# ÇOK FAZLI ASİMETRİK SARGILARDA UZAY HARMONİKLERİNİN VE SARGI FAKTÖRÜNÜN MATLAB DESTEKLİ ANALİZİ

**Derya Ahmet KOCABAŞ**[1] **A.Faik MERGEN**[2]

İstanbul Teknik Üniversitesi
Elektrik-Elektronik Fakültesi
Elektrik Mühendisliği Bölümü 80626 Maslak/İSTANBUL
[1]e-posta: derya@elk.itu.edu.tr [2]e-posta: mergen@elk.itu.edu.tr

Anahtar Sözcükler: Alternatif Akım Sargısı, Fourier Analizi, Uzay Harmoniği, Sargı Faktörü

## ABSTRACT

*This paper presents a rapid analysis for calculating the winding factor for multi-phase asymetric windings by using Matlab. Although it takes long time to calculate space harmonics and winding factor for each harmonics by using Fourier analysis, the software can obtain the winding factor to realise winding quality. The methodology and an example solution are shown below.*

## 1.GİRİŞ

Elektrik makinalarının hava aralığında, zamana ve konuma bağlı olarak değişen uzay harmonikleri, üzerinde birçok inceleme yapılmış, ilgi çekici konulardan birisidir. Hava aralığındaki magnetik alan peryodik bir fonksiyon olarak tanımlanabildiğinden, harmonik analizi için ilk akla gelen metod Fourier analizidir. Bu analiz yöntemi peryodik ifadelerin bir sabit terim ve farklı frekanslı, sonsuz sayıda sinüs biçimli dalgaların toplamı şeklinde yazmak amaçlıdır. Bu sayede peryodik fonksiyonun her bir frekanstaki bileşeni yani harmoniği hesaplanabilir.

Daha önceleri uzay harmonikleri üzerine çok sayıda çalışma yapılmış olup kullanılan yöntemlerin karmaşıklığı bilinmektedir. Özellikle kutup ve faz başına düşen oluk sayısı arttıkça, oluşan basamaklı dalga şeklinin incelenmesi oldukça karmaşık hale gelecek ve hata yapma riski fazla olacaktır.

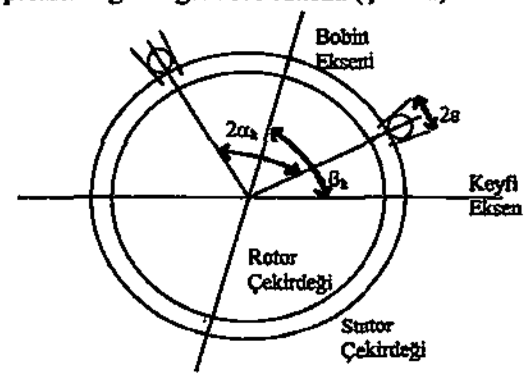
Bazı özel sargı biçimleri ile harmonikleri yoketmek için yapısal çözümler kullanılabilir. Bu çözümlere örnek olarak, oluklardaki sarım sayılarının eşit yapılmaması, olukların makina uzayında düzgün dağıtılmaması örnek verilebilir. Bu durumda yapılması gereken Fourier analizinin düşünüldüğünden daha da zor olacağı açıktır.

Bu çalışma, daha önceleri kullanılmış hesap yöntemlerinin kullanışlı hale getirilmesi için düşünülmüş ve gerçeklenmiştir. Varolan metotların hesap karmaşasından kurtulmak, hesap makinası ya da adım adım işlem yapmanın getireceği işlem hatası riskini yoketmek için hazırlanan yazılım oldukça kullanışlıdır ve her türlü simetrisizlik durumlarına cevap verebilmektedir. Program çalıştırılırken girilmesi gereken bilgiler sargı şemasından kolaylıkla elde edilebilen verilerdir.

