

FDTD Tekniği İçin Yeni Bir Alt Izgaralama Algoritması

A Novel Subgridding Algorithm For FDTD Technique

Yavuz EROL¹, Hasan H. BALIK²

¹ Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
Fırat Üniversitesi
yerol@firat.edu.tr

² Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü
Beykent Üniversitesi
hasanbalik@gmail.com

Özet

Bu çalışmada zamanda sonlu farklar metodu (FDTD) için yeni bir alt ızgaralama algoritması geliştirilmiştir. Büyük ve küçük ızgara ara yüzündeki alan bileşenlerinin hesabı için zamanda ve konumda interpolasyon teknikleri kullanılmıştır. Alt ızgaralama modellemesi tek boyutlu durum için yapılmıştır. Geliştirilen teknikler ile fazladan bilgisayar kaynaklarına ihtiyaç olmadan FDTD metodunun doğruluğunu ve verimliliğini iyileştirmek mümkün olmaktadır.

Abstract

In this study, a novel subgridding algorithm has been developed for Finite Difference Time Domain Method. At the interface between coarse and fine grid, interpolation method has been employed to calculate field components. Subgridding modelling have been used for one-dimensional FDTD model. By developed method in this thesis, accuracy has been improved without requiring more computer resources.

1. Giriş

Kane Yee [1] tarafından ortaya atılan FDTD yöntemi, güçlü bir sayısal teknik olup, pek çok elektromanyetik problemin çözümünde başarıyla uygulanmaktadır [2]. İletken, dielektrik ve doğrusal olmayan kayıplı malzemelerde elektromanyetik dalga yayılımının analizi [3-6], dalga kılavuzu modelleme [7], düzlemsel mikrodalga devre ve mikroserit filtre analizi [8], aktif ve pasif anten modellemesi [9-10] gibi uygulama alanları vardır.

FDTD yöntemi temel olarak Maxwell denklemlerinin doğrudan zaman bölgesinde çözümünü sağlar.

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \times \vec{E} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \vec{\nabla} \times \vec{H} - \frac{\sigma}{\epsilon} \vec{E} \quad (2)$$

Merkezi sonlu farklar yaklaşımı kullanılarak denklem 1 ve 2'deki rotasyonel bağıntıları zamana ve konuma göre ayrıştırılır. Elektrik ve manyetik alan bileşenlerine ait ayrıştırılmış denklemler bilgisayar ortamında iteratif olarak çözülerek modellenen yapının zaman cevabı elde edilir. Şekil 1'deki blok diyagramdan görüldüğü gibi, zaman cevabının hızlı Fourier dönüşümü alınarak geniş bir aralıkta yapının frekans cevabını elde etmek de mümkündür [11].



Şekil 1: FDTD ile zaman ve frekans cevabının elde edilmesi

FDTD hücrelerinin dikdörtgen şeklindeki yapısı nedeniyle silindirik ya da küresel geometrilere basamak etkisi oluşur ve eğrisel yapıya sahip yüzeyler ancak yaklaşık olarak modellenebilir [12]. Standart FDTD simülasyonunda hata miktarını azaltmak için hesap uzayının tamamında hücre boyutu küçültülebilir. Fakat hücre boyutunun küçültülmesi, problem uzayı içerisindeki toplam hücre sayısını çok fazla artırır. Courant kararlılık kriterini sağlamak için zaman adımını da küçültmek gerektiğinden simülasyon süresi önemli derecede uzar. Tamamen küçük ızgaralama ile modelleme yapılması, fazla bilgisayar kaynakları gerektirdiği ve aşırı hesap yükü oluşturduğu için pratik değildir [13]. Alt ızgaralama yaklaşımı ile bu sorunun üstesinden gelmek mümkündür. Kararlı bir alt ızgaralama algoritması üretilmesi, FDTD metoduna çok kullanışlı bir özellik katılması anlamına gelir. Çünkü sadece yerel bir bölgede küçük ızgaralama yapılmakta ve hesap karmaşıklığı çok fazla artmadan, sonuçların iyileştirilmesi mümkün hale gelmektedir. Bu sayede hafıza ihtiyacı ve simülasyon zamanı önemli ölçüde azalmakta ve verimlilik yükselmektedir [11].

