

Kalman Filtresi ile LQR ve PI Denetleyicilerin DC Motor Sistemine Uygulanması

LQR and PI Controller with Kalman Filter Applied to DC Motor System

Yusuf Muratoğlu¹, Alkan Alkaya²

¹Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
Mersin Üniversitesi, Mersin
muratogluyusuf@gmail.com

²Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
Mersin Üniversitesi, Mersin
alkanalkaya@mersin.edu.tr

Özetçe

Bu çalışmada bir doğru akım (dc) motorunun modellenmesi, denetlenmesi, gürültü ortamında kalman filtresinin etkisi ve filtreli denetleyicilerin performanslarının karşılaştırılması sunulmuştur. Dc motorun hız denetimi için optimal kontrol tekniklerinden doğrusal kuadratik regülatör (linear quadratic regülatör-LQR) ve oransal integral (proportional integral-PI) yöntemleri kullanılmıştır. Dc motor sistemine hem işlem gürültüsü hem de ölçüm gürültüsü uygulanmıştır. Denetleyicilerin gürültü ortamındaki performansını arttırmak için kalman filtresinin tasarımı yapılmıştır. Filtreli LQR ve PI denetimli sistemlerin performansları karşılaştırılmıştır. Bu çalışma Matlab/Simulink ortamında gerçekleştirilmiş ve sistemin ortalama karesel hata ve yatışma süresi kriterlerine bakıldığında PI, taşma miktarı ve tepe genliği kriterlerine bakıldığında LQR denetiminin daha başarılı olduğu gösterilmiştir.

Abstract

In this paper, linear quadratic regulator(LQR) and propotional integral(PI) optimal controllers are used to control the speed of dc motor. Firstly, LQR and PI controllers are tested without noise. Secondly, both controllers are tested under proccess noise and measurement noise. Then a kalman filter is designed to improve controllers performance under proccess and measurement noises. LQR and PI controllers are compared their performances(without noise,with noise, with kalman filter under noisy condition) and are also compared performances with kalman filter to control the speed of dc motor. The simulation result show that LQR controller gives less maximum peak and overshoot, on the other hand PI controller gives less mean square error and settling time.

1. Giriş

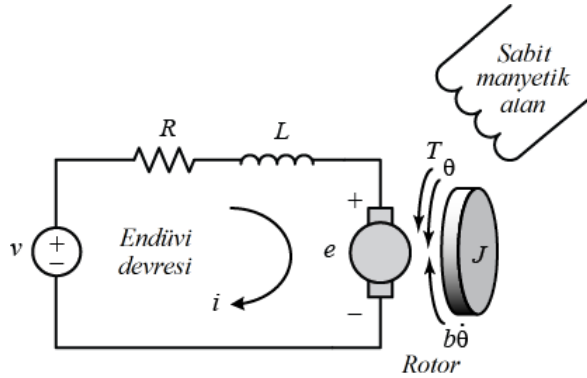
Günümüzde doğru akım motorları hız veya konum denetimi gerektiren sistemlerde yüksek performans ve kolay denetlenebilme özelliklerinden dolayı sıkça kullanılmaktadır. Elektrikli ev aletlerinde, klimalarda, otomatik kapı sistemlerinde, robotik uygulamalarında kullanılan dc motorların; teknolojinin gelişmesiyle elektrikli araçlardaki (elektrikli otomobil,elektrikli tren vs.) kullanımı ve önemi artmaktadır[1-2].

