

ÇELİK TEL HALAT DEMETİNİN MODELLENMESİ VE SONLU ELEMANLARLA ANALİZİ

Prof.Dr. C.Erdem İMRAK¹ ve Mak.Y.Müh. Özgür ŞENTÜRK²

¹İTÜ. Makina Fakültesi, Makina Mühendisliği Bölümü, İstanbul

²Oyak- Renault, DITECH/DMM Bursa

ÖZET

Sahip olduğu kompleks geometriden dolayı bir halat teli yükleme sırasında uzama, kesme, eğilme, burulma, temas, sürtünme ve olası yerel plastik davranış etkilerinin birleşimine maruz kalır. Eksenel yükleme (uzama ve burulma) uygulandığında, bu yapılar yükleme sonrasında da helisel karakteristik özellik gösterebilir. Bu çalışmada, helisel simetrik sınır şartlarının formülasyonu ve sonlu eleman metodu kullanılarak genel bir demet modeli sunulmuştur. Oluşturulan model uzama, kesme, burulma, temas ve yerel plastik davranış etkilerini göz önüne almaktadır ve basit tel halat demetinin davranışını belirlemede başarıyla kullanılmıştır. Çoğu demet modelinde olduğu gibi halat ucunun bağlantı şartlarını ihmal etmek için halatın yeterince uzun olduğu kabul edilir. Elde edilen sonlu eleman analiz sonuçları analitik Costello teorisi ve Utting ile Jones'in deneysel sonuçlarıyla uyumludur.

GİRİŞ

Çelik tel halatlar, asansörler gibi transport makinalarının en yüksek derecede zorlanan önemli elemanlarıdır. Değişik çalışma şartları çeşitli tipte halatların yapımını zorunlu kılmıştır. Çalışma sırasında ortaya çıkan aşınma ve korozyon olayının dışında yorulma ve nemin etkisi ile mukavemetlerinden pek bir şey kaybetmemektedirler. Yükün halat içindeki çok sayıda tele dağılması nedeniyle işletme emniyeti oldukça yüksektir. Tel halatlar yüksek çalışma hızlarında çalıştırılabilirler, kendi ağırlıkları ile taşıma kapasiteleri arasında uygun bir oran mevcuttur ve büyük bir elastik uzama miktarına sahiptirler. İşletme sırasında kolaylıkla gözle kontrol edilmeleri mümkündür. Tel halatların taşıma kapasiteleri ve çalışma özellikleri düşük sıcaklıklarda değişmemektedir.

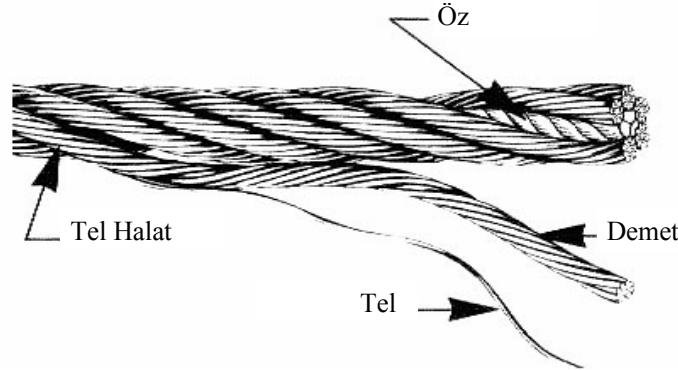
Tel halatın hesaplanmasının amacı, yeteri derecede çalışma ömrüne sahip halatı seçebilmektir. Halatın seçiminde yorulma mukavemeti ve aşınma direnci dikkate alınmalıdır. Çünkü doğru seçilen halatın çalışma ömrü, yorulma ve aşınma nedeniyle azalmaktadır.

Bugün kullanılan manada, kordonların örülmesiyle elde edilen ilk tel halat Almanya'da A. Albert tarafından 1834'de üretilmiştir [1]. Bu halatın üretilmesi için yapılan uzun süreli araştırmalarda halatın yeteri kadar sağlam ve elastik olması, aynı zamanda sürekli tekrarlanan bükülmeye karşıda dayanıklı olması amaçlanmıştır. Bu ilk üretilen tel halat, dörder telden oluşan üç kordonun bir araya getirilmesi ile yapılmıştır ve kömür madenlerinde kullanılmıştır. Tel halatın analitik incelenmesine yönelik özellikle helisel kordonların mekanik modellenmesi üzerine yapılmış mükemmel çalışmalardan biri A. Cardou ve C. Jolicoeur tarafından sunulmuştur [2].

Costello ve Phillips [3] eğilmeye ve burulmaya maruz çubuklar için Love'ın geliştirdiği teoriye[4] dayanarak helisel çubuk modelinin elde edilmesini sağlayan ilk araştırmacılarıdır. Bu modelde, eğilmiş ve burulmuş bir çubuğun kuvvet ve momentler tarafından yüklenilmesi sonucunda denge denklemlerinden ve yük-deformasyon ilişkilerinden oluşan lineer olmayan denklemler takımı elde edilir. Sonlu eleman metodunun tel halatlar için kullanılması 1970'lerin başında Carlson ve Kasper'ın [5] zırhlı kablolar için basitleştirilmiş bir model yapmasıyla başlar. Daha sonra, Cutchins [6] tel halat izolatorlerinde sönüm etkisini araştırarak ve Chiang [7] tek bir demet kablonun küçük bir uzunluğunu geometrik optimizasyon için modelleyerek sonlu eleman çalışmaları devam etmiştir.

