

DFBÇ Sisteminde Pilot Yoğunluğu ve Yerleşiminin Başarım Analizi

Performance Analysis of Pilot Pattern and Density in OFDM Systems

Begüm Korunur Engiz¹, Çetin Kurnaz¹, Hatice Sezgin¹

¹Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü

Mühendislik Fakültesi

Ondokuz Mayıs Üniversitesi

bkengiz@omu.edu.tr, ckurnaz@omu.edu.tr, hsezgin@omu.edu.tr

Özet

Bu çalışmada pilot yoğunluğu ve yerleşiminin DFBÇ sistem başarımına etkisi farklı zaman ve frekans seçicilikli kanallar için incelenmiş sonuçlar bit hata oranı (BHO) grafikleriyle verilmiştir. Kanalın pilot alt taşıyıcılarındaki değeri en küçük kareler, veri alt taşıyıcılarındaki değeri ise alçak geçiren ara değerlendirme algoritmasıyla elde edilmiştir ve bu kestirilen değer bir sonraki pilot sembol gelene kadar kullanılmıştır. Sonuçlardan en iyi sistem başarımını veren yerleşim türünün pilot yoğunluğuna, kanalın zaman ve frekans seçiciliğine bağlı olarak değiştiği görülmüştür.

Abstract

In this study, the effect of pilot density and placement on OFDM system performance for different time and frequency selective channels is investigated and results are given in terms of bit error rate (BER). The estimation of channel at pilot subcarriers in frequency domain is done by least square (LS), and at data subcarriers is obtained by low pass (LP) interpolation. Then these estimated values are used until the next pilot symbol arrived. It is seen from the results, the pilot pattern that gives the minimum BER is varies depending on the pilot density, and channel's time and frequency selectivity.

1. Giriş

Çok Taşıyıcı (ÇT) iletişim sistemlerinden biri olan dikgen frekans bölmeli çoğullama (orthogonal frequency division multiplexing) frekans seçici sönümlenmeye, dar bant girişimine, semboller arası girişime dayanıklı olması, iletim bandını etkin kullanması ve ayrılan bir bantta daha hızlı bilgi aktarması nedeniyle kablosuz iletişim sistemlerinde sıklıkla kullanılmaktadır. Dikgen Frekans Bölmeli Çoğullama (DFBÇ) sisteminde yüksek bit hızlı veri, birkaç adet paralel düşük bit hızlı veriye bölünerek sembol süresi uzatılır. Paralel veriye dönüşen her bir sembol farklı alt taşıyıcılar üzerinden iletilir. Alt taşıyıcı sayısının artması ile sembol süresi, kanalın en büyük yankı gecikmesinden daha büyük olacağından semboller arası girişim önlenir. Alt taşıyıcıların frekans tayfında örtüşmeli olarak yerleştirilmesiyle de tayfsal verimlilik sağlanır [1, 2]

Gezgin iletim kanalı zaman ve frekans seçicilikli olduğundan kanaldan geçen bitler alıcıya bozularak ulaşır. DFBÇ

sistemlerinde genellikle eş zamanlı algılama kullanıldığından kanal birim vuruş tepkisinin kesin olarak bilinmesi gereklidir. Kanalın birim vuruş tepkisi genel olarak pilot tabanlı ve pilot tabansız yöntemler kullanılarak kestirilebilir ve böylece kanalın bozucu etkisi giderilip bitlerin hatalı algılanma olasılığı azaltılır.

Pilot tabanlı kanal kestirim yönteminde pilot semboller zamanda ve frekansta belirli aralıklarla iletilen sinyalin içine yerleştirilir. Alıcıda ayrıştırılan pilot semboller bilinen değerleriyle karşılaştırılarak kanalın zaman ve frekans seçici özellikleri kestirilir. Kanal kestiriminde kullanılacak pilot sayısı ile sistem başarımı arasında bir ödünleşim (trade-off) söz konusudur. Kanalın frekans seçiciliği yüksek ise kanal kestirim hatasını düşürmek için pilot semboller daha sık yerleştirilir. Fakat bu durum veri iletim hızında azalmaya neden olur. Düşük frekans seçicilikli kanal durumunda ise pilot sembol periyodu daha büyük seçilebilir. Ancak bu durumda bazı derin sönümlenmeler kestirilemez, veri bitleri hatalı algılanır ve bit hata oranı (BHO) yükselir. Pilot sembollerin aralığı veri iletim hızını düşürmeyecek ve kanal kestirim hatasını en az yapacak şekilde seçilmelidir.

