

ASILI SARKAÇ KONUM KONTROLÜ BENZETİMİ

Saadettin AKSOY¹

Ahmet KÜÇÜKER²

^{1,2}Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü

Sakarya Üniversitesi, Sakarya

¹e-posta: saksoy@sakarya.edu.tr

²e-posta: kucuker@sakarya.edu.tr

Özetçe

Bu çalışmada asılı sarkaç sistemin benzetim ortamında modellenmesi, bu model üzerinde PID ve Model Esaslı Adaptif Kontrol metodlarının uygulanması amaçlanmaktadır. Ağırlık dağılımının salınım periyoduna etkileri benzetim ortamında incelenerek asılı sarkacın istenen açılarda tutulması gözlenmiştir. Çalışmanın sonunda sistemin kontrolçülü ve kontrolçüsüz davranışları incelenmiştir.

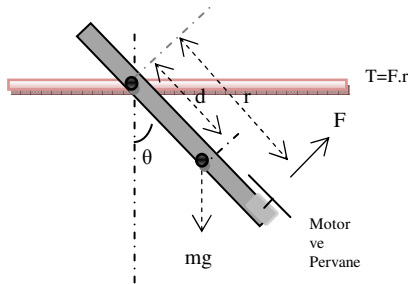
1. Giriş

Asılı sarkaç sistemi geçmişten günümüze bir çok alanda hayatımızı kolaylaştırmıştır. Sismik ölçüm cihazlarının, metronom araçlarının, sarkaç saatlerinin temel çalışma prensipleri bu sisteme dayanmaktadır. Protez bacakların modellenmesi ve protez bacak uygulamaları, mikro hava araçlarının kontrolü, çiftlik traktörleri, yelkenliler ve hatta eğlence sektörü olan lunaparklar da asılı sarkaç sistemin kontrolüne ihtiyaç duyulan alanlar arasında sıralanabilir [1,2].

Asılı sarkaç ileri düzey fizik eğitiminde standart bir konu olmasıyla beraber birçok laboratuvar programlarında da ele alınmaktadır[3]. Ağırlık merkezinin yeri ve atalet momenti parametrelerinin belirlenmesi karmaşık analizler gerektirir[4]. Bunun yanı sıra sadece açısal dinamikler yardımıyla belirlenebilen ve zor fark edilebilen ağırlık dağılımının etkilerinin kavranması da çok zordur. Asılı sarkaç sistemlerin kontrolü dönme momenti, atalet momenti, basit harmonik hareket gibi konuların anlaşılmasını sağlar[5].

Bu çalışmada asılı sarkaç sistemi için MATLAB/Simulink benzetim ortamında model oluşturulmuştur. Önce bu model için PID kontrol metodu, ardından Model Esaslı Adaptif Kontrol (MEAK) metodu PID kontrolcü ile birlikte uygulanarak asılı sarkacın istenilen açılarda konumlanması incelenmiştir.

2. Sistemin Modeli



Şekil 1: Asılı sarkaç sistemi

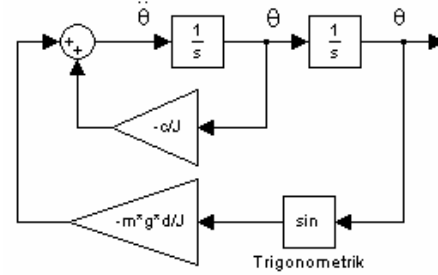
Şekil 1' deki asılı sarkaç sisteminin asıldığı noktaya göre Arşimed moment prensipleri esas alınarak moment kuralı uygulanırsa aşağıdaki eşitlik elde edilmiş olur.

$$j\ddot{\theta} + c\dot{\theta} + m_Lgd \sin \theta = T \quad (1)$$

Burada T motorun ucundaki pervanenin dönmesiyle oluşacak itme gücünü (Tork), θ ise kontrol etmek istediğimiz dönme açısını temsil etmektedir. (1) bağıntısının her iki yanı j ile bölünürse aşağıdaki biçime dönüşür.

$$\ddot{\theta} = \frac{c}{j}\dot{\theta} - \left(\frac{m_Lgd}{j}\right)\sin \theta \quad (2)$$

Bu bağıntıdan hareketle Şekil 2'de gösterilen asılı sarkaç sistemin simulink modeli oluşturulmuştur.

