

# Genetik Algoritmaların Butterworth IIR Sayısal Filtrelerde Kullanımı

## Using of Genetic Algorithms in Butterworth IIR Digital Filters

Turgay Kaya<sup>1</sup>, Melih Cevdet İnce<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Fırat Üniversitesi  
tkaya@firat.edu.tr, mcince@firat.edu.tr

### Özet

Bu çalışmada, Butterworth IIR sayısal filtrelerin Genetik Algoritma (GA) kullanılarak tasarımı önerilmiştir. Tasarım işlemi, istenen özellikleri sağlayacak filtre derecesinin artmasına bağlı olarak zorlaşmaktadır. Yapılan uygulamada, filtre derecesine bağlı olmaksızın istenen özelliklerdeki sayısal filtreler, hesaplama işlemini ortadan kaldıran GA yardımıyla gerçekleştirilmiştir.

### Abstract

In this study, Butterworth IIR digital filters by using of GA has been suggested. The process of design is getting hard due to increasing filter degree providing desired features. In this application, by helping of GA that abolish calculation process, the desired digital filters were designed notwithstanding filter degree.

### 1. Giriş

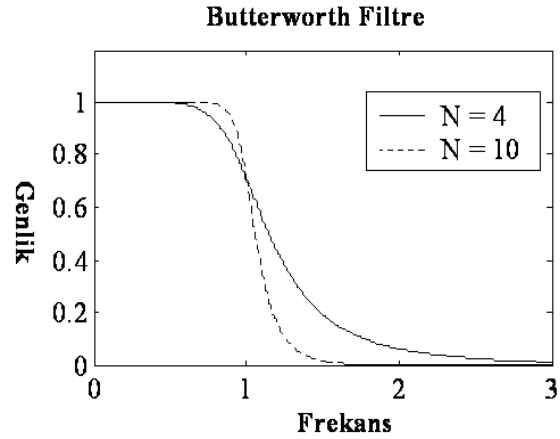
IIR sayısal filtre tasarımında temel amaç, istenen özellikleri sağlayacak filtre transfer fonksiyonunun pay ve payda katsayılarının hesaplanmasıdır [1]. İstenen özellikleri sağlayacak filtre katsayılarının en az hata ile hesaplanması istenen bir durumdur. Butterworth filtre yaklaşım yöntemiyle sayısal filtre tasarımında, öncelikle filtre karakteristiğini sağlayacak bir analog filtre tasarlanmakta, daha sonra uygun bir dönüşüm yardımıyla (biliner dönüşüm) analog filtreden sayısal filtre tasarımı yapılmaktadır [1,2]. Tasarımda karşılaşılan işlem yükünden kurtulmak için farklı yöntemler önerilmiştir. Alternatif hesaplama yöntemi olarak, sezgisel hesaplama yöntemlerinden biri olan GA, hesaplamadaki işlem yükünden kurtulmamızı sağlamıştır [3]. Yapılan uygulama yardımıyla istenen filtre katsayılarına ulaşmada başarılı sonuçlar elde edilmiştir.

### 2. Butterworth IIR Filtre

Butterworth yaklaşımıyla yapılan filtrelerin normalize edilmiş genlik cevapları Şekil 1'de gösterilmiştir. Butterworth filtre tasarımında öncelikle filtre ile ilgili, geçirme bandında izin verilen dalgalanma, geçirme bandı ile durdurma bandı kesim frekans değerleri istenmektedir. Girilen bu özellikleri sağlayacak filtre için geçirme bandı kazanç ayarlama faktörü,

$$\varepsilon = \sqrt{10^{-0.1a_g} - 1} \quad (1)$$

denklemleri yardımıyla hesaplanmaktadır.



Şekil 1: Butterworth Filtre Genlik Cevabı

Filtrenin istenen özellikleri sağlayacak derecesi,

$$n_B = \frac{\log\left[\frac{(10^{-0.1a_d} - 1)}{(10^{-0.1a_g} - 1)}\right]}{\log(\omega_d / \omega_g)} \quad (2)$$

denklemleri yardımıyla hesaplanmaktadır. (denklemdaki B alt indisi Butterworth filtre yaklaşımını göstermektedir).

