

Mekanik Sistemlerin PID ve Kayma Kipli Kontrol ile Modellenmesi ve Analizi

Modeling and Analysis of Mechanical Systems with PID and Sliding Mode Control

Ercan KÖSE¹, Kadir ABACI², Saadettin AKSOY³

^{1,2} Mersin Üniversitesi, Tarsus Teknik Eğitim Fakültesi
Elektronik ve Bilgisayar Eğitimi Bölümü, Tarsus \ MERSİN
ekose@mersin.edu.tr

³ Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
Sakarya Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi
saksoy@sakarya.edu.tr

Özet

Temel mekanik sistemler genellikle sönümleyici, yay ve kütle gibi basit mekanik elemanlardan oluşmaktadır. Bu tür sistem ve elemanlar, araba süspansiyonu ve insan gövdesi gibi bir çok farklı mekanik sistemin modellenmesi ve analizinde kullanılmaktadır. Mekanik sistemlerin analizinde Newton'un ikinci kanunu kullanılır. Kayan kipli kontrol, değişken yapıli sistemlere uygulanabilen doğrusal olmayan bir kontrol biçimidir. Kayan kipli kontrol sistem belirsizliklerine ve bozucu büyüklüklere karşı duyarsız olma özelliği nedeniyle bir çok farklı elektromekanik sistemde uygulama alanı bulmuştur. Kayma kipli kontrol erişme evresi ve kayma evresi olmak üzere iki temel evreye sahiptir. PID kontrol ise kontrol uygulamalarında yaygın olarak kullanılan geleneksel bir kontrol biçimidir. Kullanım ve tasarım kolaylığı nedeniyle günümüzde yaygın olarak tercih edilmektedir. Bu çalışmada mekanik sistemlerin modellenmesi ile, kayma kipli kontrolör ve PID kontrolör ile denetimleri ele alınmıştır. Matlab/Simulink yazılımı ortamında değişik kontrolör türlerine ve parametre değerlerine ilişkin benzetim sonuçları elde edilerek gerekli karşılaştırmalar yapılmıştır.

Abstract

Basic mechanical systems are usually considered to comprise of spring, damper and mass. This type of systems and components are used to modeling and analysis of many different mechanical systems, like car suspension and human body. Mechanical systems are analyzed according to Newton's second law. Sliding mode control is a type of nonlinear control that can be applied on variable structure systems. Sliding mode control can be used in different electromechanic systems due to its effectiveness against system uncertainties and disruptive effects. Sliding mode control has two basic stages which are accession and sliding stages. PID controller is a classic control type that is used prevalent in control applications. It is preferred due to its easiness of design and application. In this paper, modeling of mechanical systems, controlling with PID Controller and Sliding Mode Controller is discussed. Simulation results were

obtained and compared with regard to different controller types and parameter values on MATLAB/Simulink software.

1. Giriş

Kontrol sistemlerinin amacı, süreçlere ilişkin kontrol değişkenlerinin değişen çalışma koşulları altında arzulanan değişim formunu takip etmesini sağlamaktır.

1915 ile 1940 yılları arasında keşfedilen PID kontrol türü; Bristol, Fisher, Foxboro, Honeywell, Leeds&Northrup, Mason-Neilan ve Taylor gibi kuruluşlar tarafından geliştirilmiştir. PID kontrolörün integral (P) bileşeninin, üstlendiği ve otomatik resetleme olarak da zikredilen sürekli hal hatasının sıfırlanması işlevi, oransal kontrolörler de ki (P) manuel resetleme gereksinimi üstlenmiştir. Türev özelliği olan bir kontrolör ise Taylor Firmasındaki Ralph Clarride tarafından ilk kez gösterilmiştir[1].