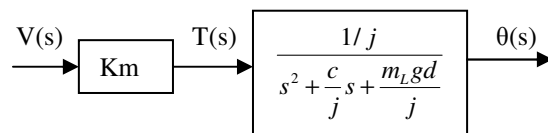


Şekil 2: Asılı sarkaç sistemin simulink modeli

Dönme açısını (θ) çıkış büyüklüğü, uygulanan momenti (τ) ise giriş büyüklüğü olarak göz önüne alırsak, sarkaç sistemi için gerekli transfer işlevi ;

$$\frac{\theta(s)}{T(s)} = \frac{1}{js^2 + cs + m_Lgd} \quad (3)$$

biçimde verilebilir. Sisteme ilişkin blok diyagramı ise Şekil 3'de verilmiştir.



Şekil 3: Sisteme ilişkin blok diyagramı

Motora belirli bir V gerilimi uygulanarak θ_{ss} açısı bulunur. Şekil 1'den anlaşılacağı üzere askı noktasına göre moment alındığında gerilim ile tork arasındaki ifade ;

$$Km = \frac{m_L g d \sin \theta_{ss}}{V} \quad (4)$$

bağıntısıyla ile verilebilir. Böylece (3) bağıntısıyla verilen transfer işlevi ;

$$\frac{\theta(s)}{V(s)} = \frac{Km / j}{s^2 + \frac{c}{j}s + \frac{m_L g d}{j}} \quad (5)$$

biçiminde yazılabilir.

Bu bağıntıda sistem parametreleri ;

$L=$ Çubuğun uzunluğu 0.5 m
 $m=$ Çubuğun ağırlığı 0.1kg
 $d=$ Askı noktasının ağırlık merkezine uzaklığı:0.017m
 $J=$ Atalet momenti :0.0021 kg.m²=(1/12)*(m*L*L+m*d*d);
 $g=$ Yerçekimi ivmesi 9.8 ms²
 $c=$ Viskoz sönümleme katsayısı 0.00035 Nms/Rad
 $Km=$ 0.004

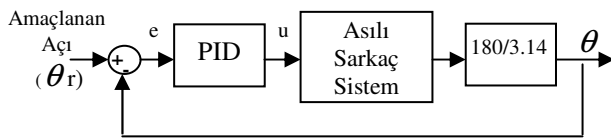
olarak seçilmiştir. Bu sayısal değerler (5) bağıntısına yerleştirilirse aşağıdaki transfer işlevi elde edilir.

$$\frac{\theta(s)}{V(s)} = \frac{1.9}{s^2 + 0.16s + 7.93} \quad (6)$$

3. PID Kontrol

Oransal, integral ve türevsel olmak üzere üç terim içeren PID kontrolcüler, endüstride yaygın olarak kullanılmaktadır. Kontrolcü çıkışı hata girişinin bir katsayı ile çarpımı, integrali ve türevinin toplamını verir[6]. Şekil 4'de sarkaç sistemin PID kontrolcülü blok diyagramı verilmiştir. Burada θ çıkış değişkeni derece olarak göz önüne alınmıştır. PID kontrolcü için aşağıdaki eşitlik yazılabilir.

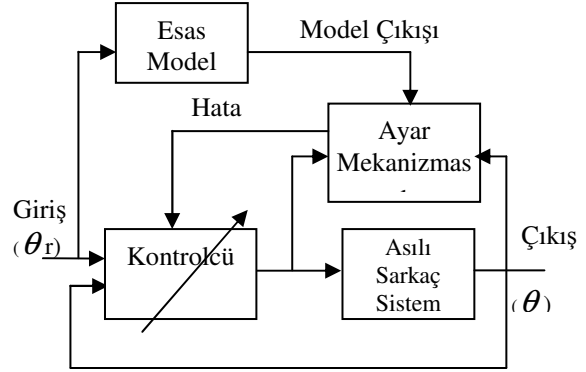
$$\frac{U(s)}{E(s)} = Kp + \frac{Ki}{s} + Kd.s \quad (7)$$



Şekil 4: PID kontrolcülü sistem blok diyagramı

4. Model Esaslı Adaptif Kontrol

MEAK (Model Esaslı Adaptif Kontrol) metodunda gerçek denetim sistemi ile karşılaştırmaya esas olarak bir matematiksel model kullanılır. Matematiksel model ile sisteme aynı girişi uygulanarak gerçek sistem ve esas alınan model sistem çıkışı arasındaki hata minimum olacak şekilde kontrolcü parametreleri ayarlanır. Yani sistem esas model davranışına zorlanır. Kontrolcünün performansı matematiksel modelin sistemi ne kadar yakından temsil ettiğine bağlıdır.