Hesaplanan filtre derecesinden sonra, filtre transfer fonksiyonunun kutup değerleri ile bu kutupların yerleri aşağıdaki denklemler yardımıyla hesaplanmaktadır [1].

$$\theta_m = \frac{\pi(2m + n + 1)}{2n} \quad (3)$$

$$\sigma_m = R \cdot \cos(\theta_m) \quad (4)$$
$$\omega_m = R \cdot \sin(\theta_m)$$

$$\begin{aligned} B_{1m} &= -2\sigma_m \\ B_{2m} &= \sigma_m^2 + \omega_m^2 \end{aligned} \quad (5)$$

Filtrenin genlik cevabındaki geçirme bandı kazanç değeri,

$$R = \varepsilon^{-1/n} \quad (6)$$

ile hesaplanmaktadır. Hesaplanan bu değerler sonrasında, filtre için transfer fonksiyonu bulunmaktadır. Transfer fonksiyonu denklemleri filtre derecesinin tek veya çift olmasına göre ilgili denklem yardımıyla hesaplanmaktadır.

$$H_{B,n}(S) = \frac{\prod_m(B_{2m})}{\prod_m(S^2 + B_{1m} \cdot S + B_{2m})} \quad (7)$$

m=0, 1, K, (n/2)-1 (n çift)

$$H_{B,n}(S) = \frac{R \cdot \prod_m(B_{2m})}{(S + R) \cdot \prod_m(S^2 + B_{1m} \cdot S + B_{2m})} \quad (8)$$

m=0, 1, K, [(n-1)/2]-1 (n tek)

Filtre genlik cevabı normalize edilmiş genlik cevabı olup, analog filtreden sayısal filtreye geçiş bilineer dönüşüm yardımıyla yapılmaktadır. Bilineer dönüşüm, analog filtre transfer fonksiyonunda s'li terimler yerine aşağıdaki ifade yazılarak geçiş yapılmaktadır [1,2].

$$s = 2T[z-1/z+1] \quad (9)$$

Sonuçta elde edilen fonksiyon sayısal filtrenin giriş-çıkış ifadesini oluşturacak transfer fonksiyonunu (fark denklemi) vermektedir. Tasarımda karşılaşılan hesaplama güçlüğüni ortadan kaldırmak için geliştirilen yöntemlerden birisi GA'dır.

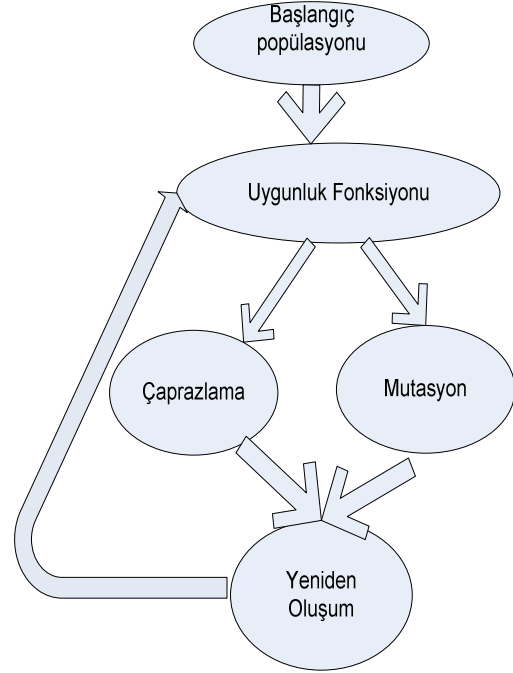
### 3. Genetik Algoritmalar

Sonuca farklı arama noktalarından yaklaşılarak ulaşan GA, en iyinin korunması ilkesine dayanmaktadır. Sahip olduğu operatörler yardımıyla, başlangıçta rastgele değerlerden oluşan kromozomlar üzerinde işlemler yaparak sonuca ulaşmaktadır [4-7].

GA'lar ilk olarak başlangıç popülasyonu oluşturmakta, daha sonra bu kromozomların her biri GA'da özel çalışan tek birim olan uygunluk fonksiyonunda yerine yazılarak her bir kromozomun uygunluk değeri hesaplanmaktadır. Hesaplanan bu değerlere göre kromozom kendisini bir sonraki nesillerde bulundurabilecek veya ortadan kaybolacaktır. Uygunluk değeri iyi olan kromozomlar yeni nesilleri oluşturabilmek için kendi aralarında çaprazlama işlemine girmektedirler. Çaprazlama işleminde kromozomlar, sahip oldukları kodlama yöntemlerine göre farklı farklı çaprazlama işlemine uğramaktadırlar.