Bu yayında zamanda sonlu farklar metodu (FDTD) için yeni bir alt ızgaralama algoritması sunulmuştur. Büyük ve küçük ızgara ara yüzündeki alan bileşenlerinin hesabı için hem zamanda hem de konumda interpolasyon teknikleri kullanılmıştır. Geliştirilen 23 adımlı hesap algoritması ile fazladan bilgisayar kaynaklarına ihtiyaç olmadan FDTD

metodunun doğruluğunu ve verimliliğini iyileştirmek mümkün olmaktadır.

2. Alt Izgaralama Teknikleri

Alt ızgaralamanın temel fikri, büyük ve küçük ızgaralama ara yüzünde yer alan hücrelerdeki hatalı alan değerlerini tahmin etmek için ana ızgara üzerindeki bilinen alan değerlerini interpolasyon veya ekstrapolasyon (dış değerleme) işlemine tabi tutmaktır. Ardından alt ızgara yapılan kısımdaki alan değerlerini kullanarak ana ızgaraya yakın noktadaki alan değerlerini güncellemektir. Ana ızgaradan alt ızgaraya olan geçişin yumuşak bir şekilde olması için çeşitli yöntemler kullanılabilir [13]. Alt ızgaralama tekniğindeki asıl sorun, simülasyonun ilerleyen zamanlarında ortaya çıkan kararsızlık sorunudur. Diğer önemli bir nokta da doğruluktur [11]. Alt ızgaralama konusundaki ilk yayın 1981 yılında yayınlanmıştır [14]. Aradan geçen süre boyunca FDTD literatürüne onlarca yeni algoritma katılmıştır.

Bu tekniklerin en önemli aşaması büyük ve küçük ızgaralar arasındaki bağlantının doğru şekilde sağlanmasıdır. Bazı araştırmacılar büyük ve küçük ızgaralar arasındaki sınırdaki alan bileşenlerini hesaplamak için zamanda ve konumda lineer interpolasyon tekniğini kullanmıştır [15-17]. Monk, parça parça sabit interpolasyon tekniğini kullanarak alt ızgaralamanın hata analizini yapmıştır [18]. Zivanoviç ve arkadaşları ızgara sınırındaki alanları elde etmek için dalga denkleminin ayrıştırılmış formunu kullanmıştır [19]. Prescott ve Shuley, Zivanoviç'in uyguladığı tekniği geliştirecek ilaveler yapmıştır [20]. 1997 yılında White ve arkadaşları [21], bu tekniğin 3 boyutlu problemlere uygulanması ile ilgili ayrıntılı bir çalışma yapmıştır. Aynı yıl, Okoniewski ve arkadaşları sınırdaki alanları elde etmek için konuma ve zamana bağlı interpolasyon ile zamana bağlı ekstrapolasyon kullanan bir alt ızgaralama tekniği sunmuştur [22]. Chevalier ve arkadaşları büyük ve küçük ızgara arasındaki sınırdaki manyetik olmayan veya mükemmel iletken malzeme olması durumunu incelemişlerdir [23]. Farklı bir alt ızgaralama tekniği ise Kunz ve Simpson tarafından ortaya atılmıştır [24]. Bu teknikte iki ayrı hesaplama işlemi yapılmaktadır. İlkinde problem uzayının tamamında büyük ızgaralama durumu için hesap yapılırken, ikincisinde sadece küçük ızgaralama bölgesinde hesap yapılmaktadır. Sınırdaki alan değerleri, büyük ızgaralama simülasyonunda hesaplanan değerler kullanılarak elde edilmektedir. Yee'nin çalışmasının ardından [25], Umashankar ve arkadaşları [26] ile Taflov ve arkadaşları [27] alt-hücrel (sub-cellular) tekniği için uygun güncelleme denklemleri türetmişlerdir. Bu denklemler Faraday yasasının diferansiyel formu yerine integral formundan elde edilmiştir.