Son zamanlarda dc motor denetim performansını arttırmaya yönelik çalışmaların arttığı görülmektedir[6],[7]. Dc motor hız denetiminde yaygın olarak: Fuzzy Logic, Genetic Algorithm, Particle Swarm Optimization, LQR, PID gibi teknikler kullanılmaktadır[1-4]. Referans [2]'de dc motor sistemi için tasarlanan PID denetleyicisinde genelel Ziegler-Nichols yöntemi ile modifiye Ziegler-Nichols yöntemi karşılaştırılmış ve modifiye Ziegler-Nichols yönteminin daha başarılı olduğu sunulmuştur. Referans [8]'de dc motor hız denetimi için LQR ve LQG tasarımı yapılmış ve önerilen denetleyicilerin taşma miktarı ve yatışma süresi performanslarının daha başarılı olduğu sunulmuştur. Referans [3]'te dc motor sisteminde LQR ve PID denetleyicileri tasarlanmış ve karşılaştırılmıştır. LQR denetimli sistemin yatışma süresi ve taşma miktarı performanslarının daha başarılı olduğu sunulmuştur. Yapılan çalışmalarda genellikle sistemler ya gürültüsüz ya da sadece ölçüm gürültülü incelenmiştir.

Bu çalışmada dc motor hız denetimi için sistemin durum-uzay modelini kullanılarak LQR ve PI denetleyicileri tasarlanmıştır. Sisteme hem işlem gürültüsü hem de ölçüm gürültüsü eklenerek denetleyicilerin performansları incelenmiştir. Kalman filtresi tasarımı ile denetleyicilerin gürültü ortamındaki performansları artırılmış ve filtreli denetleyicilerin performansları karşılaştırılmıştır.

2. Dc Motorun Durum-Uzay Modeli

Dc motor sisteminin durum-uzay modelinde kullanılan şematik model Şekil 1 'de gösterilmiştir.



Şekil 1: Dc Motorun Şematik Modeli.

Doğrusal bir sistemin durum-uzay modeli şu şekilde ifade edilir.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx\end{aligned}\quad (1)$$

Burada x durum vektörü, u giriş vektörü, y çıkış vektörü, A sistem matrisi, B kontrol matrisi ve C çıkış matrisidir. Durum vektörü, $x^T = [\dot{\theta} \quad i]$ seçilen dc motor sisteminin durum-uzay modeli aşağıdaki şekildedir.

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -b/J & K_t/J \\ -K_e/L & -R/L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/L \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (2)$$

Burada b sürtünme sabiti, J eylemsizlik momenti, K_e elektro motor kuvveti sabiti, K_t tork sabiti, R direnç değeri ve L indüktans değeridir.

3. Kullanılan Yöntemler

Bu bölümde dc motor sisteminde kullanılan yöntemler verilmiştir.

3.1. LQR Denetleyici

LQR, durum geri besleme ile daha gürbüz bir denetim sağlayan optimal kontrol tekniklerinden biridir[5]. Denetleyicinin şematik modeli Şekil 2 'de gösterilmiştir.

$$u(t) = -Kx(t) \quad (3)$$

Denklemler ile ifade edilen optimal kontrol vektörünün çözümü için maliyet fonksiyonu en aza indirilmelidir. Durum-uzay denklemleri yardımıyla performans indeksi

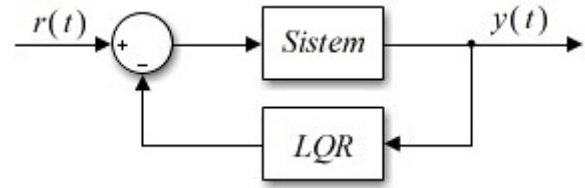
$$J = \int_0^{\infty} [x^T Q x + u^T R u] dt \quad (4)$$

Şeklinde ifade edilir. Burada Q pozitif tanımlı veya pozitif yarı-tanımlı simetrik bir matristir. R ise tek giriş tek çıkış (SISO) bir sistem olduğundan pozitif sabit bir sayıdır. Denklem (4) ile ifade edilen maliyet fonksiyonunu en aza indirmek için durum-geri besleme kazancı, K , hesabında kullanılan P cebirsel değeri, ricatti diferansiyel denklemi yardımıyla bulunur.