Pilot tabanlı kanal kestirimi, bir boyutlu olarak pilot bitlerin tüm alt taşıyıcılara belirli bir periyot ile (blok tür, block type) veya her bir DFBÇ sembolüne düzenli olarak yerleştirilmesiyle (tarak tür, comb type) gerçekleştirilir. Blok tür kanal kestiriminde tüm alt taşıyıcılar pilot olarak kullanıldığı için frekans düzleminde kanalın tamamını kestirmek için ara değerlendirme yapılmasına gerek yoktur. Tarak tür pilot yerleşimli kanal kestiriminde ise çeşitli ara değerlendirme yöntemleri kullanılarak kanalın tamamı kestirilir [3-5]. Kanalın tamamını kestirmek için ise doğrusal, ikinci derece, alçak geçiren veya spline kübik ara değerlendirme algoritmaları kullanılabilir. Alçak geçiren ara değerlendirme algoritmasının diğer algoritmalarından daha iyi sonuç verdiği [4]'de gösterilmiştir. İki boyutlu (2B) pilot tabanlı kanal kestiriminde ise pilotlar hem zaman hem de frekans düzleminde seçilen yapıya göre yerleştirilir.

Pilot sembol kullanımı nedeniyle DFBÇ sistem başarımında oluşan azalma birçok çalışmada incelenmiştir. [6]'da 2B pilot yerleşiminin hiper-Rayleigh sönümlenmeli kanal durumunda DFBÇ sistem başarımına etkisi incelenmiş, tarak tür, blok tür, 2B kanal kestirim başarımları BHO'ya göre karşılaştırılmış ve hızlı değişen kablosuz kanallar için 2B pilot yerleşimi

önerilmiştir. [5]'de hızlı değişen kanallar için 2B alçak geçiren ara değerlendirme tabanlı kanal kestirimi önerilmiş ve önerilen yöntemin geleneksel yöntemlerden daha iyi sonuç verdiği gösterilmiştir. [7]'de ise geleneksel ara değerlendirme yöntemleri kullanılan DFBC sisteminde en uygun pilot yerleşimi ortalama karesel hatayı (mean squared error, MSE) en küçük yapan yerleşim olarak belirlenmiş ve biçiminin elmas (hexagonal) olduğu gösterilmiş, en uygun pilot semboller arası mesafe ise pilot yoğunluğuna, Doppler tayfına ve yankı gecikmesine bağlı olarak ifade edilmiştir. [8]'de iki boyutlu örnekleme teoremine göre DFBC sisteminde en uygun pilot yapısının elmas olduğu analiz ve benzetim sonuçlarıyla gösterilmiştir. [9]'da ise sanal pilot sembolü elmas yerleşiminin başarımının geleneksel elmas ve dikdörtgen yerleşimden daha iyi olduğu gösterilmiştir.

Bu çalışmada pilot yoğunluğu ile kanalın zaman ve frekans seçiciliğinin blok, tarak, dikdörtgen ve elmas tür yerleşimli kanal kestirim başarımına etkisi incelenmiştir. [7-9]'dan farklı olarak en iyi yerleşimin pilot sembol sayısına, kanalın zaman ve frekans düzlemi özelliklerine bağlı olarak değişebildiği görülmüştür.