3. Geliştirilen Alt Izgaralama Tekniği

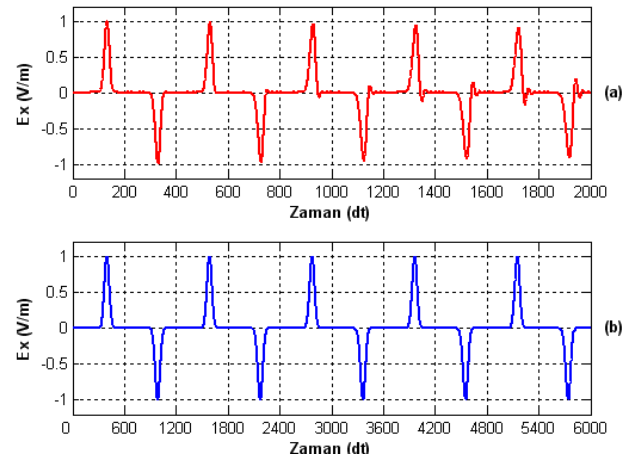
Bu yayında FDTD metodunun doğruluğunu ve verimliliğini iyileştiren bir alt ızgaralama algoritması sunulmuştur. Büyük ve küçük ızgara ara yüzündeki alan bileşenlerinin hesabı için zamanda ve konumda interpolasyon teknikleri kullanılarak 23 adımlı yeni bir hesap algoritması geliştirilmiştir. Geliştirilen alt ızgaralama algoritmasının sağladığı avantajları daha iyi görebilmek için öncelikle tamamen büyük ve tamamen küçük ızgaralamadan oluşan iki ayrı simülasyon yapılmıştır. Bu iki simülasyonun ardından alt ızgaralama modellemesi gerçekleştirilmiş ve geliştirilen metodun hangi düzeyde

doğruluğa sahip olduğu karşılaştırmalı olarak gösterilmiştir. Karşılaştırma yapılırken simülasyonların işleme süresi, hafıza gereksinimleri, alan çözünürlükleri ve doğrulukları dikkate alınmıştır.

3.1. Büyük ve Küçük Izgaralama Simülasyonları

Doğrusal, yön bağımsız ve kayıpsız bir ortamda tek boyutlu standart FDTD simülasyonu için 200 adet büyük hücre kullanılmıştır. Hücre boyu (Δz_b), dalga boyunun 10'da birine eşit seçilmiştir. Zaman adımı ise Courant kararlılık kriteri dikkate alınarak $\Delta t_b = \Delta z_b / 2c$ seçilmiştir. $\exp(-(t-t_0)^2/T^2)$ formundaki Gauss darbesi, tek boyutlu yapının merkezindeki elektrik alan bileşenine uygulanmış ve 50 nolu gözlem noktasından 2000 zaman adımı boyunca elektrik alan bileşeninin değerleri kaydedilmiştir. Küçük ızgaralama yapılan tek boyutlu simülasyonda ise hücre boyutu 3 kat azaltılmıştır. Yani Δz_k değeri Δz_b değerinin üçte birine eşittir. Bu durumda tek boyutlu yapıdaki toplam hücre sayısı 600 olmaktadır. Kararsızlığa neden olmamak için zaman adımı 3 kat küçültülmüştür. Sonuçların büyük ızgaralama simülasyonu ile karşılaştırılabilmesi için, küçük ızgaralamaya ait simülasyon süresi 3 kat uzun tutulmuştur. Gauss darbesi, tek boyutlu yapının merkezindeki elektrik alan bileşenine uygulanmış ve 148 nolu gözlem noktasından 6000 zaman adımı boyunca elektrik alan bileşeninin değerleri kaydedilmiştir.

Şekil 2'de büyük ve küçük ızgaralama yapılan simülasyonlar için elektrik alan bileşeninin zamana bağlı değişimi görülmektedir.

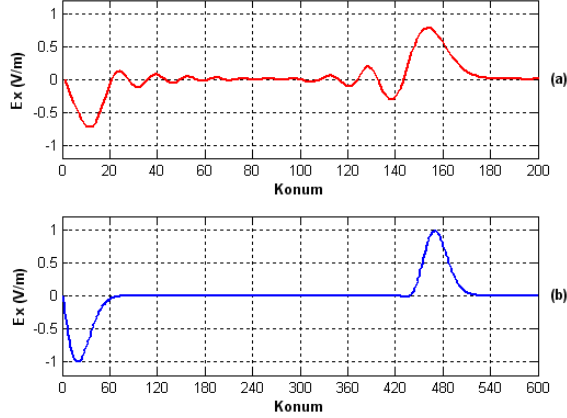


Şekil 2: E_x 'in zamana bağlı değişimi
(a) Tamamen büyük (b) Tamamen küçük ızgaralama