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (5)$$

Ricatti denkleminin çözümünden bulunan P cebirsel değeri yardımıyla durum-geri besleme kazancı şu şekilde hesaplanır.

$$K = R^{-1}B^T P \quad (6)$$

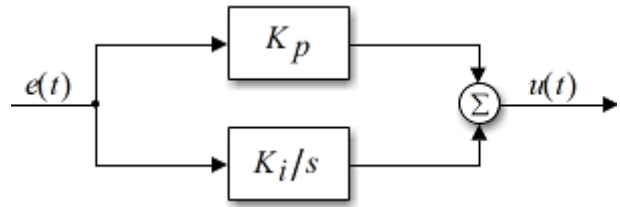


Şekil 2: LQR Denetleyicisi.

3.2. PI Denetleyici

PI, endüstriyel kontrol sistemlerinde yaygın kullanılan optimal kontrol tekniklerinden biridir[4]. Denetleyicinin şematik modeli Şekil 3 'te gösterilmiştir. PI denetleyicisinin genel ifadesi şu şekildedir[4].

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int e(t) \quad (7)$$



Şekil 3: PI Denetleyicisi.

Burada K_p oransal kazancı, K_i integral kazancı, $e(t)$ hata sinyali ve $u(t)$ denetleyici girişidir. Denetleyici parametreleri Matlab/Simulink ortamında test edilerek belirlenmiştir.

3.3. Kalman Filtresi

Kalman filtresi, doğrusal dinamik sistemlerde, modelin giriş ve çıkış bilgilerinden sistemin durumlarını tahmin edebilen bir filtredir[5]. Filtrenin şematik modeli Şekil 4 'te gösterilmiştir. Gürültü ortamında doğrusal sistemlerin durum-uzay denklemleri şu şekilde tarif edilir.

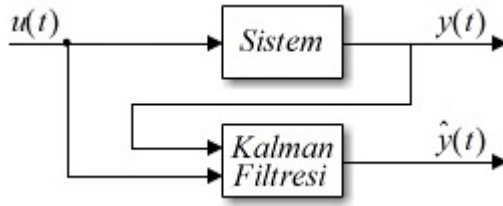
$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu + w \\ y &= Cx + v\end{aligned}\quad (8)$$

İşlem gürültüsü $w \sim N(0, Q)$ ve ölçüm gürültüsü $v \sim N(0, Q)$ olarak ifade edilmiştir. Burada Q giriş kovaryans matrisi ve R çıkış kovaryans matrisidir. Maliyet fonksiyonunu en aza indiren eden P_e cebirsel sabiti, ricatti denkleminde hesaplanır.

$$P_e A^T + A P_e - P_e C^T R_w^{-1} C P_e + Q_v = 0 \quad (9)$$

Ricatti denklemi yardımıyla filtre kazancı, K_e , şu şekilde hesaplanır.

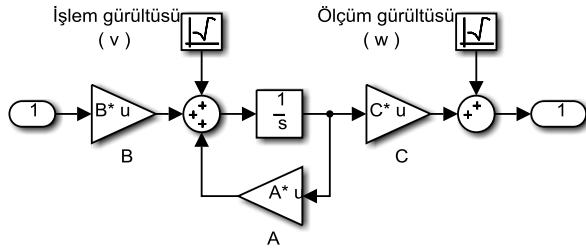
$$K_e = P_e C^T R_w^{-1} \quad (10)$$



Şekil 4: Kalman Filtresi.

4. Simulasyon Çalışmaları

Bu çalışmada LQR ve PI denetleyicilerin gürültülü ve gürültüsüz ortamlardaki performansları incelenmiştir. Ayrıca gürültü altındaki sistemin performansının artırılması için kalman filtresi kullanılmıştır. Kullanılan dc motor sisteminin simulink modeli Şekil 5 'te verilmiştir.



Şekil 5: Dc Motorun Simulink Modeli.

