

İşaret Geliş Açısı Kestirim Algoritmaları

Estimation of Direction of Arrival Algorithms

Tuna ORUL¹, Erkan AFACAN²

¹Çalışma ve Sosyal Güvenlik Bakanlığı
Gazi Üniversitesi
tunaorul24@hotmail.com

²Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
Gazi Üniversitesi
e.afacan@gazi.edu.tr

Özet

Sinyal kaynaklarının tespiti, radar sistemleri, konum bulma sistemleri, elektronik harp sistemleri gibi askeri uygulamalarda ve günlük hayatta, örneğin, mobil iletişim sistemleri, maden rezervlerinin tespit edilmesi, kaçak radyo yayınlarının bulunması, kaybolan dağcılarının yerinin tespit edilmesi gibi uygulamalarda kullanılmaktadır.

MUSIC ve ESPRIT algoritmaları en çok bilinen ve kullanılan sinyal kaynağı kestirim yöntemlerinden ikisidir. Bu çalışmada söz konusu iki tekniğin performanslarının karşılaştırılması amaçlanmıştır.

Bu çalışmada düzgün doğrusal anten dizisi üzerine gelen sinyallerin MUSIC algoritması ve ESPRIT algoritması kullanılarak kestirimi yapılmıştır. Elde edilen veriler göz önünde bulundurularak bu iki algoritmanın işaret geliş açısı kestirim performansları incelenmiştir.

Elde edilen sonuçlar MUSIC algoritmasının düşük sinyal gürültü oranlarında daha kesin ve doğru sonuçlar verdiğini, yüksek sinyal gürültü oranlarında ESPRIT Algoritması ile yapılan kestirim sonuçlarının daha doğru olduğunu göstermektedir. Getirdiği işlem kolaylığı nedeni ile kapasiteye olan ihtiyacın azalması, dolayısı ile azalan maliyet ESPRIT algoritmasının avantajıdır.

Abstract

Determination of signal sources has been used for both military applications such as radar systems, location finding systems, electronic warfare systems and daily life applications such as mobile communication systems, the determination of mine reservations, the detection of illegal radio broadcasting and finding the lost mountaineers.

MUSIC and ESPRIT algorithms are two of the most widely known and used signal source estimation techniques. This study aims the comparison of the performances of these two techniques.

In this study, the signals coming toward uniform linear antenna arrays are estimated using MUSIC and ESPRIT

algorithm. Estimation performances of them related to signal arrival angle are compared with each other.

The obtained results show that MUSIC algorithm gives more accurate and definite results for moderately low SNR, whereas ESPRIT algorithm gives accurate results for moderately high SNR. On the other hand, ESPRIT algorithm provides ease of calculation, decrease in capacity and cost.

1. Giriş

Ses, video bağlantılı hizmetlerin kullanımı, veri aktarımı ve veri paylaşımı gün geçtikçe artmaktadır. Bu nedenle sivil uygulamalardan askeri uygulamalara kadar birçok alanda artık kablosuz iletişim oldukça önem kazanmıştır.

Artan aktarım oranı ile kablosuz iletişim daha fazla güç ve bant genişliğine ihtiyaç duyar. Uzayda oldukça kısa mesafeler arasında bir aktarım dahi yüksek miktarda enerji aktarımı gerektirmektedir. Çünkü aktarılan bu enerji tüm uzaya yayılmakta ve yayılan enerjinin oldukça küçük bir kısmı hedef kullanıcı tarafından alınmaktadır. Harcanan enerjinin büyük bir kısmı diğer kullanıcılara yan kanal frekans girişimi olarak gitmektedir. Bu da enerjinin boşa harcanmasına neden olmaktadır.

Bu sorunu ortadan kaldırmak için çeşitli filtreleme teknikleri geliştirilmiş bu filtrelemeler akıllı anten sistemleri vasıtası ile gerçekleştirilmiştir. Akıllı antenler zamanı ve frekansı değiştirme yeteneğine sahip oldukları için;

1. Kapasite artışı
 2. Geniş kapsama alanı
 3. Yüksek veri hızı kabiliyeti
- gibi önemli avantaj sağlamışlardır.

Bu avantajlarından dolayı akıllı anten sistemleri tercih edilmeye başlanmış ve kullanımı giderek yaygınlaşmıştır.