Şekil 2a'dan açıkça görüldüğü gibi, 1000 zaman adımından sonra, sinyalin dalga şeklinde bozulmalar ortaya çıkmaktadır. Ayrıca, zaman ilerledikçe sinyal genliğinde bir düşüş gözlenmektedir. Bu durumlar, simülasyonda büyük ızgaralama kullanılmasından ve merkezi sonlu farklar yaklaşımı yapılırken ortaya çıkan sayısal hatalardan kaynaklanmaktadır. Şekil 2b'deki simülasyon sonuçları incelendiğinde, 6000 zaman adımı süresince sinyalin dalga şeklinde herhangi bir bozulma oluşmadığı görülmektedir. Simülasyon doğruluğunun artmasının nedeni, hücre boyunun, dalga boyunun 30'da biri kadar küçük seçilmiş olmasıdır. Zaman adımının da 3 kat küçük seçilmesi sayesinde büyük

ızgaralama simülasyonunda görülen olumsuz durumlar gözlenmemiştir.

Alan bileşeninin konuma bağlı değişimi ise Şekil 3'de görülmektedir. Büyük ızgaralama durumuna ait FDTD simülasyonu 5000 zaman adımı boyunca çalıştırıldıktan sonra elektrik alanının x bileşeninin konuma bağlı değişimi çizdirilmiştir. Küçük ızgaralama simülasyonu ise 15000 zaman adımı boyunca çalıştırılmıştır. Simülasyon süresi, tek boyutlu yapının her iki ucundaki sınırlardan çok sayıda yansıma meydana gelecek kadar uzun seçilmiştir.



Şekil 3: E_x 'in konuma bağlı değişimi

(a) Tamamen büyük (b) Tamamen küçük ızgaralama

Şekil 3a'daki konuma bağlı değişim incelendiğinde, belirgin şekilde osilasyonlar oluştuğu ve sinyalin Gauss darbesi formundan uzaklaştığı görülmektedir. Şekil 3b'de ise daha düzgün bir sinyal elde edildiği ve 15000 zaman adımı sonrasında bile herhangi bir osilasyon oluşmadığı açıkça görülmektedir. Bu sonuçlara göre, FDTD simülasyonunda tamamen büyük ızgara kullanılmasının doğruluk ve alan çözünürlüğü açısından yetersiz kaldığı söylenebilir. Küçük ızgara kullanılması ise doğruluğu oldukça iyileştirmekte ve alan çözünürlüğünü artırmaktadır.

Gerçekleştirilen tek boyutlu standart FDTD simülasyonlarının, bilgisayar belleğinde ne kadar yer işgal ettiği Tablo 1'de görülmektedir. MATLAB programı, "double" olarak seçilen her bir değişken için bellekte 8 byte'lık bir yer ayırmaktadır. Tabloda sadece elektrik ve manyetik alanla ilgili tek boyutlu birer dizi ile gözlem yapılan değerleri hafızada saklayan bir değişken dikkate alınmıştır.

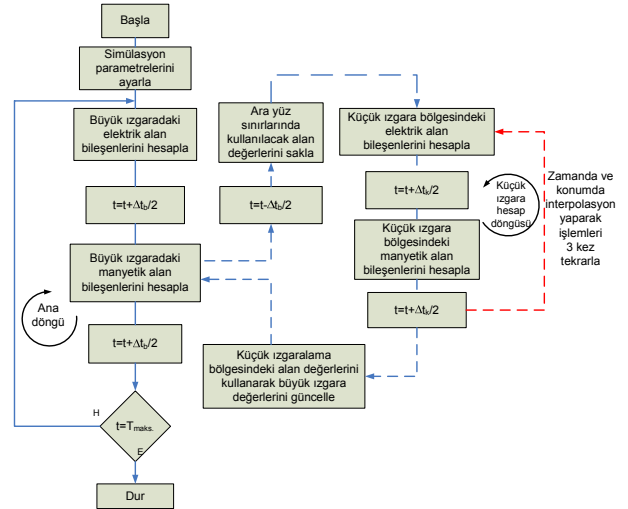
Tablo 1: Değişkenlerin bellekte işgal ettikleri alan

