

# TMMOB ELEKTRİK MÜHENDİSLERİ ODASI

Elektrik - Elektroülk  
Bügisayar |>^lg|dlslği  
8. Ulusal Kongresi  
6 -12 Eylül 1999

 Gaziantep



TMMOB Elektrik Mühendisleri Odası  
Gaziantep Şubesi

Gaziantep Üniversitesi  
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü

25. YIL

TÜBİTAK

Yayımlayanlar:

Gaziantep Üniversitesi  
Mühendislik Fakültesi  
Elektrik - Elektronik Mühendisliği Bölümü  
27310/GAZİANTEP

Elektrik Mühendisleri Odası  
Gaziantep Şubesi

TÜBİTAK

ISBN 975 - 7375 - 20 - 9 (TK) - 22 - 5 (2C)

Yayın Hakkı © 1999, Gaziantep Üniversitesi, EMO, TÜBİTAK

Her hakkı mahfuzdur. Bu yayının hiç bir kısmı yayımcılardan Gaziantep Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Elektrik - Elektronik Mühendisliği Bölümü, Elektrik Mühendisleri Odası Gaziantep Şubesi ve TÜBİTAK'ın yazılı izni alınmadan çoğaltılamaz ve hiç bir biçimde bir erişim sisteminde saklanamaz.

1. Basım : Eylül 1999  
Uğur Ofset tarafından basılmıştır.  
Telefax : (0 342) 220 34 02  
GAZİANTEP

## ÖNSÖZ

TMMOB Elektrik Mühendisleri Odası, Gaziantep Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü ve TÜBİTAK'ın işbirliği ile düzenlenen Elektrik-Elektronik Bilgisayar Mühendisliği 8. Ulusal Kongresini bu yıl, ilk defa Güneydoğu Anadolu Bölgesinde; Gaziantep'te yapmaktan gurur ve mutluluk duyuyoruz. Kongre; 6-10 Eylül 1999 tarihleri arasında Gaziantep Büyükşehir Belediyesinin Belediye Sarayı'nda tarafımıza tahsis ettiği salonlarda 4 eş zamanlı oturum halinde gerçekleştirilecektir.

Kongreye gösterilen yoğun ilginin sonucu çok sayıda bildiri gönderilmesine karşın teknik programda yeterli sayıda zaman aralığı bulunmaması nedeniyle, hakemlerden gelen değerlendirmelerin ışığında, programa toplam 212 bildiri alınabilmiştir. Her ne kadar ön duyurumuzda kongrede sunumları kabul edilmiş ancak katılım ücreti ödenmemiş bildirilerin Kongre Kitabı'nda yer almayacağını belirtmiş idiysek de Yürütme Kurulumuz bilimsel hedeflere öncelik tanıyarak, kongrede tartışılmayacak olsalar bile, kabul edilen tüm bildirilerin Kongre Kitabı'nda yer almasını uygun bulmuştur. Kabul edilen bu 212 bildiri 2 cilt halinde sizlere sunulmaktadır. Kongrede tartışılacak, ilginizi çekeceğine inandığımız, bu bildirileri doyurucu nitelikte bulacağınıza eminiz.

Kongre sırasında geniş bir katılımcı kitlesinin ilgisini çekeceğini umduğumuz iki konuda panel düzenlenmiş ve kongre içersinde çağrılı bildirilere de yer verilmiştir. Ayrıca kongre salonlarının hemen yakınında, 2000m<sup>2</sup> kapalı alanda düzenlenen ve sektördeki firmaların katıldığı "Elektrobil'99" Fuarının da kongremize ayrı bir renk katacağı inancını taşıyoruz.

Kongremizin sponsor kuruluşlarına, Elektrobil'99 Fuarı'na katılarak kongremizi destekleyen özel ve kamu kuruluşlarının yetkililerine, panelistlere, kongreye çağrılı bildiri ile katılan değerli bilim adamlarımıza destek ve katkılarından dolayı teşekkür etmeyi borç biliyoruz

Kongreler, yapılan bilimsel çalışmaların ve üretilen teknolojik yeniliklerin daha geniş bilimsel kitlelerin hizmetine sunulduğu, tartışıldığı ve karşılıklı bilgi alışverişi yapıldığı ortamlardır. Bu yönüyle anılarınızda özel bir yer almasını dilediğimiz 8. Ulusal Kongre'nin, siz katılımcılar için başarılı ve doyurucu olmasını; ayrıca ülkemizin bilimsel ve teknolojik ilerlemesine yön vererek ve ivme kazandırarak amacına ulaşmasını diliyor, Yürütme Kurulumuz adına hepinize saygılarımızı sunuyoruz.

Tuncay Ege  
Yürütme Kurulu Başkanı

# Elektrik-Elektronik-Bilgisayar Mühendisliği 8.Ulusal Kongresi (6-12 Eylül 1999)

## Kongre Yürütme Kurulu

Tuncay EGE  
Muhammet KOKSAL  
M. Sadettin ÖZYAZICI  
Hamit SERBEST  
Eyüp AKPINAR  
Cemil ARIKAN  
ArifNACAROĞLU  
Gülay TOHUMOĞLU  
Savaş UÇKUN  
M. Hacim KAMOY  
Serdar BOZKURT  
H. Ali YİĞİT  
M. Sıtkı ÇİĞDEM  
Erol KARABAY  
Doğan EYİKOÇAK  
Mustafa KURT  
Alaadin COŞKUN

Gaziantep Üniversitesi EE Müh. Bö;  
İnönü Üniversitesi EE Müh. Böl.  
Gaziantep Üniversitesi EE Müh. Böl.  
Çukurova Üniversitesi EE Müh. Böl.  
Dokuz Eylül Ünivetsitesi EE Müh. Böl.  
TÜBİTAK  
Gaziantep Üniversitesi EE Müh. Böl.  
Gaziantep Üniversitesi EE Müh. Böl.  
Gaziantep Üniversitesi EE Müh. Böl.  
ASELSAN A.Ş. Genel Müdürü  
SİMKO A.Ş.  
E.M.O. Yönetim Kurulu Başkanı  
E.M.O. Yönetim Kurulu Yazman Üyesi  
E.M.O. Gaziantep Şb. Yön. Kur. Bşk.  
E.M.O. Gaziantep Şb. Yön. Kurulu Bşk. Yrd.  
E.M.O. Gaziantep Şb. Yön. Kurulu Yazman Üyesi  
E.M.O. Gaziantep Şb. Yön. Kurulu Üyesi

## Konular

- \* Bilgisayar Ağları ve Donanımı
- \* Devreler ve Sistemler
- \* Elektrik Makinaları
- \* Elektromagnetik Alanlar ve Mikrodalga tekniği
- \* Elektronik
- \* Enerji Üretim, İletim ve Dağıtım
- \* Güç Eletronliği
- \* Haberleşme Tekniği
- \* Mekatronik ve Robotbilim

- \* Optoelektronik
- \* Otomatik Kontrol
- \* Örüntü Tanıma, Sinyal İşleme, Görüntü Kodlama
- \* Tıp Elektroniği
- \* Tapay Sinir Ağları, Bulanık Mantık
- \* Yüksek Gelirim Tekniği
- \* Ölçme Tekniği
- \* Mühendislik Eğitimi

# YANSITICI TABAKASI BİR TARAFTAN SONSUZ DÜZLEM İLE SINIRLANDIRILMIŞ OPTİK FİBERİN İNCELENMESİ

Mehmet Salih Dinleyici

Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü

İzmir Yüksek Teknoloji Enstitü-!!

35230 İzmir

E-mail: sdinleyi@likya.iyte.edu.tr

## ABSTRACT

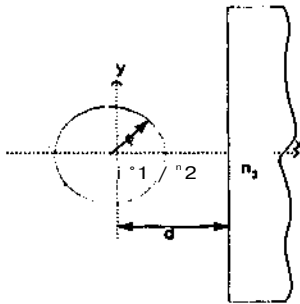
*Propagation constants of vector normal modes are determined for a waveguide with a circular core and unbounded cladding which is limited by an infinite plane. This structure resembles a circular core D-Fiber or side polished fiber which has many applications [1] in passive in-line optical fiber component design.*

## 1. GİRİŞ

Dairesel göbekli ve yansıma katmanı sınırlanmış dielektrik dalga kılavuzunun geometrisi Şekil 1 de görüldüğü gibidir. Burada daireSEL göbek sonsuz bir yansıma katmanı (kılıf) tarafından çevrelenmiş ve bir tarafından sonsuz bir düzlem ile kesilmiştir. Yansıma katmanı ile koruyucu kılıf arasındaki sınırda meydana gelecek yansımalar, yansıma katmanının yarı çapının genelde çok büyük olmasından dolayı ( $>125 \mu\text{m}$ ), ihmal edilmiştir. Bu geometrinin önemi; daireSEL göbekli ve bir kenarından aşındırılmış normal haberleşme fiber optiklerine model oluşturması ve pasif fiber optik eleman tasarımı problemlerinde sıkça ortaya çıkmasıdır. Ayrıca bu model D-şeklindeki fiber optikler için bir çözüm örneği oluşturmaktadır.

Bu problemin analitik çözümü geometrinin melez (Kartezyen ve Silindirik) olmasından dolayı oldukça zordur. Vassollo [2] tarafından önerilen ve Marcuse [3] tarafından geliştirilen matematiksel model küçük hataları düzeltilerek bu çalışmada farklı konfigürasyonlar için uygulanmıştır. Ayrıca, yarıdüzlemin yerine dilim dalga kılavuzu konularak oluşturulan model yazar tarafından kaynak 4 de incelenmiştir.

## 2. MATEMATİKSEL MODELLEME



Şekil 1. Kılıf sınırlanmış fiber optik geometrisi

Dairesel göbekli fiber optiğin analitik çözümü göbek ve kılıf indislerinin yakın olması durumu için skalar olmak olasıdır. Optik fiberin göbeğinde ve kılıfında bu çözüme ait elektrik ve manyetik alanlar Bessel fonksiyonları cinsinden ifade edilebilmektedir [5]. Bu fonksiyonlar silindirik simetriye sahiptirler. Ancak, kılıfın bir düzlem ile sınırlandırılması bu simetriyi bozmaktadır. Bundan dolayı  $>1$  göbekte ve kılıfta elektrik ve manyetik alanları bu fonksiyonların seri açılımı şeklinde ifade edebiliriz.

Göbekte ( $r < p$ );

$$e_{z1} = \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(1)} J_n(Ur) \cos(n\phi)$$

$$h_{z1} = \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(2)} J_n(Ur) \sin(n\phi)$$

(1)

$$U = p(k^2 n_1^2 - P^2)^{1/2} ; R = r/p ; k = 2\pi/\lambda$$

$A_n^{(1,2)}$  seri açılım katsayıları ve  $p$  boyuna yayılım sabitidir.

Kılıfta ( $r > p$ );

$$e_{z2} = \sum_{n=0}^{\infty} (B_n^{(1)} K_n(Wr) + B_n^{(2)} I_n(Wr)) \cos(n\phi)$$

$$h_{z2} = \sum_{n=0}^{\infty} (B_n^{(3)} K_n(Wr) + B_n^{(4)} I_n(Wr)) \sin(n\phi)$$

(2)

$$W = p((3^2 - k^2 n_2^2)^{1/2})$$

Burada,  $I_n(Wr)$  ve  $K_n(Wr)$  düzenlenmiş Bessel fonksiyonları ve  $B_n^{(1,2,3,4)}$  seri açılım katsayılarıdır. Benzer şekilde bu alanları yarı düzlemde ( $x < d$ ) aşağıdaki gibi yazabiliriz.

$$e_{z3} = \int_{-\infty}^{\infty} [D^1 v \exp(-Y(X-D)) \exp(jvY)] dv$$

(3)

$$h_{z1} = \int_{-\infty}^{\infty} [D^2 v \exp(-y(X-D)) \exp(jvY)] dv$$

$$v^2 - \gamma^2 = (k^2 n_4^2 - \beta^2) p^2$$

$D = d/p$ , ve  $D^1, 2$  seri açılım katsayılarıdır.  $+x$  yönünde bu dalgalarda sönümlü ve  $y$  yönünde ise ifadenin sürekli

olması önemlidir. Kılıf/düzlem arasındaki sınırda her iki tarafa ait alanlar bir dizi sınır şartını sağlamalıdır. Bessel fonksiyonlarla ifade edilen kılıftaki dalgalar ile integral ifadesindeki yan düzlemdeki dalgaların sınır şartlarının sağlanmasında kullanılması çözümü zorlaştırmaktadır. Ancak, kılıftaki alanlar farklı şekilde ifade edilirse bu eşleme daha kolay hale getirilebilir. Bu nedenle kılıftaki alanlar düzlemsel dalgalar cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$e_{z3} = \int_{-\infty}^{\infty} e^{jvY} (P_v e^{-j\tau(X-D)} + Q_v e^{j\tau(X-D)}) dv$$

$$h_{z3} = \int_{-\infty}^{\infty} e^{jvY} (R_v e^{-j\tau(X-D)} + S_v e^{j\tau(X-D)}) dv \quad (4)$$

$$\tau^2 + v^2 = \rho^2 (k^2 n_3^2 - \beta^2)$$

$P_v$ ,  $Q_v$ ,  $R_v$ ,  $S_v$  belirlenecek olan seri açılım katsayılarıdır. Böylece kılıf alanları için iki türlü ifade elde edilmiştir ve bunların birbiriyle eşlenmesi sonucunda aşağıdaki dört ilişki elde edilir.

$$\sum_{n=0}^N B_n^1 K_n(WR) \cos(n\langle t \rangle) = J P_v \exp(-\alpha(X-D)) e^{jvY} dv \quad (5)$$

$$\sum_{n=0}^N B_n^2 I_n(WR) \cos(n\phi) = j Q_v \exp(\alpha(X-D)) e^{jvY} dv \quad (6)$$

$$\sum_{n=0}^N B_n^3 K_n(WR) \sin(n\langle \phi \rangle) = J R_v \exp(-\alpha(X-D)) e^{\alpha v Y} dv \quad (7)$$

$$\sum_{n=0}^N B_n^4 I_n(WR) \sin(n\langle t \rangle) = J S_v \exp(\alpha(X-D)) e^{jvY} dv \quad (8)$$

Burada  $I_n(wR)$  positif (artan) üstel ifadeyle  $K_n(wR)$  ise negatif (azalan) üstel ifadeyle eşlenmiştir. Bunların çözümü Vassallo [2] tarafından önerilen Fourier dönüşüm tekniğiyle bulunabilir.

$$B_n^2 = \frac{2}{e_n} \int_{-\infty}^{\infty} Q_v e^{-\alpha D} \text{COsh}(ng) dv$$

$$\left\{ \begin{array}{l} n=0 : e_n = 2 \\ n=\text{diğerleri} : e_n = 1 \end{array} \right\} \quad (9)$$

$$B_n^4 = \frac{2j}{e_n} \int_{-\infty}^{\infty} S_v e^{-\alpha D} \sinh(ng) dv \quad (10)$$

$$P_v = \frac{e^{-\alpha D}}{2a} \int_{n=0}^{\infty} X \cosh(ng) \quad (11)$$

$$R_v = -j \frac{e^{-\alpha D}}{2a} \int_{n=0}^{\infty} B_n^3 \sinh(ng) \quad (12)$$

$$g = \cosh^{-1}(aAV)$$

Kılıftaki alanların ikinci gösterimi ile yan düzlem içerisindeki alanları sınır koşulları için eşlediğimizde elde edeceğimiz 4 denklem  $D_v$  katsayılarının denmesiyle iki denkleme indirgenebilir ve bu denklemler aşağıdaki gibi organize edilebilir.

$$Q_v = \tilde{A} P_v + j \tilde{B} R_v$$

$$S_v = j \tilde{C} P_v + \tilde{D} R_v \quad (13)$$

Bu denklemlerde  $Q_v$  ve  $S_v$  kılıftaki artan (pozitif) ifadelerin katsayıları iken  $P_v$  ve  $R_v$  azalan (negatif) ifadelerin katsayılarıdır. Bundan dolayı yukardaki ifade bu sınır üzerinde noktasal yansımayı ifade eden yansıma katsayıları gibi düşünülebilir. Kılıftaki alanların iki gösteriminin arasındaki ilişkiler kullanılarak denklem (13) matris şeklinde yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} K1_{m,n} & K2_{m,n} \\ K3_{m,n} & K4_{m,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_n^1 \\ A_n^2 \end{bmatrix} = [0] \quad (14)$$

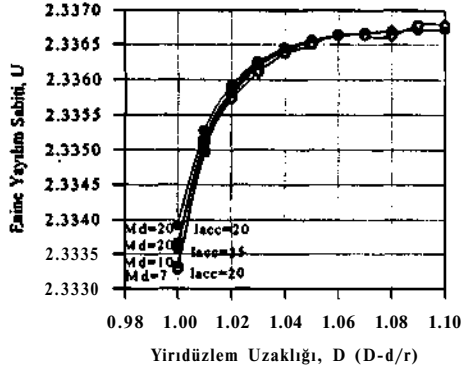
Göbek/kılıf sınırındaki eşleme sonucu  $O_n^{1,2,3,4}$  katsayıları zaten  $A_n^{1,2}$  cinsinden ifade edilmişti. Böylece yukardaki sistem matrisi sadece göbekteki alanların katsayıları cinsinden ifade edilebilmiştir.

Bu denklem sisteminin bir çözümünün olabilmesi için (non-trivial) matris determinantının sıfır olması gerekir. Bu durum ise propagasyon sabiti (P) nin özel değerleri için sağlanabilir ki bu bizim aradığımız çözümdür. Yukardaki ilişkiler kullanılarak diğer bütün büyüklükler hesaplanabilir. Bütün bu çıkarım TM polarizasyon için yapılmıştır, buna dik olan TE modu için aynı şekilde bulunabilir.

### 3. SONUÇLAR

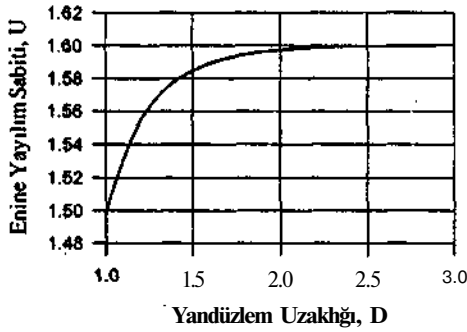
Yukardaki matris denklemin her bir elemanı integral denklemi ile ifade edilebilmektedir. Bu integraller 'Gaussian Quadrature' tekniği ile farklı 'abscissas' ve 'weights' ler için hesaplanmıştır. Elde edilen özdeğerler boyuna yayılım değeridir (P) ve bu değer bütün bölgelerde (katmanlarda) aynıdır. Enine yayılım değerleri ise değişik bölgeler için yukarda verilen denklemlerle hesaplanabilir.

İlk olarak model kılıfı bastırılmış ( $n_1=1.447>n_2=1.0<n_3=1.4$ ), göbek/kılıf indis farkı çok büyük olan bir durum için test edilmiş ve sonuçlar Şekil 2 de gösterilmektedir. Bu konfigürasyonda göbek yarıçapı ( $p$ )  $4.95 \mu\text{m}$ , fiber V-sayısı yaklaşık olarak 25 ve  $X=1.3 \mu\text{m}$  dir.



Şekil 2. Farklı hesaplama parametrelerine ve yarıdüzlem uzaklıklarına göre enine özdeğerler

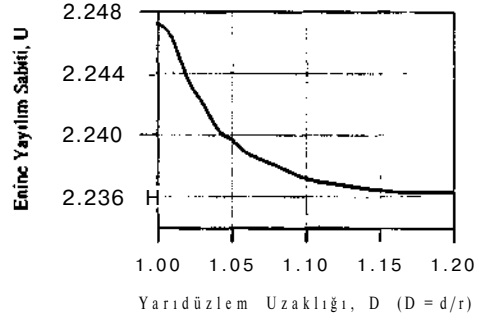
Normal fiber optiğin enine yayılım özdeğeri ( $U$ ) 2.3367 dir ve Şekil 2 deki grafikler bu değere yarıdüzlem uzaklığının artırılması ( $D$ ) ile yakınsamaktadır. Farklı hesaplama parametrelerinin; matris boyutu ve integral hassasiyetinin, bu hesaplama etkileri gözükmemektedir. Bu konfigürasyonda V-sayısının büyük olması sonucu enerjinin büyük bir bölümü göbekte yoğunlaşmıştır, dolayısıyla yarıdüzlemdeki yansıma çok azdır ve  $D$  nin küçük değerleri için yakınsamaktadır. Daha küçük V-sayısı (2.228) için Şekil 3 elde edilmiştir.



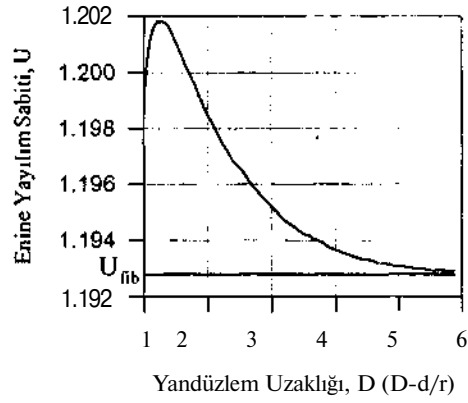
Şekil 3.  $V=2.228$  için enine özdeğerler

Burada normal fiber değerine yakınsamanın daha büyük bir  $D$  değeri için oluştuğu önemlidir.

Bir kenarından inceltilmiş plastik fiber optik modeli olan konfigürasyon:  $n_1=1.6>n_2=1.46>n_3=1.0$ ,  $X=0.85 \mu\text{m}$  ve  $p=2.5 \mu\text{m}$  uygulanmış ve Şekil 4 elde edilmiştir. Bu grafik normal fiber çözümüne daha yüksek bir değerden yakınsamaktadır.



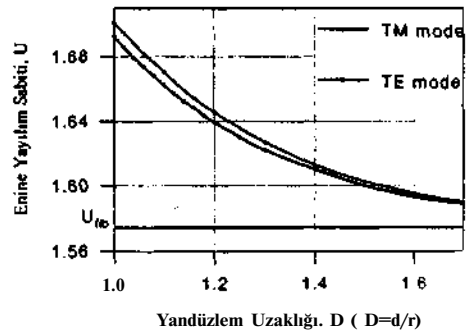
Şekil 4.  $V=12.0955$  için enine özdeğerler



Şekil 5.  $V=1.28$  için enine özdeğerler

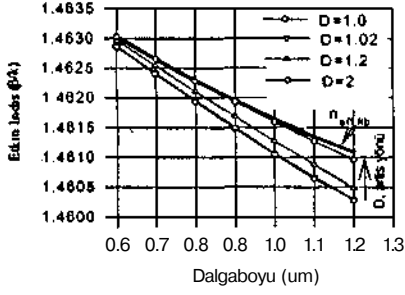
Şekil 5 de ise çok küçük bir V-sayısı (1.28) için model test edilmiş ve yansıma'n şiddetinden oluşan rezonans etkisi gözlenmiştir.

TE ve TM çözümleri için sonuçlar Şekil 6 da verilmiştir.



Şekil 6. TM ve TE Modlar için enine yayılım sabitinin yarıdüzlem uzaklığına göre değişimi

Yarı düzlemin en yakın olduğu noktada ( $D=1$ ) farklılığın en yüksek olduğu gözükmemektedir, burada V-sayısı 2.143 olarak konfigure edilmiştir.



Şekil 7. TM Mod için dispersiyon grafiği

Son olarak Şekil 7 de spektrum özelliği incelenmiştir. Bu şekilde ana mod için kesim frekansının oluştuğu gözükmemektedir. Ayrıca, bu kesim frekansının D ile değişimi izlenebilmektedir.

#### 4. KAYNAKÇA

- [1] McCallion, K., Johnstone, W., " A Tunable Continuous-Fibre-Optic- Bandpass Filter for Sensor Applications," 10<sup>th</sup> *Optical Fibre Sensors Conference*, pp. 302-305, 1995.
- [2] Vassallo, C, " Rigorous Theory for Modes of Optical Fibres with Cladding Limited by a Plane, " *Electronics Letters*, vol. 22, no. 18, pp. 944-945, 1986.
- [3] Marcus, D., Ladouceur, F., Love, " Vector Modes of D-Shaped Fibres," *IEE Proceedings* vol. 139, No. 2, 1992.
- [4] Dinleyici, M. S., Patterson, D. B., "Vector Modal Solution of Evanescent Coupler," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 15, no. 12, pp. 2316-2324, 1997.
- [5] Snyder, A., Love, J., *Optical Waveguide Theory*, Chadman & Hail, 1991.



# DOĞRUSAL AZALAN ADIMLI FİBER BRAGG IZGARASI MODELİ

Muhittin SAYIN ve M. Sadettin ÖZYAZICI

Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü

Gaziantep Üniversitesi

27310 Gazianıcp

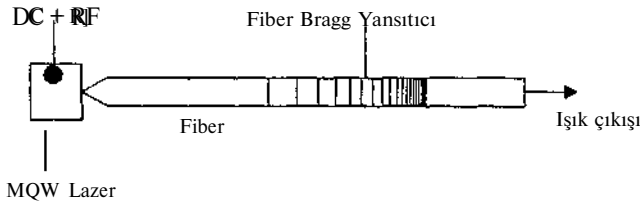
e-posta : sayin@gantep.edu.tr ve sadi@gantep.edu.tr

## ABSTRACT

*in this work a linearly chirped, Gaussian apodized fiber Bragg grating model is presented. Coupled mode equations are used to determine the fiber optle Bragg grating group delay and reflection spectrums. The effects of wavelength chirp and the apodization on these spectrums are determined. It is found that the grating must be linearly chirped and apodized in order to have linear group delay characteristics.*

## 1. GİRİŞ

Günümüzde uzun mesafe fiber optik haberleşme sistemlerinde tekrarlayıcısız iletim üzerine çalışmalar yoğunlaşmaktadır. Bu tip sistemlerde yüksek enerjili solitonların kullanılması en az bozulmayla darbe iletimini sağlaması açısından gelecek vaad etmektedir [1]. Soliton darbe üretimi için  $\text{sech}^2$  veya Gaussian şekilli, çeviri-sınırlı (örneğin  $\text{sech}^2$  şekilli darbe için zamanbant genişliği çarpımı 0.31'e yakın) darbelerin üretilmesi gerekmektedir. Karışık soliton darbe kaynağı (HSPS: Hybrid Soliton Pulse Source) [2] bu amaca yönelik bir tasarımıdır. Tümüleşik bir cihaz olan HSPS temel olarak üç bölümden oluşmaktadır (bkz. Şekil 1): Bir çoklu-quantum duvarlı (MQW: Multi-Quantum Well) yarı iletken lazer diyot, fiber kablo ve kabloun sonunda belli bölümde oluşturulmuş Bragg yansıtıcı. Sistemde üretilen darbenin şekli esas olarak bu yansıtıcı (ızgara) tarafından belirlenmektedir.



Şekil 1 HSPS şematik görünümü.

Bu çalışmada özellikle HSPS uygulamaları için bir Bragg yansıtıcı modellemesi yapılmıştır. HSPS sisteminin gerektirdiği tek bombeli yansıma dağılımı ve doğrusala yakın saçılım eğrisinin [2,3] gerçekleştirilebilmesi için Bragg

yansıtıcıyı meydana getiren fiber göbeğinin yazılması doğrusal adımli sabit genlikli sinüs dalgalanması yerine, değişen adımli (chirped) ve Gaussian şeklinde pozlandırılmış (apodized) olarak alınmıştır. Değişken adım ve pozlama miktarının yansıtıcı tepkisine etkisi belirlenmiş ve HSPS sistemine uygun yansıtıcı parametreleri belirlenmiştir.

## 2. KAVRAM

En sade Bragg yansıtıcı fiber göbeğinin kırılma indisinin sinüs şeklinde sabit genlikle ve sabit sıklıkla (adım) değiştirilmesiyle oluşur. Bu tür kırılma indisi bozulması

$$n(z) = n_{co} + A n_{co} \cos(2p_0 z) \quad (1)$$

olarak ifade edilebilir. Bu eşitlikte  $n$   $z$ 'e bağımlı değişen kırılma indisi,  $n_{co}$  fiberin değişime uğramadan önceki kırılma indisi (1.46 olarak alınabilir),  $A n_{co}$  indis değişiminin genliği ( $A n_{co} \ll n_{co}$ ) ve ( $i_0$  Bragg yayılım sabitidir. Bu sabit

$$\beta_0 = \frac{NK}{\Lambda} = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_{co} \quad (2)$$

olarak yazılabilir. Burada  $A$  ızgaranın adımını (tekrarlama sıklığı),  $X_0$  Bragg dalga boyunu ve  $N$  de ızgaranın seviyesini gösterir. Genellikle uygulamalarda  $N=1$  ve  $N=2$  alınır ve bu çalışmada  $N=1$  olmaktadır.

Bu denklemlerden yola çıkıp Maxwell eşitlikleri kullanılarak ve bazı yaklaşımlarla [4] aşağıda verilen çiftli dalga (mod) denklemlerine ulaşılır:

$$-F' - j\delta F = j\kappa R \quad (3)$$

$$R' - j\delta R = j\kappa F \quad (4)$$

Bu eşitliklerde  $F$  ileri ( $+z$  yönünde),  $R$  geri ( $-z$  yönünde giden, dalgayı, bunların üst indisleri zamana göre türevini,  $j$  karmaşık sayıyı ifade eder. Genel yayılım sabitinin ((3) gerçek kısmının Bragg yayılım sabitinden sapması 5 ile verilmiştir ve

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} n_{co} = \beta_0 + \delta \quad (5)$$

olarak ifade edilebilir. 3. ve 4. Denklemlerde  $K$ ,  $F$  ve  $R$

dalgaları arasındaki kavramayı (coupling) ifade eder ve bunun genliği genel dalga boyu ve indis değişimi genliğine aşağıdaki şekilde bağlıdır:

$$\frac{JZAn}{(V-\lambda)^2} \frac{JL}{V^2} \quad (7)$$

3 ve 4 nolu denklemler üzerinde yapılan bazı matematiksel işlemlerden sonra ve aşağıda verilen

$$f=K^2-\delta^2 \quad (7)$$

tanımı kullanarak, bu denklemler ikinci dereceden sabit katsayılı diferansiyel denklemlere indirgenir:

$$F''-y^2F=0 \quad (8)$$

$$R''-y^2R=0 \quad (9)$$

Bu denklemlerin çözümü  $z=0$  daki sınır şartlarının bilindiği varsayılarak aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} F \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(yz) - j\frac{\delta}{\gamma} \sinh(yz) & -j\frac{K}{\gamma} \sinh(yz) \\ j\frac{\kappa}{\gamma} \sinh(yz) & \cosh(yz) + i\frac{\delta}{\gamma} \sinh(yz) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_n \\ R_0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Eğer ızgara her birinin uzunluğu  $A_z$  olan  $M$  tane bölüme ayrılırsa,  $i$ -nci bölümdeki alanlar  $F$  ve  $R$  bir adım önce hesaplanan  $(i-1)$ -nci alanlardan yola çıkılarak hesaplanabilir. Bu durum matris şeklinde aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\begin{bmatrix} F_i \\ R_i \end{bmatrix} = T_i \begin{bmatrix} F_{i-1} \\ R_{i-1} \end{bmatrix} \quad (11)$$

Eğer  $z=-L/2$  den  $z=L/2$  ye kadar uzanan  $L$  uzunluğunda bir ızgara varsayarsak, hesaplamalara  $F_0=F(L/2)=1$  ve  $R_0=R(L/2)=0$  sınır değerleriyle başlayarak sürekli matris çarpımıyla  $F(-L/2)=F_M$  ve  $R(-L/2)=R_M$  alanlarını bulabiliriz.

$$\begin{bmatrix} F_M \\ R_M \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} F_0 \\ R_0 \end{bmatrix}; \quad T = T_M \cdot T_{M-1} \cdot \dots \cdot T_1 \quad (12)$$

Bu alan değerlerini kullanarak toplam ızgara yansıtma katsayısı

$$P = \frac{R_M}{F_M} \quad (13)$$

olarak bulunur. Bu işlem tüm dalga boyu bandı için yapılsa ızgara yansımalarının dalga boyu bandı elde edilmiş olur.

Yansıma katsayısı hesaplandıktan sonra onun fazı  $\theta_p$  kullanılarak grup gecikmesi  $t_g$  aşağıdaki formülle hesaplanabilir:

$$t_g = \frac{d\theta_p}{d\omega} = \frac{A^2}{2nc} \frac{d\theta_p}{dX} = \frac{\lambda^2}{2nc} \frac{A\theta_p}{AA} \quad (14)$$

Bu denklemde  $c$  boş uzayda ışık hızını,  $AK$  ise yansıma katsayısı hesabının yapıldığı dalga boyu ile bir önceki hesabın yapıldığı dalga boyu arasındaki farkı ifade eder.

Buraya kadar olan işlemlerde hep basit yapılı, düzgün bir Bragg ızgarası düşünülür. Ancak izlenen yol aynı olmasına ve benzer yapıda çözüm bulunmasına rağmen, bizim kullanacağımız değişken adımlı ve Gaussian pozlu ızgara için başlangıçtan itibaren eşitlikler değişecektir. Bu tip ızgaralar için kırılma indisi [4]

$$n_c(z) = n_{co} + \Delta n_{co}(z) \left[ 1 + m \cos\left(\frac{IK}{A(z)}z\right) \right] \quad (15)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $n_{co}(z)$  z'e bağımlı Gaussian pozlu kırılma indisi değişimini,  $A(z)$  z'e bağımlı değişken ızgara adımını ve  $m$  modülasyon indisini gösterir. Bu eşitlik bazı matematiksel işlemlerden sonra [5] deki gibi yazılabilir:

$$n_c(z) = n_{co} + \Delta n_{co}(z) \left[ 1 + m \cos\left(\frac{2\pi}{A_v}z + \Phi\right) \right] \quad (16)$$

Burada  $A_0$  Bragg adımını,  $\Phi$  ise ızgara adım değişim fonksiyonunu ifade eder ve aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\Phi = -\frac{4\pi n_{co}}{\lambda_0^2} C z^2 \quad (17)$$

Bu denklemde  $C$  (chirp) adım değişim katsayısıdır ve genellikle  $nm/cm$  birimiyle ifade edilir.

İzgara kırılma indisinin Gaussian pozlandırılması ise aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\kappa(z) = \frac{\pi \Delta n_{co}}{X_0} m \exp\left\{-\frac{4 \ln 2}{FWHM_x^2} z^2\right\} \quad (18)$$

Bu denklemde  $FWHM_x$   $K$  değişimini yarım genlikteki tam genişliğini ifade eder ve yaklaşık olarak ızgara uzunluğunun üçte biri kadardır [4].

Denklem 15'te verilen indise göre yapılan türeümler. Denklem 10'a 8 yerine yeni bir parametre  $a$

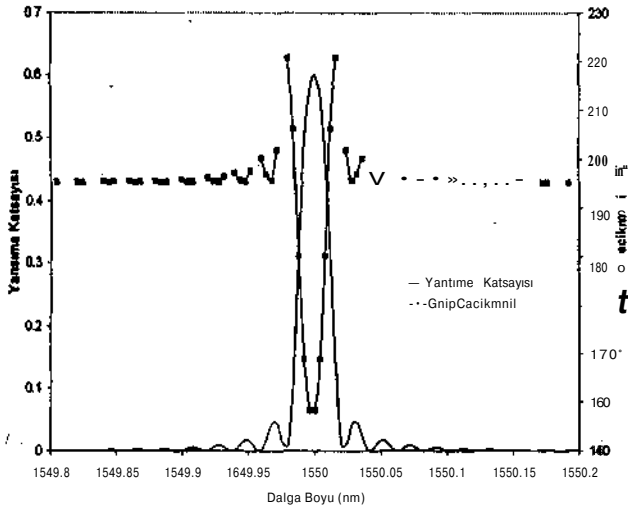
$$a = -\delta + \frac{2K}{2c''} + \frac{4m_{co}}{2c''} C z \quad (19)$$

olarak yansır. Sonuç olarak genel çözümde yer alan iletim matrisi her bölüm için ( $i$  alt indisi ile gösterilmiştir)

$$T_i = \begin{bmatrix} \cosh(y, A) - y \frac{\sigma}{\gamma} \sinh(y, Az) & -j \frac{\kappa_i}{\gamma} \sinh(y, Az) \\ j \frac{\kappa_i}{\gamma} \sinh(y, Az) & \cosh(y, \Delta z) + j \frac{\sigma_i}{\gamma} \sinh(y, Az) \end{bmatrix} \quad (20)$$

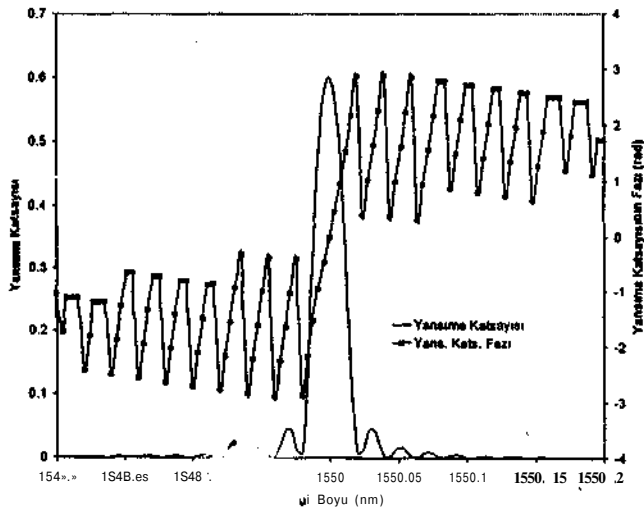
### 3. SONUÇLAR

Tasarımda düşünölen Bragg ızgarası fiber optik haberleşme sisteminde 1.55  $\mu\text{m}$ 'de çalışan, 2.488 GHz'de mod kilitlemesi yapan HSPS içindir. Hesaplamalarda ızgara uzunluğu 4 cm, yansımının en büyük değeri 0.6 ve modölasyon indisi 1 olarak alınmıştır. K'nın ve dolaylı olarak  $An_{co}$ 'un değeri program tarafından 0.6 tepe yansımaya verecek şekilde ayarlanmıştır.



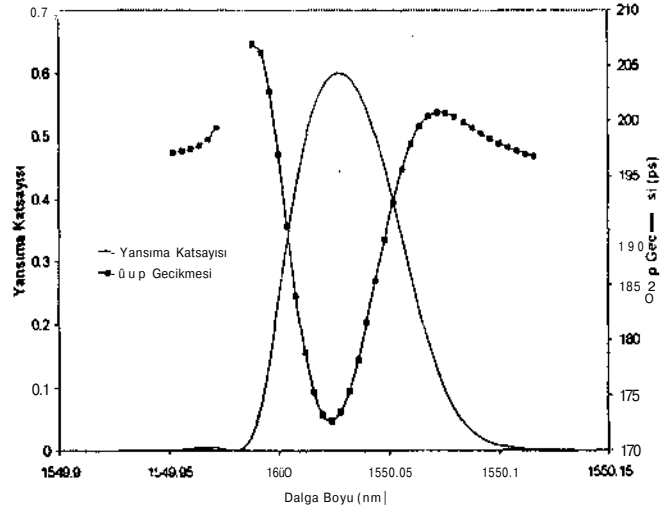
Şekil 2 Düzgün fiber ızgaranın yansımaya ve grup gecikmesi eğrileri.

Şekil 2 de düzgün Bragg süzgecinin (sabit adımlı, sabit genlikli) yansımaya ve grup gecikmesi eğrileri verilmiştir. Yansımaya eğrisinde merkezde bir ana yuvarlakça kısım ve kenarlarında simetrik olarak yerleşmiş ve merkezden kenara doğru gittikçe genliği azalan yan yuvarlakça kısımlar görölmektedir. Bu tip tepki şekli ızgara kenarlarının meydana getirdiği Fabry-Perot ovuğu etkisinden kaynaklanmaktadır [5,6]. Yansımada görölen bu iniş çıkışlar grup gecikmesi eğrisine de yansımaya ve süreksizlikler meydana getirmektedir. Bu süreksizlikleri daha iyi anlayabilmek için Şekil 3 de verilen yansımaya katsayısının fazını gösteren eğriye bakmak gerekir. Bu eğride meydana gelen iniş çıkışlar türevi alındığında süreksizliklere yol açar.

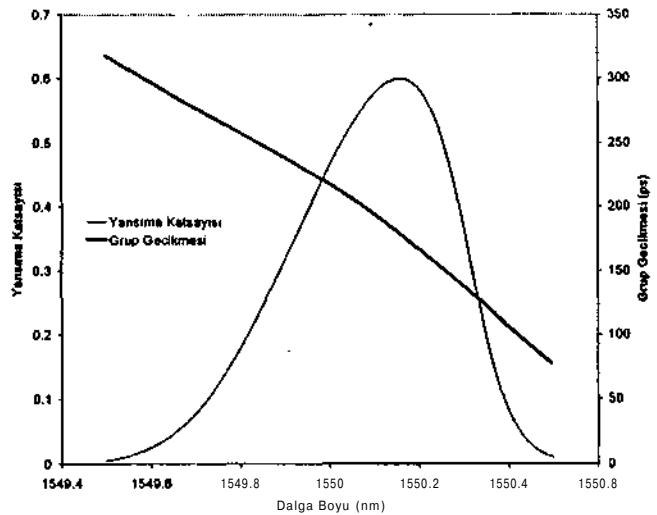


Şekil 3 Düzgün fiber ızgaranın yansımaya tepkisi ve onun yansımaya katsayısının fazı.

Düzgün Bragg ızgara için elde edilen grup gecikmesi eğrisinin doğrusala yakın olmayışı çıkış üzerinde olumsuz etkiler yapacağından [2], Fabry-Perot etkisinden dolayı meydana gelen bu durumu düzeltmek için kırılma, indisi değişim profilinin pozlanması gerekmektedir. Bu çalışmada seçilen Gaussian şekli oldukça iyi sonuçlar vermektedir [3]. Şekil 4 te sabit adıma sahip fakat genliği Gaussian şeklinde değişen ızgaranın yansımaya ve grup gecikmesi eğrileri verilmiştir. Burada sadece merkezin düşük dalga boyu tarafında bir yan yuvarlakça kısım yer almaktadır. Bu durumda grup gecikmesi eğrisi tamamen doğrusaldan uzaktır ve hala yan yuvarlakça kısım etkisiyle oluşan bir süreksizliğe sahiptir.



Şekil 4 Gaussian pozlu fiber ızgaranın yansımaya ve grup gecikmesi eğrileri.



Şekil 5 Gaussian pozlu ve doğrusal azalan adımlı fiber ızgaranın yansımaya ve grup gecikmesi eğrileri.