Akıllı anten sistemleri, anten dizisinden ve geliş açısı kestirim algoritmasından oluşan bir yazılımın koştugu, sayısal sinyal işleme biriminden oluşmaktadır. Geliş açısı kestirim algoritmaları bu sistemlerin temelini oluşturmaktadır.

Geliş açısı kestirimi, bir sinyal kaynağından çıkan işaretin hangi doğrultuda bulunduğunu tespit etmeye yarayan bir işlemdir.

Yalnızca bir adet sinyal kaynağının bulunduğu durumlarda, 2 adet anten yardımı ile, antenler arasındaki faz farkını kullanarak geliş açısı kestirimi yapılabilir. Ancak sinyal kaynağının birden çok olduğu durumlarda geliş açısı kestirim algoritmalarına ihtiyaç duyulmaktadır.

Bu ihtiyaca yönelik olarak En Büyük Olabilirlik (Maximum Likelihood) yöntemi kullanılmıştır. 1970'li yıllardan sonra alt uzay tabanlı kestirim teknikleri kullanılmaya başlanmıştır. 1973 yılında Pisarenko, gürültü içeren bir sistemi kovaryans yaklaşımı ile ilk defa modellemiştir. 1977 yılında Schmidt tarafından MUSIC (Multiple Signal Classification) algoritması; 1989 yılında Roy ve Kailath tarafından ESPRIT (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Technique) algoritması önerilmiştir.

MUSIC ve ESPRIT Algoritmaları [1] makalesinde ele alınmıştır. Ancak söz konusu makalede sadece 2 adet gelen işaret için anten sayısının etkisi incelenmiştir.

2. MUSIC (Multiple signal classification) Algoritması

MUSIC algoritması, giriş kovaryans matrisinin öz değerlerini kullanan yüksek çözünürlüklü çoklu işaret sınıflandırma yöntemidir [2]. MUSIC Algoritması ile gelen işaret sayısı, işaret geliş açısı (DOA), gelen işaretlerin güçleri ve aralarındaki çapraz korelasyonlar, gürültü gücü kestirilebilir [2].

2.1. Veri Modeli

İşaret geliş açısı kestirimi için öncelikle sinyal modeli oluşturulur. M adet özdeş, izotropik antene sahip doğrusal bir anten dizisi için, uzak alan bölgesinde bulunan D adet işaret kaynağından alınan toplam işaret aşağıdaki bağıntı ile ifade edilir [2].

$$u(t) = \sum_{i=0}^{D-1} a(\phi_i) s_i(t) + n(t) \quad (1)$$

$u(t)$ ile gösterilen ve dizi çıkışından alınan toplam işaret:

$$u(t) = [a(\phi_1) a(\phi_2) \dots a(\phi_{D-1})] \begin{bmatrix} s_0(t) \\ \vdots \\ s_{D-1}(t) \end{bmatrix} + n(t) = As(t) + n(t) \quad (2)$$

şeklinde gösterilebilir. Burada $s(t)$, gelen işaret vektörü; $n(t)$, gürültü vektörüdür. $a(\phi_i)$ ile gösterilen dizi elemanı 1nci işarete ait DOA açısına karşılık gelen dizi yönelme vektörüne karşılık gelir.

Anten dizisinden alınan toplam işaret kullanılarak, giriş kovaryans matrisi elde edilir [2].

$$R_{uu} = E[u(t)u(t+\tau)]^* = AR_{ss}A^* + \sigma_n^2 I \quad (3)$$

R_{uu} giriş kovaryans matrisine özdeğer ayrışımı uygulanır. $\{\lambda_0, \dots, \lambda_{M-1}\}$ kümesi R_{uu} 'nun özdeğerlerini, $\{q_0, \dots, q_{M-1}\}$ kümesi R_{uu} 'nun özvektörlerini göstermektedir.