## 2.MATEMATİKSEL BAĞINTILAR

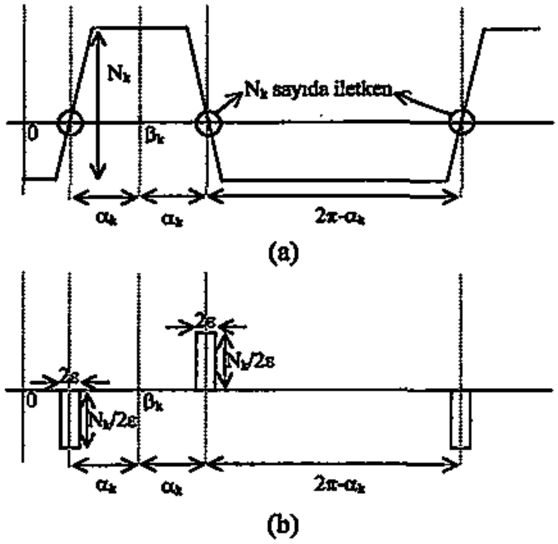
Öncelikle belirtilmelidir ki, burada bir fazın bir kutup çifti altındaki kısmı için inceleme yapılmıştır. Yapılan analizin amacı, her kutup için geçerli bir faktör hesaplamak olduğundan, kutup sayısı ne olursa olsun, sonuç etkilenmeyecektir.

Her fazda sonlu K sayıda bobin olduğu varsayılsın. Her bir bobinin $2\varepsilon$ genişlikli, $N_k$ sarımlı, açısal genişliğinin $2\alpha_k$ ve bobinlerin tam ortasının seçilen keyfi eksene olan açısal uzaklığının $\beta_k$ olduğu düşünülsün. Bobinlerin (a) paralel kol sayısında seri-paralel bağlandığı kabul edilsin. (Şekil 1)




Şekil 1 Bir faza ait herhangi bir bobin

Tek bir bobinin 1 A'lik bir akımda oluşturduğu ampersarım eğrisi ve iletkenlerin makinada dağılımının fonksiyon grafikleri Şekil 2'deki gibidir.




Şekil 2 (a) 1 A için bir fazın herhangi bir bobinine ilişkin ampersarım fonksiyonu
(b) Bir fazın herhangi bir bobinine ilişkin iletken dağılımı fonksiyonu

Bu fonksiyonlar Fourier analizi ile harmoniklerine ayrıştırılırsa, k bobininin 1 A'lik akım için ampersarım harmonikleri toplamı ve iletken dağılımı harmonikleri toplamı sırasıyla şu şekilde olacaktır.

$$F_k(\theta)=\frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}N_k\left(\frac{\sin n\alpha_k}{n}\right)\frac{\sin n\varepsilon}{n\varepsilon}\cos[n(\theta-\beta_k)]$$

$$f_k(\theta)=\frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}N_k\sin n\alpha_k\frac{\sin n\varepsilon}{n\varepsilon}\sin[n(\theta-\beta_k)]$$

Bir faza ilişkin bütün bobinlerin verileri toplam haline getirilebilir.

$$F(\theta)=\frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{K}\sum_{n=1}^{\infty}N_k\left(\frac{\sin n\alpha_k}{n}\right)\frac{\sin n\varepsilon}{n\varepsilon}\cos[n(\theta-\beta_k)]$$

$$f(\theta)=\frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{K}\sum_{n=1}^{\infty}N_k\sin n\alpha_k\frac{\sin n\varepsilon}{n\varepsilon}\sin[n(\theta-\beta_k)]$$

F(θ) denklemi harmoniklerin öngörülmesi ve çizdirilmesi için uygundur.

