayısal işaretlerin gürültüye bağışıklığını arttıran birleşik bir kodlama ve modülasyon şeklidir [1]. İletilen işaretler gürültüden daha az etkilendiklerinden TCM'in karma ARQ protokollarında kullanılması yeniden iletim sayısını azaltacağı için TCM kullanan bir karma ARQ sisteminin başarımlarının diğer karma

ARQ sistemlerinininkinden fazla olacağını söylemek mümkündür.

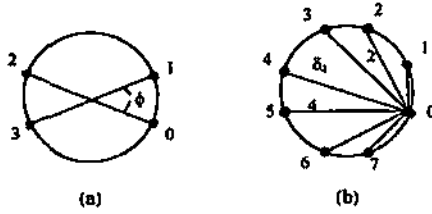
TCM kullanan karma ARQ protokollarının toplanabilir beyaz Gauss gürültülü (AWGN) ve sönümlü kanallardan iletiminin incelenmesi üzerine Wicker [2], Deng [3,4], Wicker ve Rasmussen [5-7] çeşitli çalışmalar yayınlamışlardır. Bu çalışmalarda, TCM I. türden karma ARQ protokoluna uygulanmış ve FEC protokoluna göre performanstaki küçük bir azalmanın karşılığı iyi bir güvenilirlik gelişmesi elde edildiği gösterilmiştir.

Bu çalışmada, 1/2 ve 2/3 oranlı 2-durumlu simetrik ve asimetric TCM'lerin AWGN kanal için spektral katsayıları elde edilecek ve bu katsayılar yardımıyla TCM ve kod birleştirme tekniğini kullanan karma ARQ sisteminin başarımlarının analizi yapılacaktır.

2. ASİMETRİK KAFES KODLAMALI MODÜLASYON

TCM'de serbest Öklid uzaklığını arttırmanın bir yolu kodun kafes diyagramının durum sayısını arttırmaktır, fakat bu çözüm kodun karmaşıklığını da artırır. TCM'de işaret eşleme için genellikle, aralarında eşit uzaklık bulunan işaret noktalarının oluşturduğu simetrik işaret takım yıldızları kullanılır. Simetrik takım yıldızının kullanılması, kodlanmamış sistemler için optimum olmasına ve her ne kadar simetrik takım yıldızı kullanan TCM sistemlerinde kodlama yapılmamış sistemlere göre bir performans artışı sağlanmış olmasına rağmen, TCM için her zaman optimum olmayabilir [8]. Buradan yola çıkılarak serbest Öklid uzaklığını ve dolayısıyla performans kazancını arttırmak için bir başka çözüm olması amacıyla kodlamada simetrik takım yıldızlarının yerine Şekil-1'de verilen asimetric takım yıldızları kullanılmıştır. Simetrik takım yıldızlarını kullanan TCM sistemlerine göre ek performans iyileşmesi sağlayan asimetric takım yıldızlarını kullanan pek çok TCM şeması geliştirilmiştir. Asimetrik takım yıldızlarının kodlamada kullanılması ilk kez Divsalar ve Yuen'in çalışmasında görülmüştür [8]. Bu

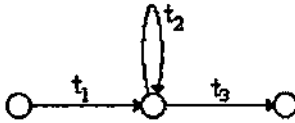
çalışmanın sonuçları daha sonra Simon ve Divsalar tarafından, 2, 4, 8 ve 16 durumlu maksimumu d_{free} açısından optimum TCM'lerin, yüksek dereceli asimetrik işaret kümelerinin birleştirilmesi için kullanılmıştır [9].



Şekil -1. Asimetrik a) 4-PSK ve b) 8-PSK takım yıldızları.

Karma ARQ sistemlerinin başarımlarının belirlenmesinde kodun spektral katsayıları kullanılır. Bu nedenle bu bölümde kodlama yapılmamış duruma göre kodlama kazancı sağlayan 1/2 oranlı 2 durumlu simetrik ve asimetrik TCM ile 2/3 oranlı 2 durumlu simetrik ve asimetrik TCM için spektral katsayılar hesaplanmıştır.