2. DFBC Sistem Modeli

DFBC sisteminin verici kısmında ikili giriş verisi önce gruplanıp modülasyon türüne göre n alt taşıyıcı indisi ve k sembol indisi olmak üzere karmaşık değerli sembollere atanır $X(n,k)$. Seri-paralel dönüşümden sonra pilotlar seçilen pilot aralığına göre zaman ve frekans düzleminde yerleştirilir. Atanan sinyaller ters ayrık Fourier dönüşümü (inverse discrete Fourier transform) ile N tane dikgen alt taşıyıcı üzerine modüle edilir. Ters ayrık Fourier dönüşümü çıkışında elde edilen sinyale tampon zamanı (guard interval) süresince çevrimsel ön-ek (cyclic prefix) eklenip kanala gönderilir. Alıcıda tampon zamanı kaldırılarak ayrık Fourier dönüşümü uygulanır ve alınan sinyal (1) eşitliğindeki gibi olur.

$$Y(n,k) = H(n,k)X(n,k) + W(n,k) \quad (1)$$

$$n = 0, \dots, N_c - 1$$

$$k = 0, \dots, N_s - 1$$

Eşitlikte $H(n,k)$ n inci alt taşıyıcı k inci sembol için karmaşık kanal katsayılarını, $W(n,k)$ ise toplanır beyaz Gauss gürültüsünü, N_c bir DFBC sembolündeki alt taşıyıcı sayısını, N_s ise bir DFBC çerçevesindeki sembol sayısını göstermektedir.

3. Pilot Tabanlı Kanal Kestirimi

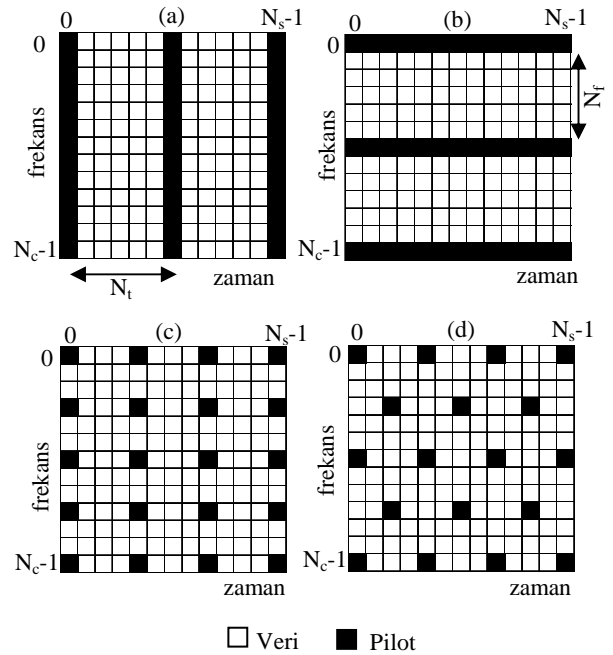
Pilot kullanımlı kanal kestirimi DFBC sistemleri için güvenilir ve etkili bir yöntemdir. Bu yöntemde bilinen pilot dizisi veri sembollerinin içine belirlenen pilot yapısına göre yerleştirilir ve alıcıda kanal bilgisi kestirim teknikleri ve ara değerlendirme yöntemleri kullanılarak elde edilir. DFBC sistemlerinde kanalın zaman ve frekans seçiciliğine göre genellikle bir boyutlu blok tür veya tarak tür pilot yapıları kullanılır. Gezgin iletim kanalı frekans seçici ve zamanla değişen olduğu için pilotların zaman-frekans düzleminde 2B olarak yerleştirilmesiyle kanal her iki düzlemde de kestirilir ve daha iyi takip edilir.

Pilot semboller zaman-frekans düzleminde düzenli olarak veri içine zaman yönünde N_t aralıklarla, frekans yönünde ise N_f aralıklarla yerleştirilir. N_t ve N_f Nyquist örnekleme teoremine göre belirlenirler ve eşitlik (2)'de verilen koşulları sağlamalıdır.

$$f_m \cdot T_s \cdot N_t \leq \frac{1}{2}, \quad \tau_{\max} \cdot F_s \cdot N_f \leq \frac{1}{2} \quad (2)$$

Eşitlikte T_s DFBC sembol süresini, F_s alt taşıyıcılar arası mesafeyi, $f_m T_s$ ve $\tau_{\max} F_s$ ise sırasıyla zaman ve frekans düzlemindeki normalize edilmiş pozitif değerli kanal bant genişliklerini göstermektedir [10].