1930'dan günümüze kadar süregelen teknolojik gelişimlere paralel olarak PID kontrolörler de ilginç bir gelişme sürecine sahip olmuştur. Pinomatik kontrolörler, güç dengesi prensibinin sistemli kullanımı ile hızlı bir gelişme süreci geçirmiştir. Pinomatik kontrol, 1950'lerde işlemsel yükselteçlerin ortaya çıkması ile yerini elektronik sistemlere bırakmıştır. Analog bilgisayarların geliştirilip kullanıldığı yıllarda ise PID kontrolörler analog olarak gerçekleştirilmiştir. 1970'lerde mikroişlemcilerin ortaya çıkması ile tek döngü kontrolörlerin kullanılması mümkün olmuştur. Ayrıca PID kontrolörün asıl eleman olduğu sistemlerdeki işlem kontrolünün gelişimine neden olmuştur. Nitekim sayısal bir bilgisayar, ilk kez birçok PID kontrolörün görevlerini üstlenmesinde kullanılmıştır. Mikroişlemcilerin hesaplama gücü arttıkça; ayar, algılama, tetikleme gibi eylemlerin tek-döngü kontrolörde yapılması mümkün kılınmıştır. Ayrıca motor ve piston sistemlerinde de çok sayıda PID kontrol kullanılmaktadır[1].

Kayan kipli kontrol ilk kez 1950'lerin sonlarında Sovyetler Birliği'nde ortaya atılmış ve bununla ilgili ilk çalışmalar 1960'ın başlarında Emelyanov tarafından yapılmıştır. 1970'li

yılların ortasında Utkin'in İngilizce kitap ve makaleleri ile bütün dünyaya duyurulmuştur. Utkin 1992 yılında kesikli zaman kayan kiple (sliding mode) ile yeni bir kontrol yaklaşımı sunmuştur. Hung, kontrol stratejisinin doğrusal ve doğrusal olmayan sistemler için incelemiş, değişik anahtarlama mekanizmaları, diferansiyel denklemlerin kanonik formlarda gösterilmesi ve basit kayma kipli kontrol kurallarının oluşturulması üzerinde durmuştur [2,3,4].

Literatürde kayma kipli kontrol ile ilgili birçok çalışma mevcuttur. V.Utkin, J.Guldner, j.Shı Elektromekanik Sistemlerde Kayan Kipli Kontrol (Siding Mode Control-SMC) kitabıyla, Kayan kipli kontrolün elektromekanik sistem uygulamalarının temelleri atılmıştır. Daha sonra SMC robotlara, motor sürücülerine, AC/DC dönüştürücülerine, nükleer güç reaktörlerine, havacılık ve motorsal araçlara, DC/DC dönüştürücülerine, rüzgar enerji sistemlerine, kimyasal proseslere, hard disk sürücüsü gibi pek çok elektriksel ve elektromekanik sistemlere uygulanmıştır [5,6,7,8,9,10,11,12].

Kayan kipli kontrol sistem belirsizliklerine ve bozucu büyüklüklere karşı duyarsız olma özelliği ile bilinir. Kuramsal olarak kayan kipli kontrol tekniği, bir sistemin hata vektörünün istenen bir dinamik içerisine zorlanması ve bu dinamik içerisinde tutulması esasına dayanır [13].

Bu çalışmada mekanik bir konum kontrol sistemine ilişkin matematiksel model kullanılarak, sistemin PID li ve Kayan kipli kapalı çevrimli kontrolü ele alınmıştır. Değişik kontrolör parametreleri için her iki kontrol türüne ilişkin benzetim sonuçları Matlab/Simulink yazılım ortamında elde edilmiştir. Elde edilen benzetim sonuçları karşılaştırılmıştır.

2. Kontrol Sistemleri

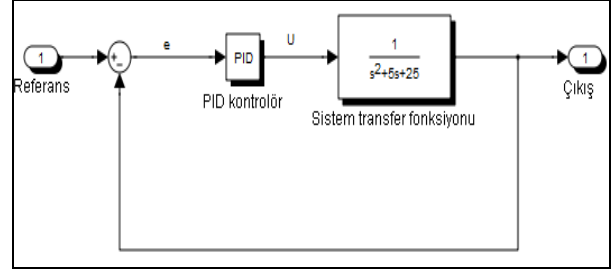
Otomatik kontrolün amacı sistemlere ilişkin kontrol değişkenlerini arzu edilen değerlerde tutarak kararlı bir çalışma ortamı sağlamaktır. Bir otomatik kontrol sisteminde giriş büyüklükleri değiştikçe çıkış büyüklüklerinin de mümkün olduğu kadar kısa bir sürede ayar değerlerini yakalaması ve sistemin bozucu büyüklüklerden etkilenmemesi arzu edilir. Eğer kurulu bir düzende bu özellikler sağlanmıyorsa, sisteme kontrol düzeneği ilave edilerek arzu edilen koşulların gerçekleşmesine çalışılır [14].

