

# Elektrik Makinalarında Geçici Rejim Olaylarının Bilgisayar Destekli Analizi

## Computer Aided Analysis of Electric Machines Transient Events

N. Füsun Oyman Serteller

Teknoloji Fakültesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği  
Marmara Üniversitesi  
fserteller@marmara.edu.tr

### Özet

Bu çalışmada fırçalı serbest uyarımlı klasik doğru akım makinalarında (DA) oluşan geçici rejim durumları ele alınmıştır. Geçici rejim differansiyel denklemlerini çözmek için hem s domaini, hem de, uzay durum modeli methodu Mathematica programı kullanılmıştır. Nümerik hesaplamalar bir DA motoru plaka değerleri baz alınarak yapılmış, sonuçlar grafikler halinde verilmiştir.

### Abstract

In this study brushed separately excited conventional direct current machine's (DC) transient state is handled. Mathematica program is used for transient regime analysis. In order to solve differential equations s domain and state space models matrix commands are used. Numerical calculations are made on the basis of a nameplate of the motor; the results are given in graphs.

### 1. Giriş

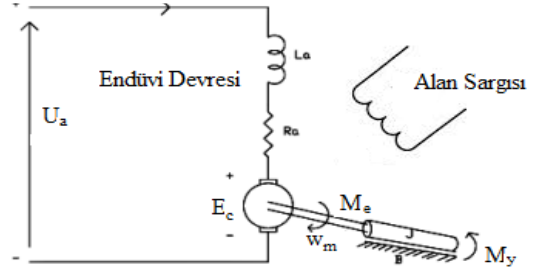
DA motorları, asenkron motorların düşük maliyeti ve bakıma çok ihtiyaç duymayan yapımı sayesinde eski popülaritesini yitirse de, hala günümüzde çok kullanılan elektrik motorlarından biridir. Kullanım alanı çok geniştir, endüstride hemen hemen her alanda (hızlı taşımacılık, elektrikli taşıtlar, yazıcılar, disket sürücüler, hassas konumlandırma, enerji sektörü v.b.) güvenli ve verimli bir şekilde kullanılmaktadır. Kontrollü doğrultucuların, DA-DA çeviricilerin kullanılmağa başlanması ve geliştirilmesi ile kullanım alanları daha da genişlemiştir. Yarıiletken teknolojisi DA motorları arasında özellikle serbest uyarımlı DA motorlarına başarıyla uygulanmaktadır. Serbest uyarımlı DA motorunun en büyük avantajı; endüvi devresi ile uyarım devresinin ayrı kaynaklardan beslenmesi, dolayısıyla bu iki devrenin birbirini etkilememesidir. Bu durum, bu motorların yüksek performans ile çalışmalarını sağlamaktadır [1, 6].

Bu çalışmada alan sargısı akısı sabit olduğundan, alan akımı sabit, dolayısıyla sadece endüvi devresi akımı değişen ve moment değişimi bu değere bağlı olarak değişen çözümler için analizler yapılmış, sonuçlar bu çözümler için elde edilmiştir. Bu yapı (alan sbt.) bu motorlara lineer kontrol tekniklerinin kolayca uygulanmasını sağlamaktadır. Bu kontrol içinde genellikle P veya PI gibi basit kontrol teknikleri yeterli olmakta ve bu motorlar bu yapı tarzında verimli bir şekilde enerji dönüşümü sağlanmaktadır [2].

DA motorlarının, sürücü devreleri, yapısal analizleri ısı transferi, magnetik devre geçici rejim analizi ve matematiksel modellenmesi ile ilgili hali hazırda birçok makale bulunmasına rağmen[1-5,8] mathematica programı kullanılarak geçici rejim analizini detaylıca veren bir makale yoktur. Bu çalışma özellikle, elektrik makinalarında geçici rejim analizinin ağır matematiksel kısmını kolaylaştıran, anlaşılabilir hale getiren, dolayısıyla sade, doğru ve görsel bir çözüm sağladığından, diğer araştırma çalışmalarından farklı ve önemli bir kaynak olacağı düşünülerek hazırlanmıştır. Gelecek bölümlerde, serbest uyarımlı DA motoru eşdeğer devresi üzerinden (şekil 1) matematiksel model çıkarılıp mathematica ile çalışmalar gerçekleştirilmiştir.