Şekil 1'de pilot sembolün, blok, tarak, dikdörtgen ve elmas tür biçiminde zaman ve frekans düzlemindeki yerleşimi gösterilmektedir. Blok-tür pilot yerleşiminde tüm alt taşıyıcıların pilot olarak kullanıldığı DFBC kanal kestirim sembollerini periyodik olarak iletir. Tarak tür pilot yerleşiminde pilot semboller veri bitleri içine seçilen pilot aralığına göre düzenli bir biçimde yerleştirilir. İki boyutlu dikdörtgen yapıda pilot semboller zaman frekans düzleminde periyodik olarak yerleştirilir. Elmas tür pilot yerleşiminde ise pilot semboller dikdörtgen türe göre zaman düzleminde daha sık frekans düzleminde daha seyrek aralıklarla yerleştirilir.



Şekil 1: a) blok, b) tarak, c) dikdörtgen, d) elmas tür pilot bit yerleşimi.

Pilot kullanımlı kanal kestiriminde kanalın pilot konumlarındaki değeri en küçük kareler (least square, LS) veya en küçük ortalama karesel hata (minimum mean squared error, MMSE) yöntemleri kullanılarak elde edilebilir. MMSE LS'den daha iyi sonuç vermesine rağmen kanal istatistiklerinin kullanımı gerektirdiğinden kestirimcinin karmaşıklığı yüksektir ve bu nedenle LS algoritması daha çok tercih edilir. n' frekans yönündeki, k' zaman yönündeki pilot sembol konumlarını göstermek üzere kanalın pilot konumlarındaki LS kestirimi aşağıdaki gibidir.

$$\hat{H}(n',k') = \frac{Y(n',k')}{X(n',k')} = H(n',k') + \frac{W(n',k')}{X(n',k')} \quad (3)$$

Kanalın tamamına ait katsayılar ise uygun ara değerleme yöntemleri kullanılarak $\hat{H}(n',k')$ 'dan elde edilir.

4. Analiz Sonuçları

Bu çalışmada, verilen pilot yoğunlukları için farklı pilot sembol yerleşimlerinin sistem başarımına etkisini incelemek amacıyla MATLAB programlama dili kullanılarak bir DFBC sistem benzetimcisi oluşturulmuştur. Kanal katsayılarını kestirmek için blok, tarak, dikdörtgen ve elmas tür pilot yerleşimleri kullanılmış kanalın frekans düzleminde pilot alt taşıyıcılardaki değeri LS, veri alt taşıyıcılardaki değeri ise alçak geçiren ara değerlendirme algoritması kullanılarak elde edilmiştir. Frekans düzleminde kanal katsayıları elde edildikten sonra parçalı sabit ara değerlendirme (piecewise constant interpolation) yapılmıştır. Pilot semboller zaman ve frekans düzleminde seçilen aralığa göre eşit aralıkta ve eşit güçte yerleştirilmiştir. Benzetimlerde QPSK modülasyonu, $N_c=1024$ alt taşıyıcı, $N_s=2048$ DFBC sembolü, $N_c/4$ çevrimsel önekli tampon zamanı, 20MHz iletim bant genişliği kullanılmıştır. Kanalın birim vuruş tepkisinin bir DFBC sembolü boyunca değişmediği, mükemmel eş zamanlama ve doğrusal güç yükseltmesi yapıldığı varsayılmıştır. Bir DFBC çerçevesindeki pilot sembol sayısı N_{izgara} , pilot yoğunluğu Λ ve pilot sembol kullanımı nedeniyle sinyal gürültü oranında (SGO) dB olarak oluşan kayıp aşağıdaki eşitliklere göre belirlenmiştir [11].

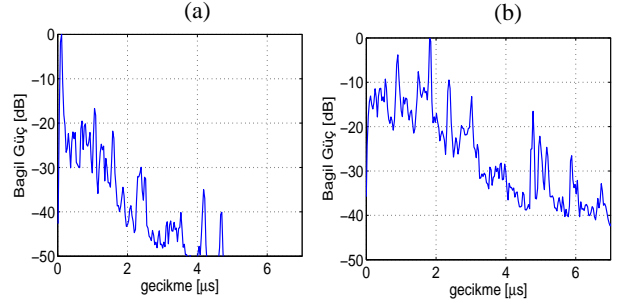
$$N_{izgara} = \left[\frac{N_c}{N_f} \right] \left[\frac{N_s}{N_t} \right] \quad (4)$$