2.1. PID Kontrol

PID kontrol endüstride kullanılan süreçlerde en çok tercih edilen kontrol türüdür. Yapılan araştırmalar, kullanılan ileri kontrol algoritmalarının % 95'inin PID tipi olduğu ve genelde tek giriş tek çıkış (SISO) sistemlerde kullanıldığını ortaya koymuştur. Kısa süreli zaman gecikmelerine sahip birinci mertebeden veya ikinci mertebeden sistemlerin kontrolü, katsayıları uygun olarak seçilmiş olan PI veya PID kontrolörler ile başarılı bir şekilde gerçekleştirilebilmektedir [15,16]. Şekil 1 ile verilen kapalı çevrimli kontrol sistemindeki PID kontrolöre ilişkin giriş/çıkış işlevi

$$u = K_p e + K_i \int e dt + K_d \frac{de}{dt} \quad (1)$$

olarak yazılır. Burada,
u : Kontrolör çıkışı, K_p :Oransal kazanç,
 K_i : İntegral kazancı, K_d :Türevsel kazanç,
e: Hata sinyali , olarak isimlendirilir.



Şekil 1. PID li Kapalı çevrim kontrol sistemi

2.2. Kayan Kipli Kontrol

Değişken yapıli kontrol sistemlerinin davranışları, uygun bir geri besleme kontrol kuralı ve bir karar kuralı tarafından karakterize edilir. Anahtarlama fonksiyonu olarak adlandırılan karar kuralı, sistemin davranışını oluşturan fonksiyon seçer. Kayan kipli kontrolde, değişken yapıli kontrol sisteminin durumları, faz uzayında, faz değişkenlerinden oluşan kayma yüzeyi olarak adlandırılan bir yüzey üzerinde tutacak şekilde tasarlanır. Tasarlanan sistemin davranışı, sistemin durumlarının bu yüzey üzerine gelmesi ve bu yüzey üzerinde kalmasına yöneliktir [17].

Kayan kipli kontrol doğası gereği süresizdir. Kontrolde, sistem durumları kayma yüzeyine ulaştıktan sonra, sistem durumlarının kayma yüzeyinin dışına çıkma durumu gerçekleşirse, ani bir kontrol işareti üretilerek durumlar tekrar yüzey üzerine getirilmeye çalışılır. Böyle bir kontrolde sistem çok kısa zamanda çok fazla yön değiştirir. Sistem durumlarını kayan yüzey üzerinde tutmak için ani yön değiştiren sınırsız frekanslı bu işarete çatırtı (chattering) denir. Bu durum, uygulamada bazı problemlere sebep olur. Çatırtı, hızlı hareket eden mekanik sistemlere uygulandığında, sistemi oluşturan hızlı hareket eden parçalara zarar verebilir. Bu yüzden hızlı değişen sistemlerde, kayan kipli kontrol tavsiye edilebilecek bir kontrol yöntemi değildir. Çatırtı sorunu; filtreleme, süresiz yaklaşım, doyma fonksiyonu, bulanık kontrol gibi çeşitli fonksiyon ve yöntemler kullanılarak azaltılabilir. Ancak bu durumda kayan kipli kontrol gürbzlük özelliğini kaybeder [18,19,20].

Kayan kipli kontrolde iki temel evre vardır. Bunlar erişme ve kayma evreleridir.

Erişme evresi için temel kurallar,

-Sabit değişimli erişme kuralı:

$$\dot{s} = -p \cdot \text{sign}(s)$$

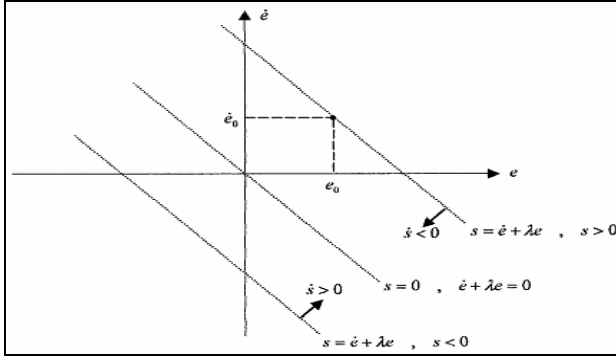
-Sabit-Oransal değişimli erişim kuralı:

$$\dot{s} = -p \cdot \text{sign}(s) - Ks$$

-Üstel değişimli erişim kuralı:

$$\dot{s} = -p \cdot |s|^a \cdot \text{sign}(s)$$

Kayma yüzeyi hareketleri, Şekil 2 deki ok yönlerinde olmaktadır.