Yukarıda verilen grup gecikmesi eğrilerinden farklı olarak, ızgara adımı z ekseni boyunca doğrusal olarak değiştirildiğinde elde edilen tepki HSPS uygulamaları için çok uygundur. Şekil 5 te ızgara adımının + z ekseni yönünde -0.2 nm/cm oranında azaldığı zaman elde edilen tepki verilmektedir. Bu durumda yansımaya eğrisi tek bir yuvarlakça kısımdan meydana gelmektedir ve ayrıca grup gecikmesi eğrisi hemen doğrusaldır.

#### 4. KAYNAKÇA

- [1] Morton, P.A., Mizrahi, V, Harvey, G.T., Mollenaur, L.F., Tanbun-Ek, T., Logan R.A., Presby, H.M., Erdoğan, T., Sergeant, A.M., ve Wecht, K.W., "Packaged Hybrid Soliton Pulse Source Results and 270 Terabit.km/sec Soliton Transmüsson", *IEEE Photon. Technol. Letu*, vol. 7, pp. 111-113, 1995.
- [2] P. A. Morton, P.A., Mizrahi, V., Andrekson, PA., Tanbun-Ek, T., Logan, RA., Lemaire, P., Coblentz, D.L., Sergeant, A.M., Wecht, K.W. ve Sciortino Jr., P.F., "Mode-locked Hybrid Soliton Pulse Source with extremely wide operating frequency range", *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 5, pp. 28-31, 1993.
- [3] Özyazıcı, M.S., Morton P.A., Zhang, L.M. ve Mizrahi, V., "Theoretical model of the Hybrid Soliton Pulse Source", *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 7, pp. 1142-1144, 1995.
- [4] Sayın, M. ve özyazıcı, M.S., "Effect of Wavelength Chirp on Fiber Bragg Grating Response", *Proceedings of WFOPC98 - Workshop on Fiber Optic Passive Components*, pp. 148-151, Pavia, İtalya, Eylül 1998.
- [5] Erdoğan, T., "Fiber Grating Spectra", *J. Lightwave Technol.*, vol. 15, pp. 1277-1294, 1997.
- [6] Mizrahi, V. ve Sipe, J.E., "Optical properties of photosensitive fiber phase gratings", *J. Lightwave Technol.*, vol. 11, pp. 1513-1521, 1993.

# OPTOELEKTRONİK TRANSMİTTER - RECEİVER SİSTEMİ

Eldar MUSAYEV, İsmail TEKİN  
Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Uludağ Üniversitesi  
Görükle Kampusu Bursa  
E-mail: eldar@uludag.edu.tr  
itekin@uludag.edu.tr

## ABSTRACT

*in this work, an optoelectronic transmitter - receiver system is studied in terms of signal conversion. In the system, analog signal from transmitter is first converted into frequency form and then new short - duration supply pulses are obtained from rise and fall edges of the frequency form. The principle of forming short - duration supply pulses causes less current draws from power supply, and increase of the communication distance. Thus semiconductor light emitters can be used in low current levels.*

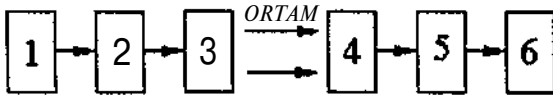
## 1. GİRİŞ

Günümüzde radyo frekansı ile gerçekleştirilen kısa mesafe iletişim sistemleri çok geniş kullanılmaktadır. Ancak radyo frekanslarının ortama ve ortamda bulunan elektronik cihazlara etkisi vardır. Ayrıca radyo frekanslı iletişim sistemlerinde yeterli mesafede olmak şartı ile dışarıdan abone olmak kolaydır. Bu da bazı durumlarda gizlilik sağlanmasını engellemektedir. Ayrıca radyo frekanslı iletişim sistemlerinde çok büyük güçler harcanmaktadır. Bu da pille beslenen sistemlerde önemli problemlerden biridir.

Kısa mesafe iletişim sistemlerinde optoelektronik iletişim sistemlerinin kullanılması daha avantajlıdır. Yukarıda anlatılan radyo frekanslı iletişim sistemlerindeki dezavantajlar optoelektronik iletişim sistemlerinde söz konusu değildir. Bu tip sistemleri birkaç gruba ayırabiliriz.

- 1) Analog iletişim sistemleri,
- 2) Veri iletişim sistemleri,
- 3) Kodlu anahtarlama sistemleri,

Genelde optoelektronik sistemlerde, ilk olarak elektriksel işaret ( akım, gerilim) optik sinyale çevrilir. Bu optik sinyal ortamdan geçerek fotoahcıya ulaşır. Fotoalıcı, optik işarete yeniden elektriksel işarete çevirir. Şekil 1'de optoelektronik sistemin blok şeması gösterilmiştir.



Şekil 1. Optoelektronik sistemlerin genel blok şeması

Burada: 1-ve 6-bilgi, 2-bilgiyi frekansa dönüştürücü devre, 3-ışın verici, 4-fotoalıcı, 5-frekansı bilgiyi dönüştürücü devredir.

Bu şekilden de görüldüğü gibi bilgi önce bir dönüştürücü ile istenen duruma (örneğin frekansa) getirilir ve sonra ışın vericiye verilir. Işın verici olarak LED veya lazer kullanılır. Fotoalıcının çıkışında elde edilen elektriksel işaret yeniden bir dönüştürücüye verilir ve bloğun girişindeki bilgi elde edilir.

Bir noktadan ikinci bir noktaya ulaştırılması istenen bilgi analog, kod veya frekans şeklinde olabilir. Analog işaretin iletilmesi için verici çok büyük güçlerde çalışmalıdır. Bunun için analog işaret bir kod şekline veya frekansa dönüştürülür. Sonra elde edilen sinyal optik işarete dönüştürülür.

Bu tip sistemlerde önem taşıyan üç problem vardır:

- 1) Besleme kaynağından mümkün olabilecek mertebede az akım çekilmesi,
- 2) Geniş açılı iletişimin sağlanması,
- 3) İletişim mesafesinin artırılması.

Burada ışın vericinin besleme devresine bilgi kod veya frekans şeklinde ulaşmaktadır. Bilgi kod veya frekans şeklinde olursa ışın vericinin üzerinden akan akımın ve ışın şiddetinin ifadeleri aşağıdaki gibi olur.

$$\frac{P}{LKD} \sim \frac{K T}{m} \frac{t_D}{j} \quad (0)$$

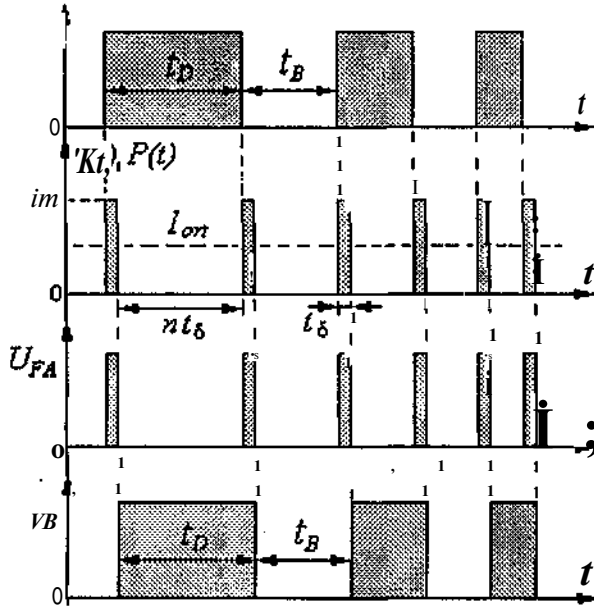
Burada,  $t_D$  darbe süresi,  $T$ ; periyot,  $I_m$  akımın maksimum değeri,  $K$ ; ışın vericinin akımı ışına çevirme katsayısıdır. Işın vericinin akımı, bu vericinin ışın şiddetini belirlemektedir.<sup>[1]</sup>

Burada ışın verici fazla yüklenmiş durumdadır ve vericinin akımı belli bir frekansın genliği ile sınırlanmıştır.<sup>[2]</sup>

Işın vericinin ışın şiddetini ve aynı zamanda iletişim mesafesini arttırmak ve beslemeden çekilen akımı azaltmak için yükselen ve düşen kenarlardan ışın vericiyi besleme prensibi teklif edilmektedir. Bu prensibi açıklayalım.

## 2. Darbelerin yükselen ve düşen kenarlardan oluşturulmuş darbeleri akım besleme prensibi

Bu besleme prensibinde frekans şeklinde elde edilmiş darbelerin yükselen ve düşen kenarlarından kısa süreli yeni darbeler oluşturulur. Şekil 2'de bu durumu açıklayan zaman diyagramları gösterilmiştir.



Şekil 2. Kısa süreli darbelerin oluşturulması

Burada:  $F(t)$ ; optik işaret,  $U_{FA}$ ; fotosinyal,  $I(t)$ ; ışın vericinin akımı,  $U_B$ ; elektronik bloğun çıkışında (örneğin komparatörün çıkışında) elde edilen işaret,  $t_D$ ; darbe süresi,  $t_B$ ; boşluk süresi,  $t_s$ ; kısa süreli darbelerin süresidir.

Kısa süreli darbelerin süresi, analog-frekans çevircinin çıkışında elde edilen maksimum frekanslı darbeye göre belirlenir. Bu darbelerin en az süresi  $t_s = t_D / 2$  şeklinde seçilir.

Analog - frekans çevircinin çıkışında maksimum frekansta elde edilen darbelerin süresi boşluk süresine eşit alınırsa ( $t_s = t_D + t_B = 2.t_D$ ), darbe ve boşluk süresi içinde yerleştirilebilecek küçük süreli darbelerin sayısı,

$$n = \frac{t_D}{t_s} \quad n = \frac{t_D}{2.t_D} \quad (2)$$

şeklinde olur.

Bu prensip ile yarıiletken ışın verici üzerinden akan akımın maksimum değeri,

$$I_{max} = \frac{n.t_s.t_D}{t_s} = \frac{n.t_D + n.t_B}{2.t_D} = n.I_N \quad (3)$$

şeklinde olur. Burada,  $n.t_s = t_D$ 'dir. Bu denklemden de görülüyor ki yarıiletken ışın verici üzerinden önceki duruma göre "n" kat daha fazla akım akıtılmaktadır. Kısa süreli  $\{t_s\}$  darbelerin süresi sistemde kullanılan fotoalıcının zaman sabitinin üç katı olacak şekilde kabul edilir"

$$I_{max} = 3.77.I_N \quad (4)$$

olur. Yani  $t_s = t_D = 3.77.t_D$  olur.

Yani yarıiletken ışın vericinin ışın şiddeti,

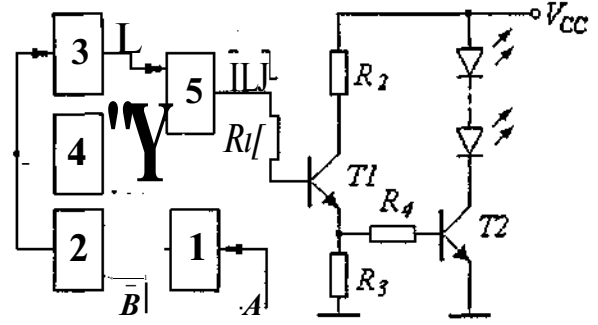
$$P = K.I_m = n.K.I_N \quad (5)$$

şeklinde olur. Buna göre kısa süreli darbelerin süresini azaltmak daha az güç çekilmesini sağlamıştır ve yarıiletken ışın vericinin üzerinden daha fazla akımı akıtılmıştır. Bu da pillerden beslenen sistemler için önemli noktalardan biridir

## 3. Optoelektronik Transmitter - Receiver Sistemi

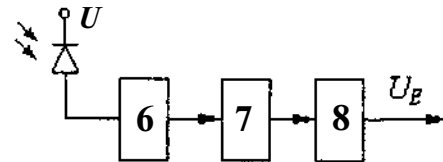
Şekil 3'de ve Şekil 4'de transmitter - receiver sisteminin şeması gösterilmiştir. Burada: 1-analog-frekans dönüştürücü, 2-anahtarlama devresi, 3 ve 4- yükselen ve düşen kenarlardan kısa süreli darbeler üreten devreler, 5-toplama devresi, 6-fotosinyal kuvvetlendirici, 7-anahtarlama devresi, 8-flip-flop devresi, A-analog giriş, B-dijital girişdir.

Transmitter - receiver sisteminde analog ve dijital girişler öngörülmüştür. Şekil 3'de sistemin transmitter devresinin şeması gösterilmiştir.



Şekil 3. Verici devresinin blok şeması

Sistemin girişine analog işaret uygulandığında bu işaret ile analog - frekans çevirci çalışmaya başlar. Analog - frekans çevircinin çıkışında belli bir frekansta periyodik darbeler üretilir. Üretilen darbeler, kısa darbeler üreten elektronik devresine gelir ve giriş işaretinin yükselen ve düşen bölgelerden kısa süreli ( $t_s$ ) darbeler üretilir ve bu darbeler çıkışa bağlı yarıiletken ışın vericiye (LED veya lazer) verilir. Işın vericiden yayılan ışın ortamdan geçerek fotoalıcıya ulaşır (Şekil 4'de gösterilen reciever devresine).



Şekil 4. Alıcı devresinin blok şeması

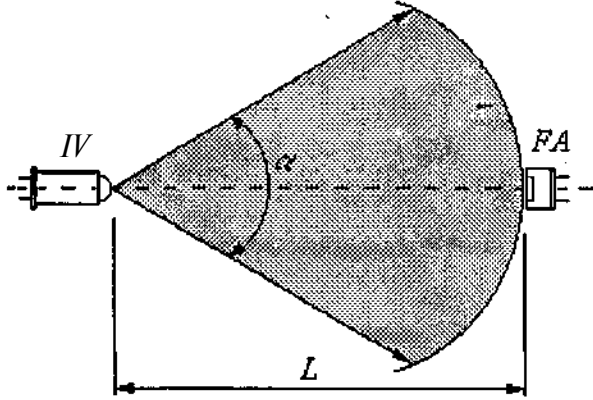
Fotoalıcının çıkışında darbeleri ilk durumuna getirmek için bir İlip - flop yeterlidir. Burada flip flop darbelerin kalkan kenarında çalışır.

Sistemin algılama açısı kullanılan yarıiletken ışın vericinin veya grup şeklinde tasarlanmış ışın vericilerinin ışınma diyagramları ile belirlenir. Şekil 5'de algılama açısını ve iletişim mesafesini açıklayan diyagram gösterilmiştir. Bu diyagramda algılama bölgesi koyu renkle gösterilmiştir. Burada  $\alpha$ , ışınma diyagramının açısı,  $L$  ışın verici ile fotoalıcı arasındaki mesafedir.

Fotoalıcıya ulaşan ışın şiddeti,

$$P_{FA} = \frac{P_{LED}}{L^2} = \frac{K \cdot I_{IS.D}}{L^2} = \frac{K \cdot n \cdot I_m}{L^2} \quad (6)$$

şeklindedir.



Şekil 5

Bu prensip ile fotoalıcının zaman sabitini çok küçük alırsak aynı iletişim hızında çok küçük süreli darbeler ile iletişim sağlamak mümkün olmaktadır.

Bir örnek inceleyelim. Sistemde gerilim kontrollü bir osilatör (LM566C) kullanalım ( analog işaretli frekansa çeviren devre). Bu analog - frekans çeviricinin girişi gerilimi IV ile 3V arasında değişirse çıkış işaretinin frekansı 1kHz ile 100kHz arasında değişir. Analog - frekans çeviricinin maksimum frekansı 100kHz alınabilir. Bu durumda analog - frekans çeviricinin çıkışında elde edilen darbelerin periyodu,

$$T = 0,01/775 = 10/77 \quad (7)$$

olur. Darbe süresini boşluk süresine eşit alırsak,

$$D \approx B \approx J = \frac{T}{2} = 5/77 \quad (8)$$

olur. Sistemde kullanılan fotoalıcının zaman sabiti,  $r_{FA} = 0,02775$  alırsa yeni elde edilen kısa süreli darbelerin darbe süresi,  $t_s \rightarrow (3 \dots A) T_{FA}$  şartına uygun olarak  $t_s \approx 0,1 \mu s$  alınabilir. Böylece bir darbe süresi içerisinde yerleştirilebilecek darbe sayısı,

$$n \approx \frac{D}{t_s} = \frac{5 \mu s}{0,1 \mu s} = 50 \quad (9)$$

olur. Işın vericinin nominal akımı  $I^1 100mA$  alınarak ışın verici üzerinden akan darbeli akımın maksimum değeri,

$$I_m = n \cdot I_N = 50 \cdot 0,1 = 5A \quad (10)$$

olur. Kullanılan ışın verici 100mA'de 6mW şiddetinde ışık yaymaktadır. Böylece ışın vericinin, akımı ışına çevirme

katsayısı,  $K = \frac{6/77 W}{100mA} = 0,06/77 W/mA$  olur. Böylece

$I_m = 5A$  'lik akımda ışın vericinin yaydığı ışın gücü,

$$P_{I_{5A}} = K \cdot I_m = 0,06 \cdot 5000/77 = 300mW \quad (11)$$

olarak bulunur. Sistemde kullanılan fotoalıcının algılayabileceği minimum ışık şiddeti,  $P_{FAmin} = 0,01mW$  olarak alınırsa 5A'lik akımda iletişim mesafesi,

$$L_{5A} = \sqrt{\frac{P_{I_{5A}}}{P_{FAmin}}} = \sqrt{\frac{300mW}{0,01/77 W}} = 173/77 \quad (12)$$

olarak bulunur.

Aynı sistem için iletişim mesafesini klasik metoda göre hesaplayalım: Klasik metotta maksimum akım değeri,

$$I_m = n \cdot \frac{T}{t_D} = 100mA \cdot \frac{0,01 \mu s}{5 \mu s} = 200/72/1 \quad (13)$$

olur. Böylece iletişim mesafesi,

$$L = \sqrt{\frac{P_{I_m}}{P_{FAmin}}} = \sqrt{\frac{0,06mW/mA \cdot 100mA}{0,01mW}} = 35m \quad (14)$$

olur.

Sonuçtan da görülüyor ki kısa süreli darbeler oluşturma prensibinde iletişim mesafesi yaklaşık 5 kat artırılmıştır.

#### 4. Sonuçlar:

Analog - frekans çeviricilerin çıkışında elde edilen darbelerin yükselen ve düşen kenarlarından kısa süreli besleme darbelerinin oluşturulması prensibi verilmiştir. Bu prensibin avantajları, yarıiletken ışın vericilerin düşük akımlarda çalıştırılması ve besleme kaynağından daha az miktarda akım çekilmesidir. Bu prensipte çalışan transmitter - receiver sistemi tasarlanmıştır ve şeması gösterilmiştir. Sistem tasarımında gereken denklemler verilmiştir. Sistemin algılama alanını ifade eden diyagram ve denklem verilmiştir.

#### 5. Kaynakça:

- [1] Eldar Musayev, "Optoelektronik", U. Ü. Basımevi, 1997.
- [2] Endel Uiga, "Optoelectronics", Prentice Hall, New Jersey Columbus, Ohio 1995.

# Dijital Fiber-Optik Haberleşme Sistemlerinde Optik Ön-Yükselteçli Alıcı Tasarımı ve Performans Analizi

Dr. Gökalp KAHRAMAN, Kıvılcım YÜKSEL

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, Ege Üniversitesi, 35100-Bornova İzmir  
alp@ieee.org, kivilcim@bornova.ege.edu.tr \*

## ABSTRACT:

*The bit-error-rate (BER) performance and sensitivity of an optically preamplified receiver is determined in the case of intensity-modulation direct detection digital optical communication systems. Erbium-doped fiber amplifier (EDFA) is utilized as a pre-amplifier in the simulation. The stationary-state photon-number distributions corresponding to the mark and space bits of duration  $T$  is found using the fitil emission—absorption spectrum of the EDFA, taking into account the effect of both signal- and amplified spontaneous emission (ASE)-induced gain saturation. Thermal noise originated at the receiver circuitry is taken into account. The theoretical best sensitivity is found to be 125 photons per bit ( $-44.8\text{dBm}$ ) at a bit rate of 12.5 GB/s, when the EDFA of 11.3 meters is pumped with 15mW at 980 nm giving a gain of 27 dB. When the ASE spectrum and the gain saturation was neglected, calculations overestimated the best sensitivity by 5-10 photons less at all bit rates.*

## 1 GİRİŞ

Bu çalışmada dijital doğrudan algılamalı fiber optik sistemlerinde kullanılan bir optik alıcının analitik tasarımı ve performans analizi yapılmıştır.

Alıcı, Erbium Katkılı Fiber ön-yükselteç (EDFA), optik filtre, fotodetektör, elektronik filtre, örnekleyici ve karar verme katlarından oluşur. Optik yükselteç çeşitleri içinde yüksek kazanç, düşük gürültü ve fiber optik sisteme spektral ve geometrik uyumluluk gibi olumlu özellikleri ile ön plana çıkmış olan EDFA ele alınmıştır [1].

Optik ön-yükselteç kullanılmasının sebebi hat boyunca fiber kayıpları sebebiyle zayıflamış olan sinyali yükselterek algılayıcı elektronik devrenin parazitinin üzerine çıkartmak ve alıcı performansını artırmaktır. EDFA ışık darbelerini güçlendirir fakat darbeler bir miktar parazit de katar. Bu parazit miktarı sinyal darbelerinin şiddetine ve sıklığına bağlı olarak değişir. EDFA çıkışında sinyal frekans penceresi dışında kalan ansızın yayımlanıp çoğaltılmış fotonlar (ASE) optik filtre ile elenir.

Alıcı devresinde ASE (aynı zamanda ürettiği akım ve elektronik devrelerin ışık gürültüsü algılama hatasına

yol açar. Ayrıca fotonların delectöre gelme zamanlarının rastgele olması da detektör akımında shot noise denilen çalkantılar oluşturur. Detektör akımı elektronik filtreler ile işlendikten sonra örneklenip karar devresine verilir.

Karar devresi örneklenen değeri önceden hesaplanmış bir eşik değeri ile karşılaştırarak gelen darbenin sinyal mi boşluk mu olduğuna karar verir. Parazitlerin etkisi ile bu karar belirli bir olasılıkla hatalı olur. İyi bir tasarım için kriter, hatalı karar verme olasılığını istenilen bir değerde tutup belirli bir darbe sıklığında mümkün olan en az enerjisi kullanmaktır.

Çalışmamızda alıcı sistemdeki tüm elemanları matematiksel olarak modelleyerek algılama hatasını formüle ettik ve bu algılama hatasının bit sıklığı, pompa gücü ve sinyal gücü gibi değişkenlere olan bağımlılığını hesapladık. EDFA'nın tüm ASE spektrumunu kullanarak darbeleri sürekli hal altındaki doyumluk şartlarında foton istatistiğini belirledik. Hata oranını  $10^{-9}$  kılan, saniyede 12.5 Giga bitlik aç-kapa analizi aranan dijital bir sistemde alıcıya varması gereken minimum sinyal gücünü 33 nW, kullanılması gereken pompa gücünü 15 mW ve EDFA uzunluğunu 11.3 m olarak bulduk.

Optik filtrenin veya elektronik filtrenin ideal olmadığı durumlarda ortaya çıkan semboller arası girişimin hata oranına etkisini hesaplama çalışmalarımız devam etmekte olup, seminerde sunulacaktır.

Çalışmamız EDFA ön-yükselticileri kullanan dijital optik haberleşme sistemlerinde alıcının değişik şartlarda nasıl davranacağını tespit ederek ticari nitelikli bir sistem kurulmadan önce optimum bir tasarımı mümkün kılacaktır.

## 2 MODELLEME

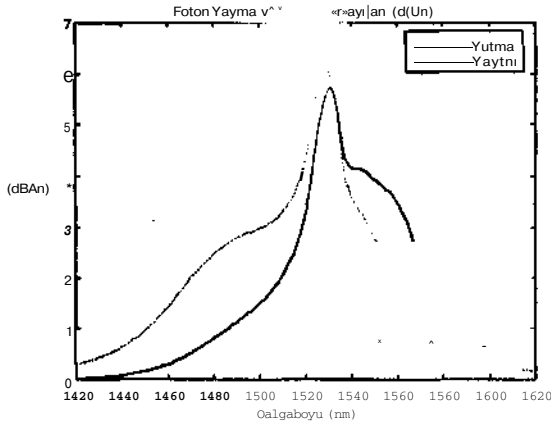
### 2.1 Erbium Katkılı Ön-Yükseltici (EDFA)

Optik yükseltece gelen ışığı, aç-kapa anahtarlamah (OOK), sıfıra dönüşümsüz kodlamah (non return to zero, NRZ) stokastik bir darbe dizisi ile modelledik.

EDFA kazancı genel olarak katılama miktarına, uzunluğa, pompa gücüne, sinyal ve pompa yayma yutma katsayılarına, ve giriş gücüne bağlıdır [2]. Çalışmamızda EDFA'daki  $\text{Er}^{3+}$  iyonlarını 3 seviyeli olarak modelleyip Şekil 1'de verilen foton yayma ve yutma spektrumunu



AA=lnm büyüklüğünde K = 200 alt frekans aralığına bölüdük.



Şekil 1 FiberCore Firması DF1500F-9S0 Ürün Kodlu EDFA Foton Yayma ve Yutma Katsayıları

Uzunluğu L olan bir EDFA'nın girişinden z kadar **uzakta bulunan** birinci ve ikinci enerji seviyelerindeki iyonların sürekli hal yoğunluk oranları  $N_1(z)$  ve  $N_2(z)$ , foton yayma ve yutma katsayıları, sırasıyla,  $g(X)$  ( $m^{-1}$ ) ve  $a(X)$  ( $m^{-1}$ ), pompa gücü  $P_p(z)$ , sinyal gücü  $P_s(z)$ , ve  $k$  ( $=1, \dots, K$ ) frekans penceresinde pompa yönünde (+) ve tersine (-) giden ASE gücü, sırasıyla  $P_k^+(z)$  ve  $P_k^-(z)$ , ise

$$\frac{dP_p(z)}{dz} = -\alpha_p N_2 P_p(z) \quad (1)$$

$$\frac{dP_s(z)}{dz} = (g_s N_2 - \alpha_s N_1) P_s(z) \quad (2)$$

$$\frac{dP_k^\pm(z)}{dz} = \pm (g_k N_2 - \alpha_k N_1) P_k^\pm(z) \pm 2h\nu_k A_{v,k} g_k N_2 \quad (3)$$

$$N_1 = \frac{P_s}{2r_s s_{sat}} + \sum_{k=1}^K \frac{g_k}{\alpha_k + g_k} \frac{P_k^+ + P_k^-}{V} = 1 - N_2 \quad (4)$$

Bu denklemleri

$$P_p(z=0, t) = P_p^0$$

$$P_s(z=0, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n 2 P_{avg} p(t-nT)$$

$$P_{k \neq s}^+(z=0, t) = 0, \quad P_k^-(z=L, t) = 0$$

olarak verilen sınır şartları altında çözdük. Burada  $h=6.626 \times 10^{-34}$  Js,  $\nu_k$  optik frekans,  $A_{v,k} = \frac{2}{\pi} \cdot AA$ ,  $P_k^+$ ,

$P_s^{ss}$ , ve  $P_1^{50}$ , sırasıyla, pompa, sinyal, ve k frekans penceresindeki ASE doyumluk güçleri, c ışık hızı,

$P_k^+$  girişteki VSONm dalgaboylu pompa gücü,  $P_s$  1550-nm dalgaboylu merkezli sinyal gücü,  $\{a_n\}$  0 veya 1 değerlerini c> olasılıkla alan bu birlerinden bağımsız rastgele değişkenler,  $P_{mg}$  sinyal darbe dizisinde sembol başına düşen ortalama güç, ve  $p(t)=1, 0 < t < T$  dir.

Sürekli halde EDFA kazancını

$$P_s(z=L) \quad (5)$$

1550-nm merkezli lnm bant aralığı içinde kalan ASE foton sayısını

$$\mu_{sp} = \frac{Fk \wedge z = L}{h\nu_s \Delta\nu_s} \quad (6)$$

hesapladık.

## 2.2 Fotodedektör Akımı

EDFA girişine sabit güçte bir ışık geldiğinde çıkışında yükseltilmiş olarak fotodedektör üzerine düşen ışık katlamalı Poisson Nokta Süreci ile modellenilebilir. Fotodedektöre düşen her bir fotonun bir fotoelektron-hole çifti ürettiği kabul edilirse, bu çiftin dedektör kutuplarına erişene kadar hareketleri devrede  $I_{p,n}(t)$  akımı akmasına neden olur. Eğer  $\{t_j\}$  fotonların geliş zamanları dizisi ise fotodedektörde oluşan toplam akım  $I_{DET}(t) = \sum_j h\nu_k \delta(t - t_j)$  Burada  $\{t_j\}$  katlamalı Poisson nokta

dizini ve  $i_{DET}$  ise filtrelenmiş katlamalı Poisson dizini olarak modellenir [3]. Fotonların geliş zamanlarındaki ve geliş sıklığındaki belirsizlik detektör akımında çalkantılara sebep olur. Bu ise hatalı karar olasılığını artırır.

## 2.3 Elektronik Filtre

Alicidaki filtreyi darbe cevabı  $h_f(t) = I/q, 0 < t < T$  olan sayaç devresi ile modelledik. Elektronik filtre çıkışı her T bit süresinde bir örneklendiğinde elde edilen ve karar verme devresine sunulacak olan  $Y = y(t = T) = t_{DET}(t) \otimes h_f(t)$  değişkeni, fotodedektöre gelen foton sayısı ile orantılı bir değer olmaktadır. Burada q bir elektron yükü ve  $\otimes$  konvolüsyon işaretidir. Y değeri sinyaldeki çalkantıların sonucu olarak bitlerin "1" veya "0" oluşuna göre değişik dağılımlar gösterir. Isıl kökenli paraziti ihmal ederseniz, Y değişkeni ortalaması ve varyansı, sırasıyla,

$$\mu(a_n) = a_n G 2 \mu_{avg} + M \mu_{sp} \quad (7)$$

$$\sigma^2(a_n) = a_n G 2 \mu_{avg} + M \mu_{sp} + a_n 4 G \mu_{avg} \mu_{sp} + M \mu_{sp}^2 \quad (8)$$

olan M dereceli bir Laguerre olasılık dağılım fonksiyonuna sahiptir [4]. Burada  $f_{avg} = -\frac{1}{T} \frac{dP_{avg}}{dz}$  EDFA girişinde darbe başına düşen ortalama foton sayısı,  $z=0$  veya 1, ve  $M = T A_{v,s}$  (tamsayı) dır.

Ayrıca T süresi içinde sayılan ısıl parazit fotoelektron sayısı  $m_{th}$  ortalaması sıfır varyansı  $\sigma_j^2$  olan bir Gauss

rastgele değişkeni olarak verilir [5]. Isıl parazit etkisi katıldığında, karar verme devresine giren Y değişkeni dağılımı artık Laguerre olmayıp ortalama ve varyansı ise sırasıyla,

$$\mu_Y(a_n) = \mu(a_n) \quad \text{ve} \quad \sigma_Y^2(a_n) = \sigma^2(a_n) + \sigma_{th}^2$$

olan bir rastgele değişkendir. Hesaplamalarımızda ısıl parazit akımının güç spektral yoğunluğunu  $4 \times 10^{-22}$  A<sup>2</sup>/Hz olarak aldık.

### 3 PERFORMANS KARAKTERİSTİKLERİ

#### 3.1 Hatalı Karar Verme Olasılığı (BER)

Karar verme devresine gelen Y değeri önceden hesaplanmış bir optimum eşik değeri ile karşılaştırılır. Gelen Y değeri eşik değerinden büyükse "1", küçükse "0" kararı verilir. Y değerinin bir dağılım göstermesi sebebiyle karar verme devresinde yapılabilecek hata iki çeşittir. Bunlardan ilki "1" biti gönderilip "0" algılanması, diğeri "0" biti gönderilip "1" algılanması durumudur. Karar verme devresinin eşik değeri D ise, hata ihtimali,

$$BER = 0.5\{P[Y > D | a_n = 0] + P[Y < D | a_n = 1]\}$$

dir. BER bu denkleme göre  $G, \mu_{av}, m, T, M,$  ve  $C&$  parametrelerinin bir fonksiyonu olarak hesap edilir [6]. Bit sıklığı, alıcı devre paraziti, optik filtre bant genişliği, "1" ve "0" bitleri için EDFA sinyal çıkış gücü, "1" ve "0" bitleri için ASE, ve alıcı devre ısıl paraziti gücü BER'in alacağı değeri etkilerler.

#### 3.2 Hassasiyet (Sensithity)

Hassasiyet dijital sistemlerde alıcı devre performansını belirlemede kullanılan bir parametredir ve istenilen bir darbe hata oranının istenilen darbe sıklığında sağlanması için optik yükselteç girişine, darbe başına gelmesi gereken minimum ortalama foton sayısı olarak tanımlanır. Genellikle BER=10<sup>-9</sup> olması istenir. BER = 10<sup>-9</sup> olması bir milyar bit gönderildiğinde ortalama bir tanesinin hatalı algılanması anlamına gelir.

### 4 TASARIM

Değişik pompa güçleri için birbiri ile bağlantılı (1)-(4) denklemlerini MATLAB paket programı ile çözerek kazancın uzunlukla nasıl değiştiği hesapladık ve her bir pompa gücü için maksimum kazancı veren optimum bir uzunluğu tespit ettik. Buna göre girişte darbe başına ortalama güç -50 dBm iken her bir pompa gücü için en fazla kazancı veren EDFA uzunluğu Tablo-1'de verilmiştir.

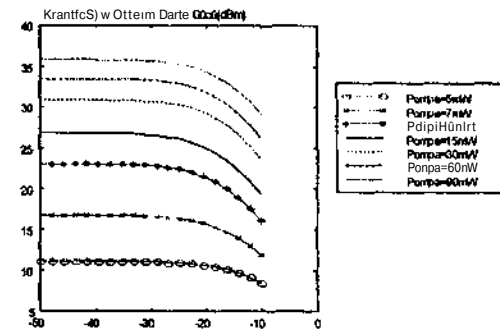
Pompa Gücü (mW)	Maksimum Kazanç (dB)	Uzunluk(m) (Yaklaşık)
90	35.9	15.5
50	33.4	15
30	30.8	13.3
15	26.8	11.2
10	23.1	9.8
7	16.7	8.3
5	11.1	6

**Tablo 1 Değişik Pompa Güçlerinde Maksimum Kazancı Veren EDFA Uzunlukları**

Ayrıca değişik pompa güçleri için ve karşılık gelen optimum uzunluklar kullanılarak EDFA'nın kazanç G ve ASE parazit u<sup>^</sup> değerlerinin giriş darbe gücüne göre değişimini yine (1)-(4) denklemlerini çözerek hesapladık. Belirli bir pompa gücünde ve karşılık gelen EDFA uzunluğunda BER için geliştirilen formüllerde bu değerleri yerine koyarak algılayıcı devrenin darbe başına hata yapma olasılığını değişik giriş darbe güçleri ve farklı bit süreleri için hesapladık. EDFA kazancının ortalama darbe gücüne göre değişimi Şekil 2'de, pompa gücü 15mW ve optimum EDFA uzunluğu 11.3m olduğunda darbe sıklığına karşı BER grafiği değişik giriş güçleri için Şekil 3'de görülmektedir.

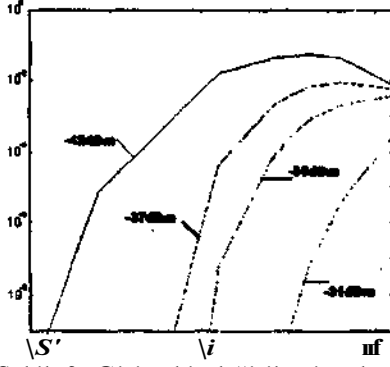
BER= 10<sup>-9</sup> değerinin istenen darbe sıklığında çalışan bir sistemde sağlanabilmesi için gerekli alıcı hassasiyeti ni hesapladık. Şekil 4'de BER=10<sup>-9</sup> için darbe sıklığına karşı foton hassasiyetinin bit sıklığına göre değişim grafiği değişik pompa güçleri için görülmektedir.

İstenen BER'in sağlanabilmesi için gerekli foton hassasiyetinin hangi pompa değeri için en iyi değerde olduğunu hesapladık. Şekil 5'de BER=10<sup>-9</sup> için alıcı foton hassasiyetinin pompa gücüne göre değişimi değişik darbe sıklıkları için görülmektedir.



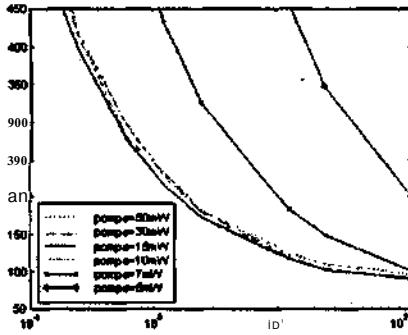
**Şekil 2 Değişik pompa güçlerinde ve EDFA uzunluklarında EDFA kazancının giriş ortalama darbe güçlerine göre değişimi Her pompa gücü için EDFA kazancı -50dBm ortalama darbe gücünde maksimum şekilde belirlenmiştir.**

### BER vs DARBE SIKLIĞI



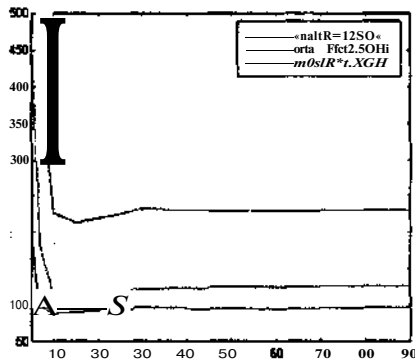
Şekil 3 Girişteki değişik sinyal güçleri için hata olasılığının darbe sıklığına göre değişimi

### FOTON HASSASİYETİ (foton sayısı/darbe) vs DARBE SIKLIĞI (GHz)



Şekil 4 BER=1(T\* için EDFA girişinde minimum gelmesi gereken foton sayısının (alıcı hassasiyeti) darbe sıklığına göre değişimi. Bütün darbe sıklıklarında -15mW pompa gücü ile beslenen EDFA, alıcının en iyi foton hassaslığını sağlıyor.

### FOTON HASSASİYETİ (foton sayısı/darbe) vs POMPA GÜCÜ (mW)



Şekil 5 Alıcı Foton Sayısı Hassaslığının pompa gücüne göre değişimi

## 5 SONUÇ

Çalışmamızda 12.5 Gbit/s darbe sıklığında çalışan bir dijital sistemde, BER =  $10^{-9}$  performansını sağlayan optimum pompa gücünü 15mW, karşılık gelen kazancı 27dB ve uzunluğu 11.3 metre olarak bulduk. Bu performansın sağlanması için EDFA girişine darbe basma gelmesi gereken ortalama foton sayısını 125 (-44.8dBm, 33nW) olarak hesapladık.

Hesaplarımızda sinyal değerinin ve tam ASE spektrumunun EDFA kazancına etkisini hesaba kattık. Tam ASE spektrumunun ihmal edildiği veya kazancın sinyalden bağımsız sabit kaldığı varsayılarak yaptığımız hesaplarda alıcı foton hassasiyetinin olduğundan 5-10 foton daha iyiymiş gibi olduğunu gösterdik [6].

## 6 YORUM VE ÖNERİLER

Bu çalışmada ardarda algılanan bitlerin birbirleriyle olan girişim etkisi (intersymbol interference, ISI) hesaba katılmamıştır. Hem optik filtre hem de elektronik filtrenin bantgenişliği yeterince geniş kabul edilmiştir. Kullanılan filtrelerin bant genişliği ile girişim etkisi arasında bir kazanç-kayıp muhasebesi mevcuttur. Elektronik filtre bant genişliği azaldıkça ısı parazit azalır fakat ISI etkisi artar. Optik filtre bant genişliği azaldıkça ASE gürültüsünün daha büyük bir bölümü süzülür fakat semboller arası girişim artar [7].

ideal olmayan filtrenin alıcı performansına etkisi halen incelediğimiz bir konudur, ve sonuçlarımızın seminer gününde sunulması umulmaktadır.

## KAYNAKÇA:

- [1] Kazovsky L., *Optical Fiber Communication Systems*, ArtechHouse, 1991
- [2] Desurvire E., *Erbium -Doped Fiber Amplifiers*, Wiley, 1994
- [3] Saleh B.E.A., *Photoelectron Statistics*, Springer-Verlag, 1978
- [4] Kahraman G. ve Saleh B.E.A., "Quantum-Statistical Properties Of Pulse Amplification in Optical Fibers With Gain Saturation," IEEE/OSA J. Lightwave Technology, 13, 1127-1134, 1995
- [5] Jacobsen G., *Noise in Digital Optical Transmission Systems*, Artech House, 1994
- [6] Kahraman G., "Erbium Katkılı Optik-Fiber ön-Yükselticilerin Foton-Sayı Duyarlılığının Darbe Sıklığına Göre Değişiminin Dijital Sistemlerdeki Darbeli ve Doygunluk Şartları Altında İncelenmesi", Tübitak EEEAG-184 No'lu Proje Raporu, Aralık, 1998
- [7] Herbst S. ve P. Meissner, "Sensitivity of a Direct WDM-System with a Frequency Selective Optical Receiver and Optical Preampfier," IEEE J. of Lightwave Technology, v. 16, pp. 32-36, 1998

# SÜREKLİ ZAMANLI SİSTEMLERİN KATSAYI DİYAGRAM METODU İLE KONTROLÜ

Serdar E. HAMAMCI\* . Ahmet UÇAR\*\*

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü

\* İnönü Üniversitesi. 44069 Malatya. E-mail: shamaincifrmonu.edu.tr

\*\* Fırat Üniversitesi. 23119 Elazığ. E-mail: aucarl@Firat.edu.tr

## ABSTRACT

*in this study a control strategy for continuous control systems, Coefficient Diagram Method (CDM), is presented and a procedure is developed for design. it is illustrated that the controller can be designed to achieve given performance characteristics. The closed loop polynomial is the central point of this technique. The designer can observe the stability, response and robustness of the system at same time in the coefficient (Hayranı..*

## 1. GİRİŞ

Katsayı Diyagram Metodu (CDM), oldukça yeni bir metod olmasına rağmen temel prensibi kırk yıldan daha fazla bir süredir endüstride çelik-mil motor-hız kontrolü, helikopter motor kontrolü v.b. alanlarda kullanılmaktadır [1],

Lineer /amanla değişmeyen sistemlerde kontrol işleminin tümü, giriş ile çıkış arasında islenen ilişkiyi sağlayan uygun bir transfer fonksiyonunun seçimine dayanır. Transfer fonksiyonunu oluşturan pay polinomu ve özellikle payda polinomu (karakteristik polinom) seçimi sadece kararlılık ve cevap hızı yeterli ise zor değildir. Ancak seçim işlemi, sistem tasarımı için robustness'da önemli ise oldukça zorlaşmaktadır. Katsayı diyagram metodu bu problemin çözümü için önemli bir meloddur [2].