Dc motor simulasyonunda Tablo 1 'de verilen parametre değerleri kullanılmıştır. Kullanılan parametre değerleri ile oluşan sistem matrisi, kontrol matrisi ve çıkış matrisi şu şekildedir.

$$A = \begin{bmatrix} -101.1 & 143.6 \\ -0.003 & -7.3 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 4.26 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Tablo 1: Parametre Değerleri.

Parametre	Sembol	Değer	Birim
Eylemsizlik momenti	J	0.002712	$kg \cdot m^2$
Sürtünme sabiti	b	0.099169	$N \cdot m \cdot s$
Elektro motor kuvveti sabiti	K_e	0.531380	$V \cdot s / rad$
Tork sabiti	K_t	0.279060	$N \cdot m / A$
Direnç değeri	R	1.850300	Ohm
İndüktans değeri	L	0.317610	H

Doğrusal kontrol sistemlerinde en önemli unsurlardan biri sistem kararlılığıdır. Kararlılık analizi için sistemin kapalı çevrim transfer fonksiyonunun karakteristik denklemi incelenmiştir.

$$s^2 + 108.4s + 738.5 = 0 \quad (12)$$

Routh hurwitz kararlılık ölçütüne göre sistemin kararlı olduğu belirlenmiştir.

Bir sistemde denetleyici ve gözlemleyici tasarımından önce sistemin kontrol edilebilir ve gözlemlenebilir olması gerekir. Dc motor sisteminin kontrol edilebilirlik ve gözlemlenebilirlik analizinde sistemin kontrol edilebilirlik matrisi P_c ve gözlemlenebilirlik matrisi P_o incelenmiştir.

$$P_c = \begin{bmatrix} B & AB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 611.736 \\ 4.26 & -31.098 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$P_o = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -101.1 & 143.6 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Kontrol edilebilirlik ve gözlemlenebilirlik matrisleri tekil olmayan matrisler olduklarından sistemin kontrol edilebilir ve gözlemlenebilir olduğu belirlendi.

4.1. LQR Denetleyicisinin Simulasyonu

Bu bölümde LQR denetleyicisinin tasarımı, hesaplamaları ve simulasyonu yapılmıştır. Kalman filtresi LQR denetleyicisinin simulink modeli Şekil 6 'da gösterilmiştir. LQR denetiminde kullanılan ağırlık matrisleri

$$Q_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$R_c = 100$$

Olarak seçilmiştir. Q_c, R_c, A, B matrisleri kullanılarak LQR kazancı şu şekilde hesaplanmıştır.

$$K_c = \begin{bmatrix} 0.0003 & 0.0084 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Optimal kontrol eşitliği $u = -K_c x(t)$ ile sistemin durum-uzay modeli hesaplanmıştır.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -101.1 & 143.6 \\ -0.004 & -7.3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 4.26 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x \quad (17)$$

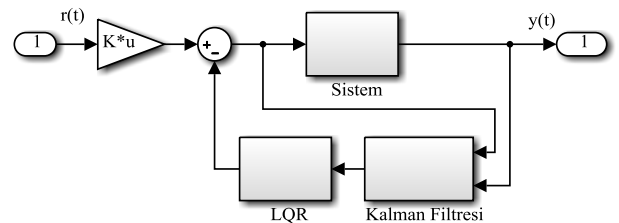
Daha gürbüz bir denetim için Matlab/Simulink ortamındaki dc motor modeline gürültü eklenmiştir. LQR denetleyicisinin gürültü altındaki performansı arttırmak için kalman filtresi kullanılmıştır. Kalman filtresinde kullanılan kovaryans matrisleri

$$Q_e = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, R_e = 1 \quad (18)$$