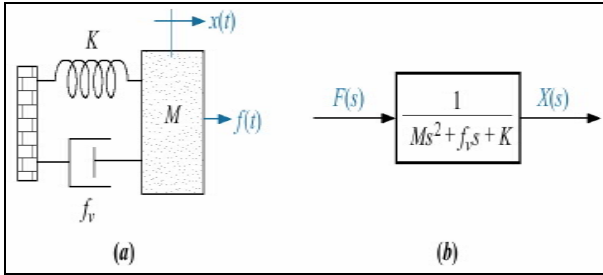


Şekil 2. Kayma yüzeyi [21]

3. Mekanik Sistem

3.1. Fiziksel Sistemlerin Kayan Kipli Tasarımı

Mekanik sistemler genellikle kütle, yay ve sönümleyiciden oluşmaktadır. Şekil 3 de mekanik bir sistem ve sisteme ilişkin transfer işlevi verilmiştir.



Şekil 3. Mekanik bir sistem ve transfer fonksiyonu

Söz konusu sistemin dinamik davranışına ilişkin türevsel eşitlikler

$$M \cdot \ddot{X}(t) = F(t) - f_v \cdot \dot{X}(t) - K \cdot X(t) \quad (2)$$

$$F(t) = M \cdot \ddot{X}(t) + f_v \cdot \dot{X}(t) + K \cdot X(t) \quad (3)$$

(2) ve (3) bağıntılar ile verilebilir. Burada;

$$X(t) = \text{Yol}, \quad \dot{X}(t) = \text{Hız}, \quad \ddot{X}(t) = \text{İvme}$$

olarak tanımlanabilir. Kayan kipli kontrole ilişkin

$$s = \dot{e} + \lambda e \quad (4)$$

$$\dot{s} = \ddot{e} + \lambda \dot{e} \quad (5)$$

(4), (5) şeklinde bir kayma yüzeyi seçilirse,

$$e = X_r - X$$

$$\dot{e} = \dot{X}_r - \dot{X}$$

$$\ddot{e} = \ddot{X}_r - \ddot{X}$$

elde edilir. Burada X_r = referans(sabit) olmak üzere

$\dot{X}_r = 0, \ddot{X}_r = 0$ ifadeleri yazılabilir.

Öte yandan, $\dot{s} = -p \cdot \text{sign}(s)$ (6)

şeklinde bir erişme kuralı için, aşağıdaki bağıntılar yazılabilir.

$$\ddot{X}_r - \ddot{X} + \lambda(\dot{X}_r - \dot{X}) = -p \cdot \text{sign}(s) \quad (7)$$

$$-\ddot{X} - \lambda \cdot \dot{X} = -p \cdot \text{sign}(s)$$

$$M \cdot \ddot{X}(t) = F(t) - f_v \cdot \dot{X}(t) - K \cdot X(t) \quad (8)$$

$$\ddot{X}(t) = \frac{1}{M} \cdot (F(t) - f_v \cdot \dot{X}(t) - K \cdot X(t))$$

$$-\frac{1}{M} \cdot (F(t) - f_v \cdot \dot{X}(t) - K \cdot X(t)) - \lambda \cdot \dot{X}(t) = -p \cdot \text{sign}(s)$$

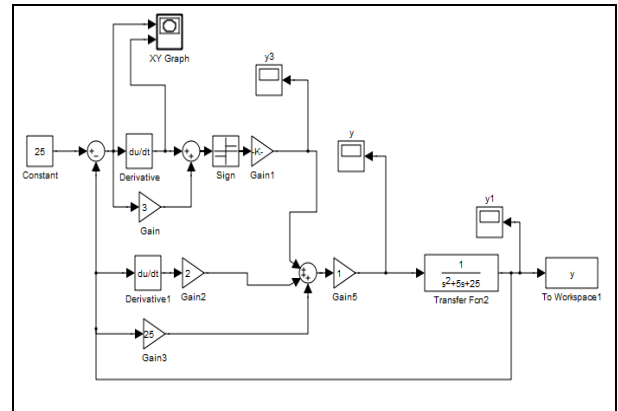
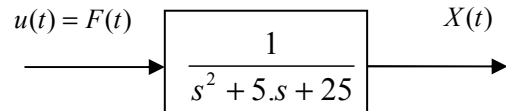
$$F(t) = M \cdot \left[\left(\frac{f_v}{M} - \lambda \right) \cdot \dot{X}(t) + \frac{K}{M} \cdot X(t) + p \cdot \text{sign}(s) \right] \quad (9)$$