Akı bileşenlerinin bir faz sargısında endüklediği emk'nin hesabı yoluyla harmoniklerin sargı faktörleri elde edilebilir. Her akı harmonik bileşeninin, derecesiyle ters orantılı bir senkron hıza sahip olduğu gözönüne alınmalıdır. [m. harmonik için temel bileşenin (1/m)'i]

$\psi_m$ keyfi değer ve m. harmonik için bir integral sabiti olmak üzere halkalanan akının m. harmoniği basitçe şu şekildedir.

$$B_m=B_{om}\cos(m\theta+\omega t+\psi_m)$$

Akı kesme kuralı ile ve iletkenin birim uzunluğu düşünülerek, iletken dağılımının ufak bir kesiminde (δθ), [f(θ).δθ] iletken üzerinde, m. harmonik tarafından endüklenen toplam emk'nin ani değeri aşağıdaki şekildedir.

$$\Delta v_m=B_m\frac{\omega}{m}r\,f(\theta)\delta(\theta)$$

(ω/m) bu bileşenin açısal hızı, r endüvi yarıçapıdır. Her fazda iletkenlerin benzer a paralel kol sayısında seri-paralel bağlı oldukları düşünülerek, $B_m$ ve f(θ) yerine konulup θ'ya bağlı integral alınırsa endüklenen gerilim değerlerine ulaşılır.

$$v_m=\frac{1}{a}\int_{\theta=0}^{\theta=2\pi}\Delta v_m\,d\theta$$

Fakat bu integral içerisinde n. dereceden iletken dağılımı harmonikleri ve m. dereceden alan harmonikleri vardır. Farklı frekanstaki iki sinüs fonksiyonunun çarpımının integrali sıfır olduğu için denilebilir ki, sadece m ile n nümerik olarak eşit iken integral sonuç verecektir. Bu sayede, en genel anlamda, iletken dağılımının n. harmoniğinde endüklenen emk'nin sadece akının n. harmoniği tarafından endüklenebildiği ortaya çıkar. Bu harmonik aşağıdaki şekildedir.

$$v_n=-\frac{2B_{on}\omega r}{a\,n}\sum_{k=1}^{K}N_k\sin(n\alpha_k)\sin(n\beta_k+\omega t+\psi_n)\frac{\sin n\varepsilon}{n\varepsilon}$$

Bu ifade açık halde yazılıp tepe değeri ($V_{on}$) hesaplanabilir.

$$V_{on}=-\frac{2B_{on}\omega r}{a\,n}\left[\left(\sum_{k=1}^{K}N_k\sin(n\alpha_k)\frac{\sin n\varepsilon}{n\varepsilon}\sin(n\beta_k)\right)^2+\left(\sum_{k=1}^{K}N_k\sin(n\alpha_k)\frac{\sin n\varepsilon}{n\varepsilon}\cos(n\beta_k)\right)^2\right]^{1/2}$$

Bir faz sargısının n. harmonik için sargı faktörü ($k_{wn}$), gerilimin gerçek değerinin hesaplanan değerine oranlanmasıyla belirlenebilir.

$$k_{wn}=\frac{V_{on}}{V'_{on}}$$

Bir bobindeki toplam sarım sayısı $\sum_{k=1} N_k$, toplam iletken sayısı $2\sum_{k=1}^{K} N_k$, paralel kol sayısı dikkate alındığı zaman $\frac{2}{a}\sum_{k=1}^{K} N_k$ olacaktır. Bu durumda $V'_{\omega n}$ şu şekilde yazılır.

$$V'_{\omega n} = B_{\omega n}\left(\frac{\omega}{n}\right) r \, \frac{2}{a}\sum_{k=1}^{K} N_k = 2\frac{B_{\omega n}\,\omega r}{a n}\sum_{k=1}^{K} N_k$$

En son olarak, elde edilenler yerine konulur ve ilgili harmoniğin sargı faktörü hesaplanabilir.

$$k_{\omega n} = \frac{1}{\sum_{k=1}^{K} N_k}\left[\left(\sum_{k=1}^{K} N_k \sin(n\alpha_k)\frac{\sin n\varepsilon}{n\varepsilon}\sin(n\beta_k)\right)^2 + \left(\sum_{k=1}^{K} N_k \sin(n\alpha_k)\frac{\sin n\varepsilon}{n\varepsilon}\cos(n\beta_k)\right)^2\right]^{1/2}$$

Yukarıdaki ifadelerde gözüken (sin nε/nε) terimi, kolaylıkla anlaşılacağı gibi, oluk faktörüne karşı düşmektedir. Oluk faktörünün ihmal edilebileceği durumlarda bu terim bire eşit alınabilir.