	Değişken adı	Dizi boyutu	İşgal edilen alan (byte)	Toplam
Büyük ızgaralama	E_{xb} dizisi	1x201	1608	1x5401 byte
	H_{yb} dizisi	1x200	1600	
	Gözlem	1x5000	40000	
Küçük ızgaralama	E_{xb} dizisi	1x601	4808	1x16201 byte
	H_{yb} dizisi	1x600	4800	
	Gözlem	1x15000	120000	

Tablo 1'deki sonuçlardan görüldüğü gibi tamamen büyük ızgaralama için bellekte yaklaşık 42 kB'lık yer ayrılmıştır. Tamamen küçük ızgaralama simülasyonu için 126.5 kB'lık yer ayrılmış olup bu değer öncekinin 3 katıdır. 5000 zaman adımı boyunca gerçekleştirilen simülasyonun CPU tarafından işleme süresi büyük ızgaralama durumu için 1.2 saniyedir. Bu süre, Pentium 4 Celeron 2.4 GHz işlemcili, 480 MB RAM'e sahip bir bilgisayar için elde edilmiştir. 15000 zaman adımı boyunca gerçekleştirilen simülasyonun CPU tarafından işleme süresi küçük ızgaralama durumu için 10 saniye civarındadır. Bu süre, büyük ızgaralama yapılan simülasyona göre 8 kat daha uzundur.

3.2. Geliştirilen Alt ızgaralama Tekniği İle FDTD Simülasyonu

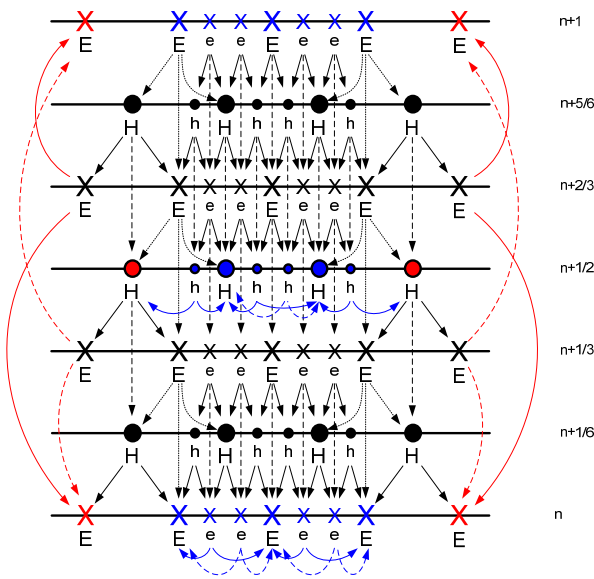
Alt ızgaralama tekniği kullanılarak yapılan simülasyon sayesinde küçük ızgara simülasyonunun doğruluğuna ve büyük ızgara simülasyonunun hızına yakın sonuçlar elde edilmesi hedeflenmektedir. Simülasyon için 200 adet büyük hücreden oluşan tek boyutlu yapı dikkate alınmıştır. Yapının 50 ile 150 nolu hücreleri arasında küçük ızgaralama yapılmış, geri kalan kısımda büyük ızgaralama kullanılmıştır. Büyük hücre boyutunun küçük hücre boyutuna oranı 3'dür. FDTD hesap uzayının $100\Delta z_b$ kadarlık bölümünde 300 adet küçük hücre bulunmaktadır. Büyük ve küçük ızgara ara yüzündeki alan değerleri ortaktır. Örneğin, büyük ızgaradaki 50 ve 150 nolu hücreler, sırasıyla küçük ızgaradaki 0 ve 300 nolu hücreler ile çakışmaktadır. Alt ızgaralama tekniğine ait genel akış diyagramı Şekil 4'de görülmektedir.