### 2. DA motorunun Matematiksel modeli

Serbest uyarımlı doğru akım motorunun eşdeğer devresi ve bu devreye bağlı matematiksel denklemler aşağıda verilmiştir.



Şekil 1. DA motoru eşdeğer devresi.

$$E_c + R_a I_a(t) + L_a \frac{dI_a}{dt} = U_a \quad (1)$$

$$B \omega_m + J \frac{d\omega_m}{dt} = M_e - M_y \quad (2)$$

$$E_c = K_b \omega_m \quad (3)$$

$$M_e = K_b I_a \quad (4)$$

Burada  $E_c$  motorda oluşan emk,  $R_a$  endüvi omik direnci,  $L_a$  endüvi endüktif reaktansı,  $B$  moment sürtünme katsayısı,  $J$

atalet momenti,  $K_b$  makina sabitleri katayısı,  $M_y$  yük momenti,  $M_e$  motorda üretilen elektromagnetik moment,  $\omega_m$  açısız hızdır[7,8]. (1) ve (2) diferansiyel denklemleri s domeninde yazılarak istenilen değişkenler ( $I_a$ ,  $\omega_m$ ) hesaplanır. Moment( $M_e$ ) ve emk ( $E_c$ ) sırayla (3) ve (4) denklemleri aım ve açısız hız cinsinden yazılarak (1) ve (2) denklemlerinde yerlerine konularak problemin çözümü elde edilir. (3) ve (4) denklemlerini (1) ve (2)'de elde ettiğimiz denklemlerde yerine yerleştirip matris şeklinde yazarsak, aşağıda verilen durum uzay denklemlerini elde ederiz.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_a \\ \omega_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{K_b}{L_a} \\ \frac{K_b}{J} & -\frac{B}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a(t) \\ \omega_m(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_a \\ M_y \end{bmatrix} \quad (5)$$

Mathematica'da denklemler s domeninde yazılarak veya yine mathematica araçları yardımı ile t domeninden s domenine çevrilerek geçici durum denklemlerinin analizi aşağıdaki komutla gerçekleştirilir.

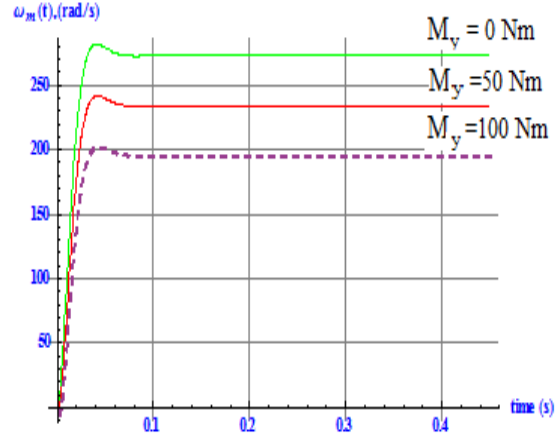
OutputResponse[TransferFunctionModel[f(s),s],input(t),t] (6)

Ek A kısmında denklemlerin açık yazılımı da verilmiştir. Uzay durum denklemleri denklem(7)'deki gibi yazılarak ki burada a, b ve c katsayılar matrisi olmak üzere (denklem (5)'de açık yazılımı verilmiştir), sisteminin çözüm yapılır. Burada  $I_a(t)$  ve  $\omega_m(t)$  değişkenlerinin katsayıları "a" sembolü katsayılar matrisini, "b" matris elemanları ile kaynak ifadesinin katsayısı temsil edilmektedir, matris içindeki, "c" sembolü de çıkış değerlerinin katsayısını ki burada moment ifadesi olarak temsil edilmektedir. Denklem (6) ve (7) farklı yollardan aynı sonuçlara tekabül etmektedir, yani elektrik makinalarında elde edilen denklemleri iki farklı yoldan Mathematica araçları ile çözebilmek mümkündür. Bu denklemlerin Mathematica dilinde açık yazılımı Ek kısmında verilmiştir. Bu denklemlerin çözümlerinden elde edilen sonuçlar şekil 2, 3, 4'de detaylı olarak, nümerik bir örnek ele alınarak çözülmüş ve gösterilmiştir.