CDM'nin gücü kontrol edilmesi islenen her sistem için, pratik sınırlar içinde en robust ve en basit kontrolörleri tasarımıyabilmesinde yatar. Ayrıca CDM gerektiğinde, sınırlı sayıda sensörlü inverted pendulum sistemi gibi kararsız sistemlerin kontrolünde, kararsız kontrolörlerde üretir [3]. LQR, pole-placement, v.b modern kontrol metodları ile özellikle inajiner eksene yakın kutuplan olan sistemler için robust kontrolör üretimi oldukça zor ve hesap isteyen bir iştir [4]. Bu gibi durumlarda CDM tekniğinin, kontrol sisteminin gerek sistem parametrelerindeki değişimi ve gerekse sistemin kendi içindeki sınırlı belirsizliklere karşı iyi robustness özelliği göstermesi büyük bir avantajdır.

## 2. KATSAYI DİYAGRAM METODU

Genel olarak bir kontrol sistemi tasarım problemi, kontrol edilmesi istenen sistemin ve sistem parametrelerinin özellikleri göz önünde bulundurularak uygun bir kontrolör seçiminden ibarettir. Frekans cevap metodu, Root-Locus metodu gibi bir kısım klasik kontrol teorileri, transfer fonksiyonunu kullanırlar. Tasarımda önce pratik sınırlamalar altında bir kontrolör farz edilerek kapalı çevrim transfer fonksiyonu bulunur. Sonra tasarım parametreleri göz önünde bulundurularak kapalı çevrim transfer fonksiyonu kontrol edilir Eğer bu sonuç tatmin edici

değilse kontrolör yeniden düzenlenir ve işlem tekrarlanır Pole-placement, optimal kontrol (LQR) ve H<sub>∞</sub>, gibi bir kısım modern kontrol teorileri ise sistemi ifade etmek için kontrol edilebilir veya gözlemlenebilir kanonik formdaki durun-u-uzay metodunu kullanırlar. Tasarımda önce tasarımı parametrelerinden yola çıkılarak kapalı çevrim transfer fonksiyonu bulunur ve daha sonra kontrolör elde edilir. Eğer sonuç pratik sınırlamalar altında lalinin edici değilse kapalı çevrim transfer fonksiyonu yeniden düzenlenir ve işlem tekrarlanır. Pole-placement direki metod. CDM gibi cebrik yaklaşım teorileri de sistem ifadesi için karakteristik polinomu kullanırlar. Tasarımda ilk önce kapalı çevrim transfer fonksiyonu ve kontrolör kısmen belirlenir ve tasarımı sırasında bazı parametreler gözlemlenir. Sonuçta gerekirse tasarımı parametreleri yeniden değerlendirilerek işlem tekrarlanır [5].

CDM'de tasarım parametreleri eşdeğer zaman sabiti  $\tau$  ve kararlılık indekleri  $y_i$  dir. Bu parametrelerle kapalı çevrim transfer fonksiyonu belirlenir. Ayrıca ileride Kısım 2.6'da verileceği gibi bu parametreler ile kontrolör parametreleri arasında cebirsel olarak bir ilişki vardır. Bu eş zamanlı tasarımı kolaylığı sebebiyle tasarımcı, oldukça sınırlı tasarım parametreleri ve kompleks yapıdaki kontrolör arasında dengeli bir ilişki kurabilir Bu sayede arzulan performans için en basit kontrolör, fazla bir zorlukla karşılaşılmaksızın gerçekleştirilbilmektedir. Bu özellik CDM'in en önemli avantajlarından birisidir.

En basit olarak CDM, cebrik bir yaklaşım metodu olup iyi bir tasarım için çok önemli bazı bilgilerin (kararlılık, sistem cevabı ve robustness) aynı anda üzerinde gösterildiği "Katsayı Diyagramı" denilen özel bir diyagram kullanan bir kontrolör tasarımı tekniğidir.

### 2.1. CDM'de Karakteristik Polinom

Genel olarak bir sistemin karakteristik polinomu

$$P(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 = \sum_{i=0}^n a_i s^i \quad (1)$$

şeklinde verilir. CDM ile tasarım, kararlılık indekleri  $y_i$ , eşdeğer zaman sabiti,  $\tau$  ve kararlılık limiti,  $y_i$ , nin arasındaki ilişkiye dayanır. Bu ilişki:

$$y_i = \frac{a_i^2}{a_{i+1} a_{i-1}} \quad i = 1, \dots, n-1 \quad \gamma_i = \gamma_n = \infty \quad (2)$$
$$\tau = \frac{a_1}{a_0} \quad (3)$$

$$Y_i^* = \frac{1}{\gamma_{i-1}} + \frac{1}{\gamma_{i+1}} \quad (4)$$

ile verilir. Denklem 2. 3 ve 4'den karakteristik polinomu

$$P(s) = a_0 \left[ \sum_{i=2}^n \left( \prod_{j=1}^{i-1} \frac{1}{\gamma_{i-j}} \right) (\tau s)^i + \tau s + 1 \right] \quad (5)$$

şeklinde  $a_0$ ,  $r$  ve  $y$ , cinsinden bulunur. Buradan  $a_0$ , katsayıları

$$a_{i,1} = \frac{a_0 \tau^i}{\gamma_{i-1} \gamma_{i-2} \dots \gamma_1^{i-1}} \quad (6)$$

olarak elde edilir.

## 2.2. Katsayı Diyagramı

Katsayı diyagramı yarı-logaritmik bir diyagram olup kontrol sisteminin üç önemli karakteristiği olan kararlılık, sistem cevabı ve robustness'in tek bir diyagram üzerinde gözlenebilmesini sağlar. Bu durumun tasarımcının, tasarımının gidişi hakkında dengeli bir karar vermesi açısından önemlidir. Çünkü sistemin giriş-çıkış ilişkisine dayanan diğer kontrol niceliklerinde böyle bir avantaj yoktur. Katsayı diyagramındaki ordinat eksenini karakteristik polinomu katsayıları,  $y$ ,  $y'$  ve  $r$ 'yi (logaritmik olarak) ve absis eksenini ise her bir katsayıya karşılık gelen üs değerlerini göstermektedir. Eşdeğer zaman sabiti 1'den  $r$ 'ya kadar tek bir çizgi ile gösterilir.

Karakteristik polinom

$$P(x) = 0.5 s^4 + 1.8 s^3 + 2.5 s^2 + 2.5 s + 1.5 x + 0.4$$

olarak verilmiş olsun. Buna göre polinomu katsayıları

$$a_i = [0.5 \ 1.8 \ 2.5 \ 2.5 \ 1.5 \ 0.4]$$

olur. Kararlılık indekslerini

$$Y_i = [2 \ 2 \ 2 \ 2.5]$$

olarak seçelim. Eşdeğer zaman sabiti  $r$ . Denklem 3'ten

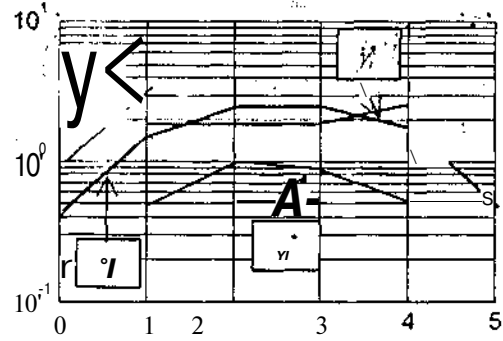
$$T = a_1/a_0 = 2.5$$

ve kararlılık limitleri  $y^*$  Denklem 4'ten

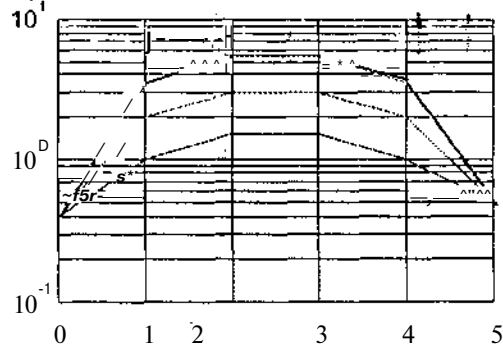
$$y_i^* = [0.5 \ 1 \ 0.9 \ 0.5]$$

olarak elde edilir. Bu polinoma ait Katsayı Diyagramı Şekil 1'de verilmiştir.

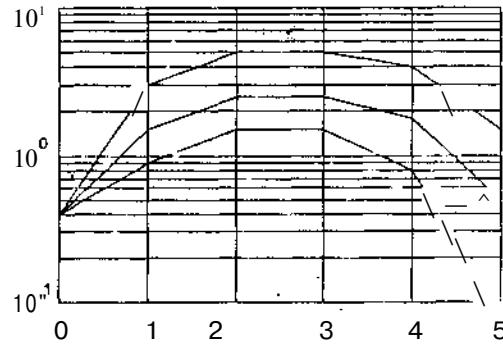
Şekil 2 ve 3'de  $y_i$ 'nin ve  $r$ 'nin katsayı eğrisine olan etkisi gösterilmiştir. Şekil 2'ye göre eğer  $\#$ 'ler daha büyük alınırsa eğriün konveksliği daha da artmakta ve bunun sonucu olarak sistem daha kararlı olmaktadır.  $\#$ 'ler daha küçük seçilirse eğriün konveksliği azalmakta ve bunun sonucu olarak da sistem daha az kararlı olmaktadır. Sonuç olarak kararlılık için katsayı eğrisi, kollan aşağı doğru olan konveks bir yapıda olmalıdır. Şekil 3'e göre katsayı eğrisiün sağdaki ucu daha aşağıda bitiyorsa  $r$  daha küçük ve dolayısı ile cevap daha hızlı olacaktır. Aynı şekilde eğriün sağdaki ucu daha yukarıda bitiyorsa  $r$  daha büyük ve dolayısı ile cevap daha yavaş olacaktır.



Şekil 1 Katsayı Diyagramı



Şekil 2. Kararlılık indekslerinin katsayı eğrisine etkisi.



Şekil 3. r'nun katsayı eğrisine etkisi.

## 2.3. Kararlılık Şartları

Üçüncü ve dördüncü dereceden sistemlerin kararlılık şartları Routh-Hurwitz kriteri ve Denklem 6 yardımı ile kolayca belirlenebilir. Üçüncü dereceden bir sistem için

$$a_1 a_2 > (a_0 a_3) \rightarrow Y_1 Y_2 > 1 \quad (7)$$

bulunur. Dördüncü dereceden bir sistem için ise

$$a_2 > \frac{a_1 a_4}{a_3} + \frac{a_0 a_3}{a_1} \rightarrow Y_1 > Y_2^* \quad (8)$$

bulunur. Beşinci ve daha fazla dereceden sistemler için kararlılık ve kararsızlık şartları Lipalov (1978) tarafından verilmiştir. Buna göre kararlılık için yeterli şart

ve kararsızlık için yeter şart ise

$$\gamma_i \gamma_{i+1} \leq 1 \quad i=2, \dots, (n-2) \quad (10)$$

olmalıdır [6]. Katsayı diyagramında katsayı eğrisi, eğer kolları aşağı doğru konveks yapıda ise kararlıdır; şartları zaten sağlanmaktadır.

#### 2.4. Standart Form

CDM'de standart form olarak kısaca;  $Y_i = 2.2 \dots 3.5 / i$   $(i=1, 2, 3, 4)$   $Y_i \geq 2$  olarak seçilir. Tablo 1'de birkaç form için kararlılık indeksleri verilmiştir. Uygun karakteristiklere sahip standart form için şu özellikler sıralanabilir:

Tablo 1. Değişik formlar için kararlılık indeksleri.

Formlar	n	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$
Binomial	2			3	3
	4	2.5	2	2	2.5
Kessler	2			2	2
	4	2	2	2	2
CDM	2			2	2.5
	4	2	2	2	2.5

1. Kapalı çevrim transfer fonksiyonu için pay polinomunun derecesi sıfır olmak üzere karakteristik polinomun derecesi 4 veya 4'den büyükse sistemin birim basamak cevabında taşma görülmemektedir. Eğer derece 2 veya 3 ise ihmal edilebilir bir (aşına olabilmektedir).
2. Aynı r'ya sahip sistemler için standart form en kısa yerleşme süresine ( $t_s$ ) sahiptir. CDM'de yerleşme süresi 2.5-3 r civarındadır.
3. Aynı rvc sıfırına dereceden pay polinomu için standart formun birim basamak cevabı, karakteristik polinomun derecesi ne olursa olsun yaklaşık olarak aynıdır [1].
4. Tablo 1 "den de görülebileceği gibi CDM standart fonnu, en kolay hatırlanabilir tutulabilen formdur.

#### 2.5. Robustness Özelliği

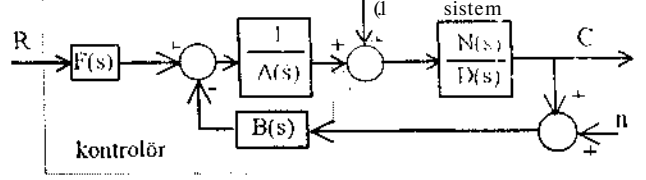
Robustness kararlılık kavramından oldukça farklı bir özelliktir. Çünkü parametrelerin değişimi ile sistem kutuplarının hangi hızda inajınca eksene doğru kaydıklarını ifade eder. Kararlılıkta ise kutupların yerleri önemlidir. Robustness, açık çevrim transfer fonksiyonundan yola çıkarak belirlenir. Aynı karakteristik polinom ve bunun sonucu olarak aynı kararlılık derecesi için sistemin robustness'i farklı olabilir. Hatta bazı durumlarda sistem robust olmayabilir.

Kararlılık indeksleri standart formdaki gibi seçildiğinde, sistem için iyi bir robustness elde edilebilir. Gerçek taşınmada kararlılık ve cevap ihtiyacı nedeniyle  $Y_1=2.5$ ,  $Y_2=2$  seçilmesi kuvvetle tavsiye edilir. Fakat  $Y_3=2$  seçilmesi zorunlu değildir. Daha iyi bir robustness için bu değerler kararlılık ve cevaptan biraz fedakarlık ederek  $Y_1=1.5$   $Y_2=2$  için değiştirilebilir. Bu sayede tasarımcı, karakteristik polinom ile birlikte kontrolör tasarımında bir serbestliğe kavuşmuş olur.

#### 2.6. Matematik Model ve Tasarım Prosedürü

Tek giriş-tek çıkışlı bir sistem için CDM standart blok diyagramı Şekil 4'de serilmiştir. Bununla R giriş, C çıkış, d bozucu ve u ise sistem çıkışındaki u ile gösterilir.

Şekil 4. CDM ile genel bir kontrol sistemi.



Şekil 4. CDM ile genel bir kontrol sistemi.

Kontrol sisteminin karakteristik polinomu

$$P(s) = D(s)A(s) + N(s)B(s) = \sum_{i=0}^n \alpha_i s^i \quad (12)$$

şeklinde elde edilir. Buna göre sistemin çıkış ifadesi

$$C = \frac{N(s)F(s)}{P(s)}R + \frac{A(s)N(s)}{P(s)}d - \frac{N(s)B(s)}{P(s)}u \quad (13)$$

olarak bulunur. İyi bir birim basamak cevabı için kapalı çevrim transfer fonksiyonunun payını sıfırına dereceden (yani Tip 1 sistem) haline getirmek için  $F(s) = P(0)$  alınır.

Kontrolör pay ve payda polinomları için dikkat edilmesi gereken nokta iyi bir kararlılık performansı için  $\text{der}\{B(s)\} = \text{der}\{D(s)\} + 1$  ve  $\text{der}\{A(s)\} \geq \text{der}\{B(s)\}$  şeklinde seçilmesi gerektirir. Buna göre, kontrol edilmesi istenen sistem u. dereceden ise,  $A(s) = a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0$  ve  $B(s) = k_n s^n + \dots + k_1 s + k_0$  olarak seçilir.

CDM için genel bir tasarım prosedürü şu şekilde verilebilir:

1. Kontrol edilmesi istenen sistemin derecesi  $n$ ; ise, uygun dereceli  $A(s)$  ve  $B(s)$  kontrolör polinomları seçilir.
2.  $T$  değerinin bulunması:  $t_s$  (yerleşme süresi) değeri belli ve CDM'de  $t_s$  2.5-3 olduğundan  $t_s$  değeri bulunabilir.
3. Kararlılık indeksleri ( $Y_i$ ) ve kararlılık limitlerinin ( $Y_i^*$ ) seçilmesi: Standart form için kararlılık indeksleri Denklem 11'den ve kararlılık limitleri ise Denklem 4'ten faydalanarak seçilir. Tasarımcının arzuladığı robustness performansı için  $Y_i = 1.5 Y_i^*$  olmak üzere  $Y_i \sim Y_i^*$  kararlılık indeksleri değiştirilebilir.
4.  $I_0 = 1$  seçilerek ve Denklem 6'dan faydalanarak  $k$ , ve  $a$ , katsayıları bulunur ve karakteristik polinom elde edilir.
5. Katsayı diyagramı çizdirilerek sistem performansı gözlemlenir. Sistemin girişi ile bozucular sonucu elde edilen çıkış kontrol edilerek, kararlılık indeksleri değiştirilerek uygun sistem elde edilmeye çalışılır.

#### 3. CDM İLE TASARIM UYGULAMASI

Bu kısımda tasarım uygulaması olarak Benchmark probleminin [1] basitleştirilmiş hali ele alınmıştır. Bu problem, değişik kontrol metodlarının birbirleri ile

karşılaştırılmasında sıkça kullanılan iki kütleli bir yay sisteminden oluşan bir kontrol problemi.

### 3.1. Basitleştirilmiş Benchmark Problemi:

Burada uygulama örneği olarak benchmark probleminin basitleştirilmiş hali için CDM ile bir kontrolör tasarımı verilecektir. Bu problem için kontrol için istenen sistemin transfer fonksiyonu

$$G(s) = \frac{1}{s^4 + 2s^2}$$

CDM ile kontrolörün tasarımı için Kısım 2.6'da verilen prosedürü aynen uygulayalım:

1. Kontrol edilmesi istenen sistem ve kontrolöre ait polinomlar:

$$N(s) = 1 \quad D(s) = s^4 + 2s^2$$

$$h(x) = A_0x^3 + k_1s^2 + h_0x + k_0 \quad A(s) = \frac{1}{s^4 + 2s^2} + I_0$$

$$F(s) = k_0$$

olarak verilmiştir. Buna göre karakteristik polinom

$$P(s) = I_0s^7 + I_1s^6 + (I_2 + 2I_3)s^5 + (I_0 + 2I_1)s^4 + (k_1 + 2I_1I_2 + (k_2 + 2I_0)s^2 + k_3s + k_0$$

olarak elde edilir.

2. r'nun belirlenmesi: Benchmark problemi için  $t_r$  (yerleşme süresi) 15 s. olarak belirlenmiştir. CDM'de  $t_r$  2.5-3 r civarında olduğundan  $x = t_r/2.5 = 6$  s. olarak seçilir.

3. Kararlılık indeksleri ( $\gamma$ ) ve kararlılık limitlerinin ( $\gamma^*$ ) seçilmesi: Standart form için kararlılık indeksleri

$$\gamma_i = \frac{-\text{Re}(p_i)}{\sum \text{Re}(p_i)}$$

olarak seçilir.  $\gamma_1 = 2.5$ ,  $\gamma_2 = 2$  seçilmek şartı ile  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  ve  $\gamma_3$  tasarımın arzuladığı robustness performansı için değişik değerler alabilir. Kararlılık limitleri ise Denklem 4'ten

$$\gamma^* = 10.5 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0.9 \quad 0.5J$$

bulunur.

4.  $I_0 = 1$  seçilerek ve Denklem 6'dın faydalanarak  $I_1$ ,  $A_1$  ve  $f_1$  katsayıları

$$I_1 = [0.37 \quad 0.0495 \quad 0.3223 \quad 1]$$

$$k_1 = [1.1871 \quad -0.4736 \quad 0.636 \quad 0.106]$$

$$a_1 = [0.0037 \quad 0.0495 \quad 0.329 \quad 1.099 \quad 1.8317 \quad 1.5264 \quad 0.636 \quad 0.106]$$

olarak bulunur..

5. Elde edilen karakteristik polinom için katsayı diyagramı Şekil 6'da verilmiştir. Kapalı çevrim sisteminin kutupları:

$$p_{1,2} = -3.7197 \pm j4.3175$$

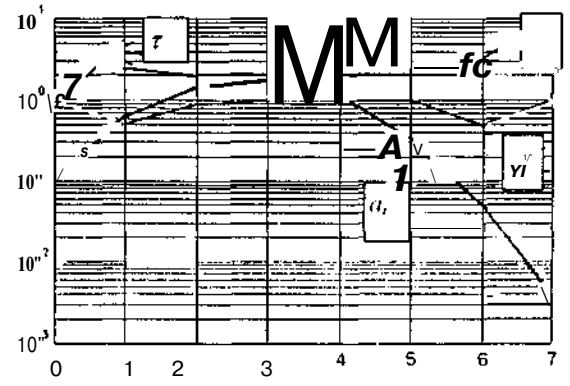
$$p_{3,4} = -0.5348 \pm j0.3172$$

$$p_5 = -2.4822$$

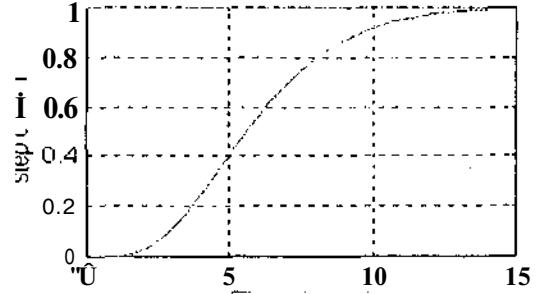
$$p_6 = -1.8939$$

$$p_7 = -0.4933$$

şeklinde bulunur. Şekil 7'de sistemin birim basamak cevabı verilmiştir.



Şekil 6. Katsayı diyagramı.



Şekil 7. Kapalı çevrim sistemi için: birim basamak cevabı.

### 4. SONUÇ VE TARTIŞMA:

Yalnızca polinomları kullanan bir cebirsel yaklaşım metodu olan CDM ile kontrol sistem tasarımı gerçekleştirildi. CDM, pratiklik ve işlem hızının önem kazandığı günümüzde oldukça rahat kontrolör tasarımı yapılabilmesine olanak tanıdığından bundan sonraki çalışmalar için çok avantajlı olacağı düşünülmektedir. CDM ile tasarımda kararlılık indekslerinin görsel olarak izlenmesi ve sistemi performansı ile değişiminin sağlanması, metodun kullanımını daha da kolaylaştırmaktadır. Bu çalışmadaki tüm sonuçlar MATLAB/SIMULINK ortamında gerçekleştirilmiştir.

Kontrol sistemlerinde CDM kullanılarak optimal tasarımların yapılması için çalışmalar devam etmektedir

### 5. KAYNAKÇA

- [1] Saito.K., Mita.K., and Manabe.S.. "A solution of Ilc Benchmark problem by coefficient diagram method". ACC95-AIAA-20.
- [2] Manabe.S.. "Unified interpretation of classical, optimal and H<sub>∞</sub> control", Jour. of SICE. 30. 10. 941-946. 1991.
- [3] Manabe.S.. "A low cost inverted pendulum system for control system education", The 3<sup>rd</sup> IFAC Symposium on advances in Control Education. Tokyo. 1994.
- [4] Mills. R.A. ve Bryson. A.E.. "Parameter-robust control design using a minimax method". AIAA Guidance, Control and Dynamics. 15. 5.
- [5] Chen C.T., "Introduction to the linear algebraic method for control system design". IEEE Contr. Syst. Mag.. 7. 5. 36-42, 1987.
- [6] Lipatov.A. and Sokolov.N.. "Some sufficient conditions for stability and instability of continuous linear stationary systems", Automat. Remote Contr., 39. 1285-1291, 1979.

# LAGUERRE SERİLERİ YAKLAŞIKLIĞINI KULLANAN YENİ BİR DURUM DEĞİŞKENLERİ KESTİRİM YÖNTEMİ

Saadettin AKSOY, Atakan ABUŞOĞLU  
Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Sakarya Üniversitesi  
54040 Sakarya  
E-mail: [saksoy@esentepe.sau.edu.tr](mailto:saksoy@esentepe.sau.edu.tr)

## ABSTRACT

*in this study, a new estimation algorithm is proposed to estimate the state variables of linear time-invariant multi input-multi output systems using only input and output measurements. The proposed algorithm uses Laguerre series approach and uses some important properties. When the number of elements of series are increased, comparison of the Laguerre series approximate with exact solutions is very satisfactory.*

## 1. GİRİŞ

Kutup yerleştirme ve değişik türden denetleyicilerin analiz ve tasarımında dizgenin devingen davranışını belirleyen devingen durum değişkenlerinin bilinmesi gerekir [1,2]. Bununla birlikte adaptif denetim uygulamalarında dizge durum değişkenlerini gerçek zamanda kestirme işlemi oldukça önemli bir sorundur [3].

Bu çalışmada önerilen kestirim algoritması (estimator), bir tür durum gözlemleyici olup, gözlemleyici durum ve yanılı devingen denklemlerini esas alır. Giriş büyüklükleri olarak giriş ve çıkış ölçümlerinin kullanıldığı algoritma, söz konusu devingen türevsel denklemlerin çözümünde, Laguerre serileri için tanımlanan ileri tümlevleme işlem matrisi özelliğini kullanır [4].

Önerilen yöntem üç aşamada tamamlanır. Birinci aşamada kestirim yanılığını kısa sürede sıfıra götürecek geri besleme matrisi uygun bir yöntem kullanılarak seçilir [5]. İkinci aşamada durum ve yanılı devingen eşitliklerinin her iki yanı tümlevlendikten sonra belirlenmesi amaçlanan durum ve yanılı vektörleri ile bilinen denetim vektörünün (çözüm aralığında sürekli oldukları varsayımı ile) Laguerre serisel yaklaşıklıkları, bu tümlev eşitliklerinde yerleştirilerek gerekli düzenlemeler sonucunda bağıntıların her iki yanındaki zaman bağımlı terimler sadeleştirilir. Böylece; durum ve yanılı türevsel denklemler takımının çözümü, cebirsel denklemler takımının çözümüne indirgenir. Son aşamada bu cebirsel denklemler takımı, bilgisayar destekli çözüme uygun yinelemeli bir biçime sokulur. Bu yinelemeli bağıntılardan bilinmeyen serisel açılım katsayıları kolayca hesaplanır. Yöntemin daha iyi anlaşılabilmesi için Laguerre serilerinin kimi özelliklerinin bilinmesi gerekir.

## 2. LAGUERRE SERİLERİ

$t \in [0, \infty)$  aralığında karesel olarak tümlevlenebilir herhangi bir  $f(t)$  işlevi, serinin ilk  $r$  terimi için;

$$f(t) \cong \sum_{k=0}^{r-1} a_k \lambda_k(t) = \underline{a}' \underline{A}(t) \quad (D)$$

biçiminde Laguerre serisel yaklaşıklığı ile ifade edilebilir [4].  $a_k$  katsayıları, serilerin ortogonalite özelliği kullanılarak

$$a_k = \int_0^{\infty} f(t) \lambda_k(t) dt \quad (2)$$

eşitliğinden belirlenir [4].  $A_k(t)$  'ler ise;

$$\lambda_i(t) = \frac{e^{-t}}{i!} \frac{d^i}{dt^i} (t^i e^t) \quad , \quad i=0,1,2,\dots \quad (3)$$

bağıntısı ile tanımlanan Laguerre polinomları olup, her bir polinom;

$$\begin{aligned} \lambda_0(t) &= 1 \\ \lambda_1(t) &= 1-t \\ \lambda_2(t) &= 1-2t+0.5t^2 \\ &\dots \dots \dots \end{aligned} \quad (4)$$

$$(\dot{I}+1)A_{i+1}(t) = (I+2i-t)k(t) - U_{i+1}(t) \quad , \quad i=1,2,\dots$$

yinelemeli bağıntısından kolayca elde edilir [4]. (1) yaklaşıklığında sırasıyla, Laguerre serileri katsayı vektörü ve Laguerre polinom vektörü olarak adlandırılan  $\underline{a}$  ve  $\underline{X}(t)$  vektörleri;

$$\begin{aligned} \underline{a}^T &= [a_0 \ a_1 \ \dots \ a_r], \\ \underline{X}(t) &= [\lambda_0(t) \ h(t) \ \dots \ K-1(t)] \end{aligned} \quad (5)$$

biçiminde tanımlanırlar. Öte yandan  $\underline{X}(t)$  temel vektörünün  $[0,t]$  zaman aralığındaki tümlev işlevi için;



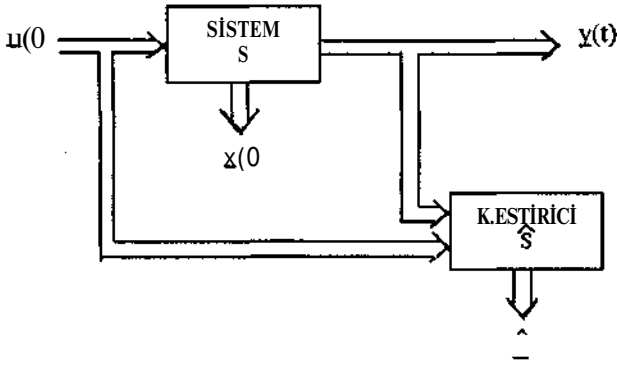
$$\int_0^t \lambda(\tau) d\tau = P \lambda(t) \quad (6)$$

bağıntısı ya;!,;:-İlir [4]. Buradaki  $P$  matrisi Lagı, vektörü ileri ilülevleme işlem matrisi olarak adlandırılır; aşağıdaki gibi tanımlıdır.

$$P = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

### 3. KESTİRİM YÖNTEMİ

önerilen durum kestirim algoritması bir tür durum gözlemleyici olup, Şekil 1'deki öbek gösterimi ile verilebilir.



Şekil 1. Durum Kestiricinin öbek Gösterimi

A, B ve C sırasıyla S özgün dizgesinin; nxn boyutlu durum, nxm boyutlu giriş ve pxn boyutlu çıkış matrisleri olmak üzere; kestirici için durum ve yanılı devingen denklemleri;

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + GCe(t) \quad (7)$$

$$\dot{e}(t) = (A-GC)e(t), e(0) = x(0) - \hat{x}(0) \quad (8)$$

yazılır. Burada G geri besleme matrisi olup, yalnızca  $x(0) * \hat{x}(0)$  için etkindir ve kestirim yanılığını kısa sürede sıfıra götüreceği biçimde seçilmelidir. (7) türevsel denkleminde n boyutlu  $\hat{x}(t)$  kestirim vektörünün belirlenebilmesi için  $e(t)$  kestirim yanılı vektörünün bilinmesi gerekir. Bu nedenle öncelikle (8) türevsel bağıntısının  $[0, \infty)$  zaman aralığında Laguerre serisel yaklaşığı çözümü için (6) eşitliği gereği;

$$e(t) \approx EMt, t \in [0, \infty) \quad (9)$$

yaklaşık bağıntısı yazılabilir. G'nin öğeleri ise dizgenin durum gözlenebilir olduğu varsayımı ile yanılıyı kısa sürede sıfıra götürebilecek biçimde gelişigüzel seçilebilir

(A-GC)'nin  $a_1, a_2, \dots, a_n$  öz değerlerini kullanarak (I: Birim matris);

$$\lambda I - (A-GC) = 0 \quad (10)$$

öz denkleminde belirlenir [5].  $M = (A-GC)$  tanımıyla;

$$\dot{e}(t) = Me(t), e(0) = e_0 \quad (11)$$

eşitliğinin her iki yanını tümleyerek

$$e(t) - e(0) = \int_0^t M e(r) dr \quad (12)$$

elde edilir.  $t \in [0, \infty)$  aralığında tanımlanan

$$E = [e_1^T, e_2^T, \dots, e_n^T] \quad (13)$$

$$e_i^T = [e_{i,0}, e_{i,1}, \dots, e_{i,r-1}], i=1, 2, \dots, n$$

Laguerre serileri katsayılar matrisi olmak üzere yanılı vektörü;

$$S.f. \int_0^t e^{-s\tau} L(\tau) d\tau = EX(t) \quad (14)$$

yaklaşıklığıyla yazılabilir.  $e(0)$  ise  $\hat{x}(0)$ 'ye bağılı olarak

$$e(0) \approx \begin{bmatrix} e_1(0) & 0 & \dots & 0 \\ e_2(0) & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ e_n(0) & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} U(t) = E_0 \lambda(t) \quad (15)$$

yazılır. (14) ve (15), (12)'de yerleştirilip (6) özelliği kullanılırsa;

$$(E-E_0) \lambda(t) = \int_0^t M E \lambda(r) dr = M E P \lambda(t) \quad (16)$$

elde edilir. Son bağıntıda zaman bağıntılı terimler yahnlaştırılarak;

$$E - E_0 = M E P \quad (17)$$

bulunur. Son ifade düzenlenirse, aşağıdaki yinelemeli bağıntı elde edilir.

$$\begin{bmatrix} e_{1,0} & e_{2,0} & \dots & e_{n,0} \end{bmatrix} Y = -(M-I) e(0) \\ \begin{bmatrix} e_{1,1} & e_{2,1} & \dots & e_{n,1} \end{bmatrix}^T = (M - iy'M [e_{1,r-1}, e_{2,r-1}, \dots, e_{n,r-1}])^T \quad (18)$$

$i=1, 2, \dots, r-1$ , /; Birim matris

İkinci adım olarak  $\hat{x}(t)$  kestirim vektörünün Laguerre serisel yaklaşıklığı çözümü için (7)'nin her iki yanını ayrı ayrı tümleyenirse;

$$\hat{x}(t) - x(0) = \int_0^t A \hat{x}(T) dT + \int_0^t B u(T) dT + \int_0^t G C e(T) dr \quad (19)$$

olur.  $i(t)$  ve  $y_i(t)$  te  $[0, \infty)$  için sürekli oldukları varsayımıyla

$$\underline{x}(t) \approx [\underline{x}_1^T \ \underline{x}_2^T \ \dots \ \underline{x}_n^T]^T \bullet A0 = \underline{X}\underline{\lambda}(t) \quad (20)$$

$$\underline{x}_i^T = [x_{i,0} \ x_{i,1} \ \dots \ x_{i,r-1}] \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$\underline{X}(0)^* \begin{bmatrix} x_{1,0} & 0 & \dots & 0 \\ x_{2,0} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n,0} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \underline{X}(t) = \underline{X}_0 \underline{\lambda}(t) \quad (21)$$

$$\underline{u}(t) \approx [\underline{u}_1^T \ \underline{u}_2^T \ \dots \ \underline{u}_n^T]^T \bullet (t) = \underline{U}\underline{\lambda}(t) \quad (22)$$

$$\underline{u}_i^T = [u_{i,0} \ u_{i,1} \ \dots \ u_{i,r-1}] \quad i = 1, 2, \dots, n$$

biçiminde tanımlanan Laguerre serisel yaklaşıklıkları ve (14) bağıntısı (19)'da yerleştirilip, tümleme işlemleri yerine ise (6) özelliğinden yaklaşık bağıntıları yerleştirilerek gerekli düzenlemeler sonucunda elde edilecek olan eşitliğin her iki yanından zaman bağımlı terimler sadeleştirilirse  $n \times r$  boyutlu;

$$\underline{X} - \underline{X}_0 = \underline{A}\underline{X}\underline{P} + \underline{F}\underline{P} \quad (23)$$

$$\underline{F} = \underline{B}\underline{U} + \underline{G}\underline{C}\underline{E}$$

sabit katsayılı cebirsel denklemler takımı elde edilir. Son bağıntıda  $x_k$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ;  $k=0, 1, \dots, r-1$ ) Laguerre katsayıları eşitlik içinde karışık olarak yer almaktadır. (23) bağıntısı, bilgisayar destekli çözüme uygun cebirsel denklem takımı biçiminde düzenlenerek, çözümü oldukça kısa sürede yapılabilecek olan aşağıdaki yinelenmeli bağıntı elde edilir:

$$[\underline{X}_w \ \underline{X}_{20} \ \dots \ \underline{X}_{n0}]^T = -(\underline{A} - \underline{I})^{-1} [\underline{f}_{10} \ \underline{f}_{20} \ \dots \ \underline{f}_{n0}]^T$$

$$[\underline{x}_{1,i} \ \underline{x}_{2,i} \ \dots \ \underline{x}_{n,i}]^T = (\underline{A} - \underline{I})^{-1} \underline{A} [\underline{x}_{1,i-1} \ \underline{x}_{2,i-1} \ \dots \ \underline{x}_{n,i-1}]^T - (\underline{A} - \underline{I})^{-1} [\underline{f}_{1,i} \ \underline{f}_{2,i} \ \dots \ \underline{f}_{n,i}]^T$$

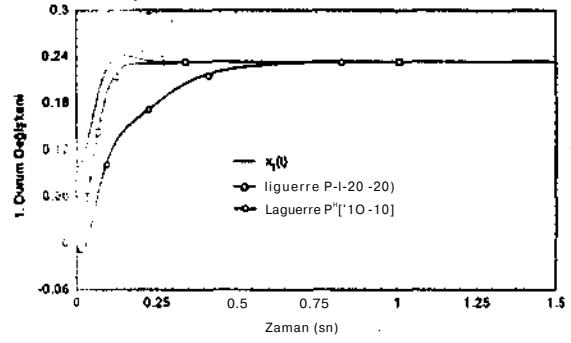
$i=1, 2, \dots, r-1$ ,  $\underline{I}$ : Birim matris (24)

Sonuç olarak  $\underline{e}(0)$  ve  $\underline{X}(0)$  başlangıç koşulları ile matris tersi gerektirmeyen bilgisayar destekli çözüm sonucunda  $2n \times r$  serisel açılım katsayısı kolayca hesaplanır. Bu katsayılar bir kez hesaplandıktan sonra (14) ve (20) 'de yerleştirilerek  $[0, t]$  zaman aralığı için  $\underline{x}(t)$  ve  $\underline{e}(t)$  'nin yaklaşık çözümleri elde edilir.  $\underline{G}$  'nin sıfır seçilmesi özel durumunda, algoritma açık çevrim kestirici olarak çalışacağından, daha kısa sürede çözüme ulaşılır. Fakat yanlıgı dinamiği  $\underline{A}$  matrisinin öz değerleri tarafından belirleneceğinden, yakınsama için dizgenin asimptotik kararlı olması gerekir [5].

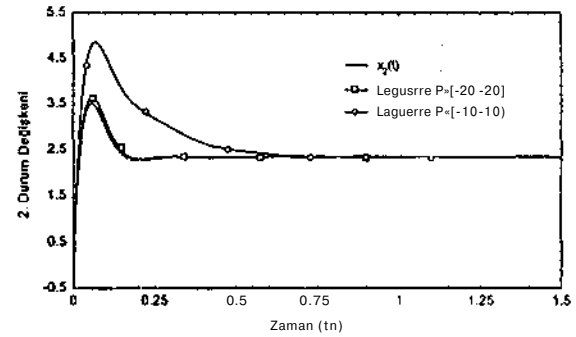
#### 4. SAYISAL UYGULAMA

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} -10 & 1 \\ -600 & -30 \end{bmatrix}, \underline{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 210 \end{bmatrix}, \underline{C} = [1 \quad 0], \underline{X}(0) = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.2 \end{bmatrix}$$

ile verilen durum gözlenebilir bir dizgenin durum değişkenleri, Ackerman [5] yöntemini kullanan durum gözlemicisi ve geliştirilen algoritma ile ayrı ayrı hesaplanıp,  $K$  sayısal çözüm sonuçları şekil 2 ve 3 'de verilmiştir. Gözlemleyicinin yürütülmesinde dört adımlı Runge-Kutta sayısal çözüm yöntemi 0.001 saniye adım aralığı ile uygulanmıştır. Dizgenin Chebyshev serisel yaklaşımı ile elde edilen sayısal çözüm sonuçları ise, şekil 4'de verilmiştir [6].

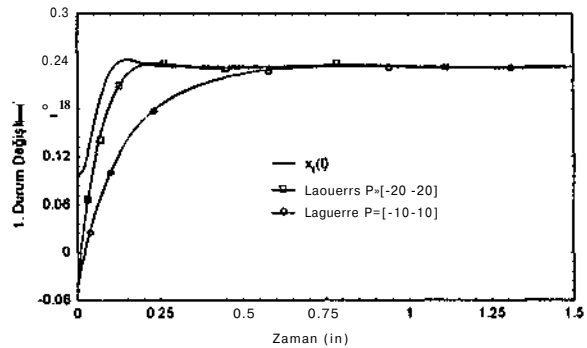


(a)

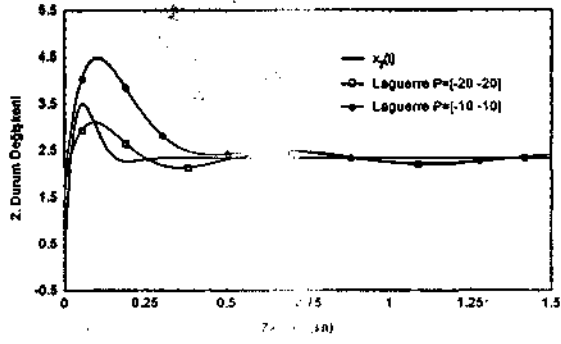


(b)

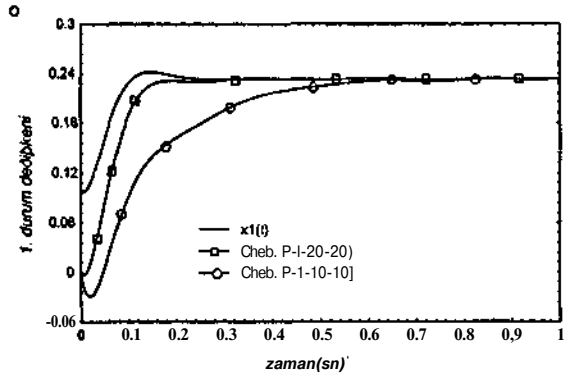
Şekil 2. Laguerre Serileriyle Hesaplanan Kestirim Eğrileri ( $r=200$ )



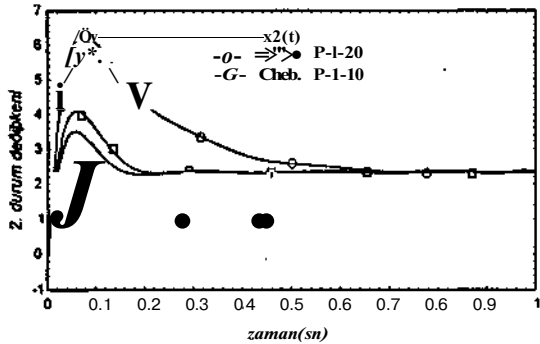
(a)



Şekil 3. Laguerre Serileriyle Hesaplanan Kestirim Eğrileri (r=50)



(a)



(b)

Şekil 4. Chebyshev Serileriyle Hesaplanan Kestirim Eğrileri (r=12)

Şekil 2, 3 ve 4 'deki eğrilerden izlendiği gibi, gelişigüzel seçilebilen gözlemleyici öz değerleri negatif bölge için büyütüldükçe kestirim sonuçları daha kısa bir sürede yakınsamaktadır. Yine aynı şekillerde serinin ilk "r" terim sayısı arttıkça gerçek değeri yakalama süresi kısalmaktadır.