## 3.MATLAB DESTEKLİ ANALİZ

Yapılan çalışma Matlab programı altında işleyen bir yazılımdır. Daha önce de bahsedildiği gibi, programın çalışırken istediği giriş bilgileri incelenen sargının sargı şemasından kolaylıkla elde edilebilir. Bu giriş bilgileri yazılım tarafından sırayla sorularak istenilmektedir. Burada dikkat edilmesi gereken husus, verilerin [ ] şeklindeki parantez içinde her biri arasına boşluk konularak girilmesidir.

Koşturulan programın ekranında sırasıyla şu sorular sorulur:

*-Bir kutup altındaki oluk sayısını giriniz*

*-Hesap yapılacak en büyük harmoniği giriniz*

*-Bobinlerin sarım sayısını satır matris olarak giriniz*

*-Bobinlerin açısal genişliklerini derece olarak aynı sıra ile giriniz*

*-Bobinlerin eksenlerinin açılarını derece olarak aynı sıra ile giriniz*

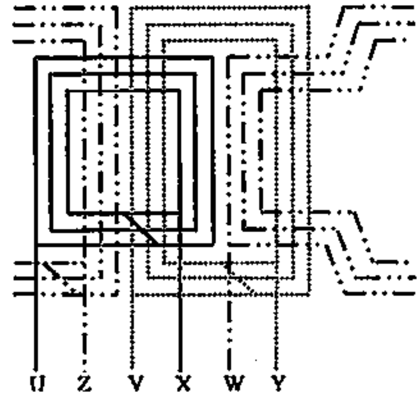
*-Oluk faktörü ihmal edilsin mi? (evet=1, hayır=0)*

*-Oluk genişliğini derece olarak giriniz*

Son soru oluk faktörünün ihmal edilmesi durumunda sorulmaz. Bütün bu sorulara cevap alan yazılım hesap işlemleri bitince duracaktır. Komut ekranında verilecek en son bilgi, ilgili harmoniğin derecesi ve bu harmoniğe ilişkin sargı faktörüdür. Sona eren program, 1 A için harmoniklerin konuma bağlı grafiklerini de çizerek kullanıcıya çözümü görsel olarak da sunmaktadır. Komut ekranından istenilen harmonik, istenilen konum aralığında çizdirilerek makinanın belirli bölgeleri de incelenebilir.

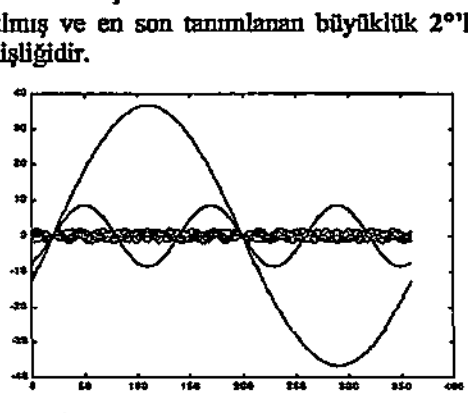
## 4. ANALİZ SONUÇLARI

Hazırlanan yazılımın performansını burada gösterebilmek için basit bir sargı ele alınmış ve bu sargı için sonuçlar elde edilmiştir. (Şekil 3)




Şekil 3 Örnek sargı şeması

Şemadan da görüldüğü üzere, bir kutup altında **6** oluk bulunmaktadır. Hesap yapılacak en büyük harmonik tamamen keyfi olarak **30** olarak seçilmiştir. Kullanılan sargı şemasında olukların düzgün dağılımlı olduğu ve her oluğunda 20 sarım yerleştirildiği düşünülmüştür. Bu durumda girilecek sarım sayısı matrisi **[20 20 20]** şeklindedir. İlk fazın ilk bobin yanını keyfi eksen olarak seçersek, oluklar düzgün dağılımlı olduğundan (her oluk arası 20°), verilmesi gereken bobin genişliği matrisi **[220 180 140]**, bobin eksenleri matrisi **[110 110 110]** olacaktır. Burada oluk faktörü hesaba katılmış ve en son tanımlanan büyüklük **2°**'lik oluk genişliğidir.



