ZAMAN DOMENİNDE SONLU FARKLAR YÖNTEMİYLE MİKROŞERİT HAT ANALİZİ

Cem NAKİBOĞLU[1] **Ethem Turgay ŞENDUR[2]**

[1] Gazi Üniversitesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, 06570, Maltepe, Ankara
[2] KOSGEB Küçük ve Orta Ölçekli Sanayi Geliştirme ve Destekleme İdaresi Başkanlığı, Ankara

[1]e-posta: cnakib@gazi.edu.tr [2]e-posta: tsendur@mailcity.com

Anahtar sözcükler:ZDSF(SFZA), Mikroşerit Hat,Açık Sınır Koşulları

ÖZET

Sonlu Farklar Zaman Alanı (SFZA) yöntemi; mikroşerit devrelerin frekansa bağlı karakteristiklerinin çıkarımında ve üç boyutlu tam dalga analizinde kullanılan bu yöntem saçılma problemleri, yakın alan-uzak alan dönüşümleri, rezanatörler, dielektrik dalga klavuzları, radarlar, mobil telefonlar gibi pek çok değişik alana uygulanabilen bir özelliğe de sahiptir. Mikroşerit hatlar, yapısal özellikleri nedeniyle mikrodalga entegre devre teknolojisinde tercih edilen hat tiplerindendir.Bu çalışma günümüzde sıkça kullanılan sayısal analiz yöntemlerinden biri olan Sonlu Farklar Zaman Alanı yöntemi ile mikroşerit hatların zaman analizi yapılmış ve açık sınır koşullarının ne derece doğru sonuçlar verdiği incelenmiştir. Elde edilen verilerin ışığında, Mur sınır koşulları uygulanarak, mikroşerit hattın üç boyutlu-SFZA yöntemiyle analizinde yapay sınırlardan yansımaların minimum olduğu ve gerçeğe yakın sonuçlar elde edildiği görülmüştür.

1. GİRİŞ

Modern bilgisayarların hafıza ve güç kapasitesinin her geçen gün artması, araştırmacıları elektromanyetik alan problemlerini frekans düzlemi yerine zaman düzleminde çözmelerini teşvik etmektedir. Benzetim tekniklerinde diğer bir değişim kullanılan denklemlere sürekli değil ayrık yaklaşımın kullanılmasıdır. Çünkü ayrık yaklaşım bilgisayar yardımıyla denklemlerin çözümünde büyük kolaylıklar sağlamaktadır. Buna güzel bir örnek ayrık denklemler kullanılarak zaman düzleminde benzetim yapmamızı sağlayan üç boyutlu, sonlu farklar zaman alanı metodudur. Sonlu Farklar Zaman Alanı yöntemi (SFZA) Kane S. Yee tarafından 1966 yılında geliştirilmiştir. [1] SFZA yöntemi, günümüzde en yaygın elektromanyetik modelleme tekniklerinden biri haline gelmiştir. Bunun için anlaşılmasının kolay olması, bilgisayar yazılımının hazırlanmasının kolaylığı ve analizlerin zaman düzleminde yapılmasından dolayı tek benzetim ile geniş frekans aralığının kapsanabilmesi gibi pek çok sebep sayılabilir.

SFZA yöntemi ilk zamanlar yaygın olarak iki ve üç boyutlu saçılma problemlerinin çözümünde

devrelerin frekansa bağlı karakteristiklerinin çıkarımında ve üç boyutlu tam dalga analizinde de kullanılmaya başlandır. Bu yöntem, mikroşerit anten gibi karmaşık mikroşerit devre elemanlarının modeli için yeterli bir yöntemdir. Zaman düzlemi sonuçlarından, hat beslemeli dikdörtgen düzlem antenin giriş empedansı ve alçak geçiren filtrenin frekansa bağlı saçılma parametreleri hesaplanabilir, bu devreler imal edilebilir ve ölçümleri SFZA sonuçları ile karşılaştırılabilir. Son yıllarda SFZA yöntemi etkin olarak mikroşerit süreksizliklerin frekansa bağlı karakteristiklerinin çıkarımında kullanılmaktadır [2]. Temel süreksizliklerin analizinin, bu süreksizliklerin ve transmisyon hat ve network teorilerinin kullanılarak karmaşık devrelerin gerçekleştirilmesiyle önemi artmıştır