Şekil 4: Alt ızgaralama için akış diyagramı

Akış diyagramında iki adet hesap döngüsü bulunmaktadır. Ana döngü bir kez çalıştığında küçük hesap döngüsü 3 kez çalışmaktadır. Simülasyon ilk başlatıldığında büyük ızgaralara bölünmüş hesap uzayının tamamında elektrik ve manyetik alan değerleri hesaplanmaktadır. Bu hesaplamalar arasında yarım zaman adımı fark bulunmaktadır. Ardından, simülasyon zamanı bir adım geri alınarak alt ızgaralama simülasyonuna geçilmektedir. Bu simülasyonda sadece küçük ızgaralara bölünmüş kısımdaki alan değerleri ve ara yüz sınırındaki değerler hesaplanmaktadır. İşlemlerin tamamlanması için hesap

Geliştirilen alt ızgaralama algoritmasının temel hesap mantığı Şekil 5’de verilmiştir.



Şekil 5: Alt ızgaralama hesap mantığı

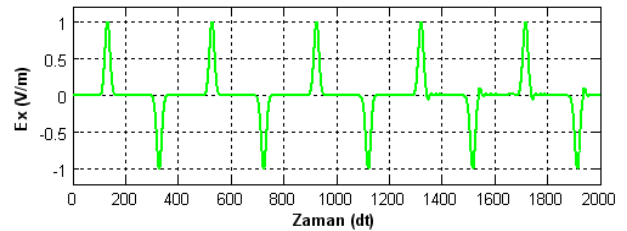
Şekil 5 dikkatle incelendiğinde, bazı alan değerlerinin standart FDTD mantığı ile hesaplandığı, bazılarının da zamanda ve konumda interpolasyon yapılarak elde edildiği görülmektedir. Örneğin n anındaki e değerleri, büyük ızgaraya ait E değerleri kullanılarak konumda interpolasyon yapılarak elde edilmektedir. Benzer şekilde $n+1/2$ anındaki h değerleri, büyük ızgaraya ait H değerlerinden konumda interpolasyon yapılarak hesaplanmaktadır. Ara yüz sınırında yer alan E değerleri için zamanda interpolasyon işlemi uygulanmaktadır.

Geliştirilen 23 adımlı alt ızgaralama algoritması aşağıdaki gibidir.

1. Simülasyon parametrelerini ayarla
2. Bütün alan bileşenlerini başlangıçta sıfırına eşitle
3. Büyük ızgaradaki manyetik alan değerlerini hesapla
(alt ızgaralama yapılacak bölgenin her iki ucundaki manyetik alan değerlerini sakla)
4. Büyük ızgaradaki elektrik alan değerlerini hesapla
5. Zaman adımını Δt_b kadar artır
6. Gauss darbesini uygula
7. Büyük ızgaradaki manyetik alan değerlerini hesapla
8. Alt ızgaralama bölgesine denk gelen elektrik ve manyetik alan değerlerini geçici bir dizide sakla

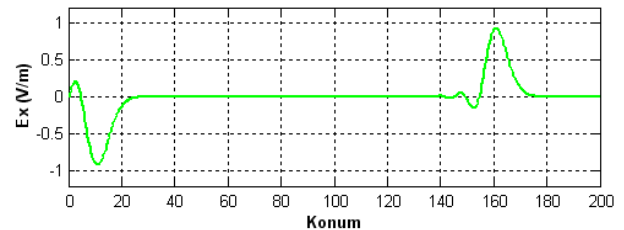
9. Zaman adımını bir adım geri al
10. Konumda interpolasyon yaparak alt ızgaralama bölgesinde e değerlerini hesapla
11. $n+1/6$ anındaki h manyetik alan değerlerini standart FDTD ile hesapla
12. Zaman adımını Δt_k kadar arttır
13. $n+1/3$ anındaki e elektrik alan değerlerini standart FDTD ile hesapla
14. Konumda interpolasyon yaparak alt ızgaralama bölgesindeki h değerlerini hesapla
15. Zaman adımını Δt_k kadar arttır
16. $n+2/3$ anındaki e elektrik alan değerlerini standart FDTD ile hesapla
17. $n+5/6$ anındaki h manyetik alan değerlerini standart FDTD ile hesapla
18. Zaman adımını Δt_k kadar arttır
19. $n+1$ anındaki e elektrik alan değerlerini standart FDTD ile hesapla
20. h değerlerini kullanarak hatalı hesaplanmış H değerlerini güncelle
21. $n+1$ anındaki E elektrik alan değerlerini standart FDTD ile hesapla
22. e değerlerini kullanarak hatalı hesaplanmış E değerlerini güncelle
23. 5. adıma dön ve simülasyon süresi tamamlanıncaya kadar işlemleri tekrarla

Şekil 6’da, geliştirilen alt ızgaralama algoritmasına ait simülasyon sonucu görülmektedir.