Şekil 5: MEAK Sistemin genel görünümü

MEAK kontrolcüsünün genel görünümü Şekil 5'de verilmiştir. Şekilden de görüldüğü gibi sistemde halen geri besleme döngüsü mevcuttur. Bu, uyarlamalı denetimde ortaya çıkabilecek bir arızanın sistemin çalışmasını durdurulmasını önlemek içindir. Gerçek sistem üzerine etki eden dış bozucular gerçek/model hata sinyalini değiştirecek ve uyarlamalı döngü yolu ile denetleyici ayarlarının yeniden ayarı için esas teşkil edecektir [7].

Literatürde çeşitli MEAK metotları mevcuttur. Asılı sarkaç sistemi için MIT (Massachusetts Institute of Technology) kuralı uygulanarak ayarlama mekanizmasının kazanç ayarı amaçlanmıştır.

Geleneksel MIT kuralı bir çeşit ayarlama mekanizmasıdır ve MEAK sistemlerinde istenilen matematiksel model ile sistemin çıkışının birbiriyle eşleşmesini sağlayacak kontrol parametrelerinin oluşturulmasını sağlar[8].

MIT kuralının üstünlükleri; işlevinin anlaşılır olması, uygulanabilir olması, mahsurları ise sistem modeline gereksinim duyulması ve kararlılık sorunları oluşmasıdır. Ancak MEAK, PD Kontrolör ile beraber kullanılarak kararlılık sorunu ortadan kaldırılabilir[9].

Asılı sarkaç sisteminde ;

- e :sistem çıkışıyla esas model çıkışı arasındaki fark (hata)
- y_s : Sistem çıkışı
- y_m : Model çıkışı
- G_s : Sistem transfer fonksiyonu
- G_m : Model transfer fonksiyonu
- J_0 : Amaç Fonksiyonu
- u_c : Sistem girişi

u : Parametre güncellemesi ve kontrol sonrası sisteme giriş değeri

θ_1 : Ayarlama Sistemi 1.açı çıkışı

θ_2 : Ayarlama Sistemi 2.açı çıkışı

γ : Ayarlama parametresi

olmak üzere sistem kontrolünde MEAK MIT kuralıyla uygulanırsa (8-22) denklemleri göz önüne alınarak Şekil 6'daki blok diyagramı elde edilir.

$$e = y_{sistem} - y_{model} \quad (8)$$

$$J(\theta) = \frac{1}{2} e^2(\theta) \quad (9)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \frac{\delta J}{\delta \theta} = -\gamma e \frac{\delta e}{\delta \theta} \quad (10)$$

$$u = \theta_1 u_c - \theta_2 y_s \quad (11)$$

$$e = y_s - y_m = G_s u - G_m u_c \quad (12)$$

$$y_s = G_s u = \left(\frac{1.9}{s^2 + 0.16s + 7.93} \right) (\theta_1 u_c - \theta_2 y_s) \quad (13)$$

$$y_s = \frac{1.9\theta_1}{s^2 + 0.16s + 7.93 + 1.9\theta_2} u_c \quad (14)$$

$$e = \frac{1.9\theta_1}{s^2 + 0.16s + 7.93 + 1.9\theta_2} u_c - G_m u_c \quad (15)$$

$$\frac{\partial e}{\partial \theta_1} = \frac{1.9}{s^2 + 0.16s + 7.93 + 1.9\theta_2} u_c \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial e}{\partial \theta_2} &= -\frac{1.9^2 \theta_1}{(s^2 + 0.16s + 7.93 + 1.9\theta_2)^2} u_c \\ &= -\frac{1.9\theta_1}{s^2 + 0.16s + 7.93 + 1.9\theta_2} y_s \end{aligned} \quad (17)$$