Laguerre serileri ile elde edilen çözümün Chebyshev çözümündeki doğruluğu yakalayabilmesi için serinin seçilen ilk "r" terim sayısını oldukça yüksek seçmek gerekir. Ancak Chebyshev serisel yaklaşıklığında çözüm aralığı  $t \in [0, l]$  olmasına karşın, Laguerre serisel yaklaşıklığında  $t \in (0, \infty)$  aralığında seçilebilmektedir.

## 5. SONUÇ VE ÖNERİLER

önerilen yöntemde serinin kullanılan ilk "r" terim sayısı arttıkça kestirim yanlılığı küçülmektedir. Oysa diğer gözlemleyicilerin yitirildiği sayısal çözüm yöntemlerinde adım aralığı gereğinden fazla küçültülürse yuvarlatma hataları ortaya çıkabilmektedir.

Taylor, Chebyshev,  $Wn/sh$  gibi ortogonal serisel yaklaşıklığı ile elde edilen çözüm aralığı  $t \in [0, 1]$  için geçerli olmasına karşın, önerilen yöntemde çözüm aralığının  $t \in [0, \infty)$  aralığında seçilebilmesi, algoritmanın önemli bir üstünlüğüdür. Chebyshev serisel yaklaşıklığında çözüm için matris tersi işlevine gerek duyulmasına karşın, önerilen yöntem matris tersi gerektirmeyen yinelemeli bağıntıları kullanmaktadır. Gerçek çözüme istenen doğrulukta yakınsayabilmek için serinin yüksek sayıda teriminin kullanılması gerekmektedir.

## 6. KAYNAKÇA

- [1] Brasch, F.M., and Pearson, J.B., " Pole Placement Using Dynamic Compensators", IEEE Trans. Automatic Control, AC -15, pp. 34-43, 1970.
- [2] Phillips, Y.A., "Controller Design of Systems with Multirate Noise", IEEE Trans. On. Aut. Cont., Vol.2, AC-30, No.10, 1985.
- [3] Aström, K.J., and Wittermark, B., "Adaptive Control ", Addison -Wesley Pub. Inc., USA, 1989.
- [4] Hwang, C, and Shih, Y.P., "Laguerre Operational Matrices for Fractional Calculus and Applications ", Int. J. Control, Vol. 34, No. 3, pp. 577-584, 1981
- [5] Kailath, T., "Linear Systems", Prentice-Hall Inc., 1980, Tokyo.
- [6] Aksoy, S., Abuoğlu, A., ve Soysal, B., "Chebyshev Serileri Yaklaşıklığını Kullanan Yeni Bir Durum Değişkenleri Kestirim Yöntemi", SİU Kurultayı Bildiriler Kitabı, s. 20, Antalya, 1996.

# SIKIŞTIRILAMAYAN AKIŞKANLAR İÇİN BÇRU HATTI KESİMLERİNİN MODELLENMESİ

Tolgay KARA\*, İlyas EKER\*\*

Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Gaziantep Üniversitesi  
27310 Gaziantep

E-nıail: kara@alpha.bim.gantep.edu.tr\* ilyas@alpha.bim.gantep.edu.tr\*\*

## ABSTRACT

*Mathematical modelling of pipetine secüions used for incompressible fluid transport is presented in the preseni paper. Models are built using the very basic laws ofPhysics and the frictional energy loss expressions available in the literatüre. Two models are developed for frictional loss using the Hazen-Williams and Darcy-İVeisbach formulas which are nonlinear expressions ofhead loss in flow rate. They are linearized around an expectedflow rate value and a linear approximate model is developed for each nonlinear head loss expression. An industrial problem, Gaziantep Water Supply System is investigated in the Case Study. A chosen pipetine section of the Gaziantep Water Supply System is modelled and simulations are performed using the program Simulink in Matlab. The simulation results obtained using the nonlinear and the linearized models are presented and compared for both of the head loss expressions. Validity of the approximations is discussed.*

## 1. GİRİŞ

Boru hattı, akışkanları ve akışkan ürünleri uzun mesafelere iletmeye yarayan boru ağı olarak tanımlanabilir [1]. Günümüzde boru hatları, borular dışında pompalar, kompresörler, çeşitli vanalar ve tanklardan oluşabilmekte ise de borular, bir boru hattının temel bileşenidir. Boru hatı kesimi ise bir boru hattının sadece borulardan oluşan herhangi bir parçasıdır.

Tarihteki ilk boru hatı, Çinliler tarafından M.Ö. 2500'li yıllarda su laşunak için yapıldı ve bambu borulardan oluşuyordu. M.Ö. 200'e gelindiğinde Romalılar, kurşun ve bronz kullanarak inşa ettikleri boru hattıyla günde 300 milyon galondan fazla su taşıyorlardı. Dökme demirden yapılan hatlar ise ilk defa XIV. Louis zamanında Versailles bahçelerinde görüldü. Günümüzde boru hatları, akışkanın türüne, sıcaklığına ve basıncına göre farklı malzemeler kullanılarak inşa edilmektedir [1].

Boru hatlanm bilimsel temelini oluşturan ilk hidrolik çalışmaları, ilk çağa kadar uzanır. Bu çağda Archimedes önemli çalışmalar yapmıştır. Roma sonrası yaşanan karanlık çağdan sonra, Rönesans'ta Da Vinci, Stevin ve

Castelli bu alanda çalışmış, fakat Nevton'un geliştirdiği hareket kanunları, fiziğin hemen ha dalına olduğu gibi hidrolige de en önemli dayanağı oluşturmuştur. Aynı yüzyılda Toricelli 'hız kotu' (velocity head) kavramını ortaya atmıştır. 18. Yüzyılda Bramah, Euler, d'Alembert aynı alanda çalışan önemli isimlerdir. Aynı yüzyılda Bernoulli ünlü eşitliğini geliştirmiş ve Chezy hidrolik direnç üzerine önemli çıkarımlar yapmıştır. Borulardaki sürtünme kayıpları üzerine yapılan çalışmaların yoğunlaştığı yüzyıl, 19. Yüzyıl olmuştur. Poiscuillc, Bressc, Darcy, Hagen, Weisbach, Manning ve Reynolds, yüzyılda konuyla ilgilenen önemli bilim adamlarındandır. Bu yüzyıldaki çalışmaların ürünleri olan Darcy-Weisbach ve Manning formülleri ile Reynolds kriteri, günümüzde yaygın olarak kullanılmaktadır. 20. Yüzyılda Prandtl, Blasius ve Nikuradse yaptıkları çalışmalarda borulardaki sürtünme kayıplarına eğilmişlerdir. Fakat bu alanda Darcy-Weisbach yöntemi ile birlikte en çok kullanılan yöntemi geliştirenler Hazcn ve Williams olmuştur [2].

## 2. MODELLEME

Bir boru hattı kesiminin matematiksel modelini elde etmek için bu kesimin iki ucu arasmdaki kot farkı ile hattan geçen akışkanın debisi arasmdaki matematiksel ilişkinin belirlenmesi gerekir. Kayıplar göz ardı edildiğinde, bu ilişkiyi temel fizik kanunlarını kullanarak bulmak mümkündür. Bu durumda elde edilecek eşitlikler, boru hattı kesimi içindeki gerçek davranışı ifade etmekten uzaktır ve kayıpların modcllcmede hesaba katılması gerekir. Borularda meydana gelen kayıpların en önemli bileşeni olan sürtünme kayıpları, ikincil kayıplar olarak adlandırılan diğer kayıplara çok baskındır ve bu ikincil kayıpların modellemede göz ardı edilmesi, bazı özel durumlar dışında büyük bir hataya yol açmaz [2,3].

### 2.1. Kayıpları Yok Sayarak Modelleme

Uzunluğu  $L$ , kesit alan  $A$  olan bir boru hattı kesiminin iki ucu arasmdaki basınç farkı  $\Delta p$ , içinden geçen akışkanın debisi  $q$  ise, boru hattı kesimi içindeki akışkan bloğuna etki eden kuvvet  $F$  ve borudaki toplam akışkan kütlesi  $m$  şu şekilde gösterilebilir [4]:

$$F = \rho p . A \quad (1)$$

$$m = \rho J . A \quad (2)$$

Denklem (2)'de  $p$ , akışkanın özgül ağırlığını göstermektedir. Denklem (1) ve (2) Nevton'un ikinci hareket kanunu göz önüne alınarak birleştirilirse, aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$Af) \doteq \rho J . a \quad (3)$$

Denklem (3)'te  $a$ , boru içindeki akışkanın ivmesini göstermektedir. İvmenin hızın zamana göre türevi olduğu ve debi ile hız arasındaki ilişkinin  $q=uJl$  ile verildiği hatırlanırsa [5], Denklem (3) aşağıdaki hale getirilebilir:

$$\Delta p = \frac{\rho l}{A} \frac{dq}{dt} \quad (4)$$

$g$  yer çekimi ivmesini gösterirken Denklem (4) şu hale getirilebilir[5]:

$$\Delta h = \frac{l}{Z.A} \frac{dq}{dt} \quad (5)$$

Denklem (5), uzunluğu  $l$  ve kesit alan  $A$  olan bir boru hattı kesimi için kot farkı ile debi arasındaki ilişkiyi kayıpları göz ardı ederek vermekte olup doğru bir matematiksel model geliştirmek için yeterli değildir. Çünkü özellikle sürtünme kayıplarının kot-debi ilişkisine etkisi son derece önemlidir ve modellemede göz önüne alınması gerekir [4,5].

## 2.2. Sürtünme Kayıplarının Hesaplanması

Bir akışkanın boru hattı içerisindeki hareketi sırasında meydana gelen en önemli kayıp, sürtünmeden kaynaklanan ve metre ile ifade edilen enerji ya da kot kaybıdır. Bu kaybın hesaplanmasında *Darcy-Weisbach* ve *Hazen-Williams* yöntemleri sıklıkla kullanılır [6].

### 2.2.1. Darcy-Weisbach Yöntemi

Boru hatlarındaki sürtünme kayıplarının *Darcy-Weisbach* yöntemi ile hesaplanmasında alan türleri ve Reynolds sayısı önemlidir. Süştürülmeyen akışkanların borulardaki akımları birçok yönden sınıflandırılabilir, ancak kayıpların hesaplanması açısından akımın laminar ya da türbülanslı oluşu önem taşır. Bu ayrım, akışkan taneciklerinin bağımsız hareketlerine bağlıdır ve bu iki tip akımı ayırmak için kullanılan kriter, ilk defa *Osborne Reynolds* tarafından hesaplanan *Reynolds sayısı*dır. *Reynolds sayısının* 2000'den küçük olması akımın laminar, 4000'den büyük olması ise türbülanslı olduğunu gösterir. Aradaki değerler için akım geçiş hamidedir denir [5]. Laminer akım, çok ince borularda ya da akışkanlığı çok düşük sıvılarda görülen bir durumdur. Bu nedenle kayıp hesaplan türbülanslı akım için yapılacaktır.

*Darcy-Weisbach* yöntemi, sürtünmeden kaynaklanan kot kaybı ile debiyi aşağıdaki şekilde ilişkilendirir [5]:

$$h_k = \frac{f l}{d . A^2} \cdot \frac{q^2}{2g} \quad (6)$$

Denklem (6)'da  $f$  sürtünme katsayısıdır. Laminer akım için bu katsayı, *Reynolds sayısının* tersi ile doğru orantılıdır ve hesaplanması çok kolaydır. Türbülanslı akım için ise sürtünme katsayısı aşağıdaki eşitliği sağlar [2,5]:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{\epsilon}{3.7d} + \frac{2.51}{R\sqrt{f}} \right) \quad (7)$$

Denklem (7)'de  $E$ , borunun sertlik boyutudur ve metre ile ifade edilir. Farklı borular için sertlik boyutunu veren tablolar literatürde mevcuttur [2,5]. Bu eşitlik kullanılarak için analitik çözüm elde etmek mümkün olmadığından nümerik metotlar kullanılmalıdır.

Denklem (6) ile gösterilen formül, kot kaybı ile debi arasında doğrusal olmayan bir ilişkiyi vermektedir. Bu ilişki için doğrusal tahmin, eşitliğin Taylor serisi açılımı kullanılarak aşağıdaki şekilde elde edilmiştir:

$$h_k \cong \frac{f l q_0}{d A^2 g} \cdot q - \frac{f l}{d A^2} \frac{q_0^2}{2g} \quad (8)$$

Denklem (8)'da Taylor serisi açılımı  $q_0$  noktası etrafında yapılmıştır. Bu nokta, kot kaybı-debi ilişkisi için çalışma noktasıdır ve modellenen boru hattı sisteminin taşıyacağı tahmin edilen debi değeridir. Bu değer, istatistiksel metotlarla bulunabilir ya da deneyime dayanılarak bir değer önerilebilir. Gerçek debi değeri bu çalışma noktasından uzaklaştıkça doğrusal tahminin geçerliliğinin azalacağı unutulmamalıdır [7].

### 2.2.2. Hazen-Williams Yöntemi

Borulardaki sürtünme kayıplarının hesaplanmasında sıklıkla kullanılan bir diğer yöntem *Hazen* ve *Williams* tarafından geliştirilmiştir ve şu şekilde ifade edilir:

$$K = r . q |q|^{0.852} \quad (9)$$

Denklem (9)'daki  $r$ , borunun direnci olup, hesaplanması *Hazen* ve *Williams* tarafından geliştirilen aşağıdaki formül kullanılır:

$$r = \frac{(1.21216 \times 10^{10} x /)}{(c^{1.352} \times d^{4.87})} \quad (10)$$

Denklem (10)'da  $c$ , borunun yaşına ve yapıldığı malzemeye bağlı olan boru katsayısıdır [8,9]. Bu katsayının farklı borular için değerlerini içeren tablolar, literatürde mevcuttur [2,8]. Denklem (9), debinin yüksek kottan düşük kote doğru olduğu varsayımıyla şu hale gelir:

$$K = r . q^{1.852} \quad (11)$$

Bu varsayımın aksi halinde denklem (11)'in sağ tarafının -1 ile çarpılması gerekir. Denklem (9) ile verilen doğrusal olmayan ifade, çalışma noktası  $q_0$  etrafında Taylor serisi açılımı kullanılarak doğrusallaştırıldığında, *Hazen-Williams* yöntemi için aşağıdaki doğrusal tahmin elde edilir [7]:

$$h_k \approx 1.852r^{0.852}g - 0.852r \ll 7j^{852} \quad (12)$$

### 2.3. Modelin Oluşturulması

Bir boru hatlı parçasının matematiksel modelinin elde edilebilmesi için, Denklem (5) ile verilen diferansiyel denklemin yukarıda ifadeleri verilen sürtünme kayıplarını da içerecek şekilde yeniden düzenlenmesi gerekir. Denklem (5)'in sol tarafındaki kot farkından sürtünme kayıpları çıkarılır ve aşağıdaki denklem elde edilir [4]:

$$\Delta h - h_k = \frac{l}{gA} \frac{dq}{dt} \quad (13)$$

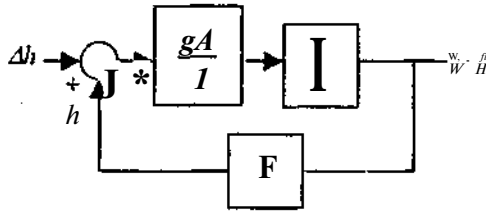
Denklem (13)'de  $h_k$  ile gösterilen sürtünme kot kaybının  $q$  ile gösterilen debiye bağlı olduğu yukarıdaki çalışmalardan anlaşılmaktadır. Bu ilişki  $F(q)$  ile gösterildiğinde:

$$h_k = F(q) \quad (14)$$

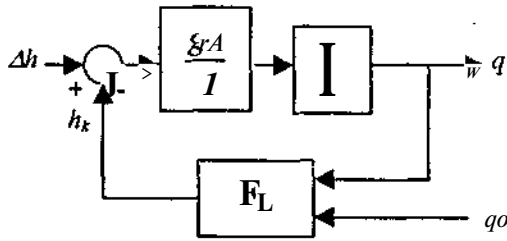
Denklem (13) aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$\Delta h - F(q) = \frac{l}{gA} \frac{dq}{dt} \quad (15)$$

Şekil 1'de Denklem (15) ile verilen diferansiyel denklem öbek çizeneği ile ifade edilmiştir.



Şekil 1. Denklem (15) ile verilen diferansiyel eşitliğin öbek çizeneği gösterimi



Şekil 2. Denklem (16) ile verilen diferansiyel eşitliğin öbek çizeneği gösterimi

Debi ve beklenen çalışma debisiyle sürtünmeden kaynaklanan kot kaybının doğrusal tahmini arasındaki ilişki,  $q_0$  sabit olmak üzere  $F_L(q, q_0)$  ile gösterilsin. Bu durumda Denklem (13) ile verilen doğrusal olmayan diferansiyel denklem için aşağıdaki doğrusal tahmini diferansiyel denklem elde edilir:

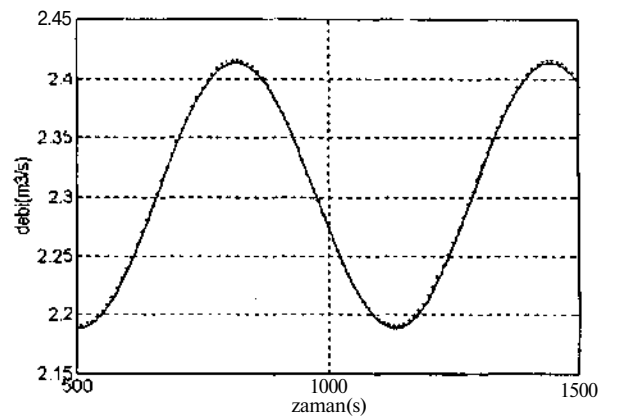
$$\Delta h - F_L(q, q_0) = \frac{l}{gA} \frac{dq}{dt} \quad (16)$$

Denklem (16) ile verilen diferansiyel denklem, Şekil 2'de verilmiş olan öbek çizeneği ile ifade edilebilir.

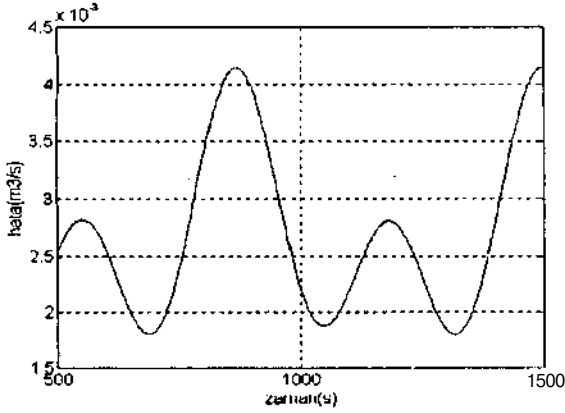
### 3. ÖRNEK DURUM ÇALIŞMASI VE BENZETİM

örnek durum çalışması olarak, Gaziantep İçme Suyu Taşıma Boru Hattının bir kesimi ele alınmıştır. Seçilen kesim, suyun sağlandığı Kartalkaya barajına boru hattı boyunca 30 kilometre uzaklıktaki maslak ile 53 kilometre uzaklıktaki su arıtma tesisi arasında kalan boru hattı parçasıdır. Bu iki noktadaki su kotlarının kalıcı durum değerleri sırasıyla 933 metre ve 912 metre civarındadır. Dolayısıyla modelde kullanılacak kot farkı 21 metre olarak alınacaktır. Sistem Operatörlerinden alınan bilgiye göre boru hattının bu bölümündeki suyun debisinin ortalama değeri  $2.3 \text{ m}^3/\text{s}$ , boru hattının çapı 1.4 metre ve söz konusu kesimin uzunluğu 13000 metredir. Boru hattı parçasının sertlik boyutu, kullanılan boru tipinin özelliklerine göre 0.0015 metre olarak ilgili tablolardan seçilmiştir [5]. Bu değer diğer değerlerle birlikte Denklem (7)'de yerine konulduğunda, nümerik metotlar kullanılarak Darcy-Weisbach yönteminde kullanılacak sürtünme katsayısı 0.02 olarak bulunmuştur. Hazen-Williams yönteminde kullanılan ve  $c$  ile gösterilen boru katsayısı ise ilgili tablolardan yararlanılarak 110 olarak belirlenmiştir [8].

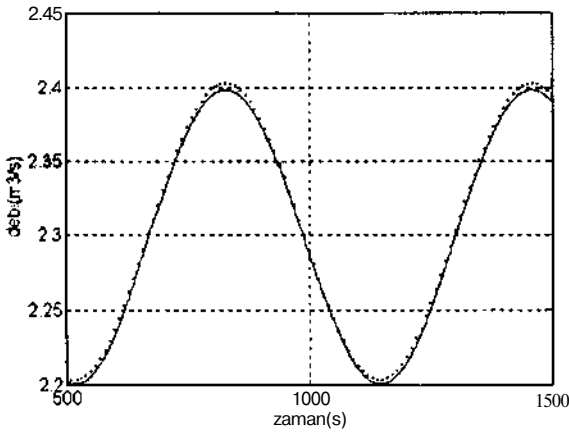
Yukarıdaki tüm bilgiler ve Şekil 1 ve Şekil 2'ye verilmiş olan modeller kullanıldığında elde edilen benzetim sonuçları Şekil 3,4,5 ve 6'da görülmektedir. Sonuçlar, Darcy-Weisbach ve Hazen-Williams formülleri kullanılarak elde edilen modeller ve bu modellerin doğrusal tahminleri için yapılmıştır. Doğrusal tahminlerde çalışma debisi olarak debinin ortalama değeri olan  $2.3 \text{ m}^3/\text{s}$  seçilmiştir. Doğrusal tahminlerin geçerliliği hakkında daha iyi fikir salıbi olabilmek için sisteme girdi olarak 21 metrelik basamak girdisinin üzerine genliği 2 metre olan bir sinüs dalgası da eklenmiştir. Bu şekilde gerçek debi değeri çalışma debisi dışında değerler aldığımda doğrusal tahminin geçerliliği gözlemlenebilmektedir. Şekil 3 ve Şekil 5'te doğrusal modelin tepkisi kesildi çizgiyle, doğrusal olmayan modelin tepkisi ise düz çizgiyle gösterilmiştir.



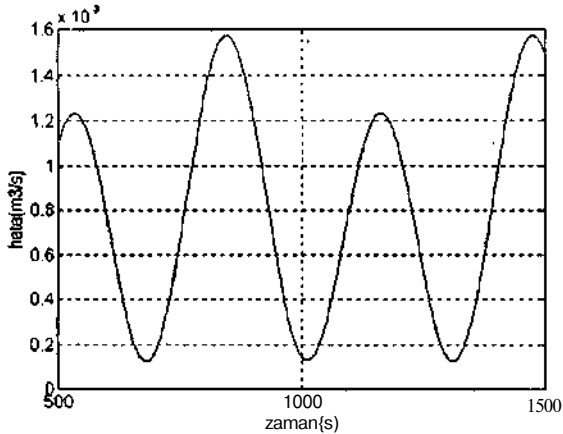
Şekil 3. Darcy-Weisbach yöntemi ile elde edilen doğrusal ve doğrusal olmayan modellerin tepkileri



Şekil 4. Darcy-Weisbach yöntemi için doğrusal tahmin sonucunda karşılaşılan hata



Şekil 5. Hazen-Williams yöntemi ile elde edilen doğrusal ve doğrusal olmayan modellerin tepkileri



Şekil 6. Hazen-Williams yöntemi için doğrusal tahmin sonucunda karşılaşılan hata

Şekil 3'te Darcy-Weisbach yöntemi için doğrusal modelin tepkisinin doğrusal olmayan modelinkine çok yakın seyrettiği görülmektedir. Şekil 4'te bu iki tepkinin farkını veren grafik de bunu desteklemektedir. Bu fark sinyalinin en yüksek değeri  $0.0042 \text{ m}^3/\text{s}$  olup bu değer doğrusal olmayan modelin tepkisiyle karşılaştırıldığında %0.175 gibi çok küçük bir yüzdeye sahiptir. Şekil 5'te verilen Hazen-Williams yöntemi için doğrusal ve doğrusal olmayan

modellerin tepkileri de çok yakın seyretmektedir. Şekil 6, bu iki tepkinin farkını vermektedir. Bu fark  $I_u$  en yüksek değeri  $0.0016 \text{ m}^3/\text{s}$  olup hata yüzdesi %0.0(>7 civarındadır). Bu değerler, Darcy-Weisbach yöntemi yanında Hazen-Williams yöntemi için doğrusal tahminin daha başarılı olduğunu, hata yüzdesinin ise her iki yöntem için çok küçük olduğunu göstermektedir.

#### 4. SONUÇLAR

Yapılan çalışmalar değerlendirildiğinde ulaşılan sonuçlar aşağıdaki şekilde özetlenebilir:

- Bir boru hattı kesiminin matematiksel modeli iki farklı yöntemle elde edilmiş ve bu modeller için doğrusal tahminler geliştirilmiştir.
- örnek durum çalışmasında gerçek endüstriyel sistem kullanılarak yöntemlerin uygulaması yapılmıştır.
- Darcy-Weisbach ve Hazen-Williams yöntemleri kullanılarak elde edilen modeller birbirlerine yalan tepkiler vermiştir.
- Doğrusal tahminlerin tepkilerinin son derece küçük bir hata oranına sahip olması, her iki yöntem için de doğrusal tahminlerin doğrusal olmayan modelin yerine kullanılabilmesini ortaya koymuştur.

##### 4.1 Yapılabilecek çalışmalar ve öneriler

- Bu çalışma ile yapılan, bütünüyle bir boru hattının modellenmesi değildir. Böyle bir modelleme için boru hatlarının pompalar, vanalar, tanklar gibi diğer bileşenlerinin de modellenmesi gerekir ve bu çalışma, yazarlar tarafından halen yürütülmektedir.
- Uygulamalarda Gaziantep İçme Suyu Sisteminin bütünüyle modellenmesi amaçlanmış olup bu konudaki çalışmalar devam etmektedir.
- Bu çalışma ile ulaşılan sonuçlar, ülkemizde son yıllarda önem kazanan petrol ve doğal gaz boru hatlarını kapsayacak biçimde geliştirilebilir.
- Mevcut çalışmada sadece iki yöntem kullanılmıştır. Aynı çalışma, günümüzde kullanılan diğer yöntemler için yürütülebilir.

#### 5. KAYNAKÇA

- [1] Büyük Larousse Ans., vol.4, pp. 1819-1820, 1986.
- [2] Morris, H.M., Wiggert, J.M., *Applied Hydraulics in Engineering*. Ronald Press Comp. 1972.
- [3] Burton, J.D., Edge, K.A., Burrows, C.R., "Modelling Requirements for the Simulation of Hydraulic Systems", *Journ. of Dynamic Sys., Meas. and Conf.*, vol.116, pp. 137-145, 1994.
- [4] Fox, J.A., *Hydraulic Analysis of Unsteady Flow in Pipe Networks*. The MacMillan Press Ltd. 1977.
- [5] King, H.W., Brater, E.F., *Handbook of Hydraulics*. McGraw-Hill Book Comp. 1963.
- [6] Davis, C.V., Sorensen, K.E., *Handbook of Applied Hydraulics*. McGraw-Hill Book Comp. 1970
- [7] Bajpai, A.C., Calus, I.M., Fairley, J.A., *Mathematics for Engineers and Scientists*. John Wiley & Sons, Inc. 1990
- [8] Williams, G.S., Hazen, A., *Hydraulic Tables*. John Wiley & Sons, Inc. 1947.
- [9] Brdys, M.A., Ulanicki, B., *Operational Control of Water Syskms*. Prentice Hall International Ltd. 1994.

# KESİNTİLİ GERİBESLEMELİ LİNEER OLMAYAN GENELLEŞTİRİLMİŞ ÖNGÖRÜLÜ KONTROL ALGORİTMASI

Taner ARSAN      Atilla BİR  
İTÜ Elektrik-Elektronik Fakültesi,  
Kontrol ve Kumanda Sistemleri Anabilim Dalı  
80626 Maslak-İstanbul  
E-mail: arsan@elk.itu.edu.tr, abir@elk.itu.edu.tr

## ABSTRACT

A conceptual, and practical difficulty with the continuous-time generalised predictive controller is solved by replacing the continuously-moving horizon by an intermittently moving horizon. This allows slow optimization to occur concurrently with a fast control action.

Open-Loop Intermittent Feedback Optimal (OLIFO) Control is not only a computationally effective version of Generalised Predictive Control (GPC) it has also some nice properties like a reduce sensitivity to model mismatches and measurement noise. Some non-linear simulations illustrate the potential of this approach.

## 1-GİRİŞ

Bu çalışmada, kayan ufuk kontrol işaretlerinin zaman aralıklarının açık çevrimde birlikte değerlendirildiği ve kayan ufuk ekseninin bu zaman aralığında sabit tutulduğu, *Kesintili Kayan Ufuk* yaklaşımı açıklanmıştır. Sözü edilen bu zaman aralığının sonunda eksenler kaydırılır ve yeni bir optimizasyon işlemine geçilir. Prensipte olarak bu düşünce, ayrı zamanlarda ya da sürekli zamanda gerçekleştirilebilir. Açık Çevrim Geribeslemeli Optimal Kontrol (AÇGOK) [1] yaklaşımından farklı olarak bu yaklaşım Açık Çevrim Kesintili Geribeslemeli Optimal Kontrol (AÇKGOK) olarak adlandırılır [2,3]. Bu kontrol kuramı Lineer Olmayan Genelleştirilmiş öngörülü Kontrol Algoritması'na uygulanabilir. Bu şekilde oluşturulmuş kontrol kuramı ise Kesintili Geribeslemeli Lineer Olmayan Genelleştirilmiş öngörülü Kontrol (KG-LOGÖK) olarak adlandırılır [2,3].

*Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol, Modele Dayanan Öngörülü Kontrol* adı altında bilinen bir yöntemdir ve ayrı zamanda Clarke, Mohtadi ve Tuffs [4-6] tarafından, sürekli zamanda ise Demircioğlu ve Gavthrop [7-15] tarafından incelenmiştir. Yöntem kısaca şöyle özetlenebilir [12-15]:

1-) Sistem çıkışı belirli bir gelecek zaman aralığında öngörülür,

2-) Gelecekte gerçekleşmesi istenen sistem çıkışının bilindiği varsayımı ile, bu sistem çıkışıyla öngörülen gelecekteki sistem çıkışı arasındaki hatayı minimumlaştıran

bir kontrol işaret dizisi oluşturulur (*Genelleştirilmiş Öngörülü Minimum Varyans Kontrolü-GÖMV*),

3-) Elde edilen bu kontrol işaret dizisinin ilk elemanı, sisteme uygulanacak kontrol işareti olarak belirlenir ve bu işlem bir sonraki zaman aralığında tekrarlanır (*Kayan Ufuk Yöntemi*).

Öngörülü Kontrol'da optimizasyon en can alıcı noktadır. Genel olarak, kontrol işaretini üretmek için iki yöntem uygulanır. Bu yöntemler,

1. ölçülen büyüklükler ve referans işareten yararlanılarak kontrol işaretinin cebirsel ya da sayısal ifadeleri, çevrimdışı (off-line) optimize edilerek belirlenir,
2. Kontrol işaretinin sayısal değerleri, çevrimiçi (on-line) optimize edilerek elde edilir.

Bu çalışmada ikinci yaklaşım kullanılarak kontrol işaretini elde etme süresini azaltmak amacıyla Kesintili Kayan Ufuk Yöntemi geliştirilmiş ve örnek sistemler üzerinde etkinliği kanıtlanmıştır.

## 2-SİSTEMİN MODELİ:

Göz önünde bulundurulacak lineer olmayan sisteme ilişkin model,

$$\begin{aligned}\dot{x} &= F(x,u) \\ y &= H(x)\end{aligned}\quad (D)$$

şeklinde tanımlanabilir. Burada,  $u$  sistem girişleri,  $y$  sistem çıkışları ve  $x$  sistem durumlarını göstermektedir. Bu işaretlerin boyutları ise sırasıyla,  $n_u$ ,  $n_y$  ve  $n_x$  şeklindedir. Bu modelde, sistemin kontrol işaretine göre lineer olduğu, lineer olmayan karakteristiğinin durumları içeren bileşenlerde bulunduğu göz önüne alınırsa, sistem modeli,

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x)\end{aligned}\quad (2)$$

şeklinde tanımlanabilir. Bu denklemler (1) ile karşılaştırılır ise  $f(x)+g(x)u=F(x,u)$  ve  $h(x)=H(x)$  olduğu görülür.



### 3-LİNEER OLMAYAN KESİNTİLİ GERİBESLEME- Lİ GENELLEŞTİRİLMİŞ ÖNGÖRÜLÜ KONTROL

Bu bölümde Sürekli zamanlı *Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol\** ilişkin denklemler *Kesintili Geribesleme* hale getirilerek ifade edilmiştir. *Linear Olmayan Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrolün* ifadeleri dördüncü bölümde verilmiş ve ilk olarak (2) ifadesinde göz önünde bulundurulmuş lineer olmayan sistem modeli tanımlanmıştır. Bu bölümde de aynı model göz önünde bulundurulacaktır, (2) denklemiyle ifade edilen sistemde, sistem çıkışının  $N_y$  'inciye' kadar türevlerini de içeren,  $(n_y(N_y+1) \times 1)$  boyutlu  $y_{N_y}(t)$  vektörü,

$$y_{N_y}(t) = [y \quad y^{(1)} \quad y^{(2)} \quad \dots \quad y^{(N_y)}]^T \quad (5)$$

şeklinde tanımlanır. Benzer şekilde kontrol işaretinin türevlerini içeren  $(n_u(N_u+1) \times 1)$  boyutlu  $u_{N_u}(t)$  vektörü

$$u_{N_u}(t) = [u \quad u^{(1)} \quad u^{(2)} \quad \dots \quad u^{(N_u)}]^T \quad (6)$$

şeklinde tanımlanabilir. Çıkış işaretinin türevlerine ilişkin  $y_{N_y}(t)$  ifadesi, sistem durumlarını ve kontrol işaretlerini içeren lineer olmayan bir fonksiyon cinsinden,

$$\dot{y} = f(y, u) \quad (7)$$

şeklinde ifade edilebilir. Sürekli zamanlı *Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol, Modele Dayanan (Model-referans) Kontrolör*'ün geliştirilmiş şeklidir. Tek giriş-tek çıkışlı durumda modele dayanan kontrolör,

$$y(t) = -L_w(t) = \frac{1}{P(s)} w(t) \quad (8)$$

şeklinde lineer kapalı çevrim cevabını vermeye çalışır. Burada  $w(t)$  referans işaretidir,  $P(s)$  polinomu ise kapalı çevrimli sistemin kutuplarını belirleyen katsayı polinomudur. Burada  $(n_y \times 1)$  boyutlu,  $\Phi$  yardımcı vektörü,  $\Phi(t) = P(s)y(t)$  şeklinde tanımlanır ve bu durumda (6) denklemi,

$$\Phi(t) = w(t) \quad (9)$$

anlamına gelir.

Çok değişkenli durumda bu denklem,  $n^*$  boyutlu  $\Phi(t)$  yardımcı vektörü ve sistem çıkışının türevlerini içeren  $y_{N_y}(t)$  vektörü cinsinden,

$$(j)(t) = P y_{N_y}(t) \quad (10)$$

olarak yazılır. Burada  $(n^* \times (N_y + 1) n_y)$  boyutlu  $P$  matrisi,

$$P = [P_0 \quad P_1 \quad \dots \quad P_{N_y}] \quad (11)$$

şeklinde ve  $P_j$  matrisleri  $(n^* \times n_y)$  boyutludur. Sürekli mamanda öngörü işlemi, sistem çıkışı  $y$  'nin Taylor serisi

açılımıyla gerçeklerin [10,11]. Öngörü işlemi  $\Phi$  yardımcı vektörüne ilişkin açılımla elde edilir.

Her bir  $\Phi$  yardımcı vektörüne ilişkin farklı bir öngörü ufku tanımlanabilir. Bu durumda  $n^*$  inci zaman ufku,

$$T = [t, \quad x_1 \quad \dots \quad t^j] \quad (12)$$

şeklinde  $(n_y, x_1)$  boyutlu  $T$  vektörüyle ifade edilir. Eğer  $\Phi$  yardımcı vektörü ve  $\Phi$  'nin fovevlerini içeren bir  $(n_y(N_y+1), 1 \times 1)$  boyutlu sütun vektörü,

$$c p_N = [\hat{y} \quad \dots \quad 0]^T \quad (13)$$

şeklinde tanımlanır,  $T$  anındaki  $N_y$  terimli Taylor serisi açılımı,

$$\Phi(T) = T(T) c p_N \quad (14)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $T(T)$  matrisi

$$T(T) = \begin{pmatrix} 1 & t & \dots & t^{N_y} \\ 0 & 1 & \dots & t^{N_y-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad (15)$$

anlamına gelir. (6.8) ilişkisinden  $I_{n^* \times n^*}$  bir  $(n^* \times n^*)$  boyutlu birim matris,  $0^j$  'ler ise,  $(n^* \times n_y)$  boyutlu  $0_H = r_{e \text{ m a n } 1}$ , köşegen matrislerdir. (12) ifadesinde gerçekleştirilemeyen türevler, emule edilerek,

$$\hat{y}(T, t) = T(T) \hat{c} p(t) \quad (16)$$

elde edilir. Burada  $\hat{p}(t)$ , gözleyici kullanılarak, durumları kestirilmiş değerlerle ifade edilebilir. Bu durumda,

$$\hat{c} p(t) = \hat{u} y_{N_y}(t) \quad (17)$$

yazılır.  $\Pi$  matrisi,  $((N^* + 1) n_y \times (N_y + 1) n_y)$  boyutludur ve  $(n^* \times n_y)$  boyutlu  $p_i$  performans polinomu katsayı matrisleri ile  $0_{n^* \times n_y}$  sıfır matrislerden oluşur,  $n$  matrisi,

$$\Pi = \begin{bmatrix} P_0 & P_1 & P_2 & \dots & 0_{n^* \times n_y} \\ 0_{n^* \times n_y} & P_0 & P_1 & \dots & 0_{n^* \times n_y} \\ 0 & 0 & p_0 & \dots & 0_{n^* \times n_y} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0_{n^* \times n_y} & 0_{n^* \times n_y} & 0_{n^* \times n_y} & \dots & P_0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

şeklinde yazılabilir.  $w(t, T)$  referans işaretinin aynı zaman çerçevesi içinde Taylor serisi açılımıyla,

$$w(t, T) = T w(t) \quad (19)$$

şeklinde ifade edilebileceği varsayılmıştır. Demircioğlu ve Gavthrop [12] bu ifade yerine Markov parametrelerini içeren bir gösterim kullanmaktadır. Buna göre,

$$c o(t) = R_o y(t) + R(w(t) - y(t)) \quad (20)$$

ilişkisi yazılabilir. Burada, R ile gösterilen ve dinamik sisteme ilişkin Markov parametrelerini içeren bir matristir. Ro matrisin ilk elemanıdır ve bu durumda diğer bütün elemanlar sıfırdır. Her iki matrisin de boyutu  $(n_y(N_x+1) \times n_y)$ 'dir. Referans işaretin birim basamak olması durumunda  $R = R_0$  eşdeğerliği geçerlidir. Bu durumda,

$$co(t) = R_0 w(t) \quad (19)$$

elde edilir.

[10]'da incelendiği ve açıklandığı üzere, i inci zaman çerçevesindeki  $U_j(t_i, T)$  kontrol işareti,  $N_u$ 'uncu mertebeden bir polinom olmaya zorlanır. Bu yüzden optimizasyon, buna ilişkin Taylor serisinin  $(n_u \times N_u)$ 'uncu katsayısına göre gerçekleşir. Sonuç olarak elde edilen kontrol işareti,

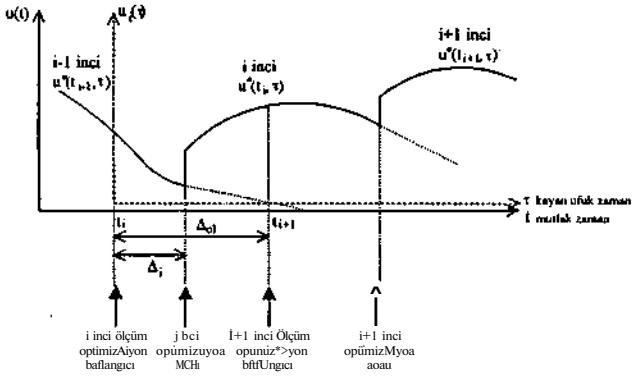
$$U_i(t_i, T) = T(T)U_{N_u}(t_i) \quad (20)$$

şeklinde ve burada,

$$T(\tau_i) \hat{=} \begin{pmatrix} I_{n_u \times N_u} & e^{\tau_i} & \dots & \frac{0^{\tau_i}}{N_u!} \\ e & \dots & \frac{1}{1!} & \dots & \frac{0^{\tau_i}}{N_u!} \end{pmatrix} \quad (21)$$

anlamına gelir.  $I_{n_u \times N_u}$ ,  $(n_u \times N_u)$  boyutlu bir birim matris,  $\delta_j$  'ler ise,  $(n_y \times n_x N_j)$  boyutlu  $9_{j_i} = T$ ; elemanlı köşegen matrislerdir

*Kesintili Geribeslemeli Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol (KG-LOGÖK)* için, Şekil 1'de görülebileceği üzere, bir dizi koordinat sistemi, zaman ekseninde  $t_j$  ile gösterilen ayrı zaman noktalarına karşı getirilir. Zamana ilişkin yeni eksen dizileri T ile gösterilir.



Şekil 1. KG-LOGÖKa ilişkin zamanlama diyagramı.