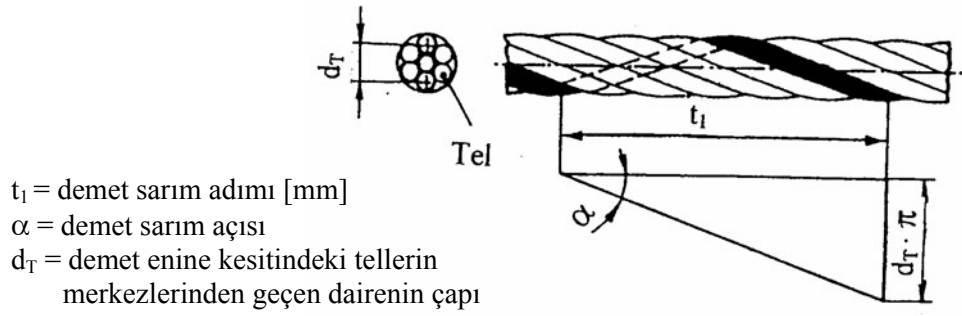
ÇELİK TEL DEMETİNİN YAPISI

Tel halatlar yüksek mukavemetli ince çelik tellerden yapılırlar. Bu çelik teller, ark çeliği, Siemens-Martin çeliği veya oksijen çeliğinden mamul; çapları 5,50 ile 16 mm arasında değişen yüksek karbonlu finmaşinlerden imal edilirler. Finmaşin, yapı değiştirme noktası üzerindeki bir sıcaklığa kadar ısıtılır, daha sonra 450-500 °C sıcaklıkta kurşun banyosunda soğutulurak “izotermik patentleme” adı verilen ısıtılma işlemi tabi tutulur. Amaç, tel çekme işlemini sıhhatli olarak gerçekleştirmek için malzemeye sorbitik veya troostitik yapı kazandırmaktır [8,9]. . Tel çapları 0,2 ila 2.4 mm olan ince teller bir çekirdek tel etrafında bir veya bir kaç katlı olmak üzere helis şeklinde sarılmasıyla kordonlar, kordonların bir öz etrafında yine helis şeklinde sarılmasıyla halat meydana gelir. Şekil 2-3'de tipik bir halatta, öz, tel ve kordon gösterilmiştir.



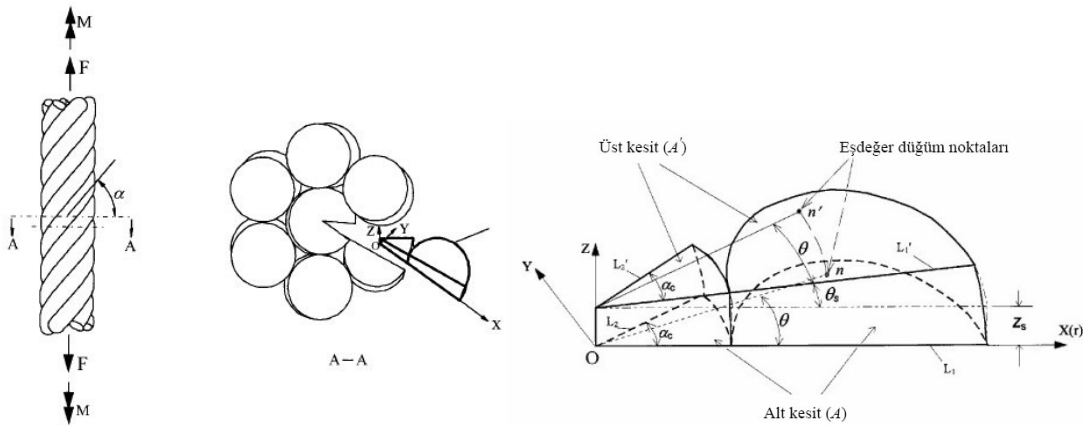
Şekil 1. Tel halatı oluşturan elemanlar

Bir demeti oluşturan tellerin sarımı adımı ve açısı Şekil 2'de gösterilmiştir. Halatların kordonlarında bulunan tellerin sarım şekline göre adlandırılırlar. Kordonların iç düzenleri dikkate alındığında halatlar paralel ve çapraz sarımlı olarak temelde ikiye ayrılır. Ele alınan demet, düz bir dairesel merkez tel ile 6 tane ($m_2 = 6$) helisel telden oluşmaktadır. Demet aksenal yüklemeye maruz kaldığında uzama, kesme, eğilme ve burulma deformasyonları yerel temas deformasyonu ile birlikte eşzamanlı olarak gelişir.



Şekil 2. Demet sarım adımı ve sarım açısı

Ele alınan halat demeti ve uygulanan yükler simetrik ve tekrarlı bir formda olduğundan bütün halatı temsil eden bir temel sektör üzerinde model kurulacaktır. Bu temel sektörde, aralarında geometrik olarak bir sektör açısı kadar dönme ve tekrarlı bir uzunluk mesafesi bulunan eşdeğer düğüm noktalarına sahip helisel uyumlu kenarlar olmalıdır. Modellenen temel sektörün doğru bir şekilde analizi ile tüm yapının davranışı elde edilebilir. Demetin helisel simetrik avantajından yararlanarak 7 – telli demetin 1/12 lik kısmı $\alpha_c = 30^\circ$ Şekil 3’de görüldüğü gibi temel sektör olarak seçilebilir.