Şekil-2'de iki durumlu bir kafes diyagramının karşılığı olan iki durumlu bir hata-durum diyagramı görülmektedir [10].



Şekil-2. İki durumlu TCM için hata-durum diyagramı.

Şekil-2'deki iki durumlu hata-durum diyagramının transfer fonksiyonu

$$T(D, I) = \frac{t_1 t_3}{1 - t_2} \quad (1)$$

şeklinde elde edilir. 1/2 oranlı bir TCM için simetrik 4-PSK takım yıldızından ve kodun kafes diyagramından $t_1 = ID^4$, $t_2 = ID^2$, $t_3 = D^2$ elde edilebilir. Bu değerler Denk.(1)'de yazıldığında

$$T(D, I) = \frac{ID^6}{1 - ID^2} \quad (2)$$

ifadesi elde edilir [10].

2/3 oranlı 2 durumlu bir TCM için simetrik 8-PSK takım yıldızından ve kodun kafes diyagramından $t_1 = ID^2 + I^2 D^2$, $t_2 = 1/2(D^{0.586} + D^{3.414})(I+1)$ ve $t_3 = D^{0.586} + ID^{3.414}$ elde edilebilir. Bu değerler Denk.(2)'de yazıldıklarında

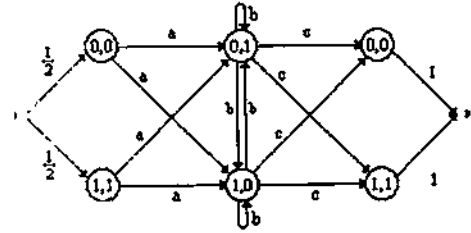
$$T(D, I) = ID^1 + \frac{ID^{2.586} + I^2 D^{2.586} + I^2 D^{5.414} + I^3 D^{5.414}}{1 - \frac{1}{2} D^{0.586} - \frac{1}{2} ID^{0.586} - \frac{1}{2} D^{3.414} - \frac{1}{2} ID^{3.414}} \quad (3)$$

elde edilir. Transfer fonksiyonlarının çözümlerinden elde edilen spektral katsayılar Tablo-1'de verilmiştir.

Tablo-1. 1/2 oranlı 2 durumlu ve 2/3 oranlı 2 durumlu simetrik TCM'in AWGN kanal için spektral katsayıları.

		1	0	1	2	3	4	5
R=1/2	v=1	d_i^2	6	8	10	12	14	16
		a_{d_i}	1	1	1	1	1	1
R=2/3	v=1	d_i^2	2.59	3.17	3.76	4.00	4.34	4.93
		a_{d_i}	2	2	2	1	2	2

1/2 oranlı 2-durumlu asimetrik TCM için süper durum geçiş diyagramı Şekil -3'de verilmiştir [10].



Şekil-3. 1/2 oranlı 4-PSK asimetrik TCM'in 2-durumlu kafes diyagramının süper geçiş diyagramı.

1/2 oranlı 2 durumlu asimetrik TCM'in AWGN kanal için a, b ve c katsayıları

$$a = \frac{1}{2} D^4, \quad b = \frac{1}{2} D^{4/(1+\alpha)}, \quad c = \frac{1}{2} D^{4\alpha/(1+\alpha)} \quad (4)$$

şeklinde elde edilir. Buradaki α asimetri açısı ϕ 'ye $\alpha = \tan^2 \frac{\phi}{2}$ şeklinde bağlı olan bir değerdir. Bu değerler kullanılarak 1/2 oranlı 2 durumlu asimetrik TCM'in AWGN kanal için transfer fonksiyonu