2. SONLU FARKLAR ZAMAN ALANI YÖNTEMİNİN FORMÜLE EDİLMESİ

Sonlu Farklar Zaman Alanı metodunda, bir elektromanyetik dalganın yayılımını ve elektrik ve manyetik alanlar arasındaki ilişkiyi tanımlamak için de Maxwell denklemleri kullanılır. Bu denklemler dört adet olup;

$$\nabla \times E = -\partial B / \partial t \quad (1)$$

$$\nabla \times H = \partial D / \partial t + J \quad (2)$$

$$\nabla . D = \rho \quad (3)$$

$$\nabla . B = \rho \quad (4)$$

şeklinde ifade edilmektedir

E elektrik alan, H manyetik alan, D elektrik alan endüksiyon ve B manyetik alan endüksiyon vektörleri arasındaki bağıntılar aşağıda verilmiştir.

$$D=\varepsilon . E \quad (5)$$

$$B=\mu . H \quad (6)$$

$$J=\sigma . E \quad (7)$$

ε dielektrik, μ manyetik geçirgenlik katsayısı, ρ hacimsel yük yoğunluğu, J akım yoğunluğu vektörü ve σ iletkenlik katsayısı olarak adlandırılır.

Alan ve kaynaklar başlangıçta sıfır alınır. İki diverjans denklemi, rotasyonel denklemlerinde ve başlangıç sınır koşullarında içerildiğinden dolayı gereksizdirler. Bu sebeple SFZA yönteminin formülasyonu için

başlangıç noktası rotasyonel denklemleridir. Bu denklemler SFZA yönteminin uygulanabilmesi için (9) ve (11) de verilen biçime dönüştürülmelidir.

$$\nabla \times E = - \mu.\partial H / \partial t - \sigma^{*}.H \quad (8)$$

$$\partial H / \partial t = (- 1/\mu) (\nabla \times E) - (\sigma^{*}/\mu).H \quad (9)$$

$$\nabla \times H = \varepsilon .\partial E / \partial t + \sigma.E \quad (10)$$

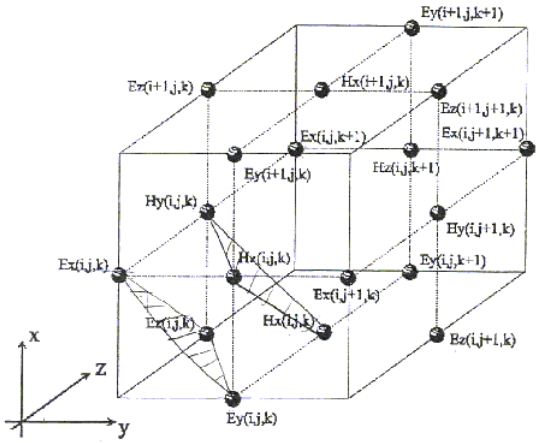
$$\partial E / \partial t = (-\sigma / \varepsilon). E + (1/ \varepsilon) (\nabla \times H) \quad (11)$$

Kayıplı dielektrik malzemeler hesaba katılarak J=σ.E alınmış, manyetik kayıp olasılığı göz önüne alınarak ise manyetik iletkenlik terimi σ^{*} eklenmiştir. Formüller sadece elektromanyetik alanlar E ve H' yi ele almakta D ve B'yi içermemektedir. Ayrıca herhangi bir lineer izotropik malzeme özelliğinin belirlenebilmesi için σ, σ^{*}, μ, ε parametreleri de formül içerisinde yer almaktadır.