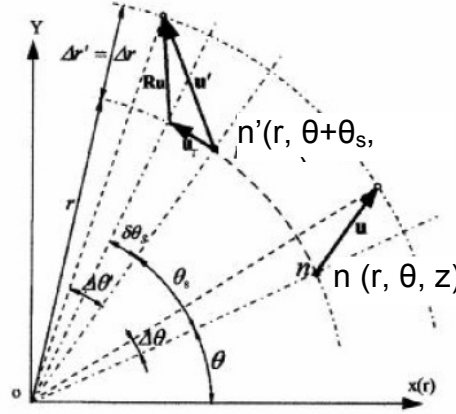
Şekil 3. Halat demeti ve temel sektör

SONLU ELEMENLARLA MODELLEME VE ANALİZ

Son yıllarda tel halatların ve demetlerin mekanik karakteristiklerini belirlemeye yönelik model ve teorilerin gelişiminde önemli ilerlemeler gerçekleşmiştir. Tel halat demetinin, yapısında değişkenlik gösteren birçok parametrenin olmasından dolayı demet performansında bu parametrelerin olası etkilerini belirleyecek genel ve kesin modellerin oluşturulması büyük önem taşımaktadır. Tel halat davranışında plastisite, temas gerilimi, sürtünme vb. komplike faktörlerin etkisini analitik olarak incelemek çok zordur. Halbuki bu faktörler halat yıpranma mekanizmasında önemli etkiye sahiptir [10]. Bu nedenle tüm bu faktörleri dikkate alan genel ve kesin tel halat demet modeli bir ihtiyaçtır.

Modelin Sınır şartları

Helisel simetriyi kullanmak için helisel uyumlu kenarlara sahip bir temel sektörün seçilmesi gerekir. Helisel uyumlu kenarların her birinde karşılıklı olarak benzer düğüm noktaları mevcuttur. Bu noktalar geometrik olarak biri diğerinden bir sektör açısı θ_s kadar döndürülmek ve bir sektör uzunluğu z_s kadar ilerletilmek suretiyle elde edilir (Şekil 4).



Şekil 4. Helisel Simetrik Kısıtlama ilişkisi

Eğer sektör açısında $\delta\theta_s$ kadar bir artış ve sector uzunluğunda da δz_s kadar bir artış söz konusu olursa helisel simetrik özelliği korumak için helisel uyumlu kenarların deformasyon sonrası helisel olarak kalması gerekir. Genel olarak helisel simetri için benzer düğüm noktaları $n(r, \theta, z)$ ve $n'(r, \theta + \theta_s, z + z_s)$ arasında yer değiştirme ilişkisi:

$$\Delta r' = \Delta r, \quad \Delta \theta' = \Delta \theta + \delta \theta_s, \quad u_z' = u_z + \delta z_s \quad (1)$$

dir. Burada Δr , $\Delta \theta$, u_z ve $\Delta r'$, $\Delta \theta'$, u_z' sırasıyla n ve onun benzeri n' düğüm noktalarının silindirik koordinat sisteminde yer değiştirme bileşenleridir. Silindirik koordinat sisteminden (r, θ, z) kartezyen koordinat sistemine (x, y, z) dönüşüm yapılarak, benzer düğüm noktaları arasında yer değiştirme ilişkileri ile ilgili kısıtlama denklemleri

$$u' = Ru + u_\Gamma + u_\epsilon, \quad (2)$$

dir. Burada, düğüm noktası n nin yer değiştirme vektörü,

$$u = (u_x, u_y, u_z)^T, \quad (3)$$

benzer düğüm noktası n' nün yer değiştirme vektörü,

$$u' = (u_x', u_y', u_z')^T \quad (4)$$

izafi dönme vektörü,

$$u_\Gamma = (-2r \sin(\delta\theta_s/2) \sin(\theta + \theta_s + (\delta\theta_s/2)), 2r \sin(\delta\theta_s/2) \cos(\theta + \theta_s + (\delta\theta_s/2)), 0)^T \quad (5)$$

izafi uzama vektörü,

$$u_\varepsilon = (0, 0, \delta z_s)^T \quad (6)$$

ve döndürme matrisi

$$R = \begin{bmatrix} \cos(\theta_s + \delta\theta_s) & -\sin(\theta_s + \delta\theta_s) & 0 \\ \sin(\theta_s + \delta\theta_s) & \cos(\theta_s + \delta\theta_s) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

dir. δz_s ve $\delta\theta_s$ sırasıyla eksenel birim uzama ε ve birim boyda burulma açısı Γ ile ifade edilebilir.

$$\delta z_s = \varepsilon \cdot z_s, \delta\theta_s = \Gamma \cdot z_s, \theta_s = 2\pi z_s / p \quad (8)$$

Eksenel uzama ε ve birim boyda burulma açısı Γ verildiği zaman kısıtlama denklemleri, düğüm noktalarının yer değiştirmeleri arasında lineer bir ilişki oluşturur ve böylece sistem matrisi içerisine rahatlıkla dahil edilebilir. Denklem (2)'e göre eşitliğin sol tarafındaki serbestlik dereceleri sağ taraftaki serbestlik dereceleri ile ifade edilebilir ve bu durumda denklemlerin çözümü boyunca elenebilir. Sonuç olarak çözülecek denklem sayısı azalmış olur.