$u''(t_j, T_i)$  kontrol işareti,

$$J_{KG-LOGÖK}(u''(t_i, \tau_i)) = \int_0^{\tau_i} [\dot{\phi}''(\tau, t_i) - w''(\tau + t_i)]^T [\dot{\phi}''(\tau, t_i) - w''(\tau + t_i)] d\lambda \\ = \int_0^{\tau_i} [\Pi O(\dot{x}(t), u''(t)) - \alpha(t)]^T T^T(\tau) T(\tau) [\Pi O(\dot{x}(t), u''(t)) - \alpha(t)] d\lambda \\ = [\Pi O(\dot{x}(t), u''(t)) - \alpha(t)]^T \bar{T}(T_i, x_i) [\Pi O(\dot{x}(t), u''(t)) - \alpha(t)] \quad (22)$$

şeklinde verilmiş olan amaç ölçütünün minimumlaştırılması ile elde edilir. Burada verilen amaç ölçütünde, tek bir integralde her bir  $\Phi$  'ye ilişkin farklı zaman aralıklarını kullanabilmek için  $c_j$  zamanı,  $Xe[0 \ 1]$  skaleri ile birlikte değerlendirilerek,

$$\tau_i \hat{=} \tau_1 + \lambda(\tau_2 - \tau_1) \quad (23)$$

şeklinde tanımlanır. (22)'de T 'ya bağlı tek ifade,

$$\bar{T}(T_i, T_i) \hat{=} \int_0^1 T^T(\tau) T(\tau) d\lambda \quad (24)$$

olarak tanımlanmıştır. Burada  $t_1$  ve  $t_2$ , alt ve üst zaman ufkunu ifade etmektedir. (22)'deki amaç ölçütü,  $O(\dot{x}(t), u''(t_i))$  kayan eksenin zaman koordinat merkezinde sadece  $\dot{x}(t)$  ve  $u''(t_i)$ 'ye bağlı olduğundan,  $T_i$  'dan bağımsızdır.

Gerçek zamanda gerçekleştirme açısından, eğer i'inci optimizasyonun tamamlanması için gereken süre A, ise,  $T_i = A_j$  başlangıç anından, optimizasyon tamamlanana kadar, optimizasyon sonuçları bilinemez. Buna rağmen, önceki eksen takımında hesaplanan  $u''(t_i, \dots, \dots)$  kontrol işareti bilinmektedir.

Yukarıdaki açıklamaları dikkate alarak, *Kesintili Geribeslemeli Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol Pa* ilişkin  $u(t)$  kontrol işareti,

$$u(t) = \begin{cases} u''(t_{i-1}, \tau + \Delta_{oi}) & T < A_i \\ u''(t_i, T) & T > A_i \end{cases} \quad (25)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $A_{oi}$ , kontrolün açık çevrimli olduğu zaman aralığıdır. Bu zaman aralığı Şekil 1'de tek girişli bir sistem için gösterilmiştir. *Kayan Ufuk* aralığı içinde kontrol işaretinin gelecekteki değişimine ilişkin bilgi, optimizasyon neticesinde yenisi elde edilene kadar, *Kesintili Geribeslemeli LOGÖK* tarafından kullanılır.

*Kesintili Geribeslemeli Lineer Olmayan Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol Pa*, iki işlem gerçekleştirilebilmektedir:

- (20) ve (25) ilişkileri kullanılarak  $u(t)$  açık çevrim kontrol işareti hızlı bir şekilde hesaplanabilmektedir.
- $u''(t_i)$  kontrol işaretini oluşturmak için gerekli (22) amaç ölçütü optimizasyonu yavaş gerçekleştirilebilmektedir.

Buna göre eğer  $A_{oi} = 0$  ve kayan ufuk eksenlerinin kesintili hareketi sürekli kabul edilirse, *Lineer Olmayan Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol Pa*, *Kesintili Geribeslemeli Lineer Olmayan Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol Algoritması*'nm kısıtlanmış şekli olduğu görülür.

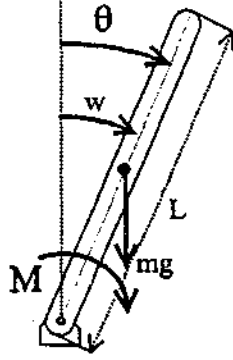
Sonuç olarak, bu çalışmada, *Açık Çevrim Kesintili C. -2- elemeli Optimal Kontrol (AÇKGOK) yöntemi*, *Lineer*

**Olmayan Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol Algoritması'na** kontrol etkisini hızlandırmak amacıyla uygulanmış ve bu yeni yöntem, **Kesintili Geribeslemeli Lineer Olmayan Genelleştirilmiş öngörülü Kontrol Algoritması** olarak isimlendirilmiştir [2,3]. Açık çevrimli kontrol işareti,  $J_{KO \cdot LOOÖK}(u'(t_i, T_i))$  amaç ölçütünün minimumlaştırılması ile elde edilir. Geribesleme bilgisini elde etmek için gerekli olan  $A_{01}$ , zaman aralığında yeni açık çevrimli kontrol dizisi belirlenir. Kontrol temelde açık çevrimlidir, geribesleme kesintili olarak kullanılır. Her  $A_{01}$  saniyede açık çevrimli sistem yörüngesi, modele göre yeniden belirlenir.

**Açık Çevrim Kesintili Geribeslemeli Optimal Kontrol (AÇKGOK) Yöntemî'nin bir üstünlüğü de Model Tabanlı öngörülü KontrolFun** doğal bir uzantısı olmasıdır. Böylece bu yöntem, **Model Tabanlı öngörülü KontrolFa** kolaylıkla uygulanabilmektedir [2,3]. Yeni algoritmanın etkinliği, özellikle ölçme ya da çıkış gürültüsünün bulunması halinde görülür. Simülasyon sonuçları bir sonraki bölümde tartışılacaktır.

#### 4-ÖRNEK SİSTEMİN MODELİ

Simülasyon örneği olarak Şekil 2'de verilen ters sarkaç problemi göz önünde bulundurulmuştur.



Şekil 2. Simülasyon örneği olarak seçilen Ters Sarkaç Sistemi.

Ters sarkaca ait dinamik denklem,  $J \ddot{\theta} = 0.5 L m g \sin \theta + M$  eylemsizlik momenti  $J = m L^2 / 3$  olduğundan

$$\ddot{\theta} = \frac{3g}{2L} \sin(\theta) + \frac{3}{mL^2} M \quad (26)$$

ilişkisi geçerlidir. Burada,  $\ddot{\theta}$  ters sarkacın açısal ivmesi,  $\theta$  ters sarkacın dikey konuma göre açısı,  $M$  ise kontrolör tarafından sarkaca uygulanan  $Nm$  cinsinden momenttir. Ayrıca, sarkacın kütlesi  $m = 0,5$  kg, uzunluğu  $L = 0,5$  m ve yer çekimi sabiti  $g = 9,81$  m/s<sup>2</sup> alınmıştır. Bu sistem, lineer olmadığı için tercih edilmiştir. Sistemin durumları sırasıyla  $x_1 = \theta$ ,  $\dot{x}_1 = \dot{\theta}$ , sistem girişi  $u = M$  ve sistem çıkışı  $y = \theta$ , alınarak (26) dinamik denklemi durum uzayında,

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= 29,43 \sin(x_1) + 24u \end{aligned} \quad (27)$$

şeklinde ifade edilebilir.

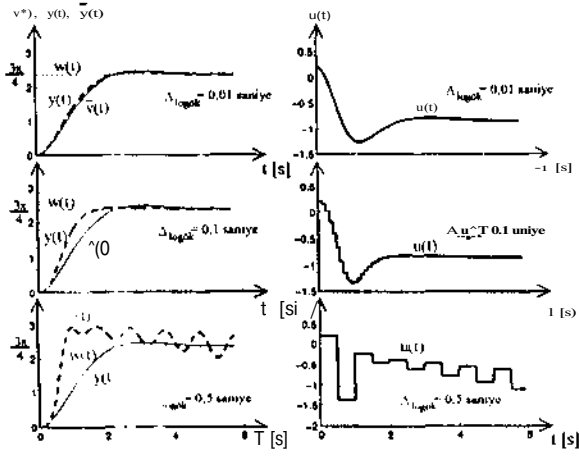
#### 5 - SİMÜLASYON SONUÇLARI

Göz önünde bulundurulan ters sarkaç sistemine sırasıyla, **Lineer Olmayan Genelleştirilmiş öngörülü Kontrol (LOGÖK)** ve **Kesintili Geribeslemeli Lineer Olmayan Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol (KG-LOGÖK)** Algoritmaları uygulanmıştır. Model sistem ikinci mertebeden, doğal frekansı  $\omega_n = \sqrt{2} = 1,41$  ve sönüm oranı  $\zeta = 1/\sqrt{2} = 0,707$ ,  $\bar{Y}(s)/W(s) = 1/0.5s^2 + s + 1$  olacak şekilde seçilmiştir. **Lineer Olmayan Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol** ve **Kesintili Geribeslemeli Lineer Olmayan Genelleştirilmiş öngörülü Kontrol** algoritmalarında öngörü ufkü  $t_1 = 0$  ve  $t_2 = 0.5$ , kontrol mertebesi  $N_u = 2$  ve çıkış öngörüsü mertebesi  $N_y = 7$  alınmış ve sistem çıkışının  $w = 3\pi/4$  s 2.35radyan değerine ulaşması istenmiştir.

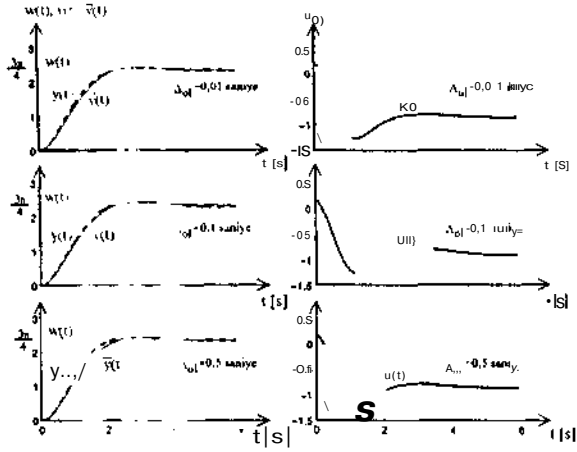
İlk olarak (27) denkleminde verilmiş olan sisteme, **kyrıklaştırmış Lineer Olmayan Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol** örnekleme zamanı  $A_{\logik}$ 'ün 0,01-0,1 ve 0,5 saniye değerleri için **Lineer Olmayan Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol (LOGÖK)** ve açık çevrim zaman aralığı  $A_{01}$ 'in 0,01-0,1 ve 0,5 saniye değerleri için **Kesintili Geribeslemeli Lineer Olmayan Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol (KG-LOGÖK)** algoritmaları uygulanmıştır. **LOGÖK** için elde edilen sonuçlar Şekil 3'de, **KG-LOGÖK** için elde edilen sonuçlar ise Şekil 4'de verilmiştir. Bu şekillerde,  $y(t)$  model sistem çıkışı sol tarafta, düz çizgiyle,  $y(t)$  sistem çıkışları ise, yine sol tarafta, kesik çizgi ile gösterilmiştir. Sağ tarafta ise  $u(t)$  kontrol işareti yer almaktadır, özellikle büyük  $A_{\logik}$  değerleri için **LOGÖK** algoritmasında sistem çıkışının bozulduğu görülmektedir, buna rağmen **Kesintili Geribeslemeli** olarak çalıştırılan algoritmada bu bozulma ortadan kalkmaktadır.

İkinci olarak, (27) denklemi ile verilen sisteme, karesel ortalaması 0,12 olan Gauss dağılmah ölçme gürültüsünün sistem çıkışına etkimesi durumunda **LOGÖK** ve **KG-LOGÖK** performansları incelenmiştir. Elde edilen simülasyon sonuçları, **LOGÖK** için Şekil 5'te ve **KG-LOGÖK** için ise Şekil 6'da verilmiştir. Bu şekillerde,  $y(t)$  model sistem çıkışı, sol tarafta, düz çizgiyle,  $y(t)$  sistem çıkışları ise, yine sol tarafta, kesik çizgi ile gösterilmiştir. Sağ tarafta ise  $u(t)$  kontrol işareti yer almaktadır. Sonuçta,  $A_{01}$  değeri artırılmasına rağmen  $A_{\logik}$  arttırıldığı durumda ölçme gürültüsünden dolayı oluşan sistem çıkışının bozulmadığı görülmüştür.

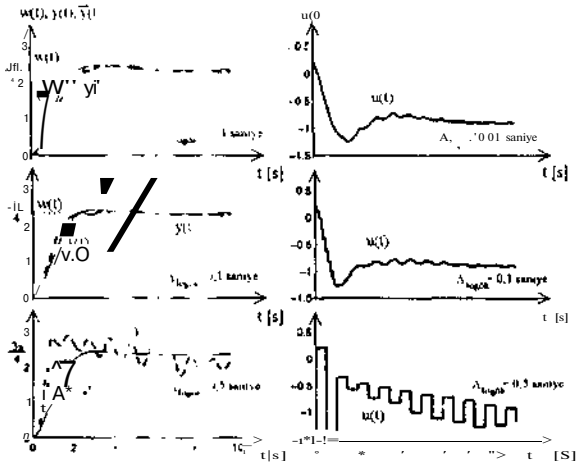
Bu simülasyon gerçekleştirirken gözleyici kullanılmıştır. Burada amaç, bozucudan kaynaklanan etkileri ortadan kaldırmak ve durum kestirimi işlemini gerçekleştirmektir. İki gözleyici kutbu  $s_1 = -0.5 - j0,866$  ve  $s_2 = -0.5 + j0,866$  noktalarına yerleştirilerek durum kestirimi gerçeklerim istir



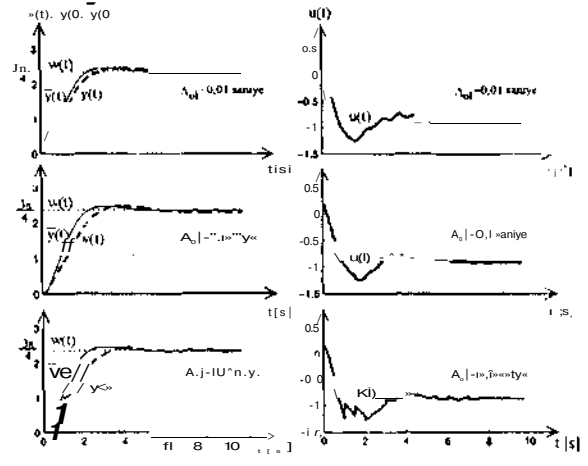
Şekil 5.  $\Delta t_{\text{LOGÖK}} = 0.01$  saniye. *Lineer Olmayan Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol (LOGÖK) Davranışı.*



Şekil-1  $\Delta t_{\text{LOGÖK}} = 0.01$  saniye. *Lineer Olmayan Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol Davranışı.*



Şekil 5.  $\Delta t_{\text{LOGÖK}} = 0.01$  saniye. *Lineer Olmayan Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol Davranışı.*



Şekil 6. *Kesintili Geribeslemeli Lineer Olmayan Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol Ölçme Gürültüsüne Karşı Gösterdiği Performans.*

## 6-SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Elde edilen simülasyon verilerinden şu sonuçlara varılmaktadır: *Lineer Olmayan Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol*da kontrol işaretini elde etme süresinin artması ve sürekli zaman amaç ölçütünün çevrimiçi minimizasyonunda kaybedilen zamandan kaynaklanan problemlerin *Kesintili Geribeslemeli Lineer Olmayan Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol Algoritması*'nda ortadan kalkması ve elde edilen sonuçların oldukça tatminkar olmasıdır. Yöntem, kontrol işaretinin elde edilme süresini kısaltır, çıkış (ölçme) gürültüsüne karşı da oldukça dayanıklı bir davranış sergiler. *KG-LOGÖK Algoritması*'nda, özellikle örnekleme zamanının büyük seçilmesi halinde, çıkış işaretinde bir bozulma olmadığı görülmektedir. Buna karşılık, örnekleme zamanının büyük seçildiği *LOGÖK Algoritması*'nda çıkış işaretinin bozulması kaçınılmazdır.

## 7.KAYNAKÇA

- [1] Tse, E. and Athans, M., "Adaptive Stochastic Control for a Class of Linear Systems", IEEE Transactions on Automatic Control, AC-17( 1), pp38-51, 1972.
- [2] Ronco, E., Arsan, T., and Guvvthrop, P. J., "Open-loop Intermittent Feedback Control: Practical Continuous-time GPC", Centre for Systems and Control Research Report, CSC-9801i, University of Glasgow, 1998.
- [3] Ronco, E., Arsan, T., and Gawthrop, P. J., "Open-loop Intermittent Feedback Control: Practical Continuous-time GPC", IEE Control, Theory and Applications, submitted, 1998.
- [4] Clarke, D.W., Mohtadi, C. and Tuffs, P.S. "Generalised Predictive Control - Part I. The Basic Algorithm", Automatica, 23(2), pp.137-148, 1987.
- [5] Clarke, D.W., Mohtadi, C. and Tuffs, P.S.. "Generalised Predictive Control - Part II. Extensions and Interpretations", Automatica, 23(2), pp.149-160, 1987.
- [6] Clarke, D.W. and Mohtadi, C., "Properties of Generalised Predictive Control, Automatica, 25(2), pp. 859-875, 1989.

- [7] Gawthrop, P.J., "Continuous-time Self-tuning control - a unified approach. in K.J. Aström and B. Wittenmark (Eds.)", *Preprints of the 2<sup>nd</sup> IFAC workshop on Adaptive Systems in Control and Signal Processing*, Lund, Sweden, 1986.
- [8] Gawthrop, P.J., "Self-tuning PID controllers: Algorithms and implementation", *IEEE Transactions on Automatic Control*, 31(3), pp.201-209, 1986.
- [9] Demircioğlu, H., "Continuous-time Self-tuning Algorithm", *PhD Thesis*, Glasgow University, Faculty of Engineering, Supervised by P.J. Gawthrop, Glasgow, 1989.
- [10] Gawthrop, P.J. and Demircioğlu, H., "Continuous-time Generalised Predictive Control", *The 3rd IFAC workshop on Adaptive Systems in Control and Signal Processing*, Glasgow, 1989.
- [11] Gawthrop, P.J. and Demircioğlu, H., "GPC in a Continuous-time context", *Proceedings of the 1<sup>st</sup> European Control Conference ECC91*, pp.55-74, 1991.
- [12] Demircioğlu, H. and Gawthrop, P.J., "Continuous-time Generalised Predictive Control", *Automatica*, 27(1), pp.55-74, 1991.
- [13] Demircioğlu, H. and Gawthrop, P.J., "Multivariable Continuous-time Generalised Predictive Control", *Automatica*, 28(4), pp. 697-713, 1992.
- [14] Demircioğlu, H., "Sürekli Zaman Genelleştirilmiş Öngörülü Denetim (SÜGÖNDE)", *Otomatik Kontrol Bilimsel Toplantısı TOK'94*, İstanbul, 6-7 Nisan, s. 409-418, 1994.
- [15] Arsan, T., "Genelleştirilmiş öngörülü Kontrol Algoritmaları", *İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi*, 1999.

# BÖLGESEL KUTUP ATA MALI R» OPTİMAL KONTROL

Yücel Aydın

M.Kcml Sarioğlu

Kontrol ve Kumanda Sistemleri Anabilim Dalı

İ.T.Ü Ek-Nirik ve Elektronik Fakültesi

İstanbul Teknik Üniversitesi

8,;>?6 İstanbul

E-mail : aydiiyl@elk.itu.edu.tr

## ABSTRACT

*This paper deals with the problem of state feedback  $H_\infty$  control with regional pole constraints.  $H_\infty$  control problem with regional pole constraints can be formulated as an optimization problem involving LMI, Linear Matrix Inequalities. The main object of the  $H_\infty$  control problem is to minimize the norm of the closed-loop transfer function matrix under regional pole constraints*

## 1. GİRİŞ

Dinamik sistemler için modern geribeslemeli kontrol sistemlerinin tasarımında önemli iki sistem performansının özelliği ile ilgilenilmektedir. Bunlar optimallik ve dayanıklılıktır (robustness). Bir kapalı çevrim sisteminin bozucuların varlığında dayanıklı kararlaştırılması (robust stabilization), son yıllarda üzerinde çalışılan önemli konulardandır. Özellikle, optimal kontrol sisteminin analiz ve tasarımına  $H_\infty$  yaklaşımı, bozucu girişlerle sahip planf'ın dayanıklı kararlaştırılması, robust stabilization alanında önemli sonuçlar vermektedir [3],[4].

Dayanıklı kontrol ve//,» optimizasyonu Zames'in 1979 "da yazdığı konferans makalesi ile başladı. Bu makalede, bir giriş-bir çıkışlı lineer geribeslemeli sistemin duyarlılık fonksiyonunun  $H_\infty$  normunun minimize edilmesi amaçlanmıştır.  $H_\infty$  normunun minimum yapılması, bozucu girişlerin kontrol edilen çıkışlar üzerindeki etkisinin minimum yapılması demektir.

$H_2$  ve  $H_\infty$  fonksiyon uzayları, Hilbert uzaylarının bir alt uzayıdır. İngiliz matemaikçi, CH.Hardy (1877-1947) "den sonra bu uzaylara Hardy uzaylarının özel durumları olarak tanımlanmışlardır. Başka deyişle,  $H_2$  ve  $H_\infty$  fonksiyon uzayları, Hardy uzayları ailesinin üyeleridir  $H_\infty$  fonksiyon uzayı ise, açık sağ yan düzlem üzerinde analitik olan ve  $\| \cdot \|_\infty$  normu alınabilen tüm fonksiyonların uzayıdır. Başka deyişle sağ yarı s düzleminde kutupları olmayan düzgün(proper) matris fonksiyonlarının oluşturduğu uzayıdır.

Modern kontrol sistemleri tasarımında gözönüne alınması gerekli pratik özelliklerden birisi, kapalı çevrim kontrol sisteminin geçici ve sürekli hal davranışlarıdır. Zaman tanım bölgesi performans ölçütünden çoğu (geçici ve de kalıcı

durum) kapalı çevrim sisteminin sıfır ve kutuplarının sol yarı s düzlemindeki yeriyle belirlenir ve etkilenir. Kararlılık yanında, istenilen bir performans, kapalı çevrim kutupları kompleks düzlemde verilen bir bölgeye atamayla sağlanır. Bunun için de yapılması gereken dayanıklı kutup atama tasarımıdır. Bu tasarımda, kapalı çevrim sisteminin kutuplarının bölgesel yeri üzerinde bazı kısıtlamaların konulması amaçtır. Kapalı çevrim sistemlerinin atanacak kutupları için sol yarı kompleks düzlemde seçilen bölgeler, geçici cevap karakteristikleri için bir gösterge olarak değerlendirilir. Bu yüzden kapalı çevrim kutupları üzerine bazı kısıtlamalar getirmek gereklidir. Bu konuda çoğu makaleler kutup atama problemini durum geribeslemesi yaparak incelemiştir [2],[7].  $H_\infty$  sentez problemlerinin çözümlerinde kullanılan durum uzayı yaklaşımlarında, kutup atama kısıtlaması getirilmesi halinde karşılaşılan çözüm zorluğu bu durumu açıklayabilir [3].

İstenilen kısıtlama bölgesi D birkaç matris eşitsizlikleriyle gösterilebilir. Bazı durumlarda kutup atama bölgesi D seçilen birkaç bölgenin arakesiti olabilir. Bu Lineer Matris Eşitsizlikleri (LMI, Linear Matrix Inequalities) bölgeleri, sözkonusu kontrol problemlerinin birçok pratik gereksinimlerini karşılar [2].

Lineer Matris Eşitsizlikleri ve LMI teknikleri, kontrol mühendisliğinden sistem tasarımı ve yapısal tasarım (structural design) 'a kadar tüm alanda güçlü tasarım araçları olarak öneme sahiptirler.

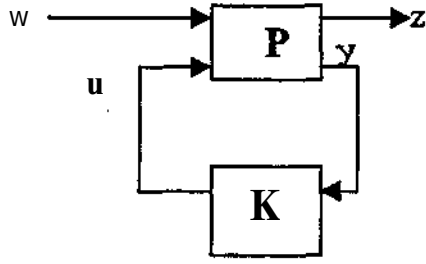
-Tasarım özellikleri ve kısıtlamalarının bir çeşidi, Lineer Matris Eşitsizlikleri olarak tanımlanabilir.

-Problem Lineer Matris Eşitsizlikleriyle formüle edildiği zaman bu problem tamamen etkili konveks optimizasyon algoritmaları ile çözülebilir.

Geçmişteki beş yılda, kontrol alanındaki birçok analiz ve tasarım problemlerinde karşılaşılan konveks optimizasyon problemlerini çözecek güçlü hesaplama araçları olarak LMI çözücüler (solvers) hayati önemde programlardır. Bir LMI, tasarım değişkenleri üzerinde kuvvetli bir konveks (affine) eşitsizlik kısıtlamasıdır. Bu kısıtlamalar ise.Bölgesel kutup atama, dayanıklı Lineer Matris Eşitsizlikleri (LMI, Linear Matrix Inequalities) k, LQG (Linear Quadratic Gaussian)'lara. ilişkin kısıtlamalardır[2],[5].

Bölgesel kutup atamalı Hoo kontrol probleminin blok diyagramı Şekil 1 'de verilmiştir.[2]

## 2. Hoo KONTROL PROBLEMİ



Şekil 1- Hoo Kontrol problemine ait blok diyagramı. z, Hoo performans kriterine ilişkin kontrol edilen çıkış vektörü, w ise dış girişleri göstermekte, y 'de ölçülebilen çıkışlardır.

$T_{\infty}(s)$ , w 'den z 'e kapalı çevrim transfer fonksiyon matrisini göstermektedir.

$u(t) = Kx(t)$  durum geribesleme kuralını kullanarak tasarlanan K kontrolörü,

-  $T_{\infty}(s)$  nin  $H_{\infty}$  normunun seçilen  $\gamma > 0$  değerinden daha küçük kalmasını,

- sol yarı s-düzleminde seçilen bir bölgeye kapalı çevrim kutuplarının atanmasını sağlar.

Verilen durum uzayı modeli,

$$P : \begin{cases} \dot{x} = Ax + B_x w + B_2 u \\ z = Cx + D_n w + D_{12} u \\ y = x \end{cases} \quad (1)$$

P kontrol edilen Plant'ı göstermek üzere, Şekil 1'deki kapalı çevrim sisteminin durum uzayı modeli olarak

$$Pcl: \begin{cases} \dot{x} = (A + B_2 K)x + B_x w \\ z = (C + D_{12} K)x + D_n w \end{cases} \quad (2)$$

yazılır.

$\|T_{\infty}\|_{\infty} \leq \gamma$  olarak  $H_{\infty}$  performans icriteri ve bölgesel kutup atama kısıtlamasına ait LMI karşılıktan [2],[5] aşağıda verilmiştir.

$Y = KY$  olmak üzere, aşağıdaki kısıtlamaları sağlayacak şekilde  $JT^* J^*$  'nin minimize edilmesi ve  $u(t) = Kx(t)$  durum

geribeslemesi ile K kontrolörünün sentezi yapılmıştır.

Hoo performans kriterine ilişkin LMI,

$$\begin{bmatrix} A + X\bar{A} + BY + Y^T B_2^T & B_1 & X\bar{C} + Y^T D_2^T \\ B_1^T & -I & \bar{m} \\ C\bar{X}D_2 & D_1 & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (3)$$

üölgesel kutup atamaya ilişkin kısıtlama yada LMI,

$$(4)$$

$$(5)$$

1  $y^*$  seçilen  $y$  değeri)

Yukarıdaki kısıtlamaları sağlayan  $(X, Y, y)$  'nin optimal  $\gamma$  zümleleri LMI Control Toolbox [5] ile bulunur, buradan K kontrolörü ise,

$$K = Y^* (X^*)^{-1} \quad (6)$$

olarak belirlenir.

## 3.ÖRNEKLER

Aşağıdaki bir sistem üzerinde verilen yaklaşımda kontrolörlerin tasarımı yapılmış ve kağıttakça [4]' de yer alan Benchmark problemi ele alınmıştır. Bu problemde, aşağıda tanımlanan iki kütleli yay sistemi mevcuttur.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -k(x_1 - x_2) + u \\ \dot{h} = k(x_1 - x_2) + w \\ y = x_2 \end{cases}$$

Burada w bozucu giriş, y ise ölçülebilen bir çıkıştır, k parametresi belirsizliğe sahiptir ve (0.5-2) arasında değerler abaktadır, k 'yi nominal değeri olan 1.25 olarak sabit bir değer alındığında yapılan tasarım nominal bir tasanın olacaktır.

Elde edilen sonuçlar nominal tasarıma ait sonuçlardır.  $u = Ky$  durum geribeslemesi kontrolünü yaptığımızda amaç, sistemin Hoo performansı ve bölgesel kutup atama kısıtlamaları altında sistemin Hoo performansın minimize edecek bir kontrolörün belirlenmesidir. Verilen örneklerle istenilen bu kısıtlamanı sağlayan optimal performansta kontrolörlerin tasarlanabildiği gösterilmiştir. LMI Control Toolbox [5] kullanılarak aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

1. LMI Bölgesi; Dairesel Bölge (merkez=0,yançap=60) and Yarıdüzlem ( $\alpha = -0.25$ ) bölgelerinin arakesiti olarak seçilsin

$\gamma = 0.1$  için,

$$K = 1.0e+005 * [-0.0124 \quad -1.0028 \quad -0.0005 \quad -0.1430]$$

kutuplar =

$$-0.7215 + 1.9344i$$

$$-0.7215 - 1.9344i$$

$$-1.4222 + 0.8299i$$

$$-1.4222 - 0.8299i$$

# PIC MİKROKONTROLÖR DESTEKLİ GÜNEŞ ENERJİLİ KOMPLE BİR ISITMA SİSTEMİ

Hakkı ÖZATA Nurettin ÇETİNKAYA Abdullah ÜRKMEZ

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Selçuk Üniversitesi  
42031 KONYA

e-mail: hozata98@mailexcite.com  
e-mail: nureltin@mailxcite.com  
e-mail: aburkmez@hotmail.com

## ABSTRACT

*In recent years, solar collectors systems in heating of houses and factories are used frequently. The use of solar energy is economic and efficient.*

*The increase of the importance of solar energy in heating of water requires the control of the system in wanted manner. To obtain maximum efficiency from these systems, an automatic control system is the important part.*

*For the control of system like that, the use of microcontrollers and microprocessors are adequate, because of these low cost, robustness and speed.*

*In this system, a closed loop control system was used to keep the water heat into wanted values. In this study, the microcontroller adjust the heat of water into comfort range by on-off control method.*

## 1. PROSES KONTROL SİSTEMLERİ

Belirli bir amaç için bir araya getirilmiş ve birbirleri ile devamlı iletişim içinde bulunan elemanlar topluluğuna sistem denir. Proses kontrol sistemi ise, bir proseste istenilen amaçlar doğrultusunda kontrol amacı ile birbirleri ile devamlı etkileşim içinde bulunan elemanlar topluluğuna denir. Örneğin; ısıtma, havalandırma ve iklimlendirme için kullanılan bir klima santrali ve santralinin bağlı olduğu bir

proses, kontrol sistemini oluşturur. Proses kontrol sistemlerinin üç temel özelliği vardır:

- 1- Ölçüm: Her otomatik proses kontrol sistemi kontrol edilen değişkenin ölçümünü yapar (Sensörler ve dönüştürücülerle).
- 2- Değerlendirme: Sensörden gelen bilginin büyüklüğünün kontrolör tarafından değerlendirilmesi gerekir.
- 3- Son kontrol Elemanı: Kontrol edilen değişkeni ayar noktasına getirmek için kullanılır.

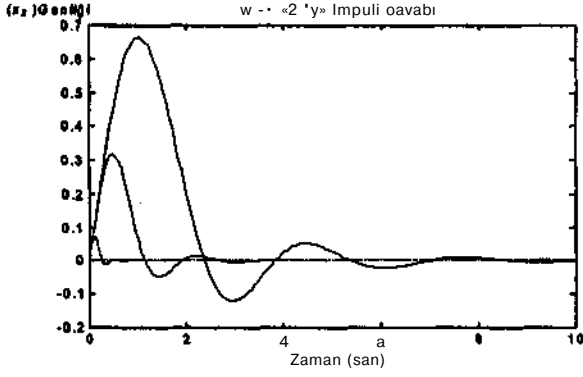
Kapalı çevrim geribeslemeli kontrol sisteminde kontrolör (denetleyici), bir hata dedektörü (veya karşılaştırıcı), bir sinyal düzenleme elemanı ve bir uzağa gönderme elemanından oluşabilir. Kontrolörler sağladıkları kontrol türüne göre sınıflandırılabilirler.

## 2. MİKROKONTROLÖR İLE YAPILAN KONTROLÜN ÜSTÜNLÜKLERİ

Gerçekleştirilen güneş kolektörleri ile su ısıtma projesinde mikrokontrolör ile kontrolün avantajları aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

- 1- Klasik su ısıtma veya termostatla yapılan kontrol yöntemlerine göre daha hızlı, kararlı ve güvenilirdir. Daha az enerji harcanır. İstenilen konfor büyüklüklerine minimum hata ile ulaşılabilir.
- 2- Mikrokontrolör ile kontrolde konfor bölgesi içinde istenen sıcaklık değerlerine göre (yaz veya kış) gerekli ısı miktarı elde edilen veriler değerlendirilerek (sistemde ısıtmada kullanılan ısı kaynaklarından güneş kolektörünün enerjisi veya fuel-oil enerjisi en uygun karşılaştırma yöntemi kullanılarak) seçilir. Böylece sistemdeki enerji kaybı minimum seviyeye indirilir.
- 3- Kontrol edilen parametre değerleri (4 adet sıcaklık algılayıcısından gelen analog değerler) belirli zaman





Şekil 4

#### 4. SONUÇLAR

Bu çalışmada, bölgesel kutup atama ve durum geribeslemesi ile kontrolörün tasarım problemi ele alınmıştır. Değişik  $y$  değerlerine göre LMI Control Toolbox 'la yapılan tasarım sonucu kontrol edilen çıkışın eğrilerinin  $y$  bağlı değişmelerine bakıldığında bozucu girişlere karşı sistemin dayanıklılığın sağlandığı görülmüştür. Tüm istenen kısıtlamaları sağlayan K kontrolörünün tasarımından sonra belirlenen sistemin kontrol kutupları hesaplandığında istenen LMI bölgeleri içinde yer aldığı görülmesiyle sağlanması yapılmış olmaktadır.

#### 4. KAYNAKÇA

- [1] S. Boyd, L. E. Ghaoui, J. E. Geron, and V. Balakrishnan, *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*, SIAM, 1994.
- [2] M. Chilali, P. Gahinet, "H<sub>∞</sub> Design with Pole Placement: An LMI Approach", *IEEE TAC*, vol.41, no. 2, 1996.
- [3] J. C. Doyle, K. Glover, J. P. Khargonekar, and B. A. Francis, "State-Space Solutions to Standard H<sub>2</sub> and H<sub>∞</sub> Control Problems", *IEEE TAC*, vol 34, no8, pp.831-847.
- [4] P. Gahinet, P. Apkarian, "A Linear Matrix Inequality Approach to H<sub>∞</sub> Control", *Int. J. Robust and Nonlinear Control*, Vol.4, pp.421-448.
- [5] P. Gahinet, A. Nemirovski, A. J. Laub, M. Chilali, *LMI Control Toolbox*, Mathworks, 1995.
- [6] W. M. Haddad and D. S. Bernstein, "Controller Design with Regional Pole Constraints", *IEEE TAC*, vol.37, no.1, pp.54-69, 1992.
- [7] P. P. Khargonekar and M. A. J. J. Totea, "H<sub>2</sub> / H<sub>∞</sub> Control: A Convex Optimization Approach", *IEEE TAC*, vol.36, no.7, pp.824-837, 1991.
- [8] Y. Liu and R. X. Yedavalu, "H<sub>∞</sub> Control with Regional Pole Constraints", *IEEE TAC*, vol.38, no.1, pp.10-19, 1993.

Y =0.4 için,

$$K=[ -57.8573-183.7172 \ -10.9200-144.1630]$$

kutuplar=[

$$-0.7215+1.9344i$$

$$-0.7215-1.9344i$$

$$-1.4222+0.8299i$$

$$-1.4222-0.8299i]$$

Y =0.9 için,

$$K=[ -8.5780 \ -0.6676 \ -4.2873 \ -8.5417]$$

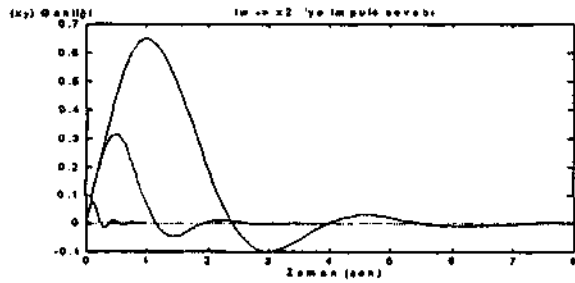
kutuplar = [

$$-0.7215+1.9344i$$

$$-0.7215-1.9344i$$

$$-1.4222+0.8299i$$

$$-1.4222-0.8299i]$$



Şekil 2

2. LMI Bölgesi; Dairesel Bölge (merkez=0,yarıçap=25) and Yarıdüzlem(a =-1.6) bölgelerinin arakesiti olarak seçilsin

Y =0.1 için,

$$K= 1.0e+004*[ -0.0885 \ -7.2880 \ -0.0036 \ -1.0251]$$

kutuplar = [

$$-4.8501+19.7773i$$

$$-4.8501-19.7773i$$

$$-12.9030+7.4750i$$

$$-12.9030-7.4750i]$$

Y =0.4 için,

$$K=[ -92.2224-313.7028 \ -14.2533-243.7202]$$

kutuplar=[

$$-3.0308+3.7352i$$

$$-3.0308-3.7352i$$

$$-4.0959+2.2702i$$

$$-4.0959-2.2702i]$$

Y =0.9 için,

$$K=[ -40.0639 \ -19.9910 \ -9.6377 \ -61.7113]$$

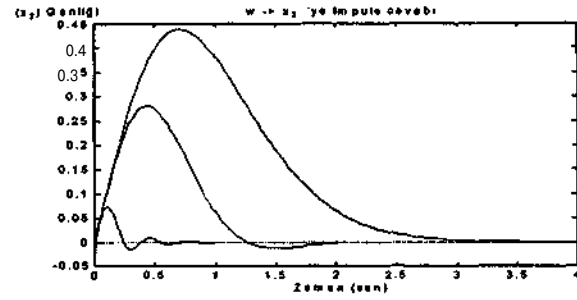
kutuplar = [

$$-2.7224+2.6791i$$

$$-2.7224-2.6791i$$

$$-2.0964+0.8664i$$

$$-2.0964-0.8664i]$$



Şekil 3

3. LMI Bölgesi: Bölgesel kutup atama kısıtlaması için bölge seçilmediğinde, LMI bölgesi sol yarı düzlem olmaktadır..

/ =0.1 için,

$$K= 1.0e+004*[ -0.1223 \ -9.9035 \ -0.0049 \ -1.4128]$$

kutuplar=[

$$-7.5149+17.5743i$$

$$-7.5149-17.5743i$$

$$-17.1978+6.8755i$$

$$-17.1978-6.8755i]$$

Y =0.4 için,

$$K=[ -54.4246-172.7714 \ -10.4339-135.3483]$$

kutuplar = [

$$-1.5941+3.9740i$$

$$-1.5941-3.9740i$$

$$-3.6228+1.5379i$$

$$-3.6228-1.5379i]$$

/ =0.9 için,

$$K=[ -6.8202 \ -0.6475 \ -3.6914 \ -6.9531]$$

kutuplar = [

$$-0.5636+1.9743i$$

$$-0.5636-1.9743i$$

$$-1.2821+0.7553i$$

dilimi içinde hafızaya kaydedilir. Bu değerler kullanılarak sistem hakkında analiz yapılır.

- 4- Kontrol işlemi merkezi bir yerden yapılır. Gerekirse sistem uzaktan kontrol edilebilir.
- 5- İstenilen kontrol şartları yazılan programla kolayca oluşturulabilir. Kontrol edilen çıkış büyüklükleri sistemdeki çıkış arabirimleri kullanılarak (display veya ledler) sürekli gözlenebilir.
- 6- Elektrik temin edilen her yerde kullanılabilir.
- 7- Yazılımla multiplex işlemi yapılarak birden fazla parametre mikrokontrolöre bağlanabilir.
- 8- Prosesi otomatik ve gerekli ilavelerle manuel olarak çalıştırma imkanı vardır.
- 9- Diğer kontrol türleri (P.PI.PID) uygun yazılım ve donanımla sisteme kolayca adapte edilebilir.
- 10- Sistemi yöneten mikrokontrolör tek yonga halinde olduğundan sistemdeki arıza riski azdır. Oluşan bir arızada hatalı eleman kolayca bulunup değiştirilebilir.
- 11- Sistem yüksek frekanslarda kontrol yapıyorsa (PIC 16C74 te 20 MHz) magnetik alan ve dış parazitlerden kolayca etkilenmez.

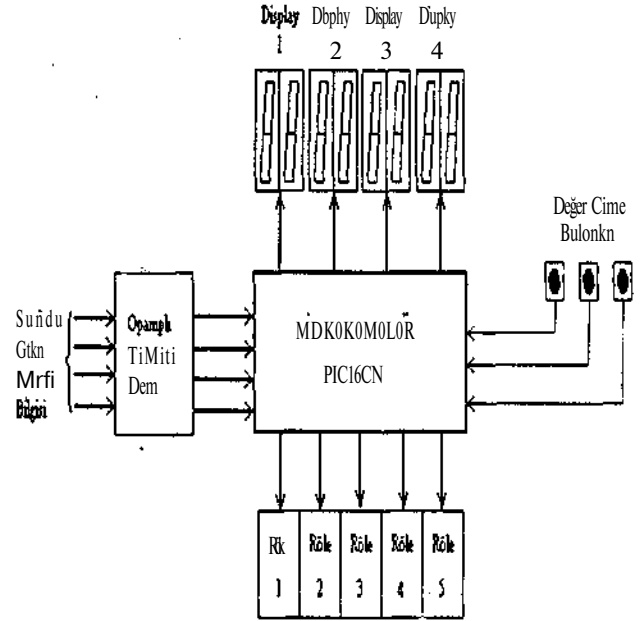
### 3. KONTROL EDİLEN SU SİSTEMİNDEKİ ELEMANLAR VE BLOK DİYAGRAMI

Sistemdeki su borularda farklı yerlerde bulunan 3 adet sirkülasyon su pompası ile dolaşmaktadır. Suyun paralel bağlı bulunan bazı borularda basınç farkından dolayı gereksiz yere dolaşması pompaların bağlı bulunduğu hat üzerine seri bağlı iki konumlu valfler kullanılarak engellenmiştir. Sistemin tasarımında valfler, çift kontaklı rölelerle temsil edilmiştir. Sistemde 4 adet sıcaklık sensörü, 4 adet farklı sıcaklığı denetlemekte ve her an mikrokontrolöre bilgi göndermektedir. Sensörlerin kullanılacağı yerler arası mesafe çok uzak olursa iletilecek olan sıcaklığın dönüştürüldüğü gerilim değerinde bir zayıflama meydana gelebilir ve bu da gerçek sıcaklık değerlerinin mikrokontrolör tarafından yanlış okunmasına ve programda istenmeyen arızalara ve kararsızlıklara yol açabilir.