$$T(D, I) = \frac{ID^{4(1+2\phi)/(1+\phi)}}{1 - ID^{4/(1+\phi)}} \quad (5)$$

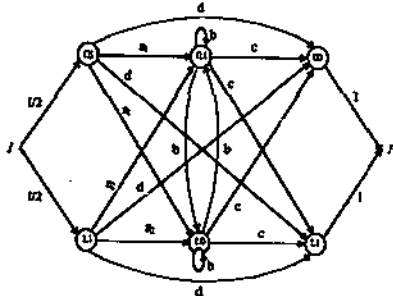
şeklinde elde edilir. Bu transfer fonksiyonundan da görüleceği gibi işaretler arasındaki Öklid uzaklıkları işaret gürültü oranına bağlı olarak değişmektedir. 1-10 dB arası işaret gürültü oranları için Denk.(5)'in çözümünden elde edilen spektral katsayılar Tablo 2'de

verilmiştir. Simetrik durumda, $\phi/2=45^\circ$, dolayısıyla $\alpha=1$ ve Denk. (5), Denk. (2)'ye eşit olur.

Tablo-2. 1/2 oranlı 2 durumlu asimetrik TCM'in AWGN kanal için spektral katsayıları.

l	0	1	2	3	4	5
a_d	1	1	1	1	1	1
d_1 (1 dB)	4,5	8	11,49	114,98	18,47	21,96
d_1 (2 dB)	5,2	8	10,47	13,55	16,32	19,10
d_1 (3 dB)	5,8	8	10,20	12,40	16,60	16,80
d_1 (4 dB)	6,2	8	9,75	11,50	13,25	15,00
d_1 (5 dB)	6,6	8	9,39	10,78	12,17	13,56
d_1 (6 dB)	6,9	8	9,10	10,20	11,30	12,40
d_1 (7 dB)	7,1	8	8,88	9,76	10,64	11,52
d_1 (8 dB)	7,3	8	8,70	9,40	10,10	10,80
d_1 (9 dB)	7,4	8	8,55	9,10	9,65	10,20
d_1 (10dB)	7,5	8	8,44	8,88	9,32	9,76

2/3 oranlı 2 durumlu asimetrik TCM için çift durum geçiş diyagramı Şekil-4'deki gibidir [10]:



Şekil -4. 2/3 oranlı 2 durumlu asimetrik TCM için çift durum geçiş diyagramı.

Şekil-4'deki çift durum geçiş diyagramının transfer fonksiyonu

$$T(D; l) = 2d + \frac{2(a_1 + a_2)c}{1 - 2b} \quad (6)$$

olarak bulunur [10]. Bu eşitlikteki terimler

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{2}(l^2 D^{2l} + l D^{2l}), & a_2 &= \frac{1}{2}(l D^{2l} + l^2 D^{2l}), \\ b &= \frac{1}{2}(l^2 D^{2l} + l D^{2l}), & c &= \frac{1}{2}(D^{2l} + l D^{2l}), & d &= \frac{1}{2} l D^{2l} \end{aligned} \quad (7)$$

ifadeleri ile bulunurlar. δ_i terimleri ise Şekil-1b'deki asimetrik 8-PSK takım yıldızındaki işaretler arasındaki karesel uzaklıklar olup

$$\begin{aligned} \delta_1^2 &= 2(1 - \cos \phi), & \delta_2^2 &= 2, & \delta_3^2 &= 2(1 + \sin \phi), & \delta_4^2 &= 4 \\ \delta_5^2 &= 2(1 + \cos \phi), & \delta_6^2 &= 2, & \delta_7^2 &= 2(1 - \sin \phi) \end{aligned} \quad (8)$$

şeklinde bulunurlar. Bu eşitliklerdeki açı değeri işaret/gürültü oranına bağlı olarak değişir. Bu nedenle işaretler arasındaki Öklid uzaklıkları işaret/gürültü oranının fonksiyonudur. Denk.(6)'dan elde edilen 2/3 oranlı iki durumlu asimetrik TCM'in AWGN kanal için spektral katsayıları 5-10 dB işaret/gürültü oranları için Tablo 3'de verilmiştir.

Tablo-3. 2/3 oranlı 2 durumlu asimetrik TCM'in AWGN kanal için spektral katsayıları.