$$\Lambda = \frac{N_{izgara}}{N_c N_s} \quad (5)$$

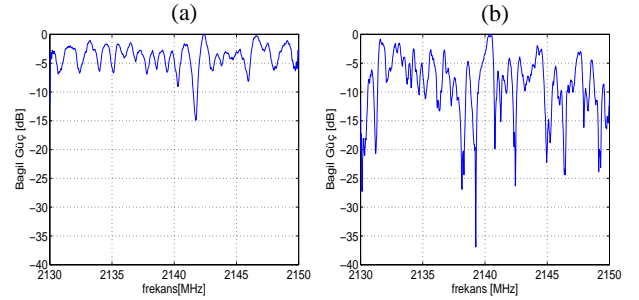
$$SGO_{kayıp} = 10 \log_{10} \left(\frac{1}{1 - \Lambda} \right) \quad (6)$$

Benzetimlerde gezgin iletim kanalı olarak Manchester kent merkezinde 2110–2170MHz bandında yapılan radyo kanal ölçümünde elde edilen yayınım verilerinin orta banttaki 20MHz'lik bölümü kullanılmıştır. Kanal verilerinin toplanması ve değerlendirmesiyle ilgili ayrıntılar [12]'de bulunabilir. Bu veriler Kanal 1 (K1) ve Kanal 2 (K2) olarak adlandırılmıştır. Bu kanallara ait ortalama birim vuruş tepkileri Şekil 2'de, geçiş işlevleri Şekil 3'de verilmiştir.

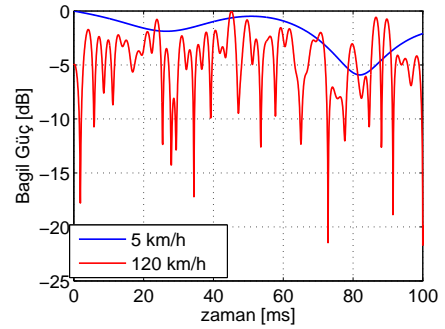
Clarke ve Gans modelini kullanan Rayleigh sönümlenmeli kanal benzetimcisi yardımıyla farklı zaman seçicilikli kanallar oluşturulmuştur [13]. 5 ve 50 km/saat hareket hızları ve 2 GHz çalışma frekansı için Rayleigh sönümlenme zarfları elde edilmiş ve her bir yankıya uygulanmıştır. 5 ve 50 km/saat için Rayleigh sönümlenme zarfı Şekil 4'de verilmiştir. Şekilden de görüldüğü gibi hareket hızı arttıkça sönümlenmelerin derinliği ve sıklığı da artmaktadır.



Şekil 2: a) K1, b) K2 için ortalama birim vuruş tepkisi.

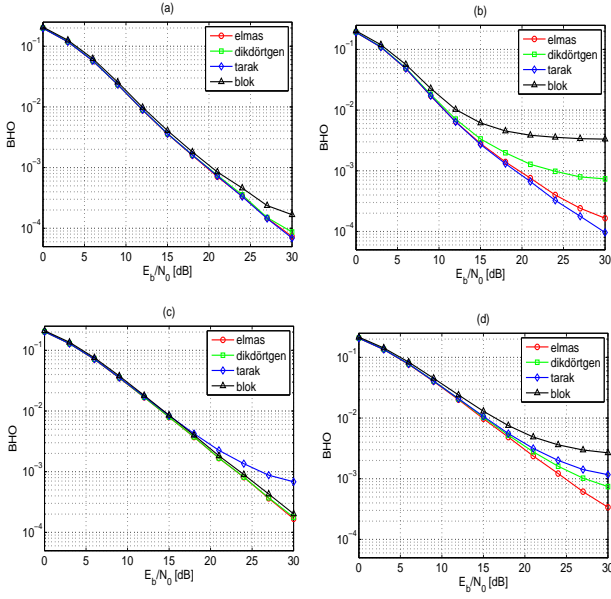


Şekil 3: a) K1, b) K2 için geçiş işlevi.