Temel Sektörün Sonlu Eleman Modeli

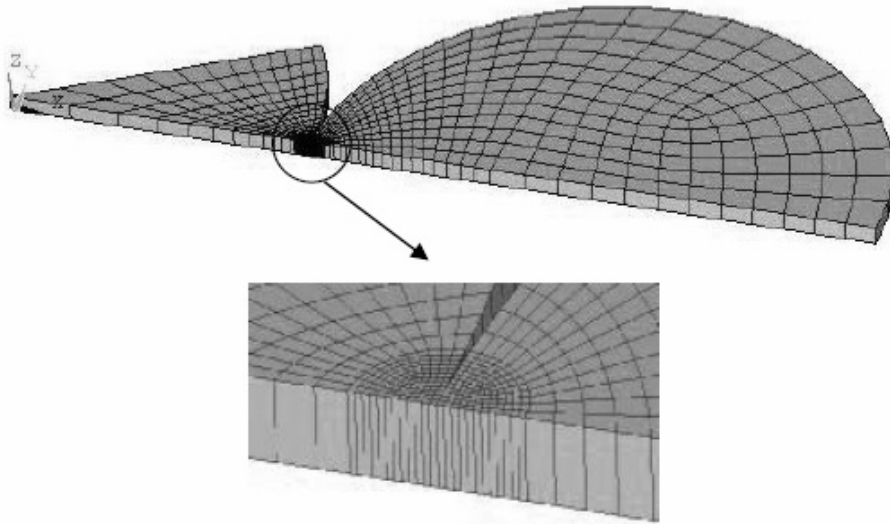
Temel sektörün analizinde ticari sonlu eleman analiz programı ANSYS kullanılmıştır. Sonlu eleman modeli oluşturulurken öncelikle temel sektörün alt kesiti A (Şekil 3) modellenir ve elemanlara ayrılır. Bunun için MESH200 eleman tipi seçilmiştir. MESH200 sadece alanı elemanlara ayırmak için kullanılır. Üç boyutlu modelleme için bir ara elemandır ve çözümde herhangi bir etkisi yoktur. Elemanlara ayrılmış alan modeli, sektör açısı θ_s kadar döndürülmek ve sektör uzunluğu z_s kadar ötelenmek suretiyle üç boyutlu sonlu eleman modeli elde edilir. Bunun için SOLID185 eleman tipinden yararlanılmıştır. Bu eleman tipi katıların üç boyutlu modellenmesinde kullanılır. Her birinde 3 serbestlik derecesi olan 8 düğüm noktası ile ifade edilir. Bu serbestlikler sırasıyla x, y ve z doğrultularında ötelenme hareketleridir. SOLID185 plastisite, hiperelastisite, büzülme, yüksek deformasyon ve uzama kapasitelerine sahiptir [9].

Halat demetinde teller arasında temas söz konusudur. Temas problemi yüksek derecede non-lineer'dir ve çözümü için iyi bilgisayar kapasitesine ihtiyaç duyar. Problemin fizikini anlamak bu tür problemlerde oldukça önemlidir. Basit demetin, Tablo 1'de verilen ölçüler ile dış tellerin birbirine temas etmemesi için gerekli olan şartı sağladığı görülebilir. Dolayısıyla temasın, merkez ve helisel teller arasında gerçekleştiği kabul edilmiştir.

Tablo 1. Basit demet modelinin geometrik verileri ve parametreleri

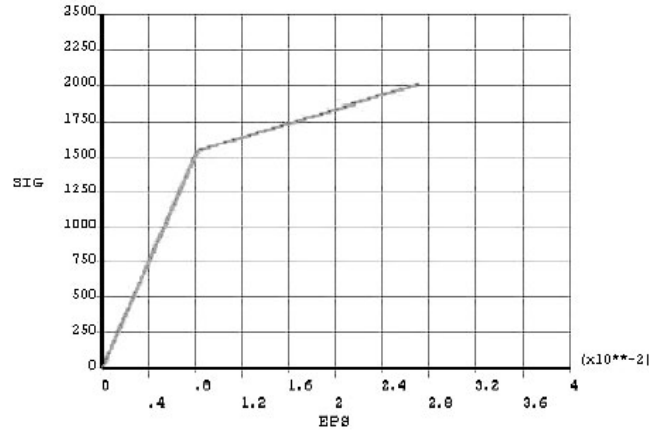
Demet çapı $2r$	11,4 mm	Düğüm nokta sayısı	1516
Merkez tel çapı $2R_1$	3,94 mm	Kullanılan eleman sayısı	684
Helisel tel çapı $2R_2$	3,73 mm	Elastik Modül E	188 GPa
Adım uzunluğu p	115 mm	Plastik modül	24,6 GPa
Demet helis açısı α	78,2°	Akma gerilmesi	1,54 GPa
Sektör kalınlığı z_s	%5 R_1	Kopma gerilmesi	1,80 GPa
		Poisson oranı	0,3
		Sürtünme katsayısı μ	0,115

Bunun için merkez ve helisel tel yüzeyleri arasında, ANSYS programının temas yöneticisinden (contact manager) faydalanarak Coulomb kayma sürtünmeli yüzey – yüzey temas şartları oluşturulmuştur. Sonuç olarak oluşturulan sonlu eleman modeli Şekil 5’de görülmektedir. Bu modelde merkez ve helisel tel arasındaki yerel temas bölgesinde gerilmenin yüksek olacağı göz önüne alınarak eleman yoğunluğu artırılmış ve daha düzgün bir eleman ayırma işlemi gerçekleştirilmiştir.