GA'nın diğer bir operatörü olan mutasyon işleminde ise, aramanın tek bir bölgede olmaması için seçilen kromozomun

genleri kodlama yöntemine göre farklı bir mutasyon işlemine uğramaktadır. Basit bir GA şeması aşağıda gösterilmiştir.



Şekil 2: GA akış diyagramı

Program içerisinde benzer işlemler, istenen genlik cevaplarını sağlayacak filtre transfer fonksiyonu katsayılarına yakınsayınca kadar devam etmektedir.

### 4. Geliştirilen Model Uygulamaları

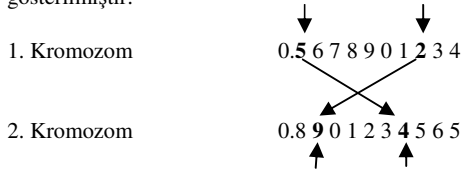
Yapılan çalışmada, Butterworth filtre tasarımı için istenilen özellikleri sağlayacak transfer fonksiyonunu oluşturacak kutup değerleri, GA için başlangıç popülasyonu olarak 0 ile 1 arasında rastgele değerlerden oluşturulmuştur [5]. Değer kodlanmış kromozomlar aşağıda gösterilmiştir.

Kromozom 1: 0.5678901234

Kromozom 2: 0.8901234565

İstenen özellikleri sağlayacak filtrenin kutup değerlerine göre transfer fonksiyonu elde edilerek sağlanması gereken genlik cevapları çizdirilmiş ve bu değerler program için olması gereken değerleri oluşturmaktadır. Başlangıç popülasyonunda yer alan kromozom değerleri ise, uygunluk fonksiyonunda yerine yazılarak GA'nın bulmuş olduğu filtre genlik cevabı elde edilmiş, bu iki genlik cevabı karşılaştırılmıştır. Programda amaç, bu iki değer arasındaki farkı en aza indirebilmektir. Bu amaçla, değer kodlanmış kromozomlar kendi aralarında çaprazlama işlemine uğramaktadırlar. Çaprazlama işlemi, değer kodlanmış kromozomlar için rastgele seçilen iki kromozomun yine rastgele seçilen iki nokta üzerinden karşılıklı yer değiştirmesi şeklinde yapılmaktadır.

Değer kodlanmış kromozomlar için bu durum aşağıda gösterilmiştir.



yapılan çaprazlama işlemi neticesinde ise

1. Kromozom      0.4678901934

2. Kromozom      0.8201235565

şeklinde olmaktadır.

Çaprazlama işlemi sonrasında ortaya çıkan kromozom değerleri ile çaprazlama öncesindeki kromozom değerleri arasında uygunluk değerleri en iyi olan kromozomlar bir sonraki nesil için, yeni bir başlangıç popülasyonu oluşturmaktadır. GA içerisinde yer alan kromozomlar mutasyon işlemine girerken, herhangi bir kromozomun herhangi bir geni değiştirerek bu işleme uğramaktadırlar. GA için mutasyon işlemi aşağıdaki gibidir.

Mutasyon öncesi:

1. Kromozom      0.5678901234

Mutasyon sonrası:

1. Kromozom      0.5628901234

Benzer işlemler istenen yakınsama sağlanıncaya kadar devam ettirilip sonuçta, GA'nun sahip olduğu kromozom değerleri istenen özellikleri sağlayacak Butterworth IIR sayısal filtrenin pay ve payda katsayılarını temsil edecektir. Yazılan program farklı başlangıç şartları ve farklı filtre tipleri için çalıştırılmış ve tatmin edici sonuçlar elde edilmiştir [8].