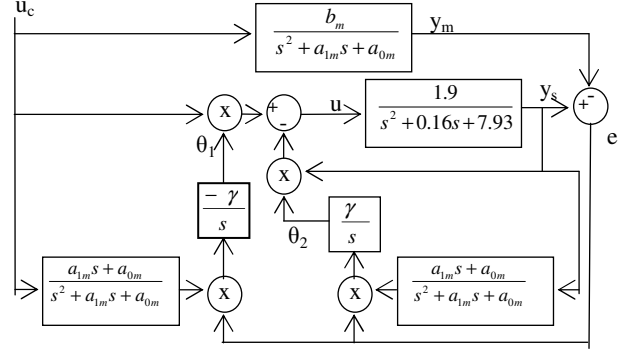
$$s^2 + 0.16s + 7.93 + 1.9\theta_2 \approx s^2 + a_{1m}s + a_{0m} \quad (18)$$

$$\frac{\partial e}{\partial \theta_1} = \frac{a_{1m}s + a_{0m}}{s^2 + a_{1m}s + a_{0m}} u_c \quad (19)$$

$$\frac{\partial e}{\partial \theta_2} = -\frac{a_{1m}s + a_{0m}}{s^2 + a_{1m}s + a_{0m}} y_s \quad (20)$$

$$\frac{d\theta_1}{dt} = -\gamma \frac{\partial e}{\partial \theta_1} e = -\gamma \left(\frac{a_{1m}s + a_{0m}}{s^2 + a_{1m}s + a_{0m}} u_c \right) e \quad (21)$$

$$\frac{d\theta_2}{dt} = -\gamma \frac{\partial e}{\partial \theta_2} e = \gamma \left(\frac{a_{1m}s + a_{0m}}{s^2 + a_{1m}s + a_{0m}} y_s \right) e \quad (22)$$



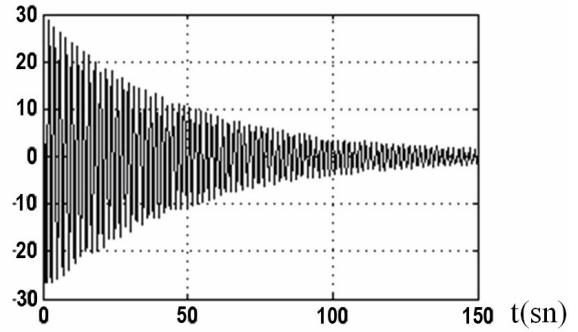
Şekil 6: MEAK blok diyagramı

Blok diyagramının benzetiminde model yerleşme zamanı için 0.05 , γ değeri 0.1, model sönümlenme oranı için ise 0.7 değerleri kullanılmıştır.

5. SONUÇ

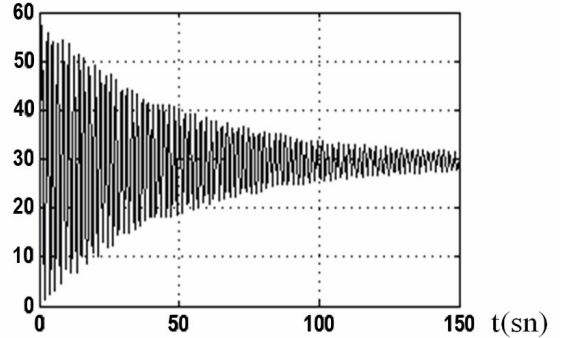
Bu çalışmada asılı sarkaç sistemin benzetim ortamında kontrolçülü ve kontrolçüsüz davranışı incelenmiştir. Kontrolcü olmadan 30 derecelik açı konumunda iken serbest bırakılan sarkacın açık çevrim cevabı Şekil 7a'da verilmiştir. Grafikten de görüldüğü gibi sarkaç uzunca bir süre salınım yapmaktadır. 30 dereceye konumlandırılmak istenen sarkacın çıkış eğrisi ise Şekil 7b de verilmiştir. Grafikten de görüldüğü gibi ağırlık dağılımı sayesinde oluşan atalet momenti sisteme sürekli salınım yaptırmaktadır.