Sistemin blok diyagramı Şekil-1'de verilmiştir.

Diyagramdan da görüldüğü gibi PIC 16C74 7 adet giriş büyüklüğünü (4 sensör ve 3. tane tuş takımı) ve 9 adet çıkış büyüklüğünü (5 adet röle 4 adet çift digit display) denetlemektedir.

Sensör sinyal devresinden gelen 4 adet analog büyüklük ve tuş takımından girilen 3 adet dijital büyüklük PIC 16C74'ün programla yönlendirilen giriş portlarına ve displayler ile röleler ise yine programla belirlenen çıkış portlarına bağlanmıştır. Sensörlerden gelen analog bilgilerin okunabilmesi için PIC16C74 içindeki dahili Analog-Dijital Konverter'den faydalanılmıştır. Ve sensör sinyal yükseltme devresinden gelen 4 adet analog büyüklük PIC16C74'de dışarıya çıkarılmış olan ADC portuna (giriş olarak yönlendirilen port) bağlanmıştır.



Şekil 1. Kontrol Edilen Sıcak Su Sisteminin Çalışma Blok Diyagramı

### 4. SICAKLIK DÖNÜŞTÜRÜCÜLERİ VE SİSTEMDE KULLANILAN SICAKLIK SENSÖRÜ

Dönüştürücü (transducer) bir büyüklüğü, bir değişkeni (sıvı akışı, nem, sıcaklık, basınç v.b.) bir benzerine dönüştürür.

Elektrik sıcaklık sensörleri üç temel tipe ayrılmaktadır.

- 1- Sıcaklıkla değeri değişen dirençler (RTD)
- 2- Termo elektrik çift (termokupl)
- 3- Yarı iletken algılayıcılar (termistör)

Bu çalışmada kullandığımız sensör, sıcaklık değişimi ile uçlarındaki gerilimi değişen bir yarıiletken algılayıcıdır. Çeşitli malzemelerin sıcaklıkla elektriksel direnci değişmekte olup, yayınlara göre ikiye ayrılırlar: Metaller ve yarı iletkenler. Bütün iletkenlerin direnci sıcaklıkla değişen elektriksel dirençleri eskiden beri bilinmekte olup sıcaklık sensörleri olarak kullanılmaktadır. Bunlar dirençsel sıcaklık algılayıcısı (Rezistans Temperature Detector) olarak bilinmektedir. Yarı iletkenler ise termistör olarak bilinmektedir.

### 5. SİSTEMİN ÇALIŞMASI VE BLOK DİYAGRAMI

Şekil-2'deki sistemin çalışma diyagramında da görüldüğü gibi sistemde ısı kaynakları olarak fuel-oil kazanı ve güneş kollektörü kullanılmaktadır. Dışarıdan girilen ve olması istenilen sıcaklık değerlerine göre seçmeli olarak ısıtma kaynağı seçilmektedir.

Sistemde ısıtılan 3 bölüm vardır.

- 1- Evin iç mekanı
- 2- Kalorifer tesisatı suyu (kirli su)
- 3- Kullanma suyu (temiz su) tankı

Temiz su tankı ile evin iç mekanı seçmeli olarak ısıtılmaktadır. Yani bu ısıtılan bölümler için dışarıdan tuş takımından girilen ve olması istenilen sıcaklık değerlerine göre mikrokontrolör bu iki ısıtıcı kaynak arasında seçim yapmakta (güneş kolektörü ve fuel-oil kazanı), hangisi uygun ise sistemde gerekli valf ve pompaları açıp kapatmaktadır.

Sistemde kullanılan pompalar güçleri yaklaşık 100-150 W olan su sirkülasyon pompaları olup bunların çekekleri akımın büyüklüğüne göre ve güvenlik sınırı büyük tutularak kontak akımları 6A olan çift kontaklı 12 V'luk röleler kullanılmıştır.

Sistemde olması istenilen temiz su tankının ve odanın sıcaklığı dışarıdan butonlar yardımı ile mikrokontrolöre girilmektedir.

Sistemde 4 adet çift dijital display, sensörlerden gelen sıcaklık bilgilerini anlık olarak ve sürekli göstermektedir. Gösterilen sıcaklıklar;

- 1-  $T_{oda}$
- 2-  $T_{su}$  (temiz su tankı)
- 3-  $T_{kolektör}$
- 4-  $T_{su}$  (kalorifer su kazanı)

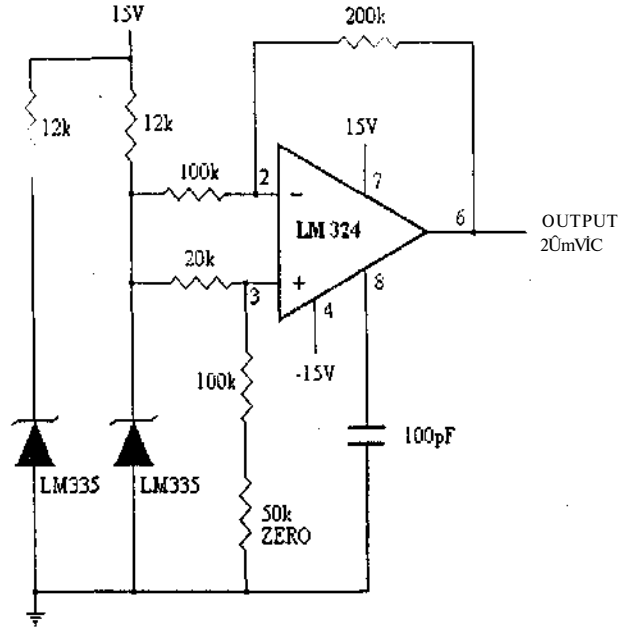
#### 6. MİKROKONTROLÖR (PIC 16C74) KARTININ TASARIMI

Mikrokontrolör kartının tasarımında donanımın minimum sayıda elemanla gerçekleştirilmesine özen gösterilmiştir.

PIC, Harvard mimarisi temelli Microchip firmasının ürettiği 8-bitlik mikrokontrolördür. PIC mikrokontrolörü, endüstride en üstünler arasında yer alan bir kod koruma özelliğine sahiptir. PIC ailesinde her tür ihtiyacımızı karşılayacak çeşitli hız, sıcaklık, I/O hatları, zamanlama (time) fonksiyonları, seri iletişim portları, A/D ve bellek kapasite seçenekleri bulunur.

#### 7. SICAKLIK DÖNÜŞTÜRME DEVRESİ

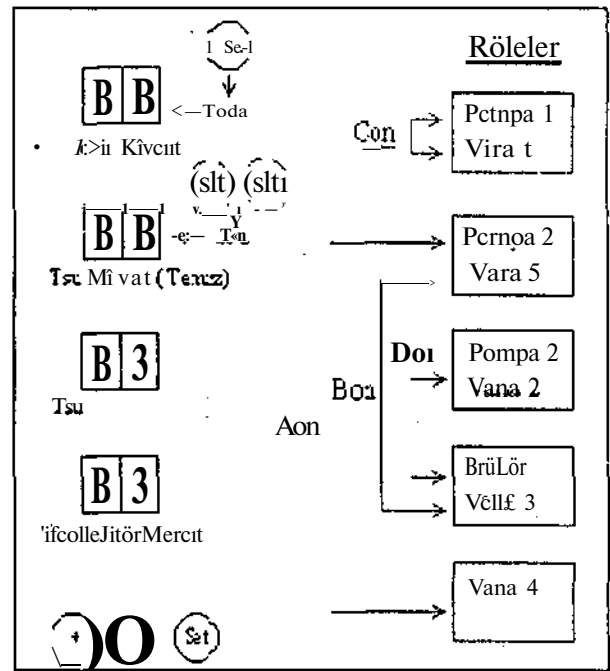
Sıcaklık dönüştürme devresi olarak Şekil-3'deki devre kullanılmıştır. Bu devrede sıcaklık algılayıcısı, doğrusal (lineer) sıcaklık katsayısı  $10\text{mV}/^\circ\text{K}$  olan zener diyottur (LM 335).  $-10^\circ\text{C}$  ile  $+100^\circ\text{C}$  aralığında çalışacak şekilde üretilmiştir.



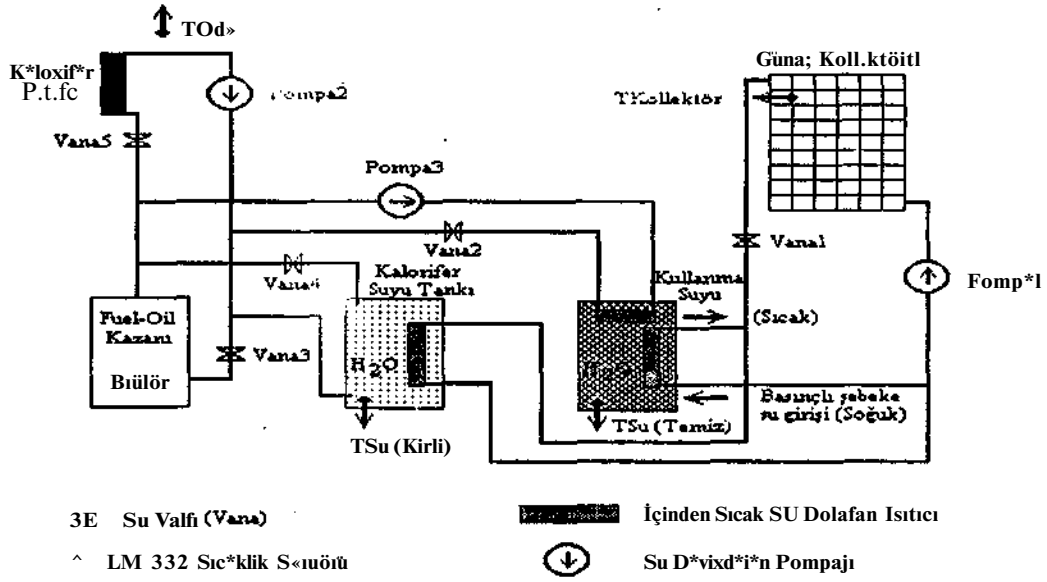
Şekil 3. Sıcaklık Dönüştürme Devresi

#### 8. SİSTEMİN ÇALIŞMA ŞARTLARI

Sistemin çalışma şartları Şekil-4'de görülen diyagram ile kolayca açıklanabilir.



Şekil 4. Sistemin Çalışma Şartlarını Gösteren Diyagram



Şekil 2. Sistemin Çalışma Diyagramı

## 9. SONUÇLAR

Bu çalışmada.güneş enerjisi ve fuel-oil kazanı ile ısıtılan mikontrolör destekli aç-kapa (on-off) yöntemi ile konfor bölgesi sınırları içerisinde kontrolü incelenmiştir.

Sistemde görülebilecek en büyük sorunlardan biri olan; sistemin sürekli rejime ulaşması sırasında oluşacak salınımlar (geçici rejim bölgesinde oluşurlar) yazılımda P-I kontrol yapılarak önlenmiş ve kararlı bir çalışma sağlanmıştır.

Sistemde kullanılan elemanların seçiminde ekonomik olmanın yanında sağlamlık, güvenlik sınırının büyük olması, kalite gibi faktörler gözönünde tutulmuştur.

Gerçekleştirilen sistemin özellikleri şöyle sıralanabilir.

- 1- Mikrokontrolör yerine sistem bilgisayarla da kontrol edilebilir.
- 2- Uygun yazılımla başka kontrol sistemlerinde (on-off kontrol gerektiren yerlerde) kullanılabilir.
- 3- İstenirse sisteme soğutucu da eklenebilir.
- 4- İstenilen sıcaklık değerlerinde ayar yapılabilir.
- 5- Merkezi (uzak) bir yerden kontrol edilebilir.
- 6- Sistemin geçici rejim-cevap eğrisi istenildiğinde programla oluşturulabilir ve sistemdeki son kontrol elemanlarındaki (röleler ve pompalar) salınımlar engellenir.
- 7- Hassasiyetin 1°C olması istenilen önemli yerlerde bile istenilen çalışma koşullarını yerine getirebilir.

## KAYNAKÇA

- (1) GARDNER.Nigel, Çeviren:Cevren Yalçın, "PIC Programlama El Kitabı", Bilişim Yayınları, Haziran 1998
- (2) "8-Bit CMOS Microcontrollers With A/D Converter", Microchip Technology Inc.2355 West Chandler Bin!
- (3) BAYRAM,Harun, "Dijital Devreler ve Elektronik Devre Uygulamaları", Bursa,Mayıs 1996
- (4) HALL.Douglas V,"Mikroiştemciler ve Sayısal Sistemler", Eskişehir, 1994
- (5) KÜZGİL,Hasan "Mikroiştemciler ve Devre Uygulamaları",Evrin Kitabevi.Haziran 1995

# PLC TABANLI ALTERNATİF BİR MODEL İLE ASANSÖR DENETİMİ

Mehmet AKIN, İhsan BAYIR  
Elektrik Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Dicle Üniversitesi  
Diyarbakır

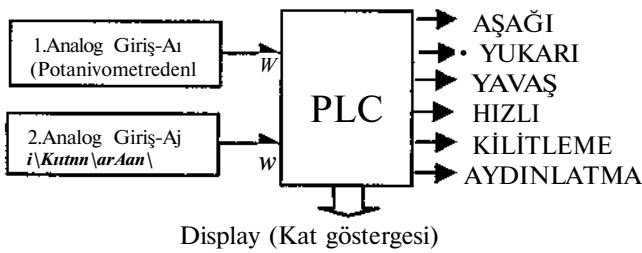
## ABSTRACT

*in this study, the controlling of an even-speeded elevator based on PLC (Programmable Logic Controller) was aimed. For this reason, necessary ladder program was prepared (performed) and loaded to the PLC, and run as online.. in the study carried out, a potentiometer connected to reductor was used instead of the electromechanical components such as sensors, and limiter-switches used commonly, and thus the requirement to these devices was eliminated it was benefited from electrical circuit methods to sense the situations of the buttons. Buttons, where there was no unstable condition on, were connected to the analogue input terminal of PLC in such a way as to apply a significant voltage due to the pressed button in the verified control system. Two analog inputs were used instead of too many input terminals used to sense the cabinet level and the conditions of the buttons, and numbers increase with respect to the numbers of the floors, respectively. This situation decreases the element numbers necessary for controlling of the elevator, and removes the effects floor number on the controlling.*

## 1. GİRİŞ

Asansör kontrolü ilk zamanlar elektromekanik sistemlerle gerçekleştirilmekteydi. Teknolojinin hızla ilerlemesiyle birlikte asansör kontrol teknolojisi de buna paralel olarak gelişmektedir. Asansör kontrolünün mikroişlemci tabanlı veya PLC tabanlı olarak gerçekleştirilmesiyle elektromekanik elemanlara (röle, limit switch) ihtiyaç azalmıştır. Yapılan çalışmada buton durumlarının algılandığı devre ve kabin seviye kontrolü için kullanılan potansiyometre sayesinde bu teknolojik geçiş döneminde gereksinim olan elektromekanik eleman ihtiyacını minimumlaştırmaktadır.

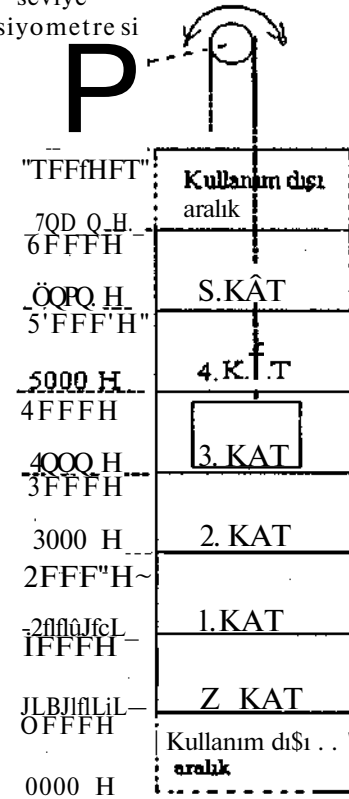
## 2. YÖNTEMLER



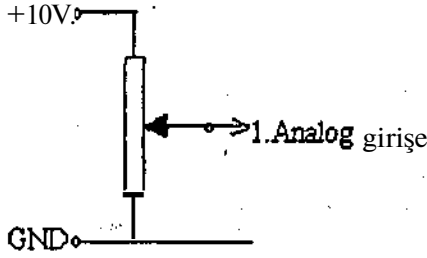
Şekil 1. Gerçekleştirilen denetim sisteminin blok şeması

2.1. Kabin Konumunun Algılandığı 1. Analog Giriş  
Birinci analog girişte, asansörün mevcut konumunu tesbit etmek için redüktörün hareketiyle paralel değişen çok turlu potansiyometre kullanılmıştır. Bu potansiyometreden PLC'nin analog giriş terminaline uygulanan 0-10V gerilimi analog giriş modülündeki ADC tarafından 0-32767<sub>10</sub> (0000H7FFFH) arası değişen bir sayıya çevrilmekte ve okunan gerilim değerine göre kabinin hangi seviyede olduğu belirlenmektedir. Her kat için belirlenen gerilim değeri PLC'ye yüklenmiştir. Belirlenen bu değerler PLC'nin analog girişine bağlı olan potansiyometreden okunan değer ile sürekli karşılaştırılarak kabinin hangi seviyede olduğu saptanmaktadır. Potansiyometre kullanımı her kat için kat algılama sensörü veya limit switch kullanma gereksinimini ortadan kaldırmakta ve toplam kat sayısı kadar sensörü ve limit switch kullanmama avantajını sağlamaktadır..

Kabini seviye potansiyometresi

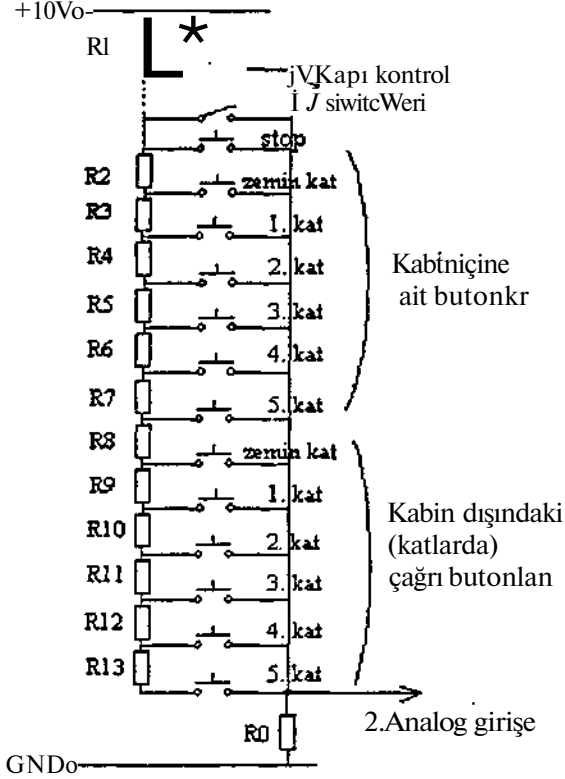


Şekil 2. Kabin konumunun belirlenmesi



Şekil.3 Potansiyometrenin analog girişe bağlanması

## 2.2. Butanların Durumunun Algılandığı 2. Analog Giriş



Şekil.4 Buton durumlarının algılandığı analog giriş devresi

İkinci analog girişe bağlanan devre, basılan butona göre belli bir gerilim çıkışı veren bir devredir. İki buton arasında bir direnç yerleştirilerek gerilim bölümü yapılmıştır. Butonların analog girişe uyguladıkları gerilimler birbirinden farklı ve sabit olduğundan hangi butona basıldığı tesbit edilebilmektedir. Gerçekleştirilen devrede birden fazla butonun basılı olması durumunda oluşacak belirsizlik ortadan kaldırılmıştır. Her buton devreye göre kendinden daha alta bulunan butonların gerilim bölümüne etkisi ortadan kaldırılmıştır. Bu sayede aynı anda yalnızca bir butonun aktif olması sağlanmış ve aynı zamanda butonlar için belirlenen gerilimlerin dışında anlamsız bir gerilimin oluşması da önlenmiştir. Bu yöntemde buton durumlarını algılamak için yalnızca bir

analog giriş kullanıldığından her buton için bir giriş terminaline ve bunlar için birçok kablo çekilmesine gerek yoktur.

Gerçekleştirilen programda basılı olan butonu tesbit etmek için okunan giriş geriliminin karşılaştırıldığı limit değerler aşağıda Tablo. 1 ve Tablo.2'de verilmiştir.

	<u>Alt limit</u>	<u>Üst limit</u>
Stop, kapı siviçleri	31000	32000
Zemin kat butonu	28486	29486
1. Kat butonu	23965	24965
2. Kat Butonu	23445	24445
3. Kat butonu	20925	21925
4. Kat butonu	18505	19505
5. Kat butonu	15885	16885

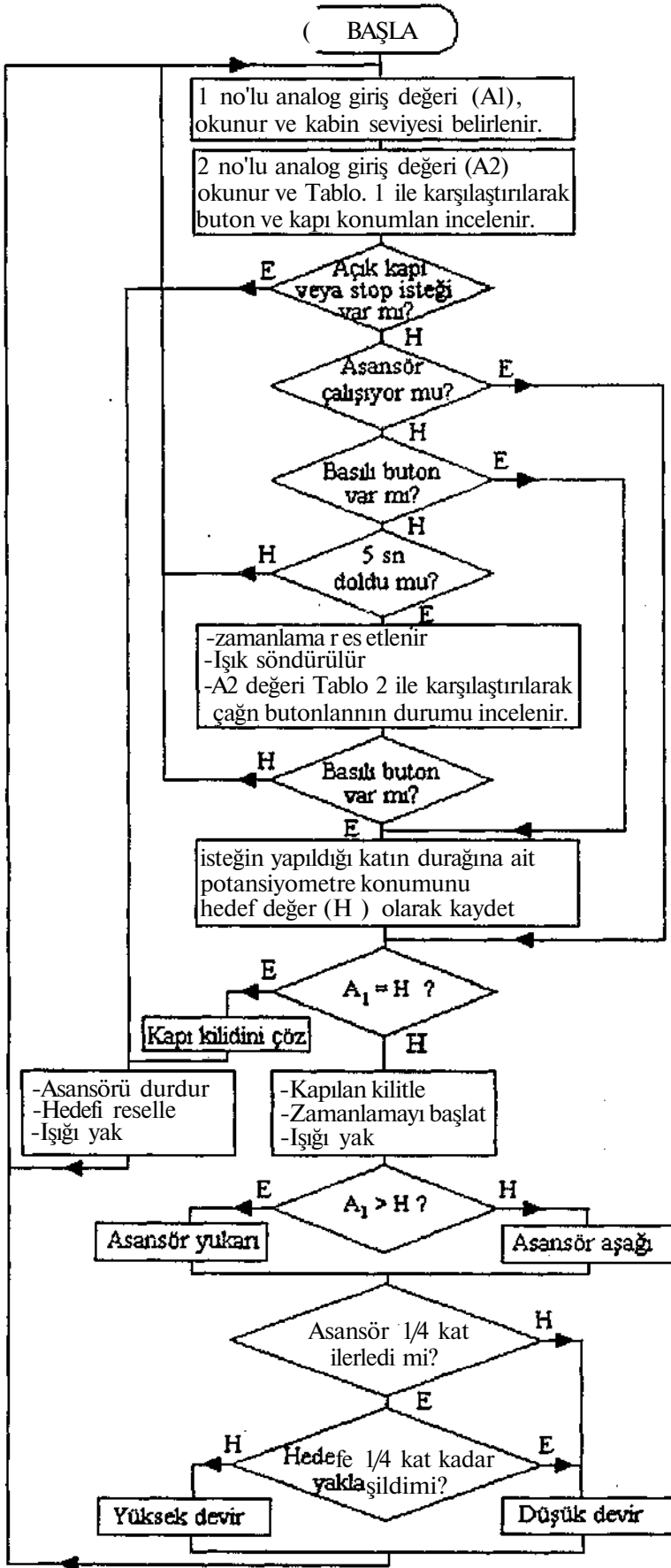
Tablo. 1 Kabin içindeki butonların karşılaştırıldığı limit değerler (desimal olarak)

	<u>Alt limit</u>	<u>Üst limit</u>
Zemin kat butonu	13360	14360
1. Kat butonu	10840	11840
2. Kat Butonu	8320	9320
3. Kat butonu	5800	6800
4 Kat butonu	3280	4280
5. Kat butonu	760	1760

Tablo.2 Katlardaki butonların karşılaştırıldığı Ümit değerler (desimal olarak )

## 3. GERÇEKLEŞTİRİLEN PROGRAMIN ALGORİTMASI

Bu asansörün denetimi için Allen-Bradley SLC 5/02 PLC kullanılmıştır. Potansiyometreden alınan analog giriş sinyalinden kabin seviyesini okunmakta ve displayde görüntülenmektedir. Butonlardan gelen analog giriş sinyali okunarak, okunan değeri her buton için tespit edilen limitlerle karşılaştırılır (Tablo. 1, Tablo.2 ). Okunan değer herhangi bir limit içinde ise bir istek yapılmıştır. Açık kapı veya Stop isteği algılandığında çalışma durdurulur . Eğer kat butonlarına basılmış ise basılan kata ait potansiyometre konumu hedef olarak kaydedilir, kat istekleri yetkisizlenir ve kilitleme bobini enerjilendirilerek kapılar kilitlenir. Asansör hareket şeklini belirlemek için kabin konumu (AO ile hedef durağa ait konum (H) karşılaştırılarak aşağı-yukarı; çıkışlarından gerekli çıkış verilir ve asansör düşük hız ile kalkışa geçirilir. Kabinin V\* kat kadar yerdeğştirmesinden sonra asansör yüksek' hıza geçirilir. Hedef durağa V\* kat kadar yaklaşıldığında tekrar yavaş hıza geçirilir. Potansiyometreden okunan değer kaydedilen hedef değere eşit olduğunda asansörü durdurularak kilitleme bobini enerjisi kesilir ve kapı kilidi çözülür. Daha sonra sistem resetlenerek bir sonraki çalışma için hazır hale getirilir.



Şekil 5 Gerçekleştirilen programın akış diyagramı



#### 4. SONUÇ

Bu çalışmada, çift hızlı bir asansörün denetimi PLC tabanlı olarak yapılmış ve online olarak çalıştırılmıştır. Kontrol işlemi için gerekli eleman sayısı minimum seviyeye getirilmiştir. Kat sayısına göre artan çok fazla giriş terminali yerine iki adet analog giriş terminali kullanma avantajı sağlamıştır. Ayrıca bu çalışma ile PLC nin günlük hayatta kullanımının yaygınlaşmasına katkıda bulunacağı umulmaktadır.

Asansörün kabin konumu potansiyometre ile algılandığından hareket hızı ve kabin konumu ile varılacak durak arası fark her an için hesaplanabilmektedir. Potansiyometreden gelen analog giriş sinyalinin PLC'de PID benzeri bir algoritmada işlenmesiyle motoru kontrol eden hız kontrol ünitesinin hız ayarında kullanılacak 0-10V arası bir çıkış gerilimi elde edilebilir. Böylece hızın iki kademeli olması yerine hızı kabin-durak arası mesafeye göre küçük bir eğimle değişecek hareket elde edilerek asansöre çok esnek bir kalkış duruş imkanı sağlanabilir.

#### 5.KAYNAKÇA

1. Otter, Jon Den, "Programlanabilir Mantık Denetleyicileri",MEB
2. Allen-Bradley, "SLC 500 Analog I/O ModulesJJser Manual"
3. Allen-Bradley, 'SLC 500 an Micrologix 1000 Instruction Set
4. ROCKWELL SOFTWARE -APS-User Manual.

# PROGRAMLANABİLİR MANTIK DENETLEYİCİLER (PLC'ler) VE HALI DOKUMA MAKİNASINA UYGULANMALARI

Dr. Ulus ÇEVİK  
Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Gaziantep Üniversitesi  
27310 Gaziantep  
E-mail: ulus@gantep.edu.tr

## ABSTRACT

*In this paper, general aspects of Programmable Logic Controllers (PLC's), their advantages over conventional control systems and a design of a PLC application on a carpet weaving machine- designed and produced by HEMAKS Halı ve Tekstil Makinaları Sanayi ve Ticaret A.Ş., supported by TÜBİTAK-fault protection system are given.*

## 1. GİRİŞ

Halı dokuma makinalarının çalışmaları sırasında meydana gelebilecek bazı aksaklıklar zamanında fark edilmediği takdirde hem makineye zarar vererek hem de dokumakta olan halıda hatalara yol açarak zaman ve iş kaybına, dolayısıyla para kaybına, neden olabilmektedirler.

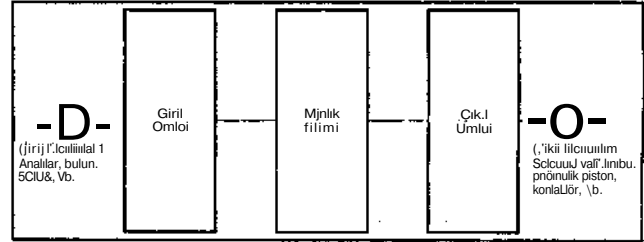
Bu nedenle, çalışmakta olan bir makinenin, operatörden başka, aksaklıkları gözleyen en az bir elemana daha ihtiyacı olmaktadır. Buda ürün maliyetine personel gideri olarak doğrudan yansımaktadır. Hem personel giderlerini azaltmak, hem de aksaklıklardan doğan zararı en aza indirmek için aksaklıkları haber veren ve istenmeyen bir durum olduğunda makineyi anında durdurarak doğabilecek bir arızayı önleyecek entegre bir otomatik kumanda ve kontrol sistemine ihtiyaç olduğu açıktır. Bu makalede, önce Programlanabilir Mantık Denetleyicilere genel bir bakış, daha sonrada çift işli bir halı dokuma makinasına uygulanmaları verilmektedir.

## 2. PROGRAMLANABİLİR MANTIK DENETLEYİCİLER (PLC'LER)

Programlanabilir Mantık Denetleyiciler bir zamanların birbirlerine yüzlerce kablolar aracılığıyla bağlanmış hantal yapıları rölelerden oluşan kontrol sistemlerinin yerini almak için tasarlanmışlardır. Klasik sistemler, kumanda edilen sistemin büyüklüğü ve karmaşıklığı ile orantılı olarak bazen yüzlerce röleden oluşuyor, bunların bağlantıları için kilometrelerce kablo kullanılıyor ve oldukça büyük kumanda kabinlerine ihtiyaç duyuyorlardı. Halbuki, Programlanabilir Mantık Denetleyiciler piyasaya çıktıklarında, bütün bu hantal röle sistemlerinin yerini alarak çok daha küçük ve derli toplu kontrol sistemleri oluşturulmasını sağladılar. Programlanabilir Mantık Denetleyicilerin klasik kontrol ve kumanda sistemlerine tercih edilmelerindeki en büyük neden yukarıda bahsedilen daha küçük ve derli toplu bir yapıya sahip olmalarıdır.

değildir; asıl neden, kontrol sisteminde herhangi bir mantıksal yada fiziksel bir değişiklik yapılması gerektiğinde klasik bir sistemde röleler ve bunların bağlantılarında değişiklik yapılması zorunlu iken, ki bu hatırı sayılır miktarda zaman ve iş gücü gerektirir, Programlanabilir Mantık Denetleyici kullanılan benzer sistemlerde sadece Denetleyici yazılımında yapılan küçük bir değişiklik aynı sonucu verebilmektedir.

Klasik sistemleri oluşturan rölelerin, elektriksel ve manyetik gürültü, yüksek oranda nem ve sıcaklık gibi olumsuz şartlar altında çalışma güvenliklerinde ciddi azalmalar görülürken, Programlanabilir Mantık Denetleyicilerde kullanılan katı-hal elemanları ( Transistor ve Triyaklar ) sayesinde bütün bu olumsuzluklarla karşılaşmamaktadır. Tipik bir Programlanabilir Mantık Denetleyicinin basitleştirilmiş bir blok diyagramı Şekil 1 de görülmektedir.



Şekil 1. Programlanabilir Mantık Denetleyici

### 2.1 Benzetim

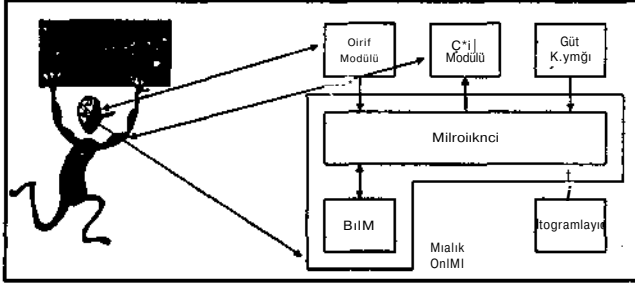
Bir Programlanabilir Mantık Denetleyicinin kontrol ve kumanda sisteminin çalışmasını daha iyi anlayabilmek için böyle bir sistemle insan vücudu arasında benzetme yapmak isabetli olacaktır.

Programlanabilir Mantık Denetleyicinin kontrol edilecek sisteme kumanda etmesi insan beyninin vücuda kumanda fonksiyonuna özdeştir. Burada Denetleyici içerisindeki Mantık ünitesinin beynimize, giriş birimleri duyumlarımıza, çıkış birimleri de kaslarımıza karşılık gelmektedir.

Şimdi, bir kutuyu bir yerden başka bir yere koyma işini ele alalım. İlk olarak, kutuyu nereye ve ne zaman koymamız gerektiğini bilmemiz gerekir. Buna "Program" diyebiliriz, başka bir deyişle yapılacak işin tanımı. Daha sonra yapmamız

gereken şey, kutunun nerede olduğunu bulmalıyız. Bu iş için gözlerimizi yada dokunma duyumuzu ("sensörler") kullanırız. Duyularımızdan gelen sinyaller beynimize iletilirler; bunun üzerine beynimiz "Program" doğrultusunda kollardaki kaslara ("pnömatik piston") kumanda ederek kuruya ulaşım kavramamızı sağlarken, bacaklarımızı büküp kaldırmak için hazırlanmamızı temin eder. Son olarak, beyin diğer gerekli kas gruplarını harekete geçirecek kutuyu "Program" da belirtilen yere koymamızı sağlar.

Bir kontrol ve kumanda sisteminde Programlanabilir Mantık Denetleyicinin yaptığı şeyi, bellek ünitesinde bulunan program doğrultusunda, girişlerden gelen sinyallere göre, "güç" ü uygun çıkışlara iletmek şeklinde tanımlayabiliriz.



Şekil 2. Denetleyici Birimleri ile Vücut Benzetimi

## 2.2 Güç kaynağı

Programlanabilir Mantık Denetleyicinin genel güç gereksinimini karşılamakta kullanılmaktadır. Hem modüller, hem de entegre tipleri mevcuttur.

## 2.3 Mikroişlemci

Kısaca, mikroişlemci, bilgi-işleme birimi olarak tarif edilebilir. Fonksiyonu herhangi bir mikrobilgisayar sistemindeki mikroişlemcininkinden farklı değildir. Bazı büyük Denetleyici sistemlerinde paralel çalışan birden fazla mikroişlemci olabilmektedir.

## 2.4 Bellek

Bellek, Programlanabilir Mantık Denetleyicide kullanılacak kontrol programları ve sistem programlarını saklamak için kullanılır. Standart bellek büyüklüğü üretici ve modele bağlı olarak 1 KB ile 64 KB arasında değişebilir. Kullanılacak kontrol programının büyüklüğü ile bunu saklamak için gerekli bellek miktarı doğru orantılıdır.

## 2.5 Programlayıcı

Programlayıcılar, Programlanabilir Mantık Denetleyicide kullanılan programların yazılması, saklanması, Denetleyiciye girilmesi ve programın çalışması sırasında sistem operasyonunun izlenmesinde kullanılırlar. Üç değişik tipte programlayıcı mevcuttur.

- El tipi: Portatif bir yapıya sahip olup orta boy bir hesap makinesi büyüklüğündedir.
- Masa üstü Endüstriyel tip: Sabit olup yukarıda bahsedilen işlevlerin yanında, EPROM programlama gibi ek özellikler ihtiva ederler.
- PC tipi: Herhangi bir IBM uyumlu PC gerekli paket yazılım olduğu takdirde Dene" . . . ' orogramcısı olarak kullanılabilir.

## 2.6 Giriş Modülü

Anahtar ve sensörler, ki bunlar mikroişlemcinin karar vermek için kullandığı bilgileri sağlarlar, giriş modülüne bağlanırlar. Giriş modülü bunlardan gelen sinyalleri mikroişlemcinin kullandığı sinyaller cinsine çevirir. Bu modül mikroişlemci ile sahada kullandaiuelektriksel sinyalleri optik olarak izole etmiş bir YefirTangi bir aşırı genlikli sinyalin mikroişlemciye zarar vermemesi açısından çok önemlidir. Giriş modülleri, uygulamaya bağlı olarak çeşitlilik gösterirler; bu konuda ileride bahsedilecektir.

## 2.7 Çıkış Modülü

Mikroişlemci mikroelektronik teknoloji ile üretildiğinden zayıf sinyaller kullanır. Bu sinyaller herhangi bir çıkış elemanını sürebilecek güçte değildirler. Çıkış modülü, mikroişlemcinin zayıf sinyallerini güçlendirerek çıkış elemanlarını sürebilecek bir seviyeye çıkarmak için kullanılır. Fakat, burada çıkış elemanından kastedilen şey bir motor yada ısıtıcı gibi yüksek güç harcayan bir eleman değildir. Örnek vermek gerekirse, eğer kumanda edilen şeylerden biri bir motor ise, çıkış modülünden alınan sinyal motorun başlatılıp durdurulmasını sağlayan starterin güç kontaklarını açıp kapayan bobini sürer. Çıkış modülleri de, giriş modülleri gibi çeşitlidir; bu konuda bir sonraki kısımda bahsedilecektir.

### 2.7.1 Giriş ve Çıkış Modül Tipleri

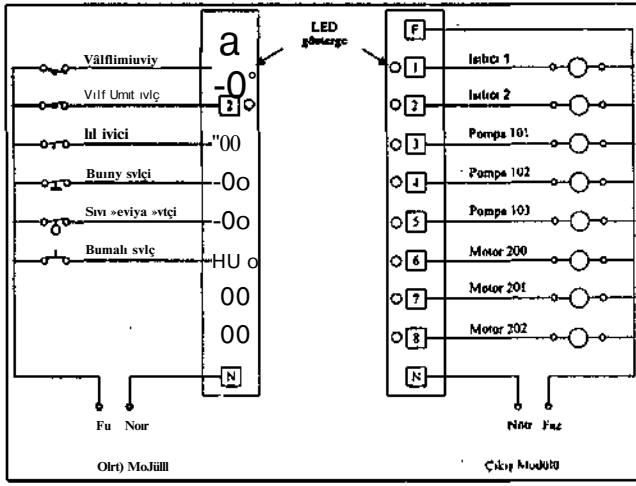
Giriş ve çıkış modülleri *ayrık*, *sayısal* ve *analog* olmak üzere üç tiptedir. Kontrol sisteminde kullanılan giriş ve çıkış elemanlarının sinyal gereksinimlerine göre modül kullanmak gerekir.

- Ayrık modüller: Pratikte en çok kullanılan modüllerdir. Bu modüller on/off yada açık/kapalı gibi iki durumdan birini sergileyen saha elemanlarını mikroişlemciye bağlarlar ( Şekil 3 ).
- Sayısal Modüller: Bu modüller ayrık modüllerin benzeridirler. Fakat ayrık modüller ayrı ayrı on/off sinyallerini iletirken, sayısal modüller bir grup mantık seviyesinden ("1" yada "0") oluşan bütün bir sinyali iletirler (Şekil 4). Bu modüllere bağlanabilecek elemanlara örnek olarak, enkoderler, bar-kod okuyucular, LED görüntü birimleri ve akıllı terminalleri verebiliriz.

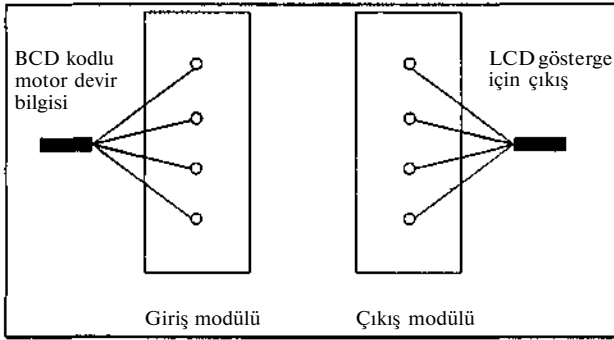
Analog modüller: Bir kontrol ve kumanda sisteminde yapılan iş sadece bir grup anahtarın açık ve kapalı (mantık "1" ve mantık"0") olmasına göre birkaç birimin çalıştırılıp durdurulmasından ibaret olmayabilir. Örnek vermek gerekirse, takometreden gelen sinyale göre bir motorun devrinin sabit tutulması için motor hız kontrol devresine zaman içerisinde genliği değişen bir sinyal gönderilmesi gerekebilir (Şekil 5). Bu durumda daha önce bahsedilen modüller kullanılamazlar. Buralarda analog modüller kullanılmalıdır.

## 3. Programlama Dilleri

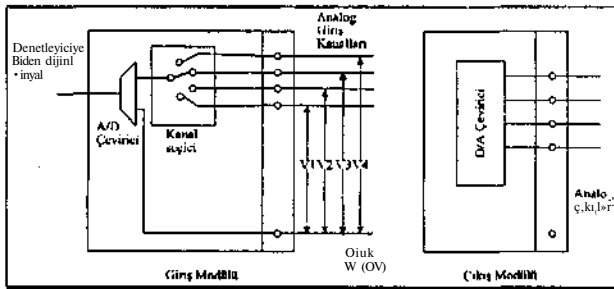
Daha önceki bölümlerde bahsedildiği gibi Programlanabilir Mantık Denetleyiciler belleklerinde bulunan program doğrultusunda giriş sinyallerinin durumuna göre çıkış modülüne bağlı olan çıkış elemanlarını sürerler. Programlar bir programlayıcı aracılığıyla belleğe yazılırlar. Burada, "hangi programlama dili?" soruşum, cevaplamak gerekir.