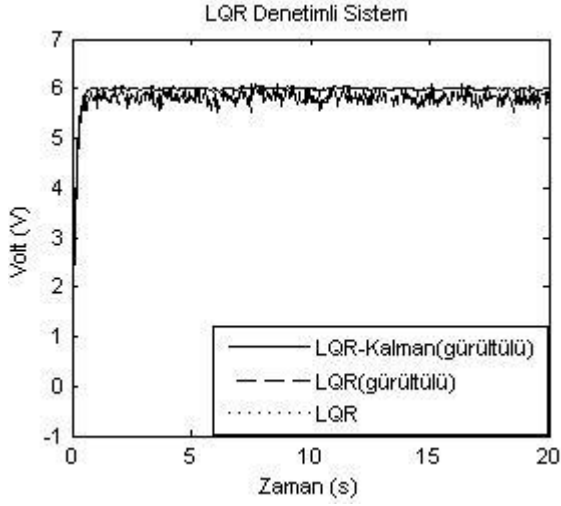
Olarak seçilmiştir. Q_e, R_e, A, B matrisleri kullanılarak kalman kazancı şu şekilde hesaplanmıştır.

$$K_e = \begin{bmatrix} 3.6265 & 2.5985 \end{bmatrix}^T \quad (19)$$

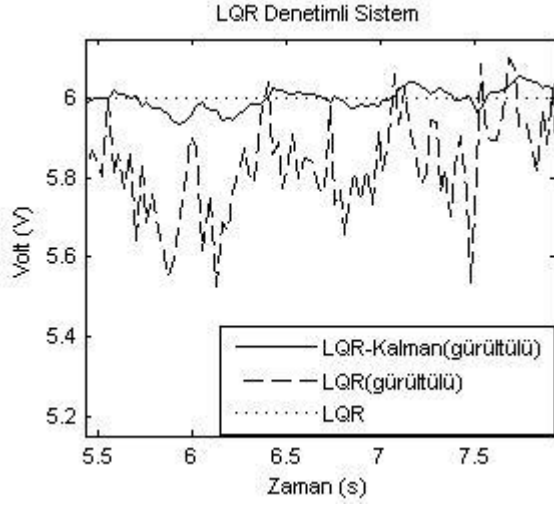
LQR denetimli sistemin simulasyon sonuçları Şekil 7 'de, yakınlştırılmış sonuçlar Şekil 8 'de verilmiştir.



Şekil 6: LQR Denetimli Sistemin Simulink Modeli.



Şekil 7: LQR Denetimli Sistemin Performansı.

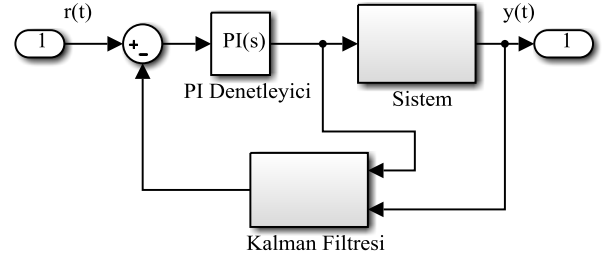


Şekil 8: LQR Denetimli Sistemin Performansı (yakınlaştırılmış).

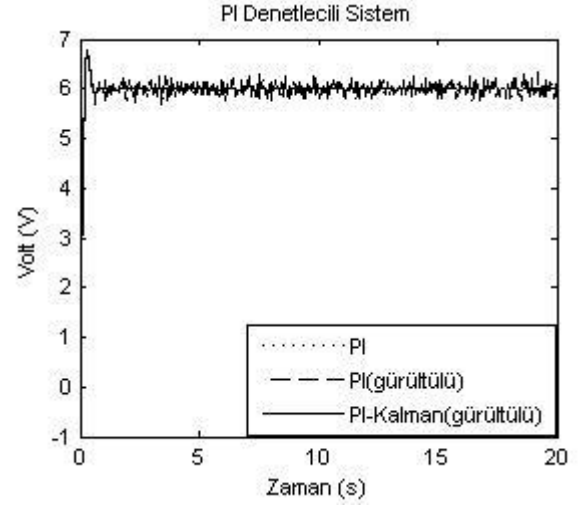
4.2. PI Denetleyicisinin Simülasyonu

Bu bölümde PI denetleyicisinin tasarımı ve simülasyonu yapılmaktadır. PI denetleyicisinin simulink modeli Şekil 9 'da verilmiştir.