Şekil 5. Halat Demetinin Sonlu elemanlar modeli

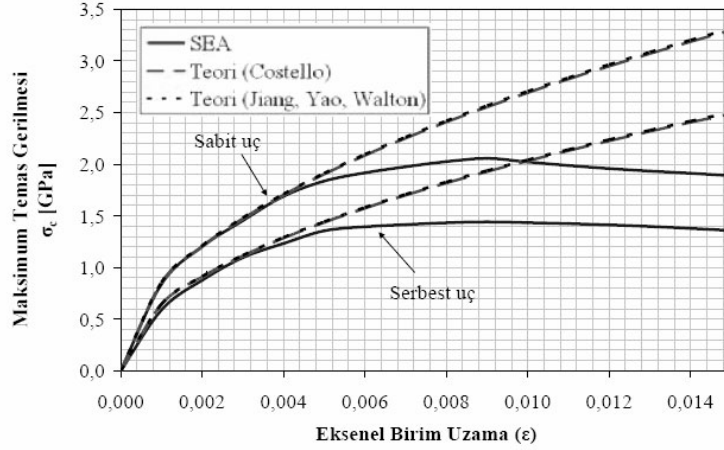
Analizlerde Bilineer İzotropik Sertleşen (Bilinear Isotropic Hardening) malzeme modeli (BISO) seçilmiştir. Bu model von Mises akma kriterini kullanmaktadır. Malzeme davranışı bilineer gerilme – uzama eğrisi ile ifade edilir. Eğrinin ilk eğimi malzemenin elastik modülüdür (E). Belli bir akma değerinde eğri, plastik modül ile ifade edilen ikinci bir eğim izler. Böylelikle non-linear malzeme özelliği analize dahil edilir. Aynı zamanda geometrik non – linear etkiler göz önüne alınmıştır. Malzeme davranışı Şekil 6’da görülmektedir. Tablo 1’de malzeme ile ilgili değerleri göstermektedir. Elastik (E) ve plastik modül değerlerinin belirlenmesinde Utting [11] ve Walton [12] tarafından gerçekleştirilen deneysel sonuçlar dikkate alınmıştır.



Şekil 6. Sonlu elemanlarla modellenen Tel malzemesinin davranışı

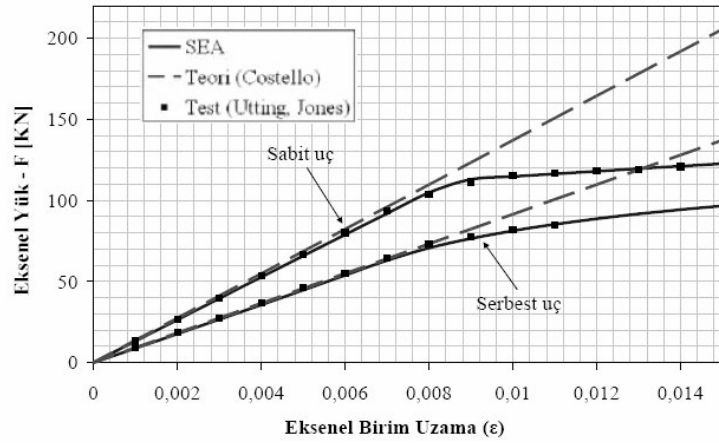
SEA sonuçlarının deneysel sonuçlar ile karşılaştırılabilmesi için Utting ve Jones [13] tarafından gerçekleştirilen çalışmalarda tel halat ölçüleri dikkate alınmıştır. Aynı zamanda Costello'nun tel halat teorisindeki analitik sonuçlarda kıyaslamaya dahil edilmiştir [14].

İki farklı yükleme durumu için analizler gerçekleştirilmiştir. Bunlar tel halat teorisinde oldukça yaygın olarak kullanılan sabit uç ($\Gamma = 0$) ve serbest uç ($M = 0$) durumlarıdır. Her bir yükleme durumu için eksenel demet birim uzaması (ϵ); 0,015 değerine kadar 0,001 lik artışlarla uygulanmıştır. Her yükleme durumunda farklı gerinme değerlerinde yapılan analizlerin her biri ortalama 2,5 dk.'da tamamlanmıştır. Eksenel birim uzamaya (ϵ) bağlı olarak maksimum temas gerilimi değişimi (σ_c) Şekil 7'de verilmiştir.