Şekil 3. Ayrık Giriş ve Çıkış Modülleri



Şekil 4. Sayısal Giriş ve Çıkış Modülleri



Şekil 5. Analog Giriş ve Çıkış Modülleri

Programlanabilir Mantık Denetleyicilerde kullanılan belli başlı 4 çeşit programlama dili vardır;

1. Merdiven diyagramı
2. Boolean Lojik
3. Fonksiyon blokları
4. Sıralı fonksiyon şeması

Bu programlama dillerinden en popüler olan "Merdiven diyagramı" ndan bahsedeceğiz. Bu dil, Denetleyiciler piyasaya çıkmadan önce kullanılan ve rölelerden oluşan klasik kontrol ve kumanda sistemlerini sembolize etmekte kullanılan şematik gösterimin aynısıdır. Bu yüzden, klasik sistemlerde tecrübeli, hiç Denetleyici kullanmamış teknik personel dahi bu dili okuyabilir ve kullanabilir. Merdiven diyagramının bu kadar popüler olmasının en büyük nedeni de budur. Buna ek olarak, giriş ve çıkış elemanlarının durumları aynı anda merdiven diyagramında görüldüğünden, sistem operasyonu monitörden izlenebilir.

## 4. KUMANDA SİSTEMİ

Burada, Hemaks Halı ve Tekstil Makinaları Sanayi ve Tic. A.Ş. tarafından tasarlanıp imal edilen, TÜBİTAK destekli (Kod no: TİDEB-0245 ve TTGV-260) çift şişli halı dokuma makinasına uygulanan Denetleyici kontrollü bir hata ve arıza önleme sistemi anlatılacaktır. Kumanda sisteminin kalbi olarak bir Siemens™ S7 200 CPU216 Denetleyici kullanılmaktadır. Bu denetleyici üzerinde ayrıntı 24 giriş, 16 çıkış noktası bulunmaktadır.

### 4.1 Sistemden Beklenenler

- a) Küçük tellerinin tarağa değmesi durumunda operatörün sinyal lambası ve operatör panelinden uyarılması,
- b) Makina devrinin ekranda gösterilmesi,
- c) Atkı koptuğunda makinanın stop edip arızanın operatör panelinde belirtilmesi,
- d) Bıçak halatı koptuğunda makinanın stop edip arızanın operatör panelinde belirtilmesi,
- e) Alt ve üst şetminin halı sarması durumunda bunun operatör panelinde belirtilmesi,
- f) Mekik sayısının panelden görülmesi,
- g) Çözümlerinin kırılması durumunda makinanın stop edilip arızanın operatör panelinde belirtilmesi.

### 4.2 Sistem Elemanları

Aşağıda, sistemde kullanılan giriş ve çıkış elemanlarıyla, Denetleyici programında kullanılan sembol isimleri verilmektedir.

Sembol	Giriş(I)/Çıkış(Q)	Açıklama
SÜREKLİ	10.0	YAYLI BASMALI BUTON
STOP	10.1	"
GY	10.2	"
IY	10.3	"
ATKI	10.4	SÜRTÜNME SENSÖRÜ
HALAT	10.5	LİMİT SVİÇ
SERMİNÜST	10.6	"
SERMİNALT	10.7	"
KENARSAĞ	11.0	"
KENARSOL	11.1	"
KÜCÜ	11.2	VOLTAJ SENSÖRÜ
LAMEL	11.3	LAMEL SENSÖRÜ
POS	11.4	İKİ POZİSYONLU ANAHTAR
HSAR	12.5	LİMİT SVİÇ
SYNCH	12.6	OPTİK SENSÖR
RESET	12.7	YAYLI BASMALI BUTON
FORWARD SLOW	Q0.0	İLERİYAVAŞ KONTAKTÖRÜ
FORWARD FAST	Q0.1	İLERİHIZLI KONTAKTÖRÜ
REVERSE SLOW/	Q0.4	GERİYAVAŞ KONTAKTÖRÜ
MHSAR	Q1.3	HALI SARMA KONTAKTÖRÜ
R1	M0.1	BELLEK BİTİ
R2	M0.2	"
R3	M0.3	"

### 4.3 Program

Denetleyici programı (Şekil 6), bir PC üzerinde kurulu Siemens™ STEP7 MicroWin isimli paket program kullanılarak merdiven diyagramı metoduyla yazılmıştır.

### 4.4 Sistem Operasyonu

"SÜREKLİ" butonuna basıldığında, "POS" anahtarının konumuna (yavaş/hızlı) bağlı olarak tezgah ana motoru hareketlenerek sürekli dönmeye başlar. Herhangi bir anda süreli dönme arzu edildiğinde ilgili butona ("IY": ileri yavaş, "OY": geri yavaş) basılarak motorun istenildiği biçimde

dönmesi sağlanır. Bu durumda ilgili buton basılı tutulduğu sürece dönme devam edecek ve buton bırakıldığında motor duracaktır. Bu işlemler, dokuma sırasında herhangi bir problem olduğunda tezgahın hareketini test etmekte yada tezgah tarağını istenilen pozisyona getirmek için kullanılmaktadır.

"RESE'I" butonuna basıldığında, tezgah motoru tarağı başlangıç pozisyonuna getirip durur. Başlangıç pozisyonu tezgah kam'ı üzerine bağlı bir çubuğun belirli bir konumuna tutturulmuş optik bir sensörü ("SYNCH") uyarmasıyla belirlenir.

Dokunmuş olan halı alt ve üst sermin denilen dikenli merdaneler tarafından sürekli olarak çekilmektedir. Çekilen halı "HSAR" sviçini kapatacak miktara ulaştığında "MHSAR" motoru çalışarak halının tezgah deposuna aktarılmasını sağlar.

#### Otomatik stop durumları:

Atkı ipliği kırıldığında, ip çekilmeyeceğinden, sürtünme sensörü ("ATKI") motoru durduracaktır.

Serminlere halı sıkıştığında, sıkışan halı limit sviçlerini "SERMİNALT", "SERMİNÜST") açarak motoru durdurur. Halının her iki tarafında kalan kenar bezleri sıkıştığında ümit sviçleri "KENARSAG", "KENARSOL" açılarak motor durur. Tezgah bıçağını hareket ettiren halat koptuğunda, halatın gerginliğiyle kapalı duran sviç ("HALAT") açılarak motor durur.

Küçük tellerinin tarağa değmesi durumunda, ki tarağın tahrip olmasına sebep olabilir, bir elektrik devresinin kapanması sağlanarak ("KÜCÜ") motor durur.

Çözümleri hafif metalden yapılmış bileziklerden geçirilerek tezgaha bağlanmışlardır. Bu iplerden birinin kırılması durumunda metal bilezik düşmekte ve bir anahtar ("LAMEL") kapatmaktadır. Buda motoru durduracaktır.

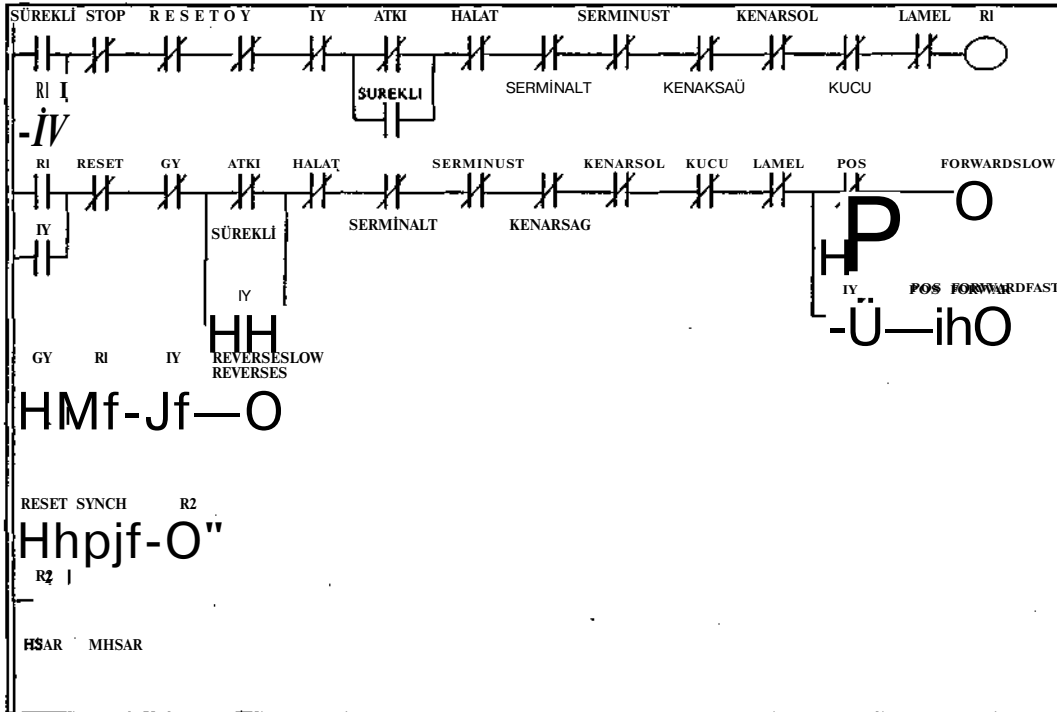
Operatör paneli olarak Siemens™ TD200 paneli kullanılmıştır. Bu panel, denetleyici yazmaçları ve gerekli bellek alanlarını okuyarak sistem durumunu monitör etmekte kullanılmaktadır.

#### 5. SONUÇ

Halı dokuma makinası için hata ve arıza önleme sistemi herhangi bir mikro-bilgisayar kullanılarak tasarlanabilir. Fakat ağır endüstriyel şartlar ve bunun yanında yeni bir tasarım için gereken maliyet ve test zamanı düşünüldüğünde Programlanabilir Mantık Denetleyici kullanmak daha avantajlı görünmektedir.

#### 4. KAYNAKÇA

- [1] Clements-Jewery, K. and Jeffcoat, W. The PLC Workbook. Prentice Hall. Great Britain. 1996
- [2] Hughes, Thomas, A. Programmable Controllers. Instrument Society of America. United States of America. 1989
- [3] Mandado, E., Marcos, J. and Perez, S. Programmable Logic Devices and Logic Controllers. Prentice Hall. Great Britain. 1996.
- [4] Otter, D., J. Programlanabilir Mantık Denetleyiciler. Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları. Ankara. 1994.
- [5] Badur, ö. Elektrik Kumanda Devreleri. Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları. İstanbul 1996.



Şekil 6. Merdiven Diyanrı

# SU ARITMA SİSTEMLERİ: Su Filtreleri ve Modelleme-1. Bölüm

İlyasEKER

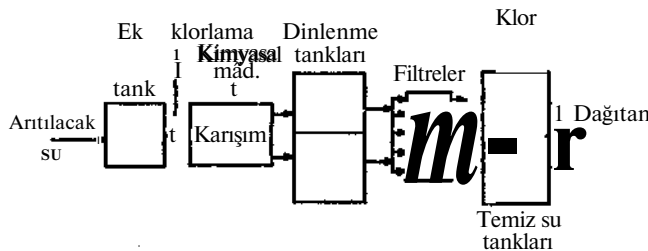
Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Gaziantep Üniversitesi  
27310 Gaziantep  
E-mail: ilyas@alpha.bim.gantep.edu.tr

## ABSTRACT

Water filtration is one of the important processes in water treatment systems with a long history of use in water management. Suspended and colloidal particles in water are removed by filtration process to provide clear, sparkling and potable water. Water filtration tanks contain different mediums such as sand filtering medium for holding the particles, gravel and porous medium to support the sand layer, under-drainage system to support the filter medium and to prevent possible obstruction to the treated water. The filtration tanks are modeled in the present paper and presented in block diagrams. Industry derived data obtained from Gaziantep Water Treatment Systems is used in the Case Study to simulate the filtration tank. Results and simulations show that linearised model is very accurate, and linear and nonlinear models give similar simulation results.

## 1. GİRİŞ

Su arıtma tesisleri şehirleşmiş hayatın değişmez parçalarıdır. Toplu yerleşim bölgelerinin hemen yanına inşa edilen arıtma tesisleri barajlardan, nehirlerden veya su kaynaklarından elde edilen suyun tüketime verilmeden önce birtakım işlemlerle temizlendiği ve içerisinde birkaç ünitenin bulunduğu yapay tesislerdir. Şekil 1'de bir arıtma tesisinin genel üniteleri görülmektedir. Tesise ulaştırılan su önce kısa süreli dinlendirildikten sonra, bazı kimyasal içerikli maddeler eklenerek ve gerekiyorsa klor (veya ozon) da eklenip, sonra hızla karıştırılarak dinlenme tanklarına sevk edilerek tortulaşma ve çökeltme gerçekleştirilir. Kil, toprak, vb. maddeler çökeldikten sonra, su filtre tanklarına transfer edilir. Filtrelenmiş temiz su daha sonra klorlanarak (veya ozon) dinlendirilip yerleşim bölgelerine gönderilir.



Şekil 1. Su arıtma tesisi ve üniteleri

Filtreler suyun arıtılmasında Şekil 1'de de görüldüğü üzere hayli önem arz etmektedir. Bugün dünyada arıtma tesislerinde çeşitli su filtreleri kullanılmaktadır [1-4]. Atmosfere açık olarak inşa edilen su filtreleri yavaş ve hızlı olmak üzere iki tiptir. Yavaş filtreler İngiliz, hızlı filtreler ise Amerikan filtreleri olarak bilinmektedir [5]. Genelde yavaş filtreler Avrupa kıtasında, hızlı filtreler ise Amerika kıtasında kullanılmaktadır, bu ise suyun fiziki özelliklerinden kaynaklanmaktadır. Amerika'daki suların kil ve benzeri maddeleri içermesi ve filtreleme sırasında kumun içerisine inen kil ve benzeri maddelerin kirlenen filtrenin temizlenmesi esnasında probleme sebep olmasından dolayı yavaş filtrelerin kullanımını sınırlamaktadır [6]. Yavaş filtrelerin çıkış debilerinin düşüklüğü suyun daha sağlıklı olmasını sağlamaktadır. Oysa hızlı filtrelerde ön filtreleme yapılmaktadır. Hızlı filtreler yavaş filtrelerden en az 20 en fazla 50 defa daha hızlıdır. Basınçla çalışan su filtreleri de mevcut olup, su filtre tankı çelikten yapılmaktadır [3].

### 1.1 Filtreler ve tarihsel gelişimi

Suların filtrelenmesi eskiye [7], hatta M.Ö. 2000 yıllarına dayanmaktadır [8]. Fakat yerleşim bölgelerine yönelik uygulamalar İngiltere'de 1800'lü yılların başlarına ve Amerika'da 1800'lü yılların sonlarına rastlamaktadır. İngiltere'de inşa edilen yavaş filtrelerle hastalık ve ölüm oranlarında belirli azalmaların olduğu 1906'da raporla bildirilmiş ve daha sonra suyun klorlanmasıyla bu oranın daha da azaldığı belirtilmiştir. Amerika'da 1976 ve 1980 yılları arasında yapılan araştırmalarda da yılda en az 38 hastalanma ve ölüm olayı rapor edilmiştir [9].

İlk su filtreleri İskoçya'da (Paisley'de) 1804'de John Gibb tarafından tasarımı yapıp inşa edildi. Fakat bu ilk su filtreleri hacim olarak küçüktü. Daha sonra James Simpson tarafından bu çalışmalar geliştirilerek daha büyük hacimli filtreler 1829'da Londra'daki Chelsea Su Firması tarafından Thames nehrinden getirilen suyun filtrelenmesi için inşa edildi. Düzenli çalışmalar ve kimyasal analizler ilk olarak 1858'de John Snow [9] tarafından yapıldı. Avrupa dışına filtreler 1872'de Amerika kıtasına James P. Kirkvood tarafından Hudson Nehri'nden alınan suyun filtrelenmesi için inşa edildi [10]. Almanya'daki Elbe

nehriinin suyuunun 1892\*de Altona şehrine filtrelenerek ve Hamburg şehrine fUtrelenmeden verilmesiyle Hamburg'da 7500 kişinin koleradan ölmesiyle filtrelemenin etkinliği ve önemi açık şekilde meydana çıkmıştır [9],

## 2. SİSTEM TANITIMI

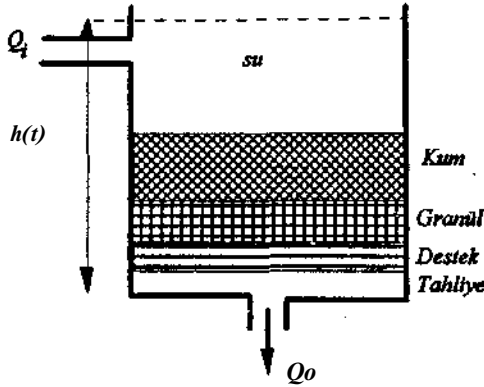
Şekil 2'deki su arıtma filtresinde, en üstte küçük parçacıklarından oluşan kum tabakası mevcut olup hemen altında daha büyük parçacıklardan oluşan granül katmanı görülmektedir. Granül katması üzerindeki kum tabakasına destek amacıyla yerleştirilmiştir. Bununla beraber küçük kum parçacıklarının su ile beraber aşağıya inmesini önlemektedir. Destek kısmı kum ve granül katmanlarına destek sağlar ve filtrelenen temiz suyu tahliye bölgesine transfer eder. Tahliye bölgesine inen temiz su dışarıya bırakılır.  $Q_j(a^2/s)$  tanka giren suyun debisini,  $Q_o$  (mVs) tankdan çıkan temiz suyun debisini ve  $h(t)$  tanktaki su seviyesini (metre, m) göstermektedir.

Filtrenin matematiksel modellenmesinde önce tankın sadece su ile dolu olduğu kabul edilirse, süreklilik denkleminde tank aşağıdaki gibi ifade edilebilir [7,11]:

$$\rho \frac{dV}{dt} = \rho_i Q_i - \rho_o Q_o \quad (D)$$

Denklem (1)'de  $p, p_j, p_o$  (kg/m<sup>3</sup>) sırasıyla tankın içindeki, tankın giriş ve çıkışındaki suyun yoğunluklarını ve  $V$  (V(m<sup>3</sup>)=A\*h(t)) tankın hacmini ifade eder. Genelde basitlik açısından suyun yoğunlukları eşit alınabilir ( $p=P_i=P_o$ ). Tankın alam,  $A$  (m<sup>2</sup>), sabit varsayıldığında denklem (1) aşağıdaki gibi olur

$$A \frac{dh(t)}{dt} = Q_i(t) - Q_o(t) \quad (2)$$



Şekil 2. Su filtresi

## 3. SİSTEMİN MODELLENMESİ

Atmosfere açık olarak çalışan filtrede (Şekil 2) kumdan dolayı, granülden dolayı, destekten dolayı ve suyun serbest çıkışı kot kayıplarına (headloss) sebep olan faktörlerdir. Kot kayıplarının matematiksel olarak ifadesi hakkında yıllar boyunca çeşitli yaklaşımlar mevcuttur ve birçok metotlar geliştirilmiştir (Hazen metodu 1925'de, Kozeny metodu 1927'de, Fair ve Hatch 1933'de, Carman 1937'de ve Rose 1945'de geliştirilmiştir) [1,5]. Cannan-Kozeny, Fair-Hatch ve Rose metotlarında kot kaybı suyun filtreleme hızı doğru olmayan şekilde değişmektedir.

Darcy [6,7,12] metodunda kot kaybı filtreleme hızı ile doğrusal olarak değişmektedir [5]. Doğrusal olmayan Rose kot kaybı denklemi [1]:

$$h_{loss} = \frac{1067C_d L}{\phi d g \alpha} v_s^2 \quad (3)$$

$$C_d = \frac{24}{NR} + \frac{3}{\sqrt{NR}} + 0.34 \quad NR = \frac{\phi d v_s}{\nu} \quad (3a)$$

$h_{loss}$  - kot kaybı (m)

$d$  - sabite

$NR$  - Reynolds sabitesi

$\nu$  - kinematik viskozite (1.306\*10<sup>-6</sup> m<sup>2</sup>/s 10°C de)

$\alpha$  - porosite veya geçirgenlik

$L$  - filtre kumunun katman kalınlığı (m)

$\phi$  - kum şekil faktörü

$d$  - kum taneciklerinin ortalama çapı (m)

$g$  - yerçekimi ivmesi (9.81 m/s<sup>2</sup>)

Denklem (3) Taylor seri açılımı kullanılarak filtreleme hızı ile doğrusal hale getirildiğinde aşağıdaki gibi olur:

$$h_{loss} = kv_s^2 = -kv_{so}^2 + 2kv_{so}v_s \quad (4)$$

Denklem (4)'deki  $k$  sabit katsayı olup denklem (3)'deki sabitelere bağlıdır,  $v_s$  ise normal şartlar altında suyun filtreleme hızıdır. Filtre sisteminin blok diyagramı Şekil 3' deki gibi elde edilir ki,  $h_{loss}$  toplam kot kaybım göstermektedir ve  $h_o$  ise parametrelere bağlı bir sabitedir.  $h_o$  matematiksel olarak Bernoulli denkleminde [6,7,13,14] faydalanılarak çıkarılabilir. Şekil 4'de hemen su yüzeyi ve suyun tam filtreyi terk ediş noktalan göz önüne alındığında aşağıdaki denklem yazılabilir

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho} + h_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho} + h_2 + h_{t-loss} \quad (5)$$

Denklem (5)'deki her iki taraftaki ikinci terimlerin ( $P/\rho$ ) her iki noktanın atmosfere açık olmasından dolayı etkisi kalkar.  $h_2$  referans noktası alınırsa  $h_2 = 0$  olur. Bu durumda denklem (5) basitleştirildiğinde:

$$h_1 - h_{t-loss} = \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} \quad (6)$$

$$v_1 = \frac{Q_o}{A_{tan k}} \quad v_2 = \frac{Q_o}{A_{çıkış}} \quad (6a)$$

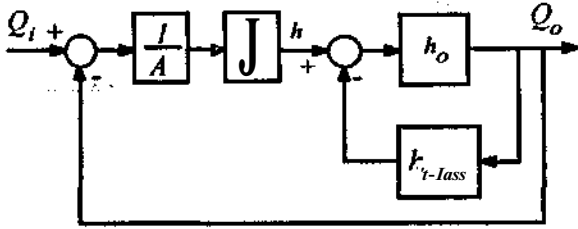
$$h_1 - h_{t-loss} = \left( \frac{1}{2gA_{çıkış}^2} - \frac{1}{2gA_{tan k}^2} \right) Q_o^2 \quad (7)$$

Denklem (7) suyun çıkış debisi ile doğrusal olmayıp, doğrusal hale getirildiğinde aşağıdaki gibi olur.

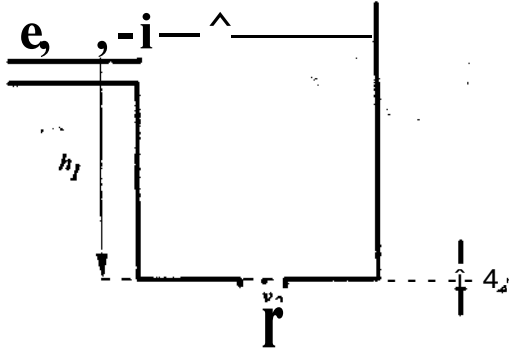
$$h_1 - h_{t-loss} = -k_1 Q_o^2 + 2k_1 Q_{so} Q_o \quad (8)$$

$$k_1 = \left( \frac{1}{2gA_{çıkış}^2} - \frac{1}{2gA_{tan k}^2} \right) \quad (8a)$$

Denklem (8)' deki  $Q_x$  kalıcı durumdaki suyun debisidir.



Şekil 3. Filtre sisteminin blok diyagramı



Şekil 4.

#### 4. UYGULAMA: Gaziantep Antma Tesisleri

Gaziantep Arıtma Tesislerinde toplam 20 adet su filtresi mevcuttur. Antma tesisi operatörlerinden alınan sisteme ait bilgiler Tablo 1'de verilmiştir. Normal şartlar altında granülün geçirgenliğinin yüksek olmasından dolayı etkisi küçük olacağından ihmal edilebilir, fakat burada granül tabakasının etkisi de göz önüne alınmıştır. Tahliye bölgesinin de etkisi filtreler için önceki çalışmalarda genelde  $h_{hss} < 0.01 m$  den daha küçük olduğu ifade edilmiş ve  $0.01$  'den küçük olan kayıplar ihmal edilebilmektedir [9,13]. Filtrelerin kurulması esnasında yapılan çalışmalarda hem granül hem de destek bölgesinin kot kayıpları kum katmanının etkisinin  $\%0$ 'unu geçmeyecek şekilde tasarlanmaktadır ve şimdiye kadar rapor edilen destek bölgesi için en yüksek kot kaybı  $0.054 m$  dir [9].

Çalışmalardaki simülasyonlar esnasında destek ve tahliye kısmının kot kayıpları sırası ile sabit olarak  $h_{hss} = 0.054 m$  ve  $h_{f0} = 0.01 m$  kabul edilmiş, bu en kötü şartları içermektedir. Giriş debisi  $1.2 m^3/s \pm 0.1$  ve sistemin tepkisi Şekil 5'de görüldüğü gibi MATLAB ve SİMULİNK programları kullanılarak elde edilmiştir.

Yapılan bilgisayar çalışması sonucunda Şekil 6, 7 ve 8'de sırasıyla zaman aralığında doğrusal modelin çıkış debisi, doğrusal olmayan modelin çıkış debisi ve modelleme hatası (doğrusal ve doğrusal olmayan modeller arasındaki hata) görülmektedir. Giriş debisi  $10$  kat büyütülerek  $1.2$  ölçütlerine göre uygulanmıştır. Başlangıçta sıfırdan başlayan giriş debisi  $1.2$  ye çıkarıldığında doğrusal modelin çıkış debisi siyah çizgi ile ve doğrusal olmayan modelin çıkış debi değişimi kesikli çizgi ile Şekil 6'da gösterilmiştir. Fakat bu aşamada karşılaştırma yapmak uygun olmayacaktır, çünkü giriş debisi pratikte hiçbir

zaman  $1.2$  birim değişmemektedir. Ama sistemin tepkisi açısından önemlidir. Doğrusal model ile elde edilen tepki doğrusal olmayan modele göre daha hızlıdır. Geçirgenlik ve kum şekil faktörleri mevcut literatürden alınmıştır [1,8]. Bu değerlerin, gerçek sistemdeki ile farklı olabileceği düşünüldüğünde sonuçta belirli ölçüde hataya sebep olur. Kalıcı durumdaki (steady-state) çalışma esnasında herhangi bir hata olmamakta ve giriş ve çıkış debileri aynı olmaktadır.

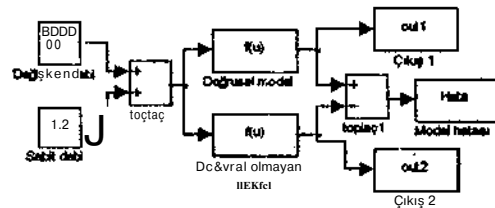
Giriş debisinin gerçek sistemde  $\pm 0.01$  oranında değiştiği bilindiği için aşağıdaki simülasyonlarda bu değişimin olması amaçlanmıştır. Giriş debisindeki değişimi kare dalga değil de sinüs dalgası şeklinde yorumlamak simülasyonun gerçeğe daha yakın olmasını sağlayacaktır. Giriş debisi ( $Q_f$ )  $1.2$  sabit ve üzerine  $\pm 0.1$  tepe değeri olan sinüs dalgası şeklinde bir değişim uygulanmıştır.  $\pm 0.1$  tepe değeri olan sinüs dalgasının periyodu ortalama  $2.5$  saatlik zaman içerisinde olacak şekilde ayarlanmıştır.

Şekil 7'de doğrusal modelin çıkış debisi siyah çizgi ile ve doğrusal olmayan modelin çıkış debisi kesikli çizgi ile gösterilmiştir. Doğrusal ve doğrusal olmayan model arasındaki farkın çok düşük olduğu görülmekte ve her iki model de giriş debisindeki değişimi izlemekte ve kalıcı durumda herhangi bir hataya sebebiyet vermemektedirler.

Şekil 8'de ise iki modelin (doğrusal ve doğrusal olmayan modellerin) çıkış debileri arasındaki hata oranı görülmektedir ve hata  $\pm \%2.5$  civarındadır. Yukarıda da belirtildiği gibi geçirgenlik ve kum şekil faktörleri literatürden alınmasından dolayı bir miktar hata kaçınılmaz olmaktadır.

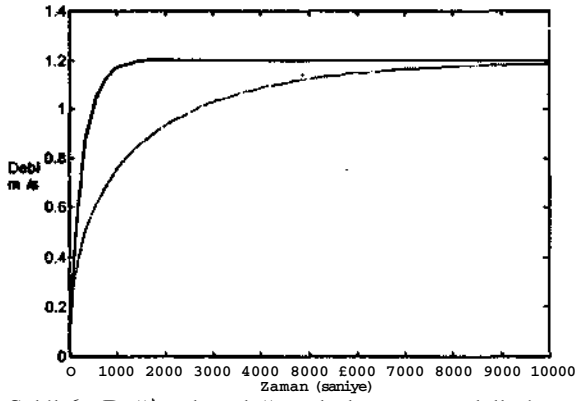
Tablo 1. Gaziantep Antma Sistemine ait bilgiler

Parametreler	Kum	Granül
$\rho (10^3 kg/m^3)$	$1.306 \cdot 10^3$	$2.65 \cdot 10^3$
$a$	0.4	0.48
$L(m)$	1.2	0.1
$\langle t \rangle$	0.82	0.7
$d(m)$	0.001	0.003
$v_{sol} (m/s)$		0.00143
$v_{so2} (m/s)$		0.305
$A$ (tanfın alanı, $m^2$ )		84
$A$ (çıkış, $m^2$ )		0.3925
$Q_{so} (m^3/s)$		0.12(0.11-0.13)
Yerçekimi ivmesi, %		9.81

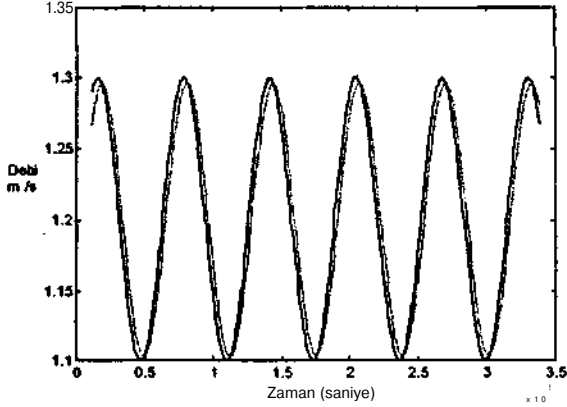


Şekil 5. Simülasyon blok diyagramı

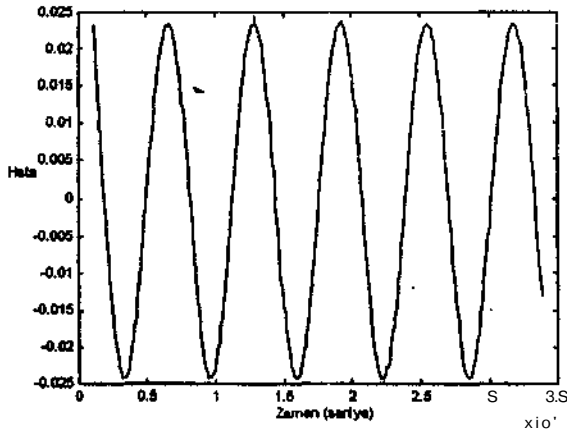




Şekil 6. Doğrusal ve doğrusal olmayan modellerin tepkisi



Şekil 7. Doğrusal ve doğrusal olmayan modellerin tepkisi



Şekil 8. Doğrusal ve doğrusal olmayan modeller arasındaki fark

## 5. SONUÇLAR

Sonuçlar kısaca özetlendiğinde aşağıdaki hususlar üzerinde çalışmalar yapılmıştır."

- Su antma sistemleri ve bu sistemlerdeki farklı üniteler kısaca tanıtılmış, mevcut çalışma su filtreleri üzerinde yoğunlaşmıştır.
- Filtreler matematiksel olarak ifade edilmiş ve doğrusal olmayan denklemler doğrusal hale getirilerek blok diyagram halinde sunulmuştur.
- Modellemede esas değişkenler filtreye giriş debisindeki değişime karşılık çıkış debisindeki muhtemel değişimler üzerinde durulmuştur.
- Çalışmanın hassasiyeti açısından gerçek sistem. (Gaziantep Antma Tesisleri Su Filtreleri) değerleri

kullanılarak yapılan bilgisayar simülasyonundan çıktılar elde edilerek modellemedeki ve doğrusal hale getirilmesindeki durumlar açıklığa kavuşturulmuştur.

## 5.1 Yapılabilecek çalışmalar ve öneriler

- Sistem üzerinde çeşitli ölçümlerin yapılması, debikidcki ve seviyedeki kısa ve uzun süreli değişimlerin gözlemlenmesi daha uygun simülasyon sonuçlarını verecektir.
- Filtrenin kirlenip tıkanması modellenerek simülasyon sonuçları alınacaktır. Sistemin muhtemelen belirli süre sonra kararlılığı kaybolacaktır.
- Çalışan mevcut sistemde filtre çıkışlarında su transfer borulan (yaklaşık 5 m.) ve bu borulardaki döngülerin oluşturacağı etki (kot kaybı) çalışmaya yeni bir boyut kazandıracaktır.
- Gaziantep Şu İshale ve Antma tesisleri baklanda detaylı akademik çalışmalar devam etmekte olup en kısa süre içerisinde bu çalışmalar sonuçlandırılacaktır.
- Diğer metotların [1] karşılaştırılması yapılabilir.

## 6. KAYNAKÇA

- [1] Tchobanoglous, G. ve Burton, F.L., 1991, 'Waste water Engineering' Mc-Graw Hill, Inc., Singapore, ISBN 0-07-041690-7.
- [2] Linslay, R.K., Franzini, J.B., Freyberg, D.L. ve Tchobanoglous, G., 1992, 'Water Resources Engineering', Mc-Graw Hill, Inc., Singapore, ISBN 0-07-03010-4.
- [3] Al-Layla, M.A., Ahmad, S. ve Middlebrooks, E.J., 1977, 'Water Supply Engineering Design', Ann Arbor Science Publisher Inc., USA, ISBN 0-250-0147-9.
- [4] Weber, W.J., 1972, 'Physicochemical Processes', John Wiley and Sons, Inc., Canada, ISBN 0-471-92435-0.
- [5] Crites, R.W. ve Tchobanoglous, G., 1998, 'Small and Decentralized Wastewater Management Systems', Mc-Graw Hill, Inc., Singapore, ISBN 0-07-060929-2.
- [6] McGhee, T.J. ve Steel, E.W., 1979, 'Water Supply and Sewerage', Mc-Graw Hill, Inc., Singapore, ISBN 0-07-060929-2.
- [7] Tchobanoglous, G., 1981, 'Wastewater Engineering: Collection and pumping of wastewater', McGraw-Hill Inc., USA, ISBN 0-07-041680-X
- [8] McGhee, T.J., 1991, 'Water Supply and Sewerage', McGraw Hill, Inc., Singapore, ISBN 0-07-100823-3.
- [9] Huisman, L. ve Wood, W.E., 1974, 'Slow Sand Filtration', World Health Organisation, Belgium, ISBN 92-4-154037-0.
- [10] Fair, G.M., Geyer, J.C. ve Okun, D. A., 1971, 'Elements of Water Supply and Wastewater Disposal', John Wiley & Sons, Inc., 2<sup>nd</sup> Ed, USA, ISBN 0-471-25115-1.
- [11] Seborg, D.E., Edgar, T.F. ve Mellichamp, D.A., 1989, 'Process Dynamics and Control', Wiley Series in Chemical Engineering, John Wiley, New York, USA
- [12] Tebbutt, T.H.Y., 1971, 'Principles of Water Quality Control', Pergamon International Library, 1<sup>st</sup> Ed, Oxford, New York, USA, ISBN 0-08-016127-8.
- [13] King, R.W. ve Brater, E.F., 1963, 'Handbook of Hydraulics', Mc-Graw Hill, USA, ISBN 0-07-034601-1.
- [14] Davis, C.V. ve Sorensen, K.E., 1969, 'Handbook of Applied Hydraulics', Mc-Graw Hill, Inc., New York, 5<sup>th</sup> Ed, USA, Card Catalog Number 67-25809.

# ÜRETİM SİSTEMLERİNDE KAPASİTE ANALİZİNE İLİŞKİN BİR SİMÜLASYON MODELİ VE ENDÜSTRİYEL UYGULAMASI

Nursel S. RÜZGAR  
Elektronik ve Bilgisayar Eğitimi Bölümü  
Marmara Üniversitesi  
Teknik Eğitim Fakültesi  
İstanbul

## ABSTRACT

This work is concerned with building graphical model of a real system, simulating and analyzing of this system by the support of SLAMSYSTEM, measuring performance of the system by its effectiveness and efficiency in achieving system objections and .therefore, planning capacity of the system.

The interested system, which is an application of simulation in manufacturing, is indeed a multiserver queuing system. After measuring the servis time of each vworking station in the system, related probabilistic distributions are obtained using statistical softvares SPSS and SYSTAT. Önce the graphical representation of the system is completed by using SLAMSYSTEM methodology and graphical representation of the system is translated into the equivalent SLAMSYSTEM statement representation automatically. After simulating the system, the resulls for simulation are summarized by SLAMSYTEM Suinmary Rcpport. According to the reports, simulation for alternative models are runned several times in order to improve system performance. Impressive improvements in system operations have been obtained by employing the simulation model for planning purposes. Using the estimated performances from simulation outputs, it is recommended that the number of servers at some workstations of the system has to be decreased and the job of such servers can be done by the servers of outside systems.

## 1. GİRİŞ

Bir üretim sisteminin kapasitesini planlamak ve üretim politikalarını belirlemek üzere oluşturulan simülasyon modelinde alternatif denemeler sonucunda daha iyi performans gösteren sistem davranışını seçmek hedeflenmektedir. Gelen siparişlerin belirsizlik taşıması ve bunların üretim süreci içinde belirli bir rota içinde üretilmesi söz konusu olduğundan, bir matematik modelin veya deterministik modelin kurulması yerine simülasyon modelinin kurulması ile üretim sistemi üzerindeki darboğazların belirlenmesi ve çözüm alternatiflerinin bu model üzerinde uygulaması tercih edilmiştir.

## 2. PROBLEM

Problem tanımlanırken, 1) Fason kararları, 2) Sistem dengesi dikkate alınmıştır. Sistemde herhangi bir darboğazı çözmeye

başka darboğazları yaratabilir. Sistemin bütün olarak dengeye ulaşması gerekmektedir. Üretilen siparişlerin iki buçuk üç ay gibi bir sürede teslim edilmesi söz konusudur. Sisteme üretilmek için giren birim sayısı ile sistemde üretilip çıkan birim sayısı arasındaki fark sistemin üretkenliğini vermektedir. Bu üretkenliğin artırılması hedeflenmekte ve sistemin performans yüzdesini artırmak için üretkenliği sağlayan konfigürasyon önerilmektedir. Sonucun sistemi en iyi şekilde yansıtması sistem verilerinin doğruluğuna bağlıdır. Modeli kurulacak sistem için alternatif politikalar aşağıdaki sorulara yanıt aranarak belirlenecektir.

- 1) Fason (dış) üretime olan politikaların değişimi nedir? Fason üretimi artırıp iç ve dış üretimde yüzdesel olacak değişimleri ölçmek ve incelemek gerekir.
- 2) Darboğazların iyileştirilmesi ile toplam sisteme olan etkisi ve dolayısıyla toplam üretkenliğe etkisine bakmaktır.

### 2.1. Varsayımlar

- 1) 1 ay içinde alınan siparişlerin üretimlerinin simülasyon modeli üzerinde uygulanması ile sistem sonuçları alınmıştır. Diğer aylarda bu verilerin yeniden düzenlenmesi gerekecektir.
- 2) İki çeşit ürünün (pantolon ve gömlek) üretildiği sistem için 1 partinin birim sayısı 600 adet olduğu varsayılmıştır. Sistemdeki gezen birimler partiler olarak ele alınmıştır.
- 3) Modelin kurulması kesim emri ile başlatılıp depoya kadar olan süreç dikkate alınmıştır. Üretimi etkileyen faaliyetler dikkate alınmamıştır. İşletmeden alınan bilgilere göre, üretimin % 85'ini pantolon, % 15'ini gömlek oluşturmaktadır.
- 4) Siparişlerin diğer aylarda aynı şekilde geldiği varsayılmıştır. Ancak, mevsimsel değişimlerin olduğu zamanlarda bu verilere göre yeniden oluşturulması söz konusudur.
- 5) Simülasyon süreci 800 saat olarak alınmıştır. 800 saatlik simülasyon süreci yaklaşık 4 aylık mevsimlik üretim gözlemi olarak düşünülmüştür.
- 6) Sistemde bazı iş istasyonları arasındaki mesafeler: uzunluğu açısından taşıma ve ulaşım süreleri tespi' edilip uygun dn&ılımlar saptanırken hazırlık süreci Un' iflem sürelerine katılarak hesaplanmıştır.

7) Günlük normal çalışma süresi 585 dakika (9saat 45 dakika) olan bu sistem için tüm veriler basitlik ve hesaplamalarda kolaylık açısından 480 dakika (8 saat) olarak alınacaktır.