	0	1	2	3	4	5
a_d	2	2	2	1	2	2
d_1 (5 dB)	2,59	3,17	3,76	4	4,34	4,93
d_1 (6 dB)	2,92	3,24	3,55	4	3,87	4,19
d_1 (7 dB)	2,97	3,25	3,53	4	3,80	4,08
d_1 (8 dB)	3,16	3,35	3,53	4	3,72	3,90
d_1 (9 dB)	3,31	3,43	3,55	4	3,68	3,80
d_1 (10 dB)	3,43	3,51	3,60	4	3,68	3,76

3. SİSTEMİN ÇALIŞMASI VE BAŞARIMI

k bit uzunluğundaki bir veri paketi bir (n, k) hata sezici blok kodu (C_0) ile kodlanır. $L=k+n$ bit uzunluğundaki veri paketi TCM vericisinde TCM işaretleri dizisine dönüştürülür. Alıcıda Viterbi algoritması kullanıldığı için bellek elemanı sayısı v kadar boş işaret eklenen, $L+v$ uzunluğundaki $X=(x_1, x_2, \dots, x_{L+v})$ işaret paketi iletim kanalına verilir [3].

X_1 'in ilk iletiminde alınan paket $\tilde{X}_1^{(1)}$ 'in önce, Viterbi algoritması (VA) kullanılarak yumuşak kararlar kodu çözülür. Eğer kod çözücü çıkışı C_0 kodu tarafından hatasız olarak onaylanırsa mesaj kullanıcıya verilir ve vericiye olumlu alındı bilgisi (ACK) gönderilir. Eğer hata sezilirse, alıcı yastığında $\tilde{X}_1^{(1)}$ saklanır ve vericiye olumsuz alındı bilgisi (NACK) gönderilerek X_1 'in yinelenmesi istenir. $\tilde{X}_1^{(2)}$, X_1 'in ilk kez yinelenmesinde alınan paket olsun. Bu paketin de önce kodu çözülür. Eğer kod çözme işlemi başarılı ise doğru mesaj kullanıcıya verilir. Eğer kod çözme hala başarısız ise $\tilde{X}_1^{(2)}$ alıcı yastığındaki $\tilde{X}_1^{(1)}$ ile birleştirilerek \tilde{X}_2 üretilir ve \tilde{X}_2 Viterbi kod çözücüsü tarafından çözülür. Kod çözme hala başarısız ise \tilde{X}_2 alıcının yastığında saklanırken X_1 'in ikinci kez

yinelenmesi istenir. Kod birleştirme tekniğinde kod çözümlü dizinin ilk iletimi ve onun tekrarlarının birleşimi üzerinde işlem yapar. Yani alıcı, $\tilde{X}^{(j)}$ 'nin çözümlü başarılı olmadığı sürece aldığı bütün $\tilde{X}^{(j)}$ 'leri saklar, bunlardan \tilde{X}_j 'leri üreterek çözer [3].

$\{a_d^j\}$, j.ci yinleme sonunda tüm kopyaların birleştirilmesiyle elde edilen \tilde{X}_j işaret dizisinin spektrumunu ise, yani normalize karesel Öklid uzaklıkları d_i^j olan işaretlerin ortalama sayısı ise j derecedeki kod birleştirme sonucu çözümlen dizideki maksimum-olasılıklı kod çözme hatasının üst sınırı

$$p_j(E) \leq \sum_{i=0}^{\infty} a_d^i P(d_i^j) \quad (9)$$

olup burada $P(d_i^j)$, d_i^j mesafesinde yanlış bir yolun iletilen dizi olarak seçilmesi olasılığıdır ve toplanabilir beyaz Gauss gürültülü kanal için

$$P(d_i^j) = Q\left(\sqrt{\frac{d_i^j E_s}{2N_0}}\right) \quad (10)$$

ifadesiyle verilir [3]. Burada $Q(\cdot)$ hata fonksiyonu, E_s/N_0 işaret/gürültü oranı, $d_i^j = jd_i^1$ ($d_0^1 = d_{free}$) j.ci yinleme sonunda tüm kopyaların birleştirilmesiyle elde edilen \tilde{X}_j işaret paketindeki işaretlerin karesel serbest uzaklıklarıdır.