eşitlikleri yazılabilir. Sisteme uygulanacak kontrol sinyali için ise;

$$u(t) = F(t) = M \cdot \left[\left(\frac{f_v}{M} - \lambda \right) \cdot \dot{X}(t) + \frac{K}{M} \cdot X(t) + p \cdot \text{sign}(s) \right] \quad (10)$$

bağıntısı ile verilebilir. Sisteme ilişkin giriş değişkeni ve parametre değerleri kütle, sönümleyici sabiti ve yay sabiti; sırasıyla $M = 1, f_v = 5, K = 25$ olarak seçilirse,

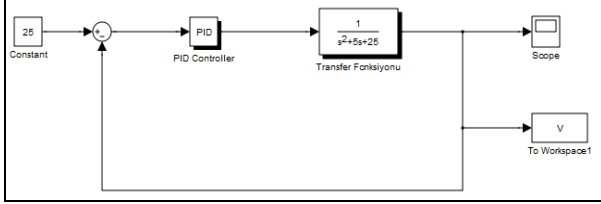
(2) nin laplace dönüşümü alınarak sistemin transfer fonksiyonu ve kayma kipli kontrol parametreleri $\rho = 100, \lambda = 3$ için, uygun bir kayma yüzeyi seçilerek kayma kipli simulink modeli Şekil 4 deki gibi elde edilir.



Şekil 4. Kayma kipli kontrolör Matlab/Simulink gösterimi

3.2. Fiziksel Sistem İçin PID Tasarımı

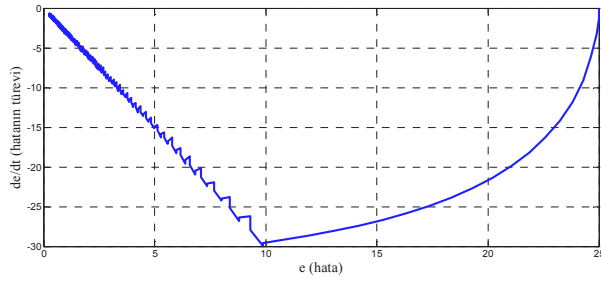
Sistemin PID ile konum kontrolüne ilişkin Matlab/Simulink blok gösterimi Şekil 5 de verilmiştir. Mekanik sistemin PID ile konum kontrolüne ilişkin kontrolör parametre değerlerini belirleyebilmek için, sistem osilasyona götürülemediğinden dolayı kapalı çevrim Ziegler-Nichols yöntemi kullanılamamaktadır. Bu yüzden söz konusu parametre değerleri açık çevrim Ziegler-Nichols yöntemi ile belirlenmiştir [22].



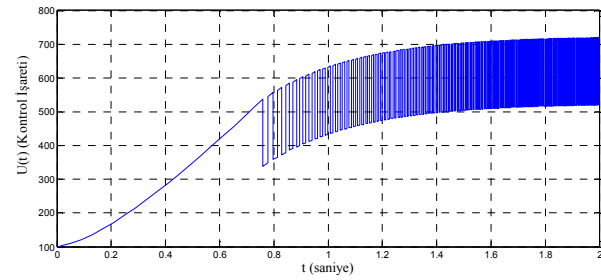
Şekil 5. Kapalı döngü PID kontrolörün Matlab/Simulink gösterimi

4. Benzetim Sonuçları

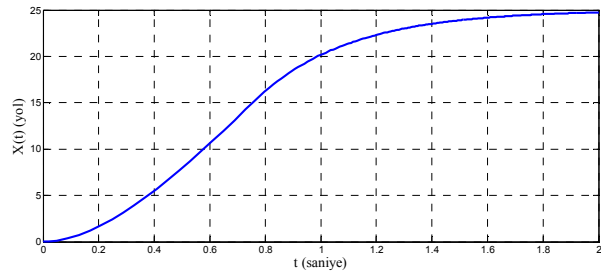
Şekil 4 ve Şekil 5 ile verilen kayan kipli kontrol ve PID kontrole ilişkin elde edilmiş olan benzetim sonuçları Şekil 6, Şekil 7, Şekil 8 ve Şekil 9'da verilmiştir.