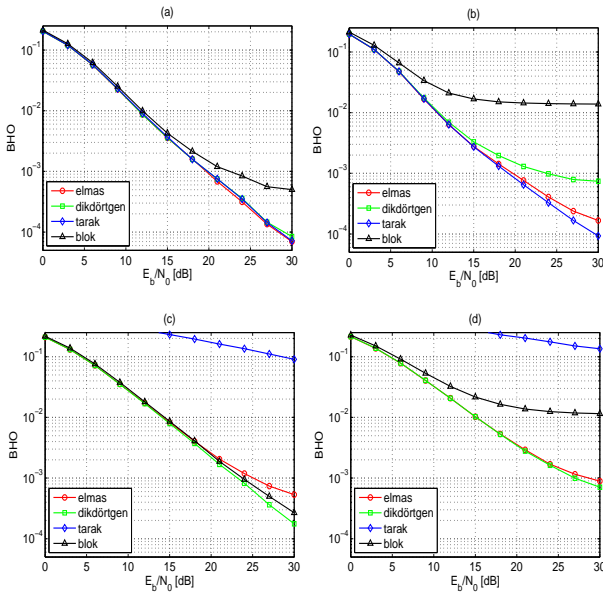
Şekil 4: Rayleigh sönümlenme zarfı.

Pilot yoğunluğu %10 olarak seçildiğinde elde edilen sistem başarımları her iki kanal profili, 5 ve 50 km/h hareket hızları için Şekil 5'de verilmiştir. Şekil 5 a ve b den görüldüğü gibi düşük hareket hızında dört tür pilot yerleşimi için benzer başarımlar elde edilmiş, hareket hızının artmasıyla kanalın zaman seçiciliği artmış ve beklendiği üzere en kötü başarımlar blok tür yerleşim sergilemiştir. Şekil 5 c ve d incelendiğinde frekans seçiciliği yüksek K2 kanalı için düşük hareket hızında en iyi başarımlar elmas tür yerleşimde elde edilmiştir. K2 için tarak tür pilot yerleşiminde pilot yoğunluğunun yeterince büyük olmaması ve dolayısıyla frekans düzlemindeki derin sönümlenmelerin iyi bir biçimde kestirilememesi nedeniyle düşük başarımlar elde edilmiştir. Hareket hızı 50km/h'e çıktığında ise en kötü başarımlar yine blok tür yerleşim için elde edilmiş ve en iyi başarımları veren yerleşim değişmemiştir. Kanalın zaman ve frekans seçiciliğindeki değişim bir bütün olarak düşünüldüğünde ise elmas tür yerleşimin diğer tüm yerleşimlerden daha iyi sonuç verdiği söylenebilir.



Şekil 5: %10 pilot yoğunluğu için sistem başarımları
a)K1-5km/h, b) K1-50 km/h, c)K2-5km/h d) K2-50km/h.

Pilot yoğunluğunun %5 olması durumunda elde edilen başarımlar Şekil 6'da verilmiştir. K1 için düşük pilot yoğunluğunda blok tür yerleşimde başarımlar belirgin bir biçimde düşerken, diğer yerleşimler için başarımlarda değişiklik olmamıştır. K2 için ise her iki hareket hızında da azalan pilot yoğunluğu ile tarak tür yerleşimde sistem başarımlarının pilot yoğunluğu ile doğrudan ilişkili olduğu görülmüştür. Artan hareket hızıyla birlikte blok tür yerleşimin başarımlarında düşüş gözlenmiştir. Her iki hareket hızı için de en iyi sistem başarımları dikdörtgen tür yerleşiminde elde edilmiştir.



Şekil 6: %5 pilot yoğunluğu için sistem başarımları
a)K1-5km/h, b) K1-50 km/h, c)K2-5km/h d) K2-50km/h.

Farklı zaman ve frekans seçicilikli kanal durumları ve seçilen her iki pilot yoğunluğu göz önüne alındığında 2B kanal kestiriminin bir boyutlu yöntemlere göre benzer veya daha iyi başarımlar sergilediği görülmüştür. 2B yerleşimler karşılaştırıldığında ise en iyi başarımları veren yerleşim türünün her zaman elmas tür olmadığı pilot yoğunluğuna bağlı olarak değişebildiği gözlenmiştir. Artan pilot yoğunluğu ile elmas tür yerleşimde daha düşük BHO elde edilmiştir. Düşük pilot yoğunluğunda en iyi başarımların elmas tür yerleşim ile elde edilememesinin nedeni olarak; aynı pilot yoğunluğu için frekans düzleminde yerleştirilen pilot sayısının dikdörtgen türe göre az olması ve frekans yönünde kanal kestirim hatasının artması gösterilebilir.