Verilen bir mesajın alıcı tarafından kabul edilmesi için gerekli ortalama iletim ve yeniden iletim sayısının beklenen değeri $E[T]$

$$1 + P(D_1) + \sum_{j=2}^{\infty} P(D_j) \prod_{i=2}^j P(D_i) \leq E[T] \leq 1 + \sum_{j=1}^{\infty} P(D_j) \quad (11)$$

ifadesi ile alttan ve üstten sınırlanır. Burada $P(D_j)$ çözümlen paketin sezilebilir hatalar içermesi olasılığı olup

$$P(D_j) \cong 1 - (1 - P_j(E))^L \quad (12)$$

dir. Başarım, iletilen her bir modülasyon işareti başına ortalama bilgi biti sayısı olarak tanımlandığında seçici tekrar modunun kullanıldığı bu karma ARQ şemasının başarımı

$$\eta = \frac{m}{E[T]} \cdot \frac{k/m}{L+v} \quad (13)$$

ifadesiyle verilir [3]. Genellikle $(k/m)/(L+v) \approx 1$ olduğundan Denk. (13), $\eta \approx m/E[T]$ (bit/Sn/Hz = bit/işaret) ifadesi şeklinde basitleşir.

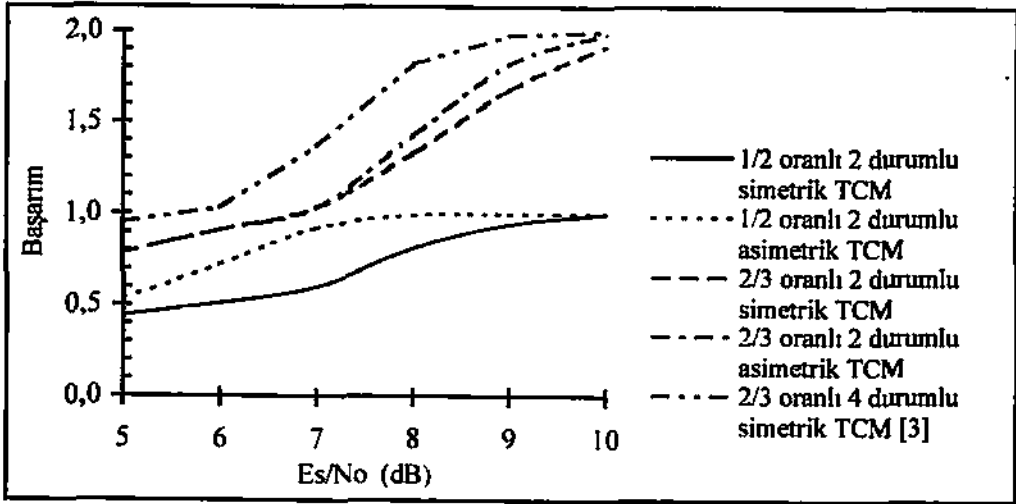
Tablo-1'de verilen simetrik TCM'in spektral katsayıları, Tablo-2'de verilen 1/2 oranlı 2 durumlu asimetrik TCM'in spektral katsayıları ve Tablo-3'de verilen 2/3 oranlı 2 durumlu asimetrik TCM'in spektral katsayılarının (9-13) no.lu denklemlerde kullanılması sonucu AWGN kanal için elde edilen başarımlar Şekil -5'de verilmiştir. Sayısal değerleri elde etmek için veri paketinin uzunluğu 200 bit olarak alınmış ve hata sezme amacıyla blok kodlama yapılırken pakete 16 tane eşlik biti eklenmiştir. Geri besleme kanalının gürültüsüz olduğu ve alıcı yastığının sonsuz büyüklükte olduğu kabul edilmiştir. Aynı şekil üzerinde karşılaştırma amacıyla 2/3 oranlı 4 durumlu TCM için sistem başarımı da verilmiştir.