Şekil 6. Kayan kipli kontrolörde erişme ve kayma durumlarında faz uzayı davranışı gösterimi

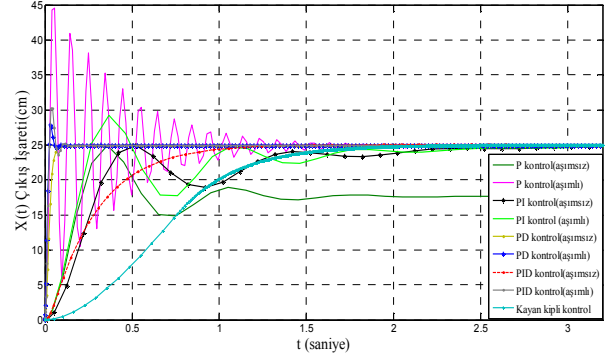


Şekil 7. Kayan kipli kontrole ilişkin kontrol işareti



Şekil 8. Kayan kipli kontrole ilişkin çıkış işareti

Şekil 6 da kayan kipli kontrol, 10-25 hata aralığında erişme ve 0-10 hata aralığında ise kayma evresindedir. Şekil 7 de ise, 0-0.75 saniye aralığında sistemin girişine düşük frekanslı bir kontrol giriş işareti ve 0.75-2 saniye aralığında ise yüksek frekanslı kontrol giriş işareti uygulanmaktadır. Şekil 9 da ise erişme ve kayma evrelerine bağlı sistemin çıkış işareti elde edilmiştir.



Şekil 9. Kapalı döngü P-PI-PD-PID ve SMC simülasyon cevapları.

Açık çevrim Ziegler-Nichols yöntemi ile hesaplanmış, P-PI-PD-PID değerlerini veren; orantı sabiti (K_p), integral sabiti (K_i) ve türev sabiti (K_d) Tablo 1'de ve aşım miktarı (M_p), yükselme ve durulma zamanı (r_s, s_t), ile kalıcı hata (e) durumlarını gösteren performans değerleri ise Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 1: En iyi yükselme ve yerleşme zamanları için kontrolör değerleri

Kontrolör	K_p	K_i	K_d
P aşısız	60	0	0
P aşımlı	4000	0	0
PI aşısız	30	60	0
PI aşımlı	60	80	0
PD aşısız	4000	0	95
PD aşımlı	10000	0	95
PID aşısız	100	85	25
PID aşımlı	7000	100	60

Tablo 2: En iyi kontrolör değerleri için aşım miktarı, yükselme- yerleşme zamanları ve kalıcı durum hatası

Kontrolör	M_p	r_s	s_t	e
P aşısız	0	0.361	3.2	7.4
P aşımlı	0.8	0.025	2	0
PI aşısız	0	0.5	3.2	0.45
PI aşımlı	0.1684	0.2518	5	0.50
PD aşısız	0	0.080	0.085	0
PD aşımlı	0.1156	0.025	0.15	0
PID aşısız	0	1.23	1.25	0
PID aşımlı	0.2072	0.025	0.22	0
SMC	0	2.36	1.852	0

5. Sonuçlar

PID kontrolöre ilişkin aşımli cevap eğrileri incelendiğinde; minimum aşım, minimum erişme süresine, minimum durulma süresine ve sıfır kalıcı hataya sahip olan cevap, PD kontrolörün verdiği aşımli cevaptır. Aşımsız cevap eğrileri arasında ise aynı performans için yine en iyi cevabı veren PD kontrolördür. Kayan kipli kontrolör (SMC) incelendiğinde, aşımın ve kalıcı hatanın olmadığı; yükselme ve durulma sürelerinin PD kontrolörün cevabından daha uzun olduğu görülmektedir. Ancak SMC'nin erişme evresi yaklaşık 0.75 saniyedir ve bu sırada sisteme müdahale edememektedir. Performans sonuçlarına göre böyle bir sistem için PD kontrolör kullanımının daha uygun olduğu görülmektedir.