$$\text{TransferFunctionModel} \left[ \text{StateSpaceModel} \left[ \left\{ \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{21} \end{pmatrix}, (c_{11} \quad c_{12}) \right\} \right] \right] \quad (7)$$

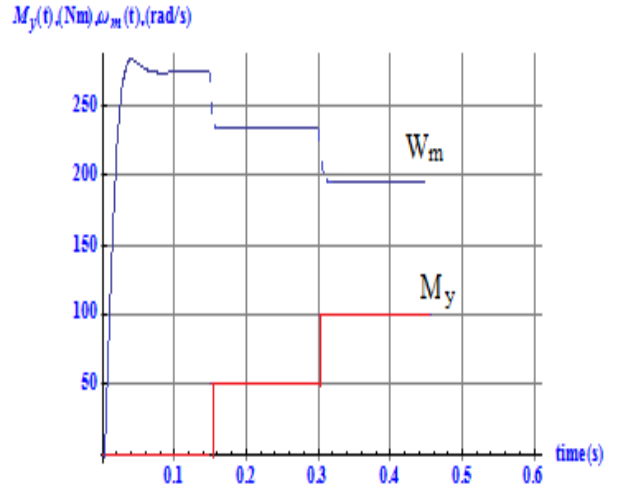
### 3. Nümerik Hesaplamalar

Bu çalışma için,  $R_a = 0.5\Omega$ ,  $L_a = 3 \text{ mH}$ ,  $K_b = 0.8 \text{ V/rad/s}$ ,  $J = 0.0167 \text{ kg m}^2$ ,  $B = 0.01 \text{ Nm/rad/s}$ , Terminal gerilimi  $U_a = 220 \text{ V}$ , ve motor parametreleri içi yük değerleri:  $0 \text{ Nm}$ ,  $50 \text{ Nm}$  ve  $100 \text{ Nm}$  için aşağıdaki grafikler elde edilmiştir.



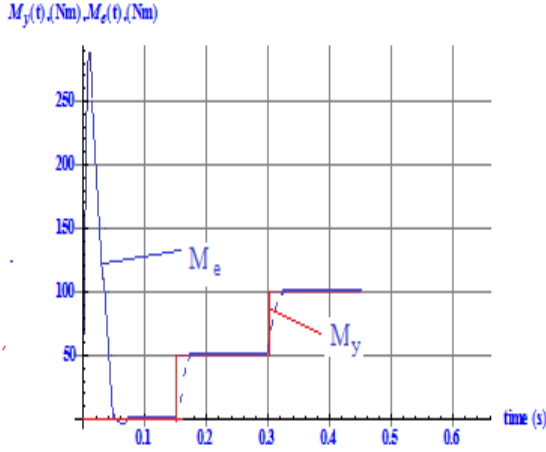
Şekil 2. Geçici rejim açısız hız – zaman grafiği değişik yük durumları için.

Şekil 3 ve 4'de kesikli çizgilerle gösterilen kısımlarda Mathematica bağlantısı sağlayamamaktadır, bu durum matematiksel fonksiyonların özelliklerinden kaynaklanmaktadır, elektrik makinalarında süreklilik söz konusu olduğu için de fonksiyonlar bu aralıklarda kesikli çizgiler ile gösterilmiştir. Kesikli çizgiler teorik kitaplar ve daha önce yayınlanmış makaleler dikkate alınarak şekil 2,3 ve 4 olduğu gibi gösterilmişlerdir [2,6].



Şekil 3. Yük momentini değişimi, açısız hızın zamana kaşı garfiği.