Toplam elektromanyetik alan gelen elektromanyetik alan ile saçılan elektromanyetik alanın toplamına eşittir.

$$E= E^{toplam}= E^{gelen}+ E^{saçılan} \quad (12)$$

$$H= H^{toplam}= H^{gelen}+ H^{saçılan} \quad (13)$$



Şekil 1 Yee hücresi

Türev ifadeleri için fark yaklaşımları aşağıda gösterilmiştir.

$$\left.\frac{\partial f}{\partial t}\right|_{t=t_1} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{f(x,t_1+\Delta t)-f(x,t_1)}{\Delta t} \approx \frac{f(x,t_2)-f(x,t_1)}{\Delta t_1}$$

$$\Delta t_1 = t_2 - t_1$$

$$\left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{x=x_1} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_1+\Delta x)-f(x_1)}{\Delta x} \approx \frac{f(x_2,t)-f(x_1,t)}{\Delta x_1}$$

$$\Delta x_1 = x_2 - x_1 \quad (14)$$

Kayıplı Malzeme formülasyonu için (12) ve (13) denklemleri kullanılarak kayıplı malzeme içinde saçılmış alan yayılımı için denklemler türetilebilir.

$$\frac{\partial H^{s}}{\partial t} = -\frac{\sigma^{*}}{\mu} H^{s} - \frac{\sigma^{*}}{\mu} H^{g} - \frac{(\mu-\mu_0)}{\mu}.\frac{\partial H^{g}}{\partial t} - \frac{1}{\mu}(\nabla \times E^{s})$$

$$\frac{\partial E^{s}}{\partial t} = -\frac{\sigma}{\varepsilon} E^{s} - \frac{\sigma}{\varepsilon} E^{g} - \frac{(\varepsilon-\varepsilon_0)}{\varepsilon}.\frac{\partial E^{g}}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon}.(\nabla \times H^{s}) \quad (15)$$

ifade tekrar düzenlenirse,

$$\varepsilon.\frac{\partial E^{s}}{\partial t} + \sigma.E^{s} = -\sigma.E^{g} - (\varepsilon-\varepsilon_0).\frac{\partial E^{g}}{\partial t} + (\nabla \times H^{s}) \quad (16)$$

merkezi sonlu fark yaklaşımı kullanılarak denklem (17) aşağıda verildiği gibi ifade edilebilir.

$$\varepsilon(E^{s,n} - E^{s,n-1}) + \sigma.\Delta t.E^{s,t} = -\sigma.\Delta t.E^{g,n} - (\varepsilon - \varepsilon_g)\Delta t.E^{s,n} + (\nabla \times H^{s,n-1/2})\Delta t$$

$$(\varepsilon + \sigma.\Delta t) E^{s,n} - \varepsilon.E^{s,n-1} - \sigma.\Delta t.E^{i,n} - (\varepsilon - \varepsilon_g)\Delta t.E^{i,n} + (\nabla \times H^{s,n-1/2})\Delta t$$

$$E^{s,n} = \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon + \sigma.\Delta t}\right) E^{s,n-1} - \left(\frac{\sigma.\Delta t}{\varepsilon + \sigma.\Delta t}\right) E^{i,n} - \left(\frac{(\varepsilon - \varepsilon_g)\Delta t}{\varepsilon + \sigma.\Delta t}\right) E^{i,n} + (\nabla \times H^{s,n-1/2}) \left(\frac{\Delta t}{\varepsilon + \sigma.\Delta t}\right)$$

(17)

3. SONLU FARKLAR ZAMAN ALANI YÖNTEMİNİN PROBLEM UZAYINA UYGULANMASI

Hücre Boyutu ve Kararlılık Kriterleri

SFZA yönteminin uygulanmasında hücre boyutu yüksek frekanslara doğru sonuçların alınabilmesi içim yeterince küçük, idare edilebilen kaynak gereksinimlerini saklayabilmek için ise yeterince büyük olmalıdır. Bu çalışmada 1/10λ alınmıştır.