6. Kaynaklar

- [1] Aström, K.J. ve Hagglund, T., "Advanced PID Control", *ISA-Instrumentation, Systems, and Automation Society*, USA, 2006.
- [2] Utkin, V.I., "Variable Structure Systems With Sliding Modes", *IEEE Transactions On Automatic Control*, AC-22, 2, pp. 212-222, April 1977.
- [3] Utkin, V.I., "Sliding mode control in discrete-time and difference systems", *book capter, Springer Berlin/Heidelberg*, April 10, 2006.
- [4] Bekiroğlu, N., Bozma, H. I., Istefanopulos Y., "Model Reference Adaptive Approach To Sliding Mode Control", *Proceeding Of The American Control Conference*, 2, 15, pp.1028-1032, June 1995.
- [5] Utkin, V.I., "Sliding mode control electromechanical sysytems", *Taylor&Frencis*, 1999.
- [6] Zhihong, M., Habibi, D., "A Robust Adaptive Sliding-Mode Control for Rigid Robotic Manipulators with Arbitrary Bounded Input Disturbances", *Journal of Intelligent and Robotic Systems 17*: 371-386, 1996.
- [7] Utkin, V.I., "Sliding mode control design principle and application to electric drives", *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol.40, no. 1, pp. 23-36, 1993.
- [8] Cucej, Z., Planinsic, P., Golob, M., Donlagic, D., "Modulator based on fuzzy controllers in sliding mode control of AC motor drive", *International Conference on Power Electronics and Drive Systems*, 1995., 774 - 779 vol.2.
- [9] Benchaib, A., Rachid, A., Audrezet, E., "Sliding mode input-output linearization and field orientation for real-time control of induction motors", *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 14, no. 1, pp. 3-8, 1999.
- [10] Vaez-Zadeh, S., Zamanian, M., "Permanent Magnet DC Motor Sliding Mode Control System", *International Journal of Engineering*, Vol. 16, No. 4, Nov. 2003, Transactions A: Basics, pp. 367-376.
- [11] Maseda, F.J., Barambones, O., Garrido, A.J. and Martija, I., "A Sensorless AC-DC-AC Converter with Sliding Mode Controller for Induction Motors Drives" www.iidp.ehu.es/p277.
- [12] Marino, P., Vasca, F., "Sliding mode control for three phase rectifiers", *Power Electronics Specialists Conference, 1995. PESC '95 Record., 26th Annual IEEE*, 1033 - 1039 vol.2, 18-22 Jun 1995.
- [13] Akat, S. B., Efe, M. Ö., "Bir Manyetik Askı Sisteminin Kontrolünde Dört Yöntemin Karşılaştırılması", *TOK'07 Bildiriler Kitabı*, İstanbul, syf. 265-270, Eylül 2007.
- [14] Bolton, W., "Newnes Control Engineering Pocket Book", Butterworth-Heinemann, 1999.
- [15] Uçar, C., "Endüstriyel Sistemlerde İleri Kontrol Algoritmalarının Uygulanması", *İTÜ FBE*, İstanbul, Ocak 2007.
- [16] Bingül, Z., "Matlab Ve Simulink'le Modelleme/ Kontrol", *Birsen Yayınevi*, 2005.
- [17] Kjaer, M.A., "Sliding Mode Control, Ders Notu, Department of Automatic Control", *Lund Institute of Technology*, İsveç (2004).
- [18] Kızmaz, H., "Asılı Sarkacın Kayma Kipli Kontrolü", Yüksek Lisans Tezi, *SAU FBE*, Sakarya, Haziran 2009.
- [19] Eker, İ., "Sliding Mode Control with PID Sliding Surface and Experimental Application to An Alectromechanical Plant", *ISA Transactions*, vol.45, pp.109-118, Number 1, January 2006.
- [20] Özdal, O., "Model Dayanaklı Kayan Kipli Denetim", Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi FBE, Ankara, 2008.
- [21] Şenol, H., "Bulanık Mantık Temelli Kayma Kipli Kontrol", Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Üniversitesi FBE, İstanbul, Ağustos 1999.
- [22] Coşkun, İ., Terzioğlu, H., "Hız performans Eğrisi Kullanılarak Kazanç (PID) Parametrelerinin Belirlenmesi", *Selçuk Üniversitesi Journal of Technical-Online*, Vol. 6, Num.:3-2007.