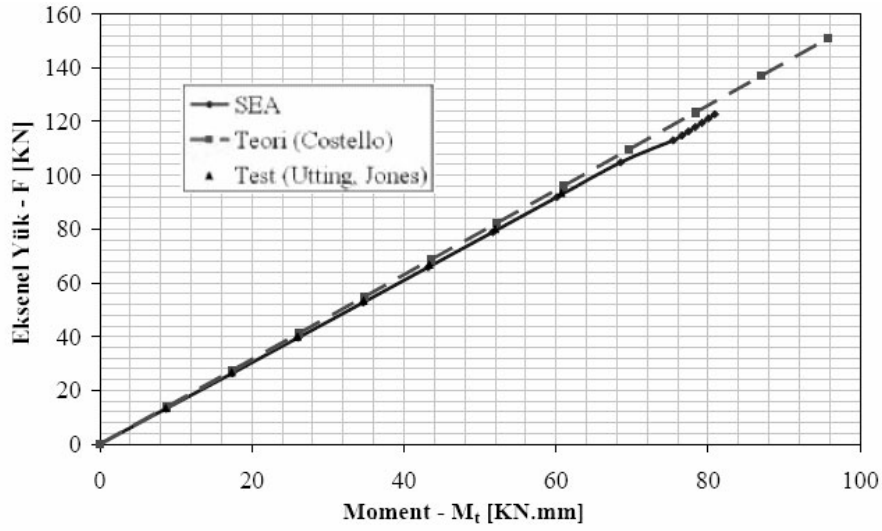


Şekil 7. Maksimum temas gerilmelerinin değişimi

Şekil 8.a'da eksenel demet kuvvetini (F) hem sabit hem de serbest yükleme durumu için eksenel uzama (ϵ) fonksiyonu olarak, Şekil 8.b'de sabit uç durumu için momentin (M_t) eksenel kuvvet (F) ile değişimi görülmektedir.



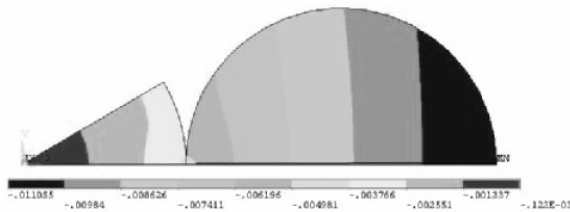
(a)



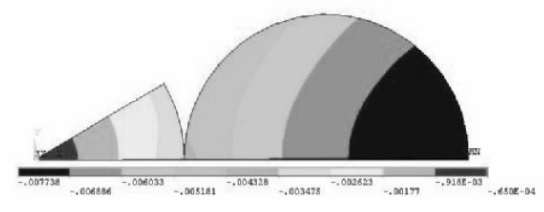
(b)

Şekil 8. Demetin eksenel yükünün, eksenel birim uzama ve momente göre değişimi

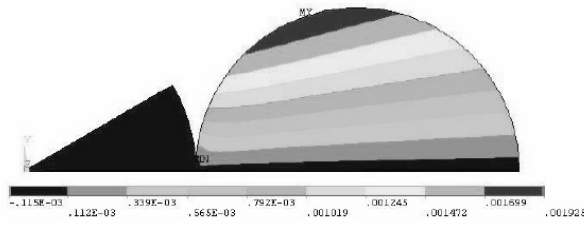
Eksenel birim uzamanın (ϵ) 0,005 olduğu durum için modelin üst kesitindeki yer değiştirmelerin dağılımı Şekil 9'da, gerilmelerin temas bölgesindeki dağılımı ise Şekil 10'da verilmiştir [9].



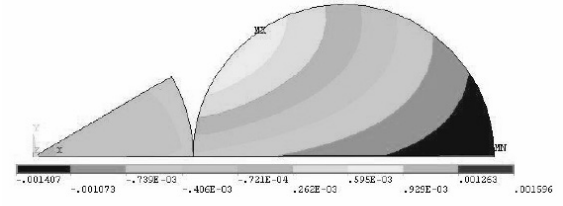
(a) u_r (sabit uç)



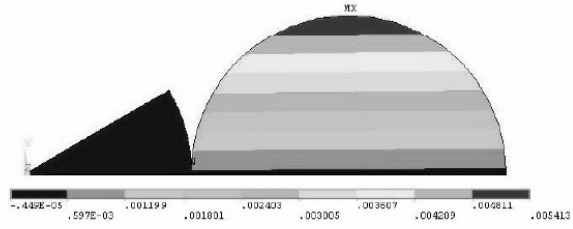
(d) u_r (serbest uç)



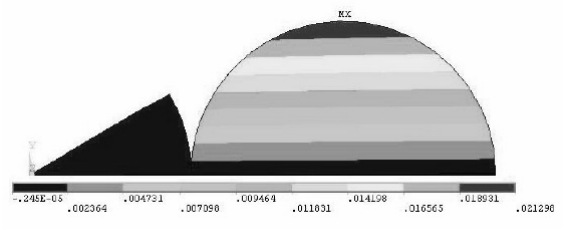
(b) u_θ (sabit uç)



(e) u_θ (serbest uç)

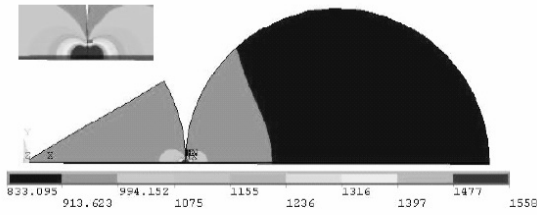


(c) u_z (sabit uç)