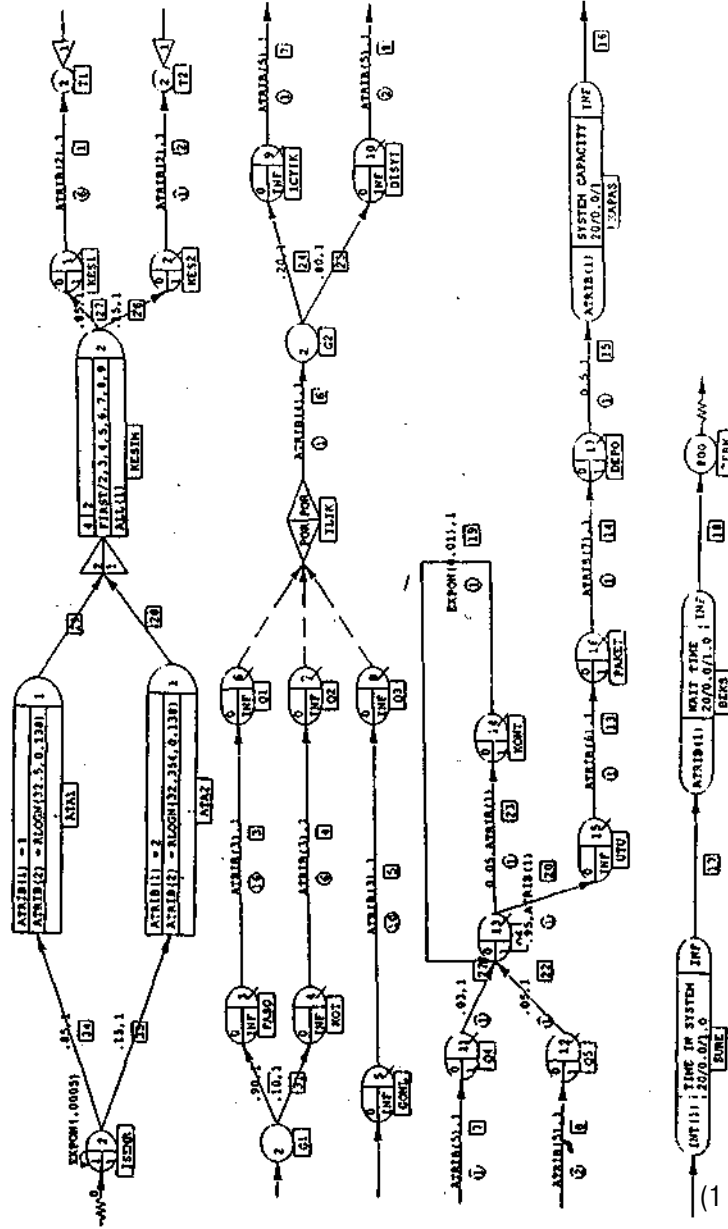
## 2.2. Bileşenler

- 1) Üretim sisteminin iç bileşenleri sırasıyla kesim, dikim, ilik, yıkama, ütü, paketlenme ve depodur.
- 2) Sistemin diğer bileşenleri dikim ve yıkama için kullanılan dış üreticilerdir, (fason işlerdir.)

## 3. SİSTEMİN ÜRETİM SÜRECİ

Sisteme üretim için giren gezen birim önce kesim emri ile 6 adet pantolon ve iki adet gömlek kesim bantı bulunan kesim bölümüne, oradan ilik bölümüne, takibende

24 saat hizmet veren iki vardiyalı çalışan yıkama bölümüne, daha sonra ütü ve ardından da paketlenme bölümüne giderek hizmet görür. Son olarak iç ve dış siparişlerin gönderileceği depo bölümüne gider. Böylece gezen birim için üretim süreci tamamlanmış olur. Performansı ölçmek için sisteme giriş ve sistem sürelerini belirlemek üzere veriler toplanmıştır. Bu veriler yeniden düzenlenerek parti başına düşen işlem sürelerine dönüştürülmüştür. SPSS istatistik paketi kullanılarak sistemin her birimine ait olasılık dağılımları ve parametreleri tespit edilmiştir. Bunlar sistemin bileşenlerini oluştururlar. SLAMSYSTEM semboljisi kullanılarak üretim sürecinin modeli oluşturulmuş, kurulan bu şebeke modeli aşağıda gösterilmiştir.



Sekili. SLAMSYSTEM Şebeke Modeli

### 3.1. SLAMSYSTEM Şebeke Modelinde Bulunan Dügümler ve Modeldeki Sembolleri

- 1) Kaynak düğümü: Modelin ilk düğümü olan bu düğüm her serbest kalışında bir gezen birimin (parti) iş emri 0.0005 parametrelili üstel dağılım ile sisteme girmektedir. Modelde ISEMR ile adlandırılmıştır.
- 2) Atama düğümü: ATA1, ATA2 ile adlandırılan atama düğümlerinden ATA1 pantolon üretimi için, ATA2 ise gömlek üretimi için sistemde bulunan tüm iş görenlerin üretim sürelerine ilişkin dağılımlarının ve parametrelerinin atandıkları düğümlerdir.
- 3) Yığınlaşırma düğümü: KESİM olarak adlandırılan bu düğüm sisteme kaç çeşit (burada pantolon ve gömlek olmak üzere iki çeşit) ürünün üretileceğini ve aynı aynı yığınlarda hangi özelliğe göre toplanacağını tanımlamak için kullanılır.
- 4) Bırakma düğümü: Modelde T1; T2 ile adlandırılan bu düğüm, gezen birimlerin düğümden düğüme transferini sağlar.
- 5) Seçici düğüm: ILIK ile adlandırılan bu düğümden kuyruk ve faaliyet seçimi yapılır. Modelde POR (önce giren önce çıkar) seçim kuralı kullanılmıştır.
- 6) Kuyruk düğümü: Modelde KEŞİ, KES2, FASO, KOT vb. gibi onyediyane kuyruk düğümü kullanılmıştır. Bu düğümler işlem görmek için kaç partinin beklediğini, bekleme sürelerini ve kuyruk uzunluklarının ne kadar olduğunu gösterir.
- 7) İstatistik düğümü: Modelde KAPAS (kapasite), SURE (süre), BEKS (bekleme süresi) olarak adlandırılan üç tane istatistik düğümü vardır. Bu düğümler ne istatistiği yapılacağını, elde edilecek sonuçların histogram boyutlarını belirlemek için kullanılır.
- 8) Terk düğümü: Partilerin terk düğüme gelmeleri ile SLAMSYSTEM analiz programını durdurma koşulu belirlenir. Modelde TERK olarak adlandırılan bu düğüm serbest kalışlar arası süre ve ilgili istatistiklerin üretilmesini sağlar.

### 4. PROGRAMIN ÇALIŞMASI VE SONUÇLARI

800 saatlik bir simülasyon süresinde sistem alternatif değerler için simüle edilmiş ve deneme sonuçları aşağıdaki tablolarda gösterilmiştir. Alternatif değerler için özellikle fason alternatiflerine dikkat edilmiş ve dış kaynak kullanarak fason iş yaptırma değerlendirilmiştir. Bu nedenle fason iş yaptırma yüzdeleri ve miktarları değiştirilmiştir. Tezgahlarda hizmet görmek için bekleyen gezen birimlerin yer aldığı kuyruk uzunlukları, tezgahların kullanım oranları ve darboğazlar saptanmış, üretim akışını engelleyen tıkanmaların devam ettiği gözlenen kuyruklarda tezgah sayıları birer birer artırılıp kullanımı az olan tezgahlarda da bu sayı birer birer azaltılarak alternatif durumlar yaratılmıştır. Programın çalıştırılması için, yukarıda şekli verilen modelin verileri program diline dönüştürülür. Çalıştırılan program sonucunda SUMMARY ve INTERMEDIATE olarak adlandırılan iki tip özet rapor ve grafikler elde edilmektedir. SUMMARY raporu istatistik özetlerini, sistem bileşenlerinin kullanım oranlarını, istatistik düğümlerle belirlenen sistem kapasitesini ve bekleme sürelerini içermektedir. INTERMEDIATE rapor ise gezen birimlerin sistemde

hangi zamanda nerede bulduklarını, sistemden kaçmalarının ve sistem tıkanmalarının nerede ve ne zaman ortaya çıktıklarını göstermektedir. Grafiklerde ise sistem ve sistem elemanlarının her biri için histogramlar, kullanım oranlarını veren dairesel grafikler yer almaktadır. Modeli incelenen sistem için 4 durum için SUMMARY rapor ile elde edilen sonuçlar aşağıdaki tablolarda verilmiştir. İncelenen bir çok durum içinden sadece dördünün yer aldığı bu durumlar içinde sistemden kaçmaların en az olduğu ve en iyi performans ölçülerine sahip olan 4. Durumun en verimli durum olduğu gözlenmektedir. Altışar tezgahın bulunduğu pantolon kesim ve pantolon dikimin tezgah sayıları sırasıyla 1 ve 3'e düşürülmüş, dikim ve dış yıkama için dış kaynak kullanımı artırımına gidilerek 16 dış dikim ve 10 dış yıkama alternatifleri kabul edilmiştir. Maliyetin ön planda olduğu günümüzde bu sistem için fason iş yaptırmanın maliyeti düşüreceği ve sistem akışını rahatlatarak daha verimli üretim sağlanacağına karar verilmiştir.

Tablo 1. Sistem Bileşenlerinin Tezgah Sayıları

Tezgah Sayıları				
	1. Durum	2. Durum	3. Durum	4. Durum
Kesimi	6	1	1	1
Kesim2	2	1	1	1
Fason Dikim	12	16	16	16
İç Dikim	3	7	7	3
Gömlek Dikim	1	12	12	1
İç Yıkama	1	5	6	1
Dış Yıkama	2	12	14	10
Ütü	1	10	15	1
Paketleme	1	5	6	1
Bekleme Süresi	40	40	43.6	40
Sistem Süresi	529	545	554	529
Kapasite	40	40	43.6	40

Tablo 2. Gezen Birimlerin Bekleme Süreleri

Bekleme Süreleri				
	1. Durum	2. Durum	3. Durum	4. Durum
Kesimi	0	15.81	15.81	15.81
Kesim2	0	15.81	15.81	15.81
Fason Dikim	3.23	0.74	0.74	0.74
İç Dikim	16.81	2.68	2.67	7.16
Gömlek Dikim	52.97	1.29	1.29	37.16
İç Yıkama	551.92	253.52	183.91	551.87
Dış Yıkama	478.39	14.51	6.12	46.43
Ütü	296.72	332.92	309.36	503.17
Paketleme	0	172.62	32.07	0

Tablo 3. İşgörenlerin Ortalama Kuyruk Uzunlukları

Ortalama Kuyruk Uzunluğu				
	1. Durum	2. Durum	3. Durum	4. Durum
Kesimi	0	0.04	0.04	0.04
Kesim2	0	0.04	0.04	0.04
Fason Dikim	0.25	0.06	0.06	0.06
İç Dikim	1.34	0.21	0.21	0.57
Gömlek Dikim	4.23	0.10	0.10	2.97
İç Yıkama	132.46	60.84	44.14	132.45
Dış Yıkama	114.81	3.48	1.47	11.14
Ütü	34.86	131.92	123.36	135.23
Paketleme	0	17.26	1.80	0

Tablo 4. Sistem Bileşenlerinin Kullanım Oranları

Tezgahların Kullanım Oranları				
	1. Duru	2. Durum	3. Duru	4. Duru
Kesimi	1.35	8.1	8.1	8.1
Kesim2	4.05	8.1	8.1	8.1
Fason Dikim	0.98	0.74	0.737	0.73
fc Dikim	3.93	1.69	1.685	3.93
Gömlek Dikim	11.8	0.98	0.983	11.8
tç Yıkama	95.04	95.02	79.813	95.4
Dış Yıkama	95.25	39.9	34.02	47.8
Ütü	91.3	90.8	90.4	91.3
Paketleme	67.8	77.52	76.216	67.8

## 5. SONUÇ

Bu çalışmada mevcut sistem incelenmiş, veriler düzenlenmiş ve istatistik paket ile birimlerin olasılık dağılım parametreleri belirlenmiştir. Birimler için bulunan dağılımlar, sistemin SLAMSYSTEM modelinin girdilerini oluşturmuşlardır. SLAMSYSTEM sembolojisi kullanılarak üretim rotası belirlenmiş ve alternatif denemelerin sistem performans ölçümleri alınarak en iyi performansı veren alternatif seçilmiştir. Diğer bir deyişle, değişimin çok yaşandığı olasılık dağılımlarının olduğu üretim sürecinde, alternatif üretim politikalarının uygulanması durumunda üretim sistemini temsil eden simülasyon modelinin kurulması ile sistem davranışları ölçülmüştür. En iyi sistem davranışını gösteren alternatif üzerinde çalışılmış ve en az kullanılan birimlerin azaltılmasına gidilmiştir, öncelikle maliyetlerin daha öne çıktığı günümüzde az kullanılan birimlerin belirlenmesi ve birimlerin maliyetlerinin düşürülmesi söz konusudur. Sistemin iyileştirilmesi için verilen kararlar:

- 1) Darboğaz olan yerlerde dış kaynak alternatifinin kullanılması, yani fason iş yaptırılma yoluna gidilmesi,
- 2) Az kullanımın gözlendiği birimler için dış kaynak alternatifine başvurulmasıdır.

## 6. KAYNAKÇA

- 1) Hoare, H.R., *Project Management Using Network Analysis*. Mc Graw Hill Book Comp., London, 1973, s. 54.
- 2) Kobu, Bülent, *Üretim Yönetimi*. İşletme İktisadi Enstitüsü Yayın No: 107, İşletme Fakültesi Yayın No: 211, Yön Ajans, İstanbul, 1989.
- 3) Law, M. Averil ve W. David Kelton, *Simulation Modeling and Analysis*. Mc Graw Hill Book Comp., N.Y., 1991.
- 4) Morris, J. W., *Principles of Work Study*. Heineman, 1969, s. 54.
- 5) Pritsker, A. A. B., *Introduction to Simulation and SLAMII*. Halsted Press, N.Y., 1986.
- 6) Shannon, R. E., *System Simulation, The Art and Science*. Prentice Hall, 1975, s. 70-79.
- 7) SPSS İstatistik Paketi.
- 8) Top, Aykut, *Üretim Sistemleri Analiz ve Planlaması*. Melissa Matbacılık, İstanbul, 1994.

# QR YÖNTEMİYLE KONTROL SİSTEMLERİNDE KONTROL EDİLEBİLİRLİK, GÖZETLENEBİLİRLİK VE KARARLILIK İNCELEMESİ

Mehmet KALKIŞIM  
K.T.Ü.T.M.Y.O  
Elektrik Programı  
61300, Akçaabat/TRABZON

Sefa AKPrNAK  
K.T.Ü, M.M.F, Elektrik-Elektronik Müh.'Bölümü  
61080, TRABZON  
E.Mail: akpinadeedec ktu.edu.tr

## ABSTRACT

in the control systems, stability, contrallability and observability take an important role. As known, to get an stable control systems, the real part of Üie eigenvalues (the roots of characteric polinoms) should be on the left half side of the s-plane. On the other hand, for Üie contiüllability ali rows of Üie F matrix obtained from Üie modal matrix must be differant from zero. By the similar manner for Üie observability, ali Üie columns of G matrix obtained Eroin Üie modal matrix must be differant from zero is looked for.

There are differant meüods in calculation of eigenvalues. in this study, QR metiiod is used in eigenvalue calculations because this method has some superiorües över Üie öüiers. The errors Üiat niight occur in higher degree characteristic polinom roots especially to be done away with using QR meüiod. Besides Üie stability, contraUability and observability were also examined in this study

## 1. GİRİŞ

Bilindiği gibi kararlılık incelemelerinde sisteme ilişkin durum denklemlerine ait *Karakteristik Polinomun* köklerine (Özdeğerlerine) veya

$$\dot{x} = -Ax - Bu \quad (1.1)$$

biçimindeki durum denklemine ait, A katsayı matrisinin özdeğerlerine bakılır. Bu özdeğerlerin gerçel kısımlarının işareti, kararlılık için bir ölçüttür. Eğer bu işaret negatif ise sistem kararlı, pozitif ise kararsız olarak ifade edilir [1,2,3].

Bu açıdan kontrol sistemlerinde özdeğer hesabı önemli olup, özdeğerleri belirlemek için daha sonra bahsedileceği gibi, değişik yöntemler bulunmaktadır. Yaygın olarak kullanılan grafik yöntemlerinin (Nyquist, Routh-Ilurvtz, Bode vb...) yanında [1,2,3] analitik yöntemlerden de karakteristik polinomun köklerini bulma kullanılmaktadır. Bu kökleri bulmak için; Müller, Nevvton-Raphson, Bairstow vb. gibi sayısal yöntemlere başvurulur [4].

Karakteristik Polinomdan harekeüe özdeğer belirlemede polinomun katsayıandaki küçük göreceli hatalar, A katsayı matrisinin özdeğerlerinde karşıaştinabilir küçük göreceli değişiklikler meydana getint. Ayrıca, ek olarak bir polinomun köklerini bulmada kötü koşullu denklemlerle karşılaşılabilir. *Bu şekilde, eğer kararlılık incelemesi için karakteristik polinom PA(%) e alınırsa, bunun hesaplanmış katsayıandaki küçük yuvarlatma hataları belki de hesaplanmış bazı özdeğerlerde kabul edilemeyecek orantsız büyük hatalara yol açabilir.* Bu risk, yüksek dereceli polinomlarda daha fâzladır. Netice olarak PAW=0 üe aranan çözümler yöntemleri kararsız olup, genellikle bu yöntemden sakımlmalıdır. Bunun için kararlı

sayısal çözümler olan QR yöntemi ile özdeğer hesabı tercüü edilir. Bir örnek olarak,

$P(x) = x^5 - 21x^4 + 175x^3 - 735x^2 + 162x - 162$  polinornunu ele alarak  $x^5$  ün katsayılı olan  $04=1624$  katsayısındaki küçük değişimlerin polinomun köklerini nasıl etkilediğini görelim [4].

Tablo 1.1. Polinom katsayılarındaki küçük değişimlerin polinom köklerine etkisi

a <sub>4</sub>	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>
1624.00	3.00000	4.00000	5.00000	6.00000	
1624.25	3.26808	3.62146	5.23678	5.91009	
1624.50	3.40799	0.37288i	5.25152	5.73034	
1625.00	3.35663	0.63985i	5.70372	0.38517i	

Burada a<sup>4</sup> katsayısı 1624' ten 1624.25'e çıkıbğında, örneğin x<sub>1</sub> kökü 3.00000'dan 3.26808'e çıkmakta, x<sub>2</sub> ise 4.00000'ten 3.62146'ya inmektedir, a<sup>4</sup>, % 0.06 değişmesi durumunda x<sub>1</sub>, x<sub>2</sub>, x<sub>3</sub> ve x<sub>4</sub> kökleri karmaşık olmaktadır.

Bu açıklamalardan sonra yüksek dereceli kontrol sistemlerinde özdeğer hesabı için karakteristik polinoma başvurma yerine, yukarıda anlatılan sakıncaları bulunmayan QR algoritmasına başvurulur. Üstelik açıklaması daha sonra yapılacak olan QR algoritması ile aynı zamanda *Kontrol edilebilirlik ve Gözetlenebilirlik testleri* de yapılabilir [5].

## 2. TANIMLAR

**ÖZDEĞER (ÖZKÖK):** A matrisi (nxn) boyutunda kare bir matris, V (nx1) boyutunda bir sütun vektör matris, X skaler bir büyüklük ve W0 olmak üzere,

$$A.V = X.V \quad (2.1)$$

eşüüğünü sağlayan X değerlerine özdeğer ya da özkök denir. (2.1) eşüüğünü bir değişik ifadesi,

$$[A - \lambda I].V = 0 \quad (2.2)$$

olup, burada Wü olması nedeniyle tA-XI=0 olmak zorundadır. Buradan,

$$P(\lambda) = \det(A - \lambda I) = 0 \quad (2.3)$$

*Karakteristik Polinomu* elde edilir [1,3,5].

**ÖZVEKTÖR:** Yukarıdaki eşitliklerde kullanılan V sütun vektörüne *Özvektör* denilip (2.3)'den elde edilen özdeğerlere göre değişik özvektörler ortaya çıkar [1,3,5].

**MODAL MATRIS:** (nxn) boyuüü bir A matrisinin V özvektörleri ile düzenlenen (nxn) boyuüü kare matrisle *Modal Matris*lenir. i=1,2,3 . . . ,n olmak üzere modal matris şu şekilde oluşturulabilir [1,3,5].

$$M = V = [V_1, V_2, \dots, V_n] \quad (2.4)$$

**KONTROL EDİLEBİLİRLİK:** Bir kontrol sisteminin herhangi bir x(0) duruma sonlu bir ts zaman süresince, x(ts) durümuna bir u(t) kontrol vektörü yardımıyla ileülebilirse bu, kontrol sistemi kontrol edilebilir.

$$\begin{bmatrix} Ph \\ Ph \\ Pis \\ Pec_1 \\ Pec_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -5 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ h \\ i_s \\ ec_x \\ ec_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$X = \begin{bmatrix} 0 \\ X \end{bmatrix}$ ,  $A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -5 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $U = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

$ec_2$  çıkış seçilirse,  $y = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]^T [i_x \ i_s \ i_3 \ ec_1 \ ec_2]^T$ ,

$x = Ax + Bu$  ve  $y = Cx$  elde edilir.  
A katsayı matrisinin özdeğerlerini QR yöntemiyle bulalım.

**Adım:** A matrisinin (4,1) elemanı  $r(1,4)$  kullanılarak sıfırlayalım.  $r(1,4) \cdot A = B$  olsun.

$$\begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & 0 & \sin\alpha & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\alpha & 0 & 0 & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3.0 & 0 & 0 & -1.0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -5 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \\ b_{41} & b_{42} \\ b_{51} & b_{52} \end{bmatrix}$$

$b_{41} = 3 \cdot \sin\alpha + \cos\alpha = 0 \Rightarrow G = \arctan(1/3) = -0.3218 \text{ rad.}$

$$\begin{bmatrix} 0.948 & 0 & 0 & -0.316 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.316 & 0 & 0 & 0.948 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3.16 & 0.31 & 0 & -0.94 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -5 & 0 & 1 \\ 0 & -0.94 & 0 & -0.31 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -5 & 0 & 1 \\ 0 & -0.94 & 0 & -0.31 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Ardışık olarak, benzer işlemlerle beş adım sonra R ve Q matrisleri

$$R = \begin{bmatrix} -3.1623 & 0.3162 & 0 & -0.9487 & 0 \\ 0 & 1.3784 & -0.7255 & 0.2176 & 0 \\ 0 & 0 & -5.0471 & -0.0313 & 0.9907 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0255 & -0.9449 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.3546 \end{bmatrix}$$

$(M \cdot r(1,4) \cdot r(2,4) \cdot r(2,5) \cdot r(3,5) \cdot r(4,5))'$

$$Q = \begin{bmatrix} 0.9487 & -0.2176 & 0.0313 & -0.0504 & 0.2216 \\ 0 & 0 & 0 & 0.9751 & 0.2216 \\ 0 & 0 & 0.9907 & 0.0302 & -0.1330 \\ -0.3162 & -0.6529 & 0.0939 & -0.1511 & 0.6649 \\ 0 & 0.7255 & 0.0939 & -0.1511 & 0.6649 \end{bmatrix}$$

Bunların yardımıyla yeni katsayı matrisi  $A = R \cdot Q$  ile hesaplanır. Elde edilen bu yeni A matrisiyle iterasyona devam edilir. MATLAB yardımıyla 26. İterasyon sonunda,

$$Q = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.1091 & 0.9940 & 0 \\ 0 & 0 & -0.594 & -0.1091 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -4.8 & -0.0477 & 0.9354 & 1.0231 & 1.3839 \\ 0 & -2.6652 & 0.5258 & 1.1245 & -1.4237 \\ 0 & 0 & -0.071 & 1.3591 & 0.005 \\ 0 & 0 & -1.5683 & -0.1721 & 0.1529 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.2917 \end{bmatrix}$$

$A1 = X_1 = -2.6652$ ,  $A2 = A^2 = -0.2917$ ,  $A3 = \lambda = -4.5$ ,  $|5U - A4| = 0 \Rightarrow \lambda = -0.1216 + 1.4591i$ ,  $\lambda_3 = -0.1216 - 1.4591i$  olarak özdeğerler hesaplanmış olur.

**Sonuç:** Bütün özdeğerlerin gerçel kısımları sol yan düzlemde olduklarından sistem **KARARLIDIR**.

Şimdi ise özdeğerlere ilişkin özvektörleri hesaplayarak kontrol edilebilirlik ve gözetlenebilirlik incelemesi yapalım.

$X_1 = -2.6652$  için  $V_j$  özvektörü şu şekilde bulunur.  $[A - X_1 I] \cdot V_j = 0$  'dan

$$\begin{bmatrix} -0.3348 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2.6652 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -2.3348 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 2.6652 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 2.6652 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{11} \\ V_{12} \\ V_{13} \\ V_{14} \\ V_{15} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Buradan,  $V_{11} = 0.9422$  olarak seçilirse,  $V_{12} = 0.1014$ ,  $V_{13} = -0.0194$ ,  $V_{14} = -0.3155$ ,  $V_{15} = -0.0453$  olarak elde edilir. Böylece,

$V_j = [0.9422 \ 0.1014 \ -0.0194 \ -0.3155 \ -0.0453]^T$  bulunur. Benzer şekilde,  $X_2 = -0.1216 + 1.4591i$  için  $[A - M] \cdot V_2 = 0$

dan,  $V_{21} = -0.0425 + 0.1534i$  seçerek  $V_2 = [-0.0425 + 0.1534i \ -0.5543 - 0.3979i \ -0.0353 + 0.0886i \ 0.3462 - 0.3796i \ -0.3017 + 0.3808i]^T$  bulunur. Aynı şekilde diğer özdeğerler için özvektörler hesaplanarak modal matris veya özvektör matrisi aşağıdaki gibi oluşturulur.

$$M = V = \begin{bmatrix} 0.9422 & -0.042 + 0.15i & -0.042 - 0.15i & -0.252 & 0.004 \\ 0.1014 & -0.554 - 0.39i & -0.554 + 0.39i & -0.053 & 0.039 \\ -0.019 & -0.035 + 0.08i & -0.035 - 0.08i & 0.1419 & 0.979 \\ -0.315 & 0.346 - 0.37i & 0.346 + 0.37i & 0.6835 & 0.007 \\ -0.045 & -0.301 + 0.38i & -0.301 - 0.38i & 0.6680 & 0.195 \end{bmatrix}$$

$F = V^{-1} \cdot B$  çarpım matrisi kontrol kriterine göre,

$$F = V^{-1} \cdot B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.1825 \\ 0.1506 + 0.0792i \\ 0.1506 - 0.0792i \\ 0.3052 \\ 0.0044 \end{bmatrix}$$

**Sonuç:** F matrisinin bütün satırları sıfırdan farklı olduğundan ilgili durum değişkenleri kontrol edilebilir. Oysa durum denklemlerine bakıldığında B matrisinin sadece bir elemanı sıfırdan farklı, diğerleri ise sıfırdır. Bu duruma göre sadece  $i_1$  kontrol edilebilir söylenemez. F matrisi elde edilmelidir.

$r(j,k)=j$ . sütündeki k. Eleman,  $m$ =Sür sayı,  $n$ =Sütun sayısı

$r(j,k)*A$  işlemleriyle aşağıdaki gibi R üst üçgen matrisi elde edilir. Bunun için A matrisinin alt üçgen elemanları sıfırlanmaktadır. Öncelikle, Birinci kolonda  $A(2,1), A(3,1), \dots, A(n,1)$ , İkinci kolonda  $A(3,2), A(4,2), \dots, A(n,2)$ , (n-1) kolonda  $A(n,n-1)$  elemanlar arka arkaya sıfırlanır.

A matrisinde sıfırlanacak elemana göre de rotasyon matrisi değişmektedir. A(2,1) için  $r(1,2)$ , A(3,1) için  $r(1,3)$

**Adım:**  $r(l,D)$  rotasyon matrisi kullanılarak A(2,1) elemanı sıfırlanır.  $R(1,2)*A=B$  olsun

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & \dots & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \\ \dots \\ a_{m1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ b_{31} \\ \dots \\ b_{m1} \end{bmatrix}$$

$s$  saün ile  $t$  sütunu seçilir. Öyle ki,  $s*t$  skaler çarpımı  $b_{21}$  elemanını versin. Amacımız  $b_{21}$ 'i sıfırlamak olduğuna göre,  $b_{21} = -a_{11}*\sin\theta + a_{21}*\cos\theta = 0 \Rightarrow \theta = \arctg(\frac{-a_{11}}{a_{21}})$  olarak 0 belirlenir.

$R(1,2)*A$  işlemi yapılarak yeni matrisimiz B elde edilir. Bu adım sonunda  $b_{21}=0$  yapılmıştır.

**Adım:**  $r(1,3)$  kullanılarak  $B(3,1)=b_{31}$  elemanı sıfırlanır.  $R(1,3)*B=C$  olsun.

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} \\ 0 \\ b_{31} \\ \dots \\ a_{m1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} \\ c_{21} \\ c_{31} \\ \dots \\ c_{m1} \end{bmatrix}$$

$c_{31} = -b_{11}*\sin\theta + b_{31}*\cos\theta = 0 \Rightarrow \theta = \arctg(\frac{-b_{11}}{b_{31}})$  olarak 0 belirlenir.  $C=r(1,3)*B$  ile  $c_{31}=0$  yapılarak  $c_{j1}=0$  olması korunmuştur.

A matrisinin boyutu ölçüşünce işlem adımlarına devam edilir. Ne zaman ki, sonuç matrisi üst üçgen hale geldi o adım sonundaki sonuç matrisi R üst üçgen matrisidir. Q ise, R üst üçgen oluncaya kadar kullanılan rotasyon matrislerinin evriklerinin çarpımlarına eşittir.  $Q = [r(1,2)*r(1,3)* \dots * r(1,m)] * [r(2,3)*r(2,4)* \dots * r(2,m)] * \dots * [r(n-1,n)]$

Buraya kadar yapılan işlem adımlarının hepsine 1. İterasyon adı verelim. Bu adımlar matrisin boyutuna göre değişir. 3 boyutlu matriste adım sayısı 3' tür. 4 boyutlu matriste ise adım sayısı 6' dir.

İterasyon sonunda,  $A=Q*R$  'dir.  $R*Q=A'$  çarpımı ile yeni bir A' matrisi elde edilir. Bu aşamada Q matrisine bakılır. Eğer Q matrisi (-1) veya (1)'lerden oluşmuş diagonal biçime ve A' matrisi de üst üçgen hale gelmişse A' matrisinin köşegeni üzerindeki elemanlar,

verilen A matrisinin özdeğerlerine eşittir. Aksi durumda,  $A=A'$  alınarak 2. iterasyona başlanır.

Verilen bir A matrisinin özdeğerlerini QR algoritması ile bulurken, iterasyon sayısı artabilir. **JCarmışık eşlenik özdeğerle karşılaşılması halinde** iterasyon sayısı ne kadar artırılırsa artırılсын karmaşık eşlenik özköklere ulaşılammaktadır. Bu sebeplerden dolayı QR algoritması ile, A matrisinde aynı özdeğerlere sahip **Hessenberg Matris** oluşturulur. Hessenberg matris aşağıda gösterildiği gibi alt matrislere ayrılır. Her bir alt matrisin özdeğerleri A matrisinin özdeğerlerini verir. Böylece işlem sayısı azaltılmış ve hem de karmaşık eşlenik köklere ulaşılmış olur.

H Hessenberg matrisinde, alt köşegen altındaki elemanlar sıfırdır. Bazen alt köşegen ve üst üçgende sıfırlar olabilir. Aşağıda verilen Hessenberg matrisi şu şekilde alt matrislere ayırarak işleme tabi tutulabilir [4,5].

$$H = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 2 & 1 & 6 & 2 \\ -6 & 1 & 5 & 1 & 8 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 4 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

H1 alt matrisinden  $|XI-H1|=0 \Rightarrow (A+4)*(A-1)+6=0 \Rightarrow \lambda_1 = -2, \lambda_2 = -1$ , H2 alt matrisinden  $\lambda_3 = 3$ , H3 alt matrisinden  $\lambda_4 = -1$ , H4 alt matrisinden  $|A.I-H4|=0 \Rightarrow (A-1)^2 + 1=0 \Rightarrow \lambda_5 = 1+i, \lambda_6 = 1-i$  olarak bulunur.

Hessenberg matrisinde alt matrisler nasıl oluşturulur? Bu sorunun cevabı QR algoritması uygulanırken her iterasyon sonundaki Q ve A' matrisine bakılarak verilir. Normalde QR algoritması uygulanırken Q diagonal ve  $A'=R*Q$  üst üçgen olduğunda A' matrisinin köşegeni üzerindeki değerler özdeğerler idi. Q matrisini köşegen üzerinde blok veya tek diagonal biçimde olabilir. Yani, Q matrisinin köşegen elemanı olarak A' matrisinin Hessenberg matrise dönüşmesi gerekir. Her iki şartın sağlandığı iterasyon sonucunda  $A'=H$  olur ve Q' daki alt matrislerin (blokların) adresleri A' matrisine yansıtılır. Q matrisindeki gibi, A'=H matrisinde aynı biçimde alt matrisler oluşturulur. Alt matris eğer tek elemandan oluşmuş ise bu, doğrudan A matrisinin bir özdeğeridir.

Benzerlik dönüşümünden faydalanılarak üretilen Hessenberg algoritması ile oluşturulacak Hessenberg matris, QR algoritması uygulanmadığı sürece diagonal bloklar, ve özdeğerleri bulmamızda yetersizdir. Sonuca ulaşmak için Hessenberg matris QR algoritması ile elde edilmelidir [1,4,5],

### 5. ÖRNEK UYGULAMA

$P=d/dt$  olmak üzere, durum denklemleri aşağıda verilen bir kontrol sisteminin QR yöntemi ile kararlılık, kontrol edilebilirlik ve gözlemlenebilirlik incelemesi ele alınacaktır.



Genellikle  $x(0)$  durumuna kontrol sisteminin başlangıç durumu,  $x(ts)$  durumuna ise son durumu denir. Eğer kontrol sisteminin bütün  $x$  durum değişkeni vektörü bileşenleri kontrol edilebiliyorsa sistemin tümü *kontrol edilebilir* ya *â&yönetilebilir* denir [1,3,5].

**GÖZETLENEBİLİRLİK:** Birim  $x(t)$  durum vektörünün her bir bileşeni ya da sistemin her bir durumu  $t_0 \leq t \leq t_f$  aralığında  $u(t)$  ve  $y(t)$  kontrol ve çıkış vektörleri yardımıyla belirlenebiliyor ise bu sisteme *gözetlenebilir sistem* denir [1,3,5].

Verilen bir  $\dot{x}=Ax+Bu$ ,  $y=Cx+Du$  denkleminin  $V$  modal matrisi yardımıyla,  $x=V^{-1}z$  dönüşümü ile

$$D=V^{-1}AV, \quad E=D, \quad F=V^{-1}B, \quad G=C^*V \quad \text{olmak üzere,}$$

$$z=\dot{z}+Fu \quad (2.5)$$

$$y=Gz+Du \quad (2.6)$$

elde edilir.  $F$  matrisi yardımıyla kontrol edilebilirlik,  $G$  matrisi ile de gözetlenebilirlik incelemesi yapılır. Yani,  $F$  ve  $G$  bunlar için birer ölçütüdür [1,3,5].

Sistemin kontrol edilebilmesi için  $F$  matrisinin hiçbir satırının sıfır olmaması gerekir. Aksi durumda sistem kontrol edilemez. Eğer  $F$  matrisinin bazı satırları sıfır ise, bu satırlara ilişkin olan durum değişkenleri kontrol edilemez, diğerleri ise kontrol edilebilir.

Genel bir diğer kontrol edilebilirlik ölçütüne göre,

$$Qc=[B, AB, A^2B, \dots, A^{n-1}B] \text{ matrisi oluşturulur.}$$

$Qc$  matrisinin boyutları  $m \times n$  olmak üzere, matrisin rankı  $n$  ise sistemin bütün durumları kontrol edilebilir. Bu durum  $\text{Det}(Qc) \neq 0$  olmasını gerektirir. Eğer rank  $m < n$  olmak üzere  $n$  ise,  $m$  durumu kontrol edilebilir,  $n-m$  durumu kontrol edilemez [1,3,5].

Sistemin gözetlenebilir olması için  $G$  matrisinin bütün satırlarının sıfır olmaması gerekir. Herhangi bir sütünün sıfır olması halinde ilgili çıkış gözetlenemez ve sonuçta sistemin tümünün gözetlenememesine neden olur.

Yine gözetlenebilirlik için de ikinci genel bir ölçü şöyledir.

$Qo=[C, CA, CA^2, \dots, CA^{n-1}]$  matrisinin rankı  $n$  ise sistemin bütün durumları gözetlenebilir. Bu anda  $\text{Det}(Qo) \neq 0$  dir [1,3,5].

### 3. ÖZDEĞER BELİRLEME YÖNTEMLERİ VE ÖZDEĞERLERLE İLGİLİ ÖZELLİKLER

Özdeğerleri belirlemek için kullanılan yöntemler [4];

- Karakteristik Polinomun Köklerini belirleme Yöntemi
- Güç (Power) Yöntemi,
- Ters Güç (Inverse Power) Yöntemi,
- İteratif Yöntemler,
- QR Yöntemi

olup, bu yöntemlerden çalışmamıza konu olan QR yöntemi. Müteakip ayrıtta bu yöntem ayrıca ele alınacaktır. İlk yöntemin sakıncaları giriş bölümünde sunulmuştu. Güç ve Ters güç yöntemleri ise bütün özdeğerleri bir anda verme yerine, en büyük değerli özdeğeri belirlemede kullanılır.

Özdeğerle ilgili özellikler şöyle sıralanabilir [2,3,4,5];

a. Bir matrisin sıfır değerli bir özdeğeri varsa, bu matris singüler matris olup, determinantı sıfırdır.

b. Simetrik ve gerçel bir kare matrisin iki farklı özdeğerine karşılık düşen özvektörler karşılıklı olarak ortogondirler.

c. Simetrik gerçel matrislerin özdeğerleri her zaman gerçeldir. Simetrik olmayan gerçel matrislerin özdeğerleri, karmaşık eşlenik biçimde oluşabilir.

d. Bir matrisin özdeğerleri toplamı o matrisin izine eşittir. Bir matrisin izi ise köşegen elemanlarının toplamıdır.

e. Bir üst veya alt üçgen matrisin özdeğerleri köşegen üzerindeki elemanlarıdır.

f. A matrisinin tersi varsa,  $A^{-1}$  'in bir özdeğeri  $1/\lambda$  'dır.

g. Bir matrisin özdeğerleri çarpımı o matrisin determinantına eşittir. Yani  $A^3=0$  ise  $\text{det}(A)=\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3$  olur.

h. Özdeğerler çift katlı olabilir.

i. Benzerlik dönüşümü ile elde edilen D matrisinin özdeğerleri değişmez. Yani,  $V^{-1}AV=D$  ise  $\lambda_i(A)=\lambda_i(D)$

j. Benzerlik dönüşümü ile elde edilen D matrisinin izi değişmez. Yani,  $V^{-1}AV=D$  ise  $\text{iz}(A)=\text{iz}(D)$  yazılabilir.

k. V modal matrisi olmak üzere,  $V^{-1}AV=D$  ile elde edilen D diagonal matrisinin köşegeni üzerindeki değerler A matrisinin özdeğerlerini verir.

### 4. QR YÖNTEMİ

Yöntemin esası verilen  $(n \times n)$  boyutundaki bir A matrisini, ortogonal matris olan bir Q çarpanı ile, üst üçgen matris olan bir R çarpanına ayrıştırılmadan ibarettir. QR yöntemiyle,

- Özdeğerleri belirleyerek kararlılık incelemesinde,
- Kontrol edilebilirlik incelemesinde,
- Gözetlenebilirlik incelemesinde,
- Rank belirlemede, dolayısıyla bağımsız denklem sayısı belirlemede,
- Cebirsel denklem takımı çözümünde,

faýdalanılır [1,4],

QR ile özdeğer belirlenirken, özellikle karmaşık kökler durumunda Hessenberg yöntemine başvurulur. Hessenberg yöntemi daha sonra açıklanacağı gibi, alt matrisler yardımıyla bu karmaşık köklerin belirlenmesinde yardımcı olan bir yöntemdir [4].

#### 4.1. QR ALGORİTMASI

Verilen bir A matrisini Q ve R gibi iki matrise ayrıştırmak için aşağıdaki Rotasyon Matrisi'nden faydalanılır. Burada öncelikle amaç, R matrisini üst üçgen hale getirmektir,

$$r(j,k) = \begin{matrix} & j & k \\ \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \theta \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} o \\ o \\ o \\ \sin \theta \\ \cos \theta \\ 0 \end{matrix} & \begin{matrix} ol \\ o \\ o \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{matrix} \end{matrix} \cdot \begin{matrix} j \\ k \\ m \times n \end{matrix} \quad (4.1)$$

*F* matrisinde herhangi bir satırın sıfır olması durumunda ise ilgili satırdaki durum değişkeni kontrol edilemez denir.

Öte yandan genel kontrol edilebilme kriterinden,

$Q_c = [B \ AB \ A^2B \ A^3B \ A^4B] \neq 0$  olmalı.  $\text{Det}(Q_c) = -1$  olduğundan sistem denetlenebilir.

$G = C \cdot V$  Gözetlenebilirlik kriterine göre,

$G = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1] \cdot [V] = [-0.0453 \ -0.30117 + 0.3.808i \ -0.3017 - 0.3808i \ 0.6680 \ 0.1959]$

**Sonuç:** G matrisinin bütün sütunları sıfırdan farklı olduğundan sistem gözetlenebilir.

İkinci ölçüte göre,

$Q_o = [C \ CA \ CA^2 \ CA^3 \ CA^4]'$ ,  $\text{Det}(Q_o) = -57 \neq 0$  olduğundan sistem gözetlenebilir.

## 6. SONUÇLAR VE İRDELEME

Bu çalışmada, QR yöntemi ile kontrol sistemlerinde kararlılık, kontrol edilebilirlik ve gözetlenebilirlik incelemesi yapılmıştır. Özellikle yüksek dereceli kontrol sistemlerinde QR yöntemi ile özdeğer hesabı, karakteristik polinom yardımıyla özdeğer hesabından daha doğruluklu ve duyarlıklı sonuçlar ortaya çıkarmakta kontrol edilebilirlik ve gözetlenebilirlik testi yapılabilmektedir. Yapılan hesaplamalarda bilgisayarlardan faydalanılması, özellikle MATLAB'den yararlanılması QR yönteminin daha kolay kullanılmasını sağlamaktadır.

Ele alınan kontrol sistemine ait durum denklemlerindeki durum değişkenleri katsayı matrisi olan A matrisi gerçel elemanlardan oluşmuştur. Böyle bir matrise ait özdeğerler gerçel olabileceği gibi karmaşık eşlenik biçimli de olabilmektedir. Özdeğerlerin karmaşık eşlenik biçimli olması halinde QR yöntemi uygulanırken Hessenberg Matris formundan faydalanma zorunluluğu vardır. Aksi durumda sadece gerçel köklere ulaşılabilen, varsa karmaşık eşlenik kökler, bunlara ulaşılabilir. Karmaşık elemanlı A katsayı matrisi çalışma alanının dışında tutulmuştur.

## KAYNAKÇA

- [1] Brogan, William L., "Modern Control Theory", Prentice-Hall International, İne, 1991.
- [2] Kuo, Benjamin C., "Automatic Control Systems", Prentice-Hall, 1991.
- [3] Sanoğlu, Kemal, "Otomatik Kontrol-1,11", Birsan Yayınevi, 1997.
- [4] Maron, Melvin J., "Numerical Analysis", Wadsworth Pub.Comp. California, 1991.
- [5] Chen, Chi-Tsong, "Linear System Theory and Design", CBS College Publishing, 1984.