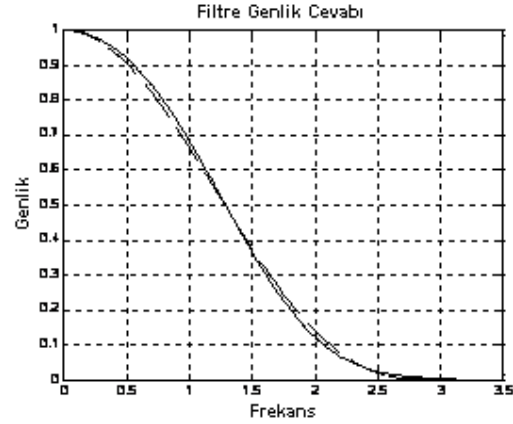
#### 4.1. Alçak Geçiren Filtre Tasarımı

Alçak geçiren filtre için program, Tablo 1'de verilen başlangıç şartları ile çalıştırılmıştır.

Tablo 1: Başlangıç şartları

Popülasyon sayısı	14
Generasyon sayısı	60
Mutasyon oranı	1/1000
Süzgeç türü	AG
Geçirme bandı dalgalanması	1 dB
Durdurma bandı zayıflaması	20 dB
Geçirme bandı kesim frekansı	3500 (Hz)
Durdurma bandı kesim frekansı	4500 (Hz)
Örnekleme frekansı	20000 (Hz)

Verilen başlangıç şartları için program çalıştırılmış ve Şekil 3'deki genlik cevapları elde edilmiştir. Şekillerdeki frekans eksenini sayısal frekanstır.



Şekil 3: Alçak geçiren filtre genlik cevapları (\_\_\_\_ arzu edilen genlik cevabı, ----- bulunan genlik cevabı)

İstenilen özellikleri sağlayacak filtre genlik cevabına ulaşmak için teorik olarak yapılan elle hesaplama ve nümerik olarak hazır komutlar yardımıyla bulunan filtre katsayı değerleri aynı olup bu değerler ile GA kullanılarak geliştirilen programın çalışmasından sonra en iyi kromozom değerine ait katsayı değerleri filtre transfer fonksiyonunun pay ve payda katsayı değerlerini temsil etmektedir. Bulunan sonuçlara ait filtre transfer fonksiyonu katsayı değerleri Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2: Alçak geçiren filtre katsayı değerleri

Nümerik sonuçlar		Program çıktıları	
Pay kat.	Payda kat.	Pay kat.	Payda kat.
0.0006	1.0000	0.0008	1.0000
0.0057	-2.2915	0.0069	-2.1201
0.0229	3.3805	0.0274	3.0660
0.0534	-3.1522	0.0640	-2.7644
0.0801	2.1243	0.0960	1.8322
0.0801	-1.0100	0.0960	-0.8528
0.0534	0.3420	0.0640	0.2849
0.0229	-0.0776	0.0274	-0.0637
0.0057	0.0108	0.0069	0.0087
0.0006	-0.0007	0.0008	-0.0005

Tablo 2'den de görüldüğü gibi istenen özellikleri sağlayacak filtre genlik cevabına, hem hazır komutlar yardımıyla bulunan sonuçlar ile hem de geliştirilen programın çıktılarından elde edilen katsayı değerleri kullanılarak ulaşılmış ve bu katsayıların farklı olmalarına rağmen yakın genlik cevapları gösterdikleri Şekil 3'de gösterilmiştir. Bu durum filtre tasarımında farklı katsayı değerleri ile benzer genlik cevaplarına ulaşma imkânını sağlamaktadır.

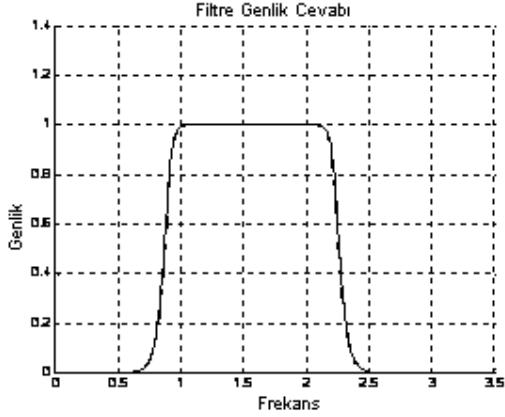
#### 4.2. Band Geçiren Filtre Tasarımı

Band-geçiren filtre için program, Tablo 3'de verilen başlangıç şartları ile çalıştırılmıştır.