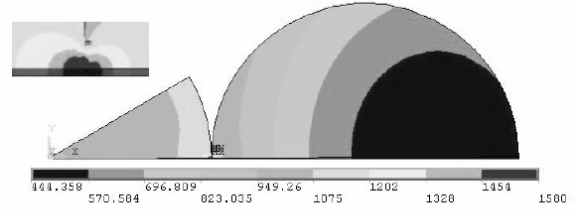


(f) u_z (serbest uç)

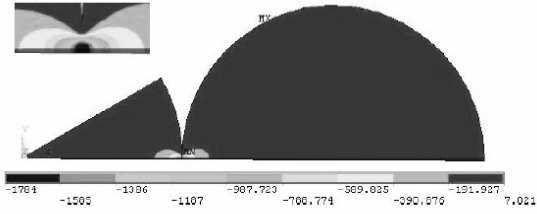
Şekil 9. Yer Değiştirme Dağılımı (mm) ($\varepsilon = 0,05$)



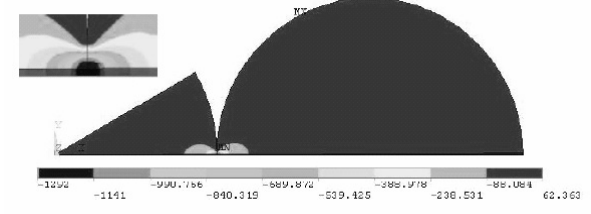
(a) $\sigma_{\theta d}$ (sabit uç)



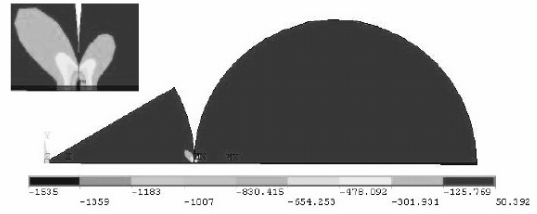
(f) $\sigma_{\theta d}$ (serbest uç)



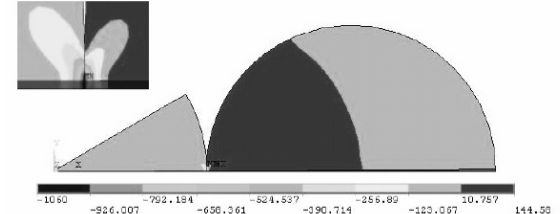
(b) σ_r (sabit uç)



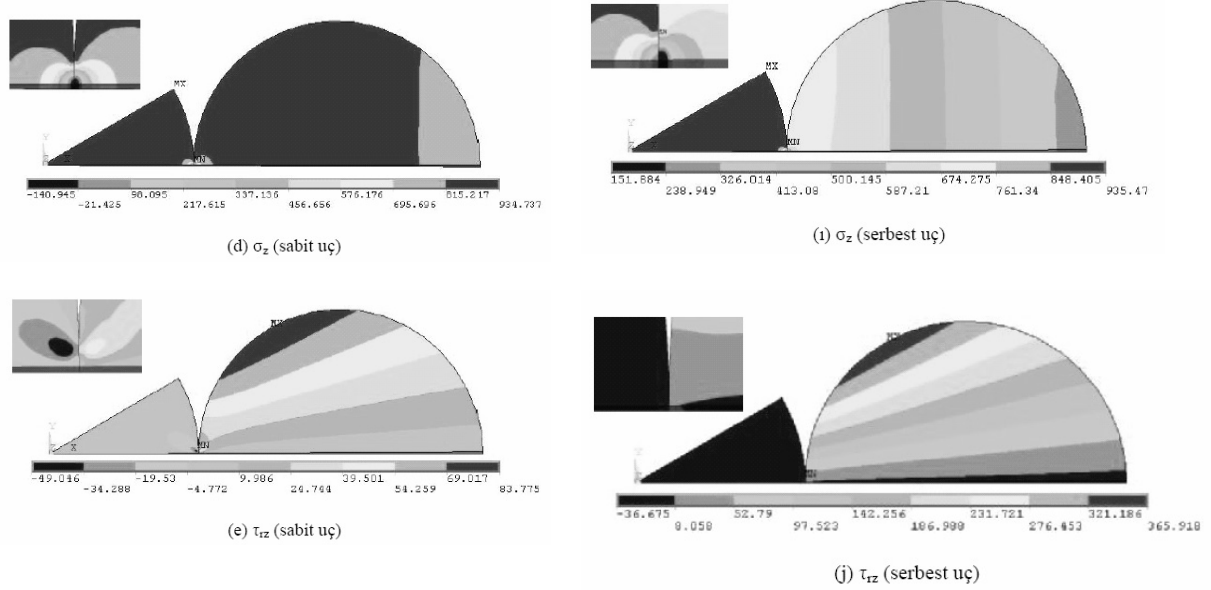
(g) σ_r (serbest uç)



(c) σ_θ (sabit uç)



(h) σ_θ (serbest uç)



Şekil 10. Gerilmelerin Dağılımı (MPa) ($\epsilon = 0,05$)

Lineer bölgede (akma öncesi) SEA, teorik ve deneysel sonuçların karşılaştırılması Tablo 2’de verilmiştir. Sürtünmenin etkisini incelemek için 0,006’lık eksenel birim uzamada (ϵ) sürtünme katsayısı $\mu=0$ alınarak analiz gerçekleştirilmiş ve sonuçlar Tablo 3’de gösterilmiştir [9].