Şekil 4 İncelenen sargının bir faz sargısının 1 A için alan harmonikleri

Elde edilen harmonik spektrumu Şekil 4'te gösterilmiştir. Bu sargı için harmonik sargı faktörleri de aşağıdaki gibidir.

| Harmonik derecesi | Sargı faktörü | Harmonik derecesi | Sargı faktörü |
|---|---|---|---|
| 1 | 0.9596 | 16 | 0 |
| 2 | 0 | 17 | 0.9044 |
| 3 | 0.6654 | 18 | 0 |
| 4 | 0 | 19 | 0.8910 |
| 5 | 0.2165 | 20 | 0 |
| 6 | 0 | 21 | 0.6085 |
| 7 | 0.1756 | 22 | 0 |
| 8 | 0 | 23 | 0.1949 |
| 9 | 0.3279 | 24 | 0 |
| 10 | 0 | 25 | 0.1557 |
| 11 | 0.1730 | 26 | 0 |
| 12 | 0 | 27 | 0.2861 |
| 13 | 0.2102 | 28 | 0 |
| 14 | 0 | 29 | 0.1486 |
| 15 | 0.6366 | 30 | 0 |

Tablo 1 İncelenen sargının harmonik sargı faktörleri

## 5.SONUÇ

Bu çalışmada, alternatif akım makinalarının hava aralığı mmk'sının elle matematiksel yöntemler kullanılarak incelenmesinin uzun ve sıkıcı olmalarından dolayı tercih edilmedikleri vurgulanmıştır. Basitleştirilmiş, fakat yine işlem yükü fazla olan bilinen bir metot açıklanmıştır. Bu metoda akıcı bir bakış açısı kazandırmak için Matlab altında çalışan bir yazılım gerçeklenmiştir. Bu sayede, yöntem her ne kadar diğerlerine göre basit de olsa, insan faktörü, işlem yükü ve hata riski ortadan kaldırılmıştır. Açıklanan algoritma ile verilen matematiksel bilgiler örnek bir sargı için çözümlenmiş ve ilgili harmonikler ile harmonik sargı faktörleri sunulmuştur. Bu sayede, bir sargının ilk bakışta kalitesini ortaya koyan sargı faktörü çok kolay ve hızlı bir şekilde elde edilmiştir. Faz sargısı içinde sarım sayılarının eşit ve oluk konumlarının düzgün dağılımlı olmadığı durumlarda da çalışması yazılımın işlerliğinin göstergesidir.

## REFERENCES


[1] Kocabaş D.A., Elektrik Makinalarında Uzay Harmoniklerinin Uzay Fazörleri ile Bilgisayar Destekli Analizi, Yüksek Lisans Tezi, 1997

[2] Mergen A.F., Harmonics in Electrical Machines, Lecture Text, 1994

[3] Boduroğlu T., Elektrik Makinaları Dersleri, Cilt 2, Kısım 1, Döner Alternatif Akım Makinalarına Giriş, 1964

[4] Heiles F. (Çeviren:Ünalan E), Elektrik Makinalarının Sargıları ve Bunların Yapılması, 1977

[5] Burbidge R.F., A Rapid Method Of Analysing The Mmf Wave Of A Single Or Polyphase Winding, Proc. IEE, 1958, 105 C, pp 307-311

[6] Brosan G.S. & Hayden J.T., Advanced Electrical Power And Machines, 1966

[7] Güzelbeyoğlu N., Elektrik Makinaları 1-2, İTÜ, 1992

[8] Stepina J., Matrix Analysis of Space Harmonics of Asymmetrical Stator Windings, Proc. IEE Vol. 134, Pt.B, No.4, 1987

[9] Fitzgerald A.E. & Kingsley C., Electric Machinery, An Integrated Treatment of AC and DC Machines, 1952

[10] Charles S.S., Alternating Current Armature Windings (Theory, Practice & Design), 1951