θ (derece)



(a)

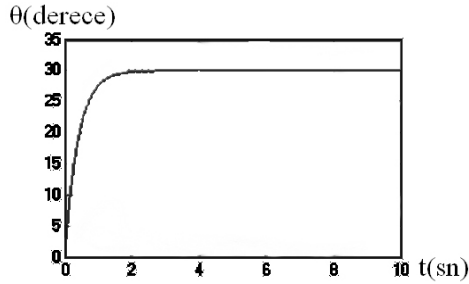
θ (derece)



(b)

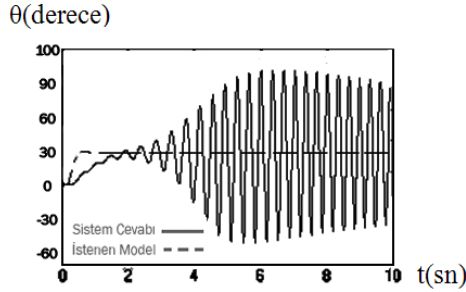
Şekil 7: Asılı Sarkaç Açık Çevrim Cevabı
Sistemde PID kontrolcü kullanıldığında elde edilen cevap eğrisi Şekil 8'de verilmiştir. Söz konusu çıkış eğrisinden,

$K_p=5$ $K_i=0.4$ $K_d=4$ olarak seçildiğinde sarkacın amaçlanan 30° lik açığa $2,54$ sn'de konumlandığı görülmektedir.



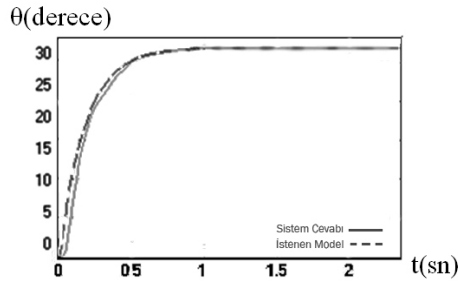
Şekil 8: PID kontrolcülü sistem cevabı

Aynı referans açısı için MEAK metodu kullanıldığında ise elde edilen cevap eğrisi Şekil 9'da verilmiştir. Görüldüğü gibi ayarlama parametresinin $\gamma=0.0001$ değeri için sistem çıkışının esas model çıkışını takip edemeyerek kararsız bir davranış sergilemektedir.



Şekil 9: MEAK uygulanan sistem

Kararsızlığı ortadan kaldırmak amacıyla sisteme PD kontrolör eklendiğinde gerçek sistem esas alınan model sistemle aynı davranışı göstermekte ve amaçlanan 30° lik konuma 1.12 sn de ulaşmaktadır.(Şekil 10)



Şekil 10: MEAK ve PD Kontrolcülü Sistem

Sonuç olarak, açık çevrimli kontrolde sistemin arzulanan konumu uzun süreli salınımlar sonucu yakaladığı

gözlenmiştir. MEAK algoritması yalnız başına uygulandığında sistemin esas modeli takip edemeyip kararsız davranışlar gösterdiği gözlenmiştir. MEAK ile PD kontrolcünün birlikte uygulanması sonucunda ise sarkaç arzulanan konuma salınımsız olarak yeterince kısa sürede ulaşmaktadır.

KAYNAKLAR

- [1] P.F. Hinrichsen, Sail 9, 28 (1978), Yachts and Yachting 63, Feb (1978) p.347
- [2] G.C. Sneed, "School Technology Programme" Inst. Ed. Tech. University of Surrey, Guildford,Surrey, U.K. 1971
- [3] D.G. Ivey and J.N Patterson Hume Physics, p.434 Ronald Press, New York 1974
- [4] Peter F. Hinrichsen, "Practical Applications of Compound Pendulum" p286-292 The Physics Teacher May. 1981
- [5] C.J. Overbeck, R.R.Palmer, R.J. Stephenson and M.W. White "Cenco Selective Experiments in Physics" Nos. 154 and 157 Central Scientific Co. Chicago,1941
- [6] Chesmond C.J., "Control System Technology " Edward Arnold,1982
- [7] Yüksel, İ., Otomatik Kontrol Sistem Dinamiği ve Denetim Sistemleri, Uludağ Üniversitesi Basımevi, Bursa, 1995.
- [8] K.J. Astrom and B. Wittenmark, Adaptive Control, Addison-Wesley, New York 1995.
- [9] Hang, C., Lee, T., Ho, W., *Adaptive Control*, Instrument Society of America 1993.
- [10] Aksoy S. , "Programlanabilir Lojik Denetleyiciler ve Mühendislik Uygulamaları", Değişim Yayınevi, Sakarya 2004.