Şekil 6: Alt ızgaralama için E_x 'in zamana bağlı değişimi

Simülasyon sonuçlarına göre, sinyalin dalga şeklinde pek fazla bozulma olmadığı ve küçük ızgaralama simülasyonuna yakın bir zaman cevabının elde edildiği görülmektedir. Elektrik alan bileşeninin konuma bağlı değişimi ise Şekil 7'deki gibidir.



Şekil 7: Alt ızgaralama için E_x 'in konuma bağlı değişimi

Elde edilen simülasyon sonuçlarına göre, geliştirilen alt ızaralama algoritmasının kabul edilebilir bir seviyede doğruluğa sahip olduğu söylenebilir. Gerçekleştirilen tek boyutlu alt ızaralama simülasyonu için bilgisayar belleğinde işgal edilen alan Tablo 2’de listelenmiştir.

Tablo 2: Değişkenlerin bellekte işgal ettikleri alan (alt ızgaralama)

Değişken adı	Dizi boyutu	İşgal edilen alan (byte)
E _{xb} dizisi	1x201	1608
H _{yb} dizisi	1x200	1600
E _{xk} dizisi	1x301	2408
H _{yk} dizisi	1x300	2400
E _{xb} için geçici dizi	1x101	808
H _{yb} için geçici dizi	1x100	800
Gözlem	1x5000	40000
Toplam :	6203	49624 byte

Tablodaki değerlerden görüldüğü gibi, alt ızgaralama için bellekte işgal edilen alan, küçük ızgaralama simülasyonuna göre oldukça düşük seviyededir. 5000 zaman adımı için simülasyonun 3.8 saniye sürdüğü de göz önüne alınırsa, geliştirilen algoritmanın verimli olduğu anlaşılmaktadır.

4. Sonuçlar

Bu çalışmada zamanda sonlu farklar metodu (FDTD) için yeni bir alt ızgaralama algoritması geliştirilmiştir. Büyük ve küçük ızgara ara yüzündeki alan bileşenlerinin hesabı için zamanda ve konumda interpolasyon teknikleri kullanılmıştır. Alt ızgaralama modellemesi tek boyutlu durum için yapılmıştır. Geliştirilen alt ızgaralama tekniğinin büyük ızgaralama simülasyonunun hızına ve küçük ızgaralama simülasyonunun doğruluğuna sahip olduğu gösterilmiştir. Önerilen alt ızgaralama algoritması, fazladan bilgisayar kaynaklarına ihtiyaç olmadan FDTD metodunun doğruluğunu ve verimliliğini iyileştirmektedir.

5. Kaynaklar

[1] Yee, K.S., 1966, Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol.14, no.3, 302-307.
[2] Shlager, K.L. and Schneider, J.B., 1999, A survey of the finite-difference time-domain literature, 1-26.
[3] Zhao, Y., Belov, P. A., Hao, Y., 2007, Modelling of Wave Propagation in Wire Media Using Spatially Dispersive Finite-Difference Time-Domain Method: Numerical Aspects, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol.55, no.6, 1506-1513.
[4] Kong, S.C., Simpson, J.J., Backman, V., 2008, ADE-FDTD Scattered-Field Formulation for Dispersive Materials, IEEE Microwave and Wireless Letters, vol.18, no.1, 4-6.
[5] Weiming, F., Tan, E.L., 2007, Stability and Dispersion Analysis for ADI-FDTD Method in Lossy Media, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol.55, no.4, 1095-1102.
[6] Wang, S., Shao, Z., Wen, G., 2007, A Modified High Order FDTD Method Based on Wave Equation, IEEE Microwave and Wireless Components Letters, vol.17, no.5, 316-318.
[7] Xu, F., Wu, K., Hong, W., 2007, Finite-Difference Time-Domain Modeling of Periodic Guided-Wave Structures and Its Application to the Analysis of Substrate Integrated Nonradiative Dielectric Waveguide, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol.55, no.12, 2502-2511.