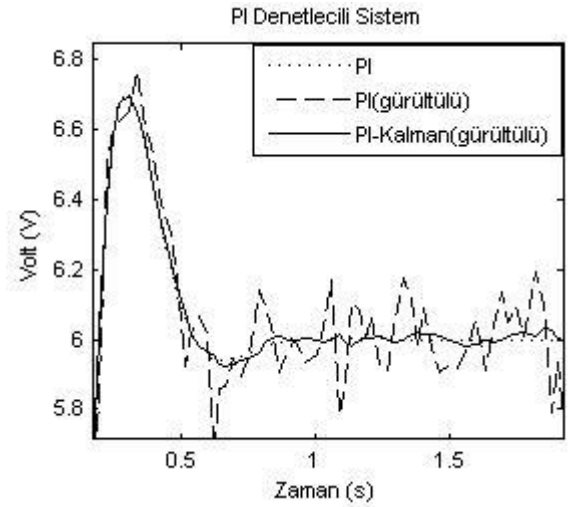
PI denetleyici kazançları $K_p=1.09$ ve $K_i=18.93$ olarak kullanılmıştır. Aynı gürültü ortamı PI denetleyisine de uygulanmıştır. PI denetleyicisinin gürültü ortamındaki performansını arttırmak için denklem (17) ve denklem (18) kullanılarak kalman filtresi uygulanmıştır. PI denetimli sistemin simülasyon sonuçları Şekil 10 'da, yakınlaştırılmış sonuçlar Şekil 11 'de verilmiştir.



Şekil 9: PI Denetimli Sistemin Simulink Modeli.



Şekil 10: PI Denetimli Sistemin Performansı.



Şekil 11: PI Denetimli Sistemin Performansı(yakınlaştırılmış).

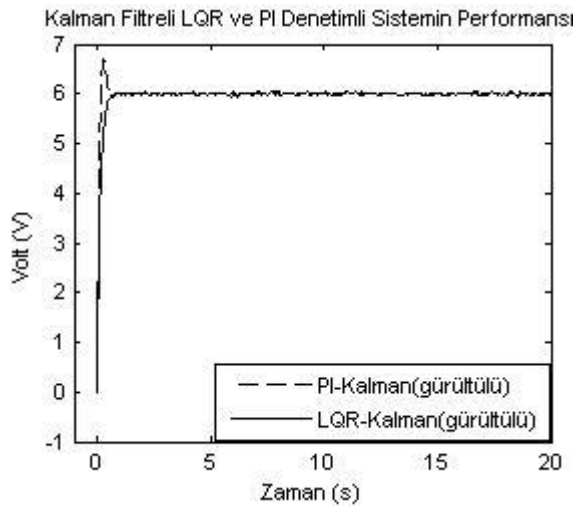
LQR ve PI denetleyicilerinin filtreli performansları Şekil 12 'de verilmiştir. Denetleyicilerin filtersiz ve filtreli performanslarını karşılaştırmak için ortalama karesel hataları Tablo 2 'de, yatışma süresi, tepe genliği, taşma miktarı değerleri Tablo 3 'te verilmiştir.

Tablo 2: LQR ve PI Denetimli Sistemlerin Ortalama Karesel Hataları.

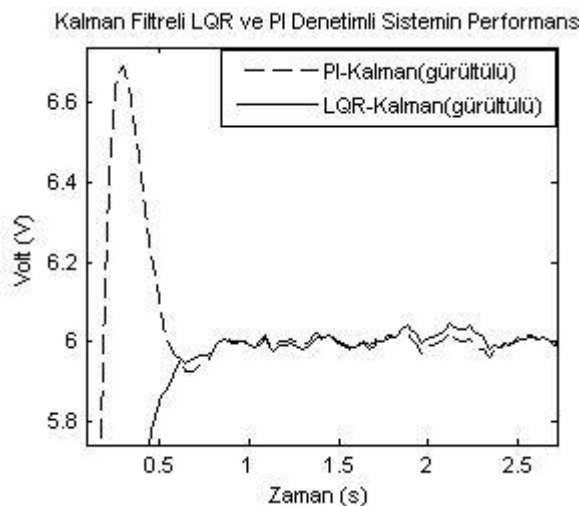
Ortalama Karesel Hata	Kalman Filtresiz	Kalman Filtreli
LQR	0.0414	0.00042
PI	0.0121	0.00024