Tablo 3: Başlangıç şartları

Popülasyon sayısı	12
Generasyon sayısı	50
Mutasyon oranı	1/100
Süzgeç türü	BG
Geçirme bandı dalgalanması	1 dB
Durdurma bandı zayıflaması	20 dB
Durdurma bandı alt kesim frekansı	2500(Hz)
Geçirme bandı alt kesim frekansı	3000(Hz)
Geçirme bandı üst kesim frekansı	7000(Hz)
Durdurma bandı üst kesim frekansı	7500 (Hz)
Örnekleme frekansı	20000(Hz)

Verilen başlangıç şartları için program çalıştırılmış ve Şekil 4'deki genlik cevapları elde edilmiştir.



Şekil 4: Band-geçiren filtre genlik cevapları (\_\_\_\_ arzu edilen genlik cevabı, ----- bulunan genlik cevabı )

Alçak geçiren filtre uygulamasında olduğu gibi band-geçiren filtre uygulamasında da istenilen özellikleri sağlayacak filtre transfer fonksiyonu katsayı değerleri hazır olarak MATLAB programında bulunan komutlara çözdürülmüş aynı zamanda geliştirilen program yardımıyla filtre transfer fonksiyonu katsayı değerleri hesaplanmıştır. Her iki durum için filtre transfer fonksiyonun pay ve payda katsayı değerleri Tablo 4'de verilmiştir.

Tablo 4: Band-geçiren filtre katsayı değerleri

Nümerik sonuçlar		Program çıktıları	
Pay kat.	Payda kat.	Pay kat.	Payda kat.
0.0008	1.0000	0.0008	1.0000
-0.0084	1.4443	-0.0076	1.5517
0.0380	2.2221	0.0344	2.3583
-0.1014	1.7705	-0.0917	1.9521
0.1774	1.2717	0.1605	1.3952
-0.2129	0.5952	-0.1926	0.6694
0.1774	0.2310	0.1605	0.2593
-0.1014	-0.0601	-0.0917	0.0686
0.0380	0.0115	0.0344	0.0132
-0.0084	0.0013	-0.0076	0.0015
0.0008	0.0001	0.0008	0.0001

## 5. Sonuç

MATLAB'da yapılan bu çalışmada Butterworth IIR sayısal filtreler GA kullanılarak tasarlanmıştır. Tasarımda karşılaşılan hesaplama zorlukları, kullanılan GA yardımıyla ortadan kaldırılmıştır.

Program, tek filtre türü için değil farklı filtre türleri için çalıştırılmış ve genlik cevaplarında tatmin edici sonuçlar elde edilmiştir. Ayrıca bulunan sonuçlar programın her çalıştırılmasında farklı olmasına rağmen istenen genlik cevabına yaklaşımda başarılı sonuçlar elde edilmiş ve bu sonuç filtre tasarımında tek bir eleman değerine bağımlılığı ortadan kaldırıp farklı eleman değerleri ile istenen özellikleri sağlayacak filtre transfer fonksiyonuna ulaşma imkânı sağlamıştır.

## 6. Kaynaklar

- [1] Theede, L. "Analog and Digital Filter Design", Prentice Hall., New Jersey, 1996.
- [2] Schlichtharle, D., "Digital Filters Basics and Design", Springer, Germany, 2000.
- [3] Lee A., Ahmed, M., Jullien, G.A., Miller, W.C., Lashkar, R.S., "Digital Filter Design Using Genetic Algorithm" *IEEE*, 1998, 34- 38.
- [4] Mitchell T.M. "Machine Learning", MIT Press and The McGraw-Hill Companies, Singapore, 1997
- [5] Nabiye, V.V., "Yapay Zeka", Seçkin Yayıncılık, Ankara, 2005.
- [6] N. Karaboğa, ve B. Çetinkaya, "Genetik Algoritma Tabanlı Adaptif Sistem Modelleme" *IEEE 15. Sinyal İşleme ve İletişim Uygulamaları Kurultayı*, 2007, 1-4.
- [7] Suckley, D., "Genetic Algorithm in the Design of FIR Filters", *IEE Proceedings*, 1991, 234- 238.
- [8] Uzunoğlu, M. Kızıl, A. ve Onar, Ö.Ç. "Her Yönü İle Matlab", İstanbul, 2003.