[8] Sounas, D.L., Kantartzis, N.V., Tsioukakis, T.D., 2006, Optimized ADI-FDTD analysis of circularly polarized microstrip and dielectric resonator antennas, IEEE Microwave and Wireless Components Letters, vol.16, no.2, 63-65.
[9] RongLin, L., DeJean, G., Tentzeris, M.M., Papapolymerou, J., Laskar, J., 2004, FDTD analysis of patch antennas on high dielectric-constant substrates surrounded by a soft-and-hard surface, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 40, no.2, 1444-1447.
[10] Xu, L., Hagness, S.C., Choi, M.K., van der Weide, D.W., 2003, Numerical and experimental investigation of an ultrawideband ridged pyramidal horn antenna with curved launching plane for pulse radiation, IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, vol.2, no.1, 259-262.
[11] Kunz, K.S. and Luebbers, R.J., 1993, *The Finite-Difference Time-Domain Method for Electromagnetics*, CRC Press, Boca Raton, FL., 448p.
[12] Min, Y., Kil, B., Lee, S., 2001, A novel contour-path finite-difference time-domain (CPFDTD) algorithm for modeling objects with curved surfaces, Microwave and Optical Technology Letters, vol. 28, no. 4, 285-287.
[13] Xiao, K., Pommerenke, D.J., Drewniak, J.L., 2004, A three-dimensional FDTD subgridding algorithm based on interpolation of current density, International Symposium on Electromagnetic Compatibility EMC 2004 (9-13 Aug. 2004), vol.1, 118- 123.
[14] Holland, R. and Simpson, L., 1981, Finite-difference analysis EMP coupling to thin struts and wires, IEEE Trans. Electromagn. Compat., EMC-23(2), 88-97.
[15] Yee, K. S., 1987, A subgridding method for the finite difference time domain algorithm to solve Maxwell's equations,, Tech. Rep. UCRL-96772, Lawrence Livermore National Laboratory.
[16] Kasher, J. C. and Yee, K. S., 1987, A numerical example of a 2-D scattering problem using a subgrid, Applied Comp. Electromag. Soc. J. and Newsletter, vol. 2, no. 2, 75-102.
[17] Kim, I. S. and Hoefer, W. J. R., 1990, A local mesh refinement algorithm for the time domain-finite difference method using Maxwell's curl equations, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 38, 812-815.
[18] Monk, P., 1996, Sub-gridding FDTD schemes, ACES Journal, vol.11, no.1, 37-46.
[19] Zivanovic, S. S., Yee, K. S., Mei, K. K., 1991, A subgridding method for the time-domain finite-difference method to solve Maxwell's equations, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 39, 471-479.
[20] Prescott, D. T. and Shuley, N. V., 1992, A method for incorporating different sized cells into the finite-difference time-domain analysis technique, IEEE Microwave Guided Wave Lett., vol. 2, 434-436.
[21] White, M. J. and Iskander, M. F., 1997, Development of a multigrid FDTD code for three dimensional applications, IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 45, 1512-1517.
[22] Okoniewski, M., Okoniewska, E., Stuchly, M. A., 1997, Three-dimensional subgridding algorithm for FDTD, IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 45, 422-429.
[23] Chevalier, M. W., Luebbers, R. J., Cable, V. P., 1997, FDTD local grid with material traverse, IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 45, pp. 411-421.
[24] Kunz, K. S. and Simpson, L., 1981, A technique for increasing the resolution of finite-difference solutions of the Maxwell's equation, IEEE Trans. Electromagn. Compat., vol. EMC-23, 419-422.
[25] Yee, K. S., 1987, Numerical solution to Maxwell's equations with non-orthogonal grids, Tech Rep. UCRL-93268, Lawrence Livermore National Laboratory.
[26] Umashankar, K. R., Taflove, A., Beker, B., 1987, Calculation and experimental validation of induced currents on coupled wires in an arbitrary shaped cavity, IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 35, 1248-1257.
[27] Taflove, A., Umashankar, K. R., Beker, B., Harfoush, F., Yee, K. S., 1988, Detailed FD-TD analysis of electromagnetic fields penetrating narrow slots and lapped joints in thick conducting screens, IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 36, 247-257.