5. Sonuç

Bu çalışmada DFBC sisteminde kanal kestiriminde kullanılan bir ve iki boyutlu pilot sembol yerleşiminin sistem başarımına etkisi farklı pilot yoğunlukları ile farklı zaman ve frekans seçicilikli kanal durumları için incelenmiştir. Sonuçlardan 2B yerleşimin daha iyi başarımlar verdiği gözlenmiştir. Pilot yoğunluğunun 2B pilot yerleşimli kanal kestirim başarımını etkilediği ve artan pilot yoğunluğu ile en iyi başarımların elmas tür ile elde edildiği gözlenmiştir. Literatürdeki çalışmalardan farklı olarak elmas tür yerleşimin her zaman en iyi sonucu vermediği; en düşük BHO'yu veren yerleşimin pilot yoğunluğuna, kanalın zaman ve frekans seçiciliğine bağlı olarak değiştiği görülmüştür.

6. Kaynaklar

- [1] Nee R. V. ve Prasad R., "OFDM for Wireless Multimedia Communications", Artech House, 2000.
- [2] Bahai A. R. S. ve Saltzberg B. R., "Multi-Carrier Digital Communications: Theory and Applications of OFDM Technology" Transmission, Processing, and Storage, New York: Kluwer Academic/Plenum, 1999.
- [3] Hsieh M. ve Wei C., "Channel estimation for OFDM systems based on comb-type pilot arrangement in frequency selective fading channels" IEEE Trans. Consumer Electron, vol.44, no.1, , February, 1998, pp.217-225
- [4] Coleri S., Ergen M., Puri A. ve Bahai A., "Channel estimation techniques based on pilot arrangement in OFDM systems" IEEE Trans. on Broadcasting, vol.48, no.3, September, 2002, pp.223-229.
- [5] Yalçın M. ve Akan A., "OFDM Kanal Kestiriminde Aradeğerleme Yöntemleri", IEEE 18. Sinyal İşleme ve İletişim Uygulamaları Kurultayı (SIU-2010), 2010, pp.272-274.
- [6] Zhen H., "Performance Evaluation of 2-D Pilot Aided OFDM System under Hyper-Rayleigh Fading Channel", the Master of Science Degree in Electrical Engineering, The University of Toledo, 2011.
- [7] Choi J.W. ve Lee Y.H., "Optimum Pilot Pattern for Channel Estimation in OFDM Systems", IEEE Trans. on Wireless Comm., vol.4, no.5, , September, 2005, pp.2083-2088.
- [8] Bai B., Xu X., Cai Y. ve Li Z., "Optimal Pilot Patterns for OFDM System Based on two-dimension Sampling Theory", IEEE Int. Conf. Neural & signal Processing, Nanjing, China, 2003, pp.663-666.

- [9] Yamindi J. ve Wu M., “The Comparisonal Analysis of the Concept of Rectangular and Hexagonal Pilot in OFDM”, *Communications and Network*, vol.1, no.1, 2009, pp.1-5.
- [10] Hoeher P., Kaiser S. ve Robertson P., “Two-dimensional Pilot-Symbol-Aided Channel Estimation by Wiener Filtering”, *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol.3, 1997, pp.1845-1848
- [11] Fazel K. ve Kaiser S., “Multi-Carrier and Spread Spectrum Systems”, John Wiley & Sons Ltd., 2003.
- [12] Salous S. ve Gokalp H., , “Dual-frequency sounder for UMTS frequency-division duplex channels”, *Communications, IEE Proceedings*, vol.149, Issue 2, 2002, pp.117-122.
- [13] Cho Y.S., Kim J., Yang W. ve Kang C.G., “MIMO-OFDM Wireless Communications with MATLAB”, John Wiley& Sons Ltd., 2010.