4. SONUÇ

Bir TCM şemasında, bit hata olasılığının sınırlarının elde edilmesinde önemli bir parametre olan serbest Öklid uzaklığını arttırmak önemlidir. Bunun bir yolu kafes diyagramındaki durum sayısını arttırmaktır. Şekil 5'deki eğriler karşılaştırıldığında aynı kod oranlı bir TCM şemasının durum diyagramındaki durum sayısının artmasıyla karma ARQ sisteminin başarımında bir iyileşme görülür.

Karma ARQ sisteminde simetrik TCM yerine asimetrik TCM kullanılması 2/3 oranlı kod için 7 dB'in üzerindeki işaret/gürültü oranlarında sistem başarımında az bir iyileşme sağlamaktadır. Buna karşılık 1/2 oranlı kod için başarımların artışı oldukça belirgindir. 1/2 oranlı TCM kullanan karma ARQ sisteminin başarımı ancak 10 dB işaret/gürültü oranında FEC sisteminin başarımı olan "1"e eşit olurken asimetrik TCM kullanılması ile bu başarımların 7 dB işaret/gürültü oranında elde edilmektedir.

TCM'de, asimetrik takım yıldızı kullanmak da ilave bir performans iyileşmesi sağlar, ancak bu durumda katastrofik kodların üretilmemesine dikkat edilmelidir. Simetrik TCM şemalarında optimizasyon



Şekil -5. 1/2 oranlı 2 durumlu simetrik ve asimetric TCM, 2/3 oranlı simetrik ve asimetric TCM, 2/3 oranlı 4 durumlu simetrik TCM kullanan karma ARQ sistemlerinin AWGN kanal için başarımları.

kriteri serbest Öklid uzaklığıdır. Asimetric TCM'de ise bunun yanında asimetri açısının da optimum olması istenir. Fakat bazen ikisi birden sağlanamayabilir.

KAYNAKÇA

- [1] G. Ungerboeck, Channel Coding with Multi-Level/Phase Signals, IEEE Trans. Inf. Theo., vol. IT-28, pp. 55-67, 1982.
- [2] S. B. Wicker, Trellis Coded Hybrid ARQ protocols, Proceedings of International Conference of Communication, Control and Signal Processing, pp. 339-346, Ankara, Turkey, 1990.
- [3] R. H. Deng, Hybrid ARQ Scheme Using TCM and Code Combining, Electronics Letters, vol. 27, pp. 866-868, 1991.
- [4] R. H. Deng, Hybrid ARQ Scheme Employing Coded Modulation and Sequence Combining, IEEE Trans on Commun., vol. 42, pp. 2239-2245, 1994.
- [5] S. B. Wicker and L. K. Rasmussen, A Performance Analysis for Trellis Coded Hybrid ARQ Protocols, Proc. of IEEE Int. Conf. on Commun. (ICC'92), pp. 323.7.1-5, Chicago Il., June 14-18, 1992.
- [6] L. K. Rasmussen and S. B. Wicker, The performance of Type-I Trellis Coded Hybrid-ARQ Protocols over AWGN and

- [7] Slowly Fading Channels, IEEE Trans. Inf. Theo., vol. 40, pp. 418-428, 1994.
- [8] L.K. Rasmussen and S. B. Wicker, Trellis Coded Type-I Hybrid-ARQ Protocols Based on CRC Error Detecting Codes, IEEE Trans. on Commun., vol. 43, pp. 2569-2575, 1995.
- [9] D. Divsalar and J. H. Yuen, Asymmetric M-PSK for trellis codes., Proc. of IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM'84), pp. 20.6.1-20.6.8, Atlanta, Ga., 1984.
- [10] M. K. Simon and D. Divsalar, Combined trellis coding with asymmetric M-PSK modulation, JPL Publication, pp. 24-85, Pasadena, Calif., 1985.
- [11] E. Biglieri, D. Divsalar, P. J. McLane and M. K. Simon, Introduction to Trellis-Coded Modulation with Applications, McMillon Publishing Comp., Newyork, 1991.