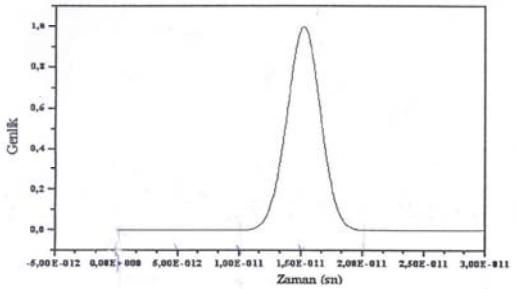
Gelen Alanın Tanımlanması ve Sınır Koşulları

Maksimum zaman adımının tespitinde Courant kararlılık koşu kullanılır. Bir zaman adımında bu dalga üzerinde herhangi bir noktadan hücreden daha fazlası geçmemelidir. Üç boyutlu kafes için denklem

$$v.\Delta t \le \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2}}} \quad (18)$$

Gelen alan olarak düzlem dalga gauss darbesi seçilebilir.

$$\overline{E} = \left[E_\theta.\hat{i}_\theta + E_\phi.\hat{i}_\phi\right] f(t + (\bar{r}'.\hat{r})/c + R/c) \quad (19)$$



Şekil 2 Gauss darbesi

Açık Sınır Koşulları

Bir çok uygulamada, serbest uzay içerisinde yer alan yapılar modellenir ve alanların sınırsız uzayda yayılması veya saçılması istenir. ZDSF uzayı sınırlandırılmayı gerektirir ve saçılan ve yayılan alanlar sınıra ulaştıkları zaman önlem alınmadığı takdirde problem uzayına geri yansıyabilirler.
Sınıra teğet elektrik alan bileşenleri için sınır koşulları hesaplanmalıdır. Bundan dolayı, x=0 düzlemi için sınır koşulları E_y ve E_x bileşenlerine uygulanmalıdır. Mur'un çalışmasında, Enquist ve Majda'nın çalışmaları temel alınmak suretiyle dış sınır koşulları tanımlanmıştır. [6]

$$\left(\partial x^2+\partial y^2+\partial z^2-c_0^{-2}.\partial t^2\right)W=0 \qquad (17)$$

Dış radyasyon koşulları dalga denklemlerinden bulunur. Ters hız bileşenleri Sx, Sy, Sz (18)'deki denklemlerde verildiği gibi tanımlanabilir.

$$S_x=\frac{\partial x}{\partial t}=\frac{\partial l/\partial x}{\partial l/\partial t}=\frac{1}{\partial x/\partial t},\ S_y=\frac{1}{\partial y/\partial t},\ S_z=\frac{1}{\partial z/\partial t}$$

$$S_x^2+S_y^2+S_z^2=c_0^{-2}$$

$$W=\mathrm{Re}\left[\psi(t+S_x.x+S_y.y+S_z.z)\right] \qquad (18)$$

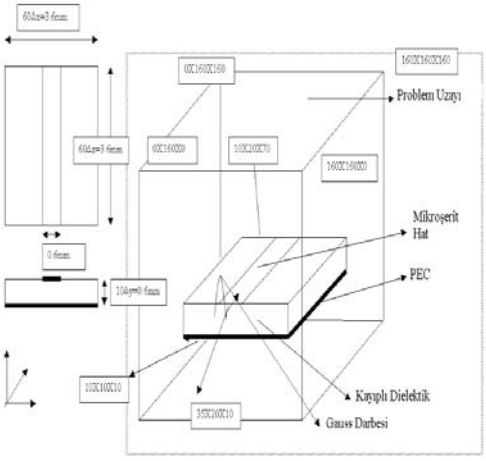
Birinci dereceden yaklaşım (19)'da verilmiştir.

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}-\frac{1}{c_0}.\frac{\partial}{\partial t}\right).W\big|_{x=0}=0 \qquad (19)$$

Denklem (19) için sonlu fark yaklaşımında merkezi fark kullanılmıştır. E_z bileşeni için birinci yaklaşım aşağıda verildiği gibi ayrıklaştırılabilir.

$$E_z^{n+1}(0,j,k+1/2)=E_z^n(1,j,k+1/2)+\frac{c_0\Delta t-\Delta x}{c_0\Delta t+\Delta x}(E_z^{n+1}(1,j,k+1/2)-E_z^n(0,j,k+1/2))$$