Tablo 3: LQR ve PI Denetleyicilerin Karşılaştırma Sonuçları.

Denetleyici	Yatışma Süresi	Tepe Genliği	Taşma Miktarı
LQR	0.55 s	6	%0
PI	0.49 s	6.71	%11.8



Şekil 12: Kalman Filtreli LQR ve PI Denetimli Sistem.



Şekil 13: Kalman Filtreli LQR ve PI Denetimli Sistem.

5. Sonuçlar

Bu çalışmada dc motor hız denetimi için optimal kontrol tekniklerinden LQR ve PI tasarımı yapılmıştır. LQR ve PI denetimli sistemin simülasyonu gürültüsüz ve gürültülü ortamlarda gerçekleştirilmiştir. Denetleyicilerin gürültü ortamındaki performanslarını yükseltmek için kalman filtresi tasarlanmıştır. Kalman filtresinin denetleyiciler üzerindeki etkisi Şekil 7 ve Şekil 10 'da gösterilmiştir. Daha sonra kalmanlı LQR ve kalmanlı PI denetleyicileri karşılaştırılmıştır. Çalışma sonuçlarına göre LQR denetimli sistemin tepe genliği ve taşma miktarı kriterlerinin, PI denetimli sistemin ise ortalama karesel hata ve yatışma süresi kriterlerinin daha başarılı olduğu görülmüştür.

6. Kaynakça

- [1] Aydemir, S., Sezen, S. ve Ertunc, H.M., "Fuzzy Logic Speed Control of A Dc Motor", *Power Electronics and Motion Control Conference*, cilt:2, s: 766-771, 2004
- [2] Meshram, P.M. ve Kanojiya, R.G., "Tunning of PID Controller using Ziegler-Nichols Method for Speed Control of DC Motor", *International Conference On Advances in Engineering and Management (ICAESM)*, s:117-122, 2012
- [3] Ruba, M.K. Al-Mulla Hummadi, "Simulation of Optimal Speed Control for A DC Motor Using Linear Quadratic Regulator (LQR)", *Journal of Engineering*, cilt:18, s:340-349, 2012
- [4] Kanojiya, R.G. ve Meshram, P.M., "Optimal Tuning of PI Controller for Speed Control of DC motor drive using Particle Swarm Optimization", *Advances in Power Conversion and Energy Technologies (APCET)*, *International Conference*, s:1-6, 2012, doi: 10.1109/APCET.2012.6302000
- [5] C. Hajiyeve and S. Vural, "LQR Controller with Kalman Estimator Applied to UAV Longitudinal Dynamics", *Positioning*, cilt:4, s:36-41, 2013, doi: 10.4236/pos.2013.41005.
- [6] İbrahim, H.E.A., Hassan, F.N., Shomer, A.O., "Optimal PID Control of Brushless DC Motor using PSO and BF Techniques", *Ain Sahms Engineering Journal*, cilt:5, s:391-398, 2014
- [7] Janpan, I., Chaisricharoen, R., Boonyanant, P., "Control of Brushless DC Motor in Combine Mode", *Procedia Engineering*, cilt:32, s:279-285, 2011
- [8] Molavi, R. ve Khaburi, D.A., "Optimal Control Strategies for Speed Control of Permanent-Magnet Synchronous Motor Drives", *World Academy of Science, Engineering and Technology*, cilt:2, s:326-330, 2008