Şekil 3 ve 4'de yük momentini değişimi ile açısız hız ve elektromagnetik değişimin birlikte verilmesi özellikle elektrikle elektrikle tahrik konusunda mathematica programının kolay, görsel ve hızlı çözüm vermesi göstermesi açısından önemlidir. Sürekli çözüm konusunda denklem (1) ve (2)'de verilen ifadelerde  $L \frac{dI_a}{dt} = 0$  ve  $J \frac{d\omega_m}{dt} = 0$ , olduğundan bu kısım ele alınmamıştır.



Şekil 4. Elektromagnetik moment ve yük momentinin zamana karşı değişim grafiği.

#### 4. Sonuçlar

Bu çalışmada serbest uyarımlı DA motoru geçici rejim analizi mathematica araçları yardımı ile çözümlü ve yine mathematica yardımı ile görsel hale getirilmiştir. Bu çalışma Mathematica'nın ve bilgisayar destekli analizlerin karmaşık ve kalabalık bir diferansiyel denklem sistemine sahip geçici rejim analizlerinde doğru, hızlı ve basit çözümler vermesini başarılı bir şekilde göstermektedir. Bu çalışmada mathematica programlama dilini diğer mühendislik programlama dillerinden ayıran sembolik çözüm üstünlüğünde gösterilmeğe çalışılmıştır.

#### Kaynaklar

- [1] Chapman S. J., Electric Machinery, McGraw-Hill Int. Edi., NewYork,1999.
- [2] Yıldız A. Bekir, "Electrical equivalent circuit based modelling and analysis of direct current motors", *Electrical Power and Energy systems*, 43, 1043-1047, 2012.
- [3] Okoro O. I,Ogbuka C.U., Agu M.U., "Simulation of DC Machines Transient Behaviours:Teaching and Research" *The Pacific Journal of Science and Technology*, 9(1) , 142-148, 2008.
- [4] Cheng D.K.W.,Lee C.K.,"Modelling and simulation of high frequency effects of a separately excited DC motor". International symposium on circuits and systems, Chine, 1991.
- [5] Ekiner A., Serteller Oyman N.F.," Fırçalı doğru akım motorlarında magnetik sıvıların etkisi" *3e Elektroteknik dergisi*, 262,236-238, 2014.
- [6] Munteanu T.,Paduraru R.,Rosu E.,GaiceanuM.,Dumitriu T.,Dache C.,"Energy saving Control for DC motor drive System", *Przeglad Elektrotechniczny*,87, 57-65, 2011.
- [7] Bektaş Y., Oyman Serteller N. F.,"Brushless direct current motor driving experimental set", *Energy Edu. Sci.& Techn. Energy Science and Research* , 455-466, 2011.
- [8] Michael T., Pantelya G., Biro O. & Stermecki A. "Transient electromagnetic field, losses and forces in a synchronous turbogenerator rotor", *COMPEL*, 32, 794 – 808, 2013.

#### Teşekkür

Bu çalışmada M.Ü. öğretim üyelerinden Doç. Dr. D. Üstündağ'a Mathematica konusunda verdiği değerli bilgiler ve yardımlar için teşekkür ederim.

#### Ek A

t domeninde mathematica yazılım:

```
OutputResponse[TransferFunctionModel[ $\frac{0.8}{((0.8)^2 + 0.50.01 + 0.01670.5s + 0.0030.01s + 0.0030.0167s^2)}$ , s], UnitStep[t]220, t];
```

Uzay durum denklemleri olarak:

```
TransferFunctionModel[StateSpaceModel[{{(-0.5/0.003) (-0.8/0.003), (1/0.003)}, (0 (-1/0.0167))}, s], s], s]
```

Parçalı fonksiyon olarak gösterim:

```
Plot[Piecewise[{{s0,0.0001 ≤ t < 0.015}, {s1,0.015 ≤ t ≤ 0.3}, {s2,0.3 < t ≤ 0.45}}, {Piecewise[{{0,0 ≤ t < 0.15}, {50,0.15 ≤ t < 0.3}, {100,0.3 < t ≤ 0.45}}]}, t, 0.001,0.65], AxesLabel → {"time(s)", My"(t), (Nm)", "Me"(t), (Nm)"}, LabelStyle → Directive[Blue, Bold], GridLines → Automatic]
```