4. ZDSF METODU UYGULANAN MİKROŞERİT HATTIN YAPISI VE HESAPLANAN SONUÇLAR



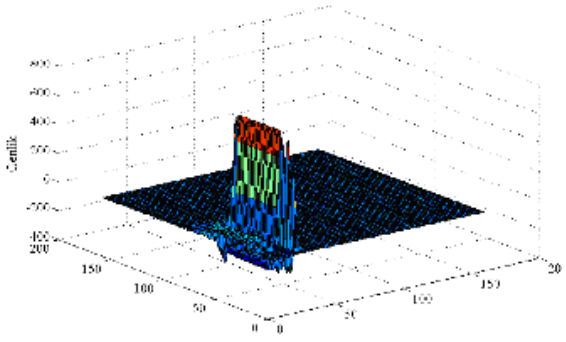
Şekil 3 Mikroşerit Hat

Mikroşerit hattın yapısı programda üç boyutlu olarak tanımlanmıştır. y=0 düzlemi tamamen iletken bir malzeme ile kaplanmış, onun üzerine h yüksekliğinde dielektrik malzeme yerleştirilmiş, dielektriğin en üst kısmına ise w genişliğindeki iletken şerit konmuştur. Burada şeritin ve alttaki iletkenin kalınlığı t=0 alınmıştır. Şekil (3)'de programda tanımlanan mikroşerit hattın yapısı görülmektedir.
Programda kafes yapısını oluşturan hücrelerin kenarları $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0.06$ mm alınmıştır. Courant kararlılık koşulunun en kötü halde bile sağlanabilmesi için, c = ışık hızı olmak üzere, $\Delta t = \Delta x / \sqrt{3}$ kabul edilmiştir. ZDSF mantığına uygun larak, programda $n\Delta t$ anlarında elektrik alanlar, $(n+1/2)\,\Delta t$ anlarında manyetik alanlar hesaplanmıştır. Her zaman adımının sonunda ise, incelenmesi yapılacak olan sınır koşulu uygulanmıştır.
Bu çalışmada Sonlu Farklar Zaman Alanı metodu ile, Şekil (3)'de verilen mikroşerit hattın analizi yapılmıştır. Mikroşerit hat için kullanılan parametrelerin değerleri aşağıda verilmiştir.
Dielektrik tabakanın kalınlığı : h = 0.6 mm
Metal şeritin genişliği : w = 0.6 mm
Metal şeritin kalınlığı : t = 0
Problem uzayının oluşturulmasında aşağıda verilen parametreler kullanılmıştır.
Hücre boyutu $\Delta h / 10 = 0.06$ mm;
$\Delta x = \Delta y = \Delta z = \Delta h$;
$M_1 = M_2 = M_3 = 160$ (problem uzayı)
$N_1 = 60$, $N_2 = 10$, $N_3 = 60$ (nesne ölçütleri)
$N_4 = 10$ (mikroşerit hattın genişliği)
Zaman adımının tespitinde courant kararlılık koşuşu kullanılmıştır. Bu koşul kullanılarak zaman adımı ,

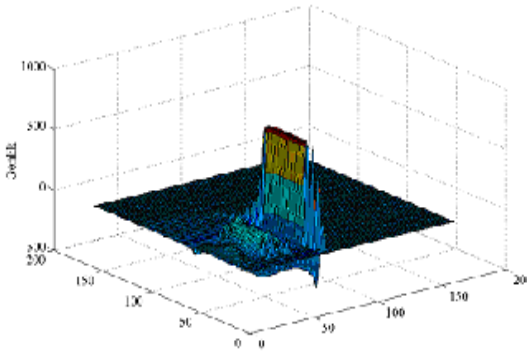
$$c.\Delta t \le \left[\frac{1}{(\Delta x)^2}+\frac{1}{(\Delta y)^2}+\frac{1}{(\Delta z)^2}\right]^{-\frac{1}{2}}=\left[\frac{3}{(6.10^{-5})^2}\right]^{-\frac{1}{2}}$$

$$\Delta t = 0.11547 \text{ ps}$$

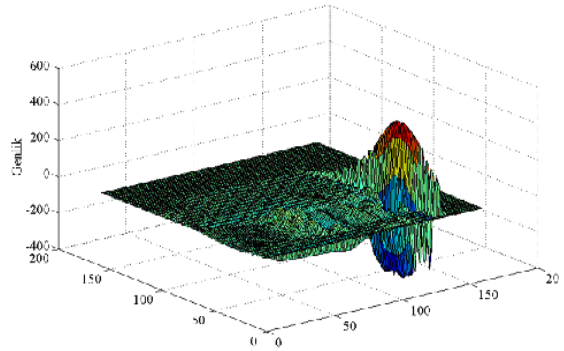
bulunur.