Tablo 2. Lineer Bölgede Karşılaştırma

Uç Durumu	ϵ / F (microstrain/kN)			M / F (Nm/kN)			Γ / F (microradian/mm/kN)		
	SEA	Analitik	Test	FEM	Analitik	Test	SEA	Analitik	Test
Sabit	75,97	72,98	75	0,658	0,635	0,650	0	0	0
Serbest	112,41	109,38	109	0	0	0	56,59	54,20	59

Tablo 3. Sürtünme etkisinin incelenmesi

$\epsilon = 0,006$	Sabit uç durumu		Serbest uç durumu	
	$\mu = 0$	$\mu = 0,115$	$\mu = 0$	$\mu = 0,115$
F [N]	78834,24	78834,78	53815	53816,1
M_t [N.mm]	51679,08	51676,57	0	0
τ_{rz} temas [N/mm²]	8,8532	12,150	14,049	21,034
τ_{rz} max [N/mm²]	67,126	100,363	293,554	437,818
İzafi Hareket (mm)	0,51592.e-02	0,51589.e-02	0,30425.e-02	0,30421.e-02

SONUÇ

Bu çalışmada oluşturulan halat demet modelinin lineer bölgede Costello teorisi ve deneysel sonuçlar ile uyumlu olduğu görülmüştür. Lineer olmayan bölgede ise sonlu eleman modeli ile elde edilen neticeler, test sonuçlarını doğrulamaktadır. Her iki durum için 0,009'luk aksenal uzamadan sonra malzemenin akmaya başladığı görülür. Çoğu demet modelinde olduğu gibi halat ucunun bağlantı şartlarını ihmal etmek için halatın yeterince uzun olduğu kabul edilmiştir. Elde edilen sonlu eleman analiz sonuçları analitik Costello teorisi ve Utting ile Jones'in deneysel sonuçlarıyla uyumludur.

Sonuç olarak; tüm yapının modellenip, analizinin gerçekleştirilmesi oldukça zaman alan ve bazen mümkün olmayan tel halat demetleri için helisel simetrik sınır şartlarının kullanılması önemli bir avantaj sağlamıştır. Böylece yapı, kendisini temsil edebilen ve analizi mümkün olan daha küçük ve basit bir yapıya dönüşebilir. Elde edilen sonuçların tutarlılığı bu yöntemin çok katlı demetler ile tel halatlara uygulanması yolunda önemli bir adım olacağını göstermektedir.

KAYNAKLAR

1. Hardin, John-Michael., 1998. On Path Independence of Axially Loaded Wire Rope Strands, *PhD Thesis*, University of Illinois, Urbana-Champaign.
2. Cardou, A. and Jolicoeur, C., 1997. Mechanical Models of Helical Strands, *Applied Mechanics Reviews*, 50(1), 1-14.
3. Phillips, J. W. and Costello, G. A., 1973. Contact Stresses in Twisted Wire Cables, *Proceedings ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division*, 99(2), 331-341.
4. Love, A.E.H., 1944. A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity, New York: Dover Publications, Chaps 18-19.
5. Carlson, A. D. and Kasper, R. G., 1973. A Structural Analysis of Multi-Conductor Cable, *Naval Underwater Systems Center*, Report No AD-767 963.
6. Cutchins, M. A., 1987. An Investigation of the Damping Phenomena in Wire Rope Isolators, *Proceedings of the ASME Design Tech. Conference*, 5, 197-204.
7. Chiang, Y. J., 1996. Characterizing Simple Stranded Wire Cables Under Axial Loading, *Finite Elements in Analysis and Design*, 24, 49-66.
8. Yardibi, Erkan, 2000. Eksenal Yüklü Eğilmeye Maruz Tel Halatlarda Oluşan Tel Gerilmelerinin İncelenmesi, *Yüksek Lisans Tezi*, İ.T.Ü. Makine Fakültesi, İstanbul.
9. Şentürk, Ö., 2007, Eksenal Yüklü Tel Halat Demetlerinin Sonlu Elemanlar Metodu İle Modellenmesi Ve Analizi, *Yüksek Lisans Tezi*, İ.T.Ü. Makina Fakültesi, İstanbul.
10. Chaplin, C. R., 1995. Failure Mechanisms in Wire Ropes, *Engineering Failure Analysis*, 2(1), 45-57.
11. Utting, W. S., 1984. Experimental and Theoretical Studies on Stresses in and Deformation of Wire Ropes Under Axial Tensile Loads, *PhD Thesis*, University of Liverpool.

12. Walton, J. M., 1987. Contact Stresses in Wire Rope, *MPhil Thesis*, University of Leeds.
13. Utting, W. S. and Jones, N., 1987. Response of Wire Rope to Axial Tensile Loads, *Int. Journal of Mech. Sciences*, 29(9), 605-619, 621-636.
14. Costello, George A., 1997. Theory of Wire Rope, Springer-Verlag New York Inc., ISBN 0-387-98202-7 Mechanical Engineering Series.