Şekil 4.a



Şekil 4.b



Şekil 4.c

Şekil 4 Ex alan bileşeninin sonsuz uzun mikroşerit hat boyunca farklı zaman adımlarındaki davranışının üç boyutlu simülasyon sonuçları.
Grafiklerin çizildiği zaman adımları şöyledir.(a) 30Δt (b) 60Δt (c) 120Δt
Şekilden de görüldüğü gibi Ex alan bileşeni mikroşerit hat boyunca ilerlemektedr. Kayanağa yakın bölgede darbe yüksektir, ancak birkaç zaman adımı sonrasında genellikle ani bir düşme meydana gelmekte ve yayılım kararlı bir hal almaktadır. Hat sonunda ve serbest uzaydan nesneye geçiş bölgelerinde gözardı edilebilecek derecede az yansıma olmakta slsn bileşeni sonsuz uzun bir hat boyunca yayılıyormuş gibi davranmaktadır.

5.SONUÇ

Mikroşerit hatlar, yapısal özellikleri nedeniyle son yıllarda mikrodalga teknolojisinde önemli bir yer edinmiştir. Ancak üretimi için özel laboratuar koşullarının gerekmesi ve maliyetinin yüksek olması sebebiyle, nümerik analiz yöntemleri, mikroşerit devre tasarımında vazgeçilmez unsurlar haline gelmişlerdir. Mikroşerit devre analizi için TLM, sonlu elemanlar gibi birçok yöntem kullanılabilir. SFZA yöntemi de literatürde sık karşılaşılan, bu yöntemlerden biridir.

Bu çalışmada sonsuz uzun ve sonu açık mikroşerit hat için, üç boyutlu SFZA yöntemi yardımıyla aşağıda sıralanan işlemler gerçekleştirilmiştir.
Elektromanyetik alan bileşenleri hesaplanmış, elde edilen veriler yardımıyla mikroşerit hatta elektrik alan bileşeni E_x 'in zamana ve konuma göre değişimleri incelenmiştir. Uzayda sonlu sayıda hücre ile çalışılması nedeniyle oluşan yapay sınırlarda yansımalar meydana gelir. Bu yansımaların yutulması için sınır koşulları uygulanır. Sonsuz uzun hat için yapılan analizlerin neticesinde sınırdan yansımaların gözardı edilebilecek derecede az olduğu gözlenmiştir, bu da sınır koşullarının doğru bir şekilde uygulandığını göstermektedir.
Elde edilen verilerin ışığında, Mur sınır koşulları uygulanarak, mikroşerit hattın üç boyutlu-SFZA yöntemiyle analizinde yapay sınırlardan yansımaların minimum olduğu ve gerçeğe yakın sonuçlar elde edilebildiği söylenebilir.

KAYNAKLAR

[1] Yee K. S., Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotopic Media, IEEE TRANS. ANTENNAS AND PROPAGT., AP-14, pp.302-307,1966

[2] Sheen D. M. , Sami M. A., Application of the three- dimensional finite differene time-domain method to the analysis of planar microstrip circuits, IEEE TRANS. MICROWAVE THEORY TECH., vol 38, No.7, pp.849-857, July 1990

[3] Kompa G., Mehran R., Planar waveguide model for calculating the microstrip components, ELECTRON LETT., vol. 11, pp.459-460, 1975

[4] Menzel W., Wolff I., A method for calculating the frequency dependent properties of microstrip discontinuities, IEEE TRANS. MICROWAVE THEORY TECH., vol. MTT-25, pp.107-112, Feb., 1977

[5] Kunz K. S., Luebbers R. J., The Finite Difference Time Domain Method For Electromagnetics , CRC PRES, INC.,1993

[6] Engquist B., Majda A., ,Absorbing Boundary Conditions for the Numerical Simulation of Waves , MATH COMP., vol.31, pp.629-651. July1977