Özdeğerler kullanılarak gelen işaret sayısı kestirilir. R_{uu} matrisinin özdeğerlerinden K tanesi 0 değerini alır. Gelen işaret sayısı $D = M - K$ şeklinde bulunur [2].

Gelen işaret açısını kestirebilmek için R_{uu} matrisinin özvektörleri kullanılır. Özvektörler, gelen işaretlere karşılık gelen dizi yönelme vektörlerine diktir.

$$\{a(\phi_0), \dots, a(\phi_{D-1})\} \perp \{q_D, \dots, q_{M-1}\} \quad (4)$$

R_{uu} özvektörlerine dik olan dizi yönelme vektörleri bulunarak, MUSIC spektrum ifadesi [2],

$$P_{MUSIC}(\phi) = \frac{a^*(\phi)a(\phi)}{a^*(\phi)v_n v_n^* a(\phi)}, v_n = [q_D \quad q_{D+1} \quad \dots \quad q_{M-1}] \quad (5)$$

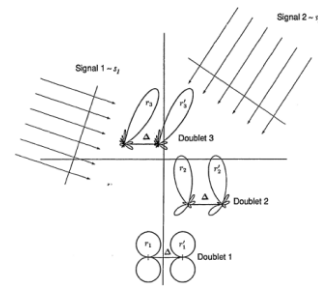
şeklinde hesaplanır ve D adet tepe noktası bulunarak gelen işaretlere ait geliş açıları kestirilir.

3. ESPRIT (Estimation of signal parameters via rotational invariance techniques) Algoritması

ESPRIT algoritması, MUSIC algoritması gibi alt uzay tabanlı işaret geliş açısı kestirim algoritmasıdır.

3.1. Dizi Geometrisi

ESPRIT algoritması, iki eşit boyutlu özdeş alt diziyi ayrılabilen bir yapıya sahip anten dizisi gerektirmektedir (Şekil 1). Bu alt dizilerin elemanları arasındaki mesafe sabittir ve rotasyonel değildir. Böylece, dizi yer değiştirdiğinde değişmez ve elemanlar eşit yer değiştirmeye sahip olurlar [3].



Şekil 1: ESPRIT dizi geometrisi [3].

ESPRIT algoritması bu iki özdeş alt dizi arasındaki Δ yer değiştirme vektörünü referans yön olarak kullanarak işaret geliş açısı kestirme temeline dayanmaktadır. Bu nedenle ESPRIT algoritması dizi örüntüsüne ve uzay spektrumunun tamamen taranmasına ihtiyaç duymaz.

3.2. Veri Modeli

Anten dizisi, Z_X ve Z_Y ile gösterilen iki alt diziden oluşmaktadır ve bu iki alt dizi arasında Δ kadar mesafe bulunmaktadır. i .nci anten çifti tarafından alınan sinyaller:

$$x_i(t) = \sum_{k=1}^d s_k(t) a_i(\theta_k) + n_{xi}(t) \quad (6)$$

$$y_i(t) = \sum_{k=1}^d s_k(t) e^{j\beta\Delta \cos\theta_k} a_i(\theta_k) + n_{yi}(t) \quad (7)$$

şeklinde gösterilir.

Alınan işaret vektörü kullanılarak giriş kovaryans matrisi R_{zz} hesaplanır ve bu matrise özdeğer ayrışımı yapılır [3].

$$R_{zz} E = \sum_n \bar{E} \Lambda \quad (8)$$

$$\Lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \dots, \lambda_{2m}\}, \lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_{2m} \quad (9)$$

$$\bar{E} = [e_1 | \dots | e_{2m}] \quad (10)$$

MUSIC algoritmasına benzer bir şekilde en küçük özdeğerler kullanılarak gelen işaret sayısı kestirilir ve $D = M - K$ olarak bulunur.

D adet en büyük öz değerlere karşılık gelen D adet öz vektör (11)'de verilen sinyal alt uzayını elde etmede kullanılır ve alt matris ayrışımı yapılır [3].

$$E_s \stackrel{\text{def}}{=} \sum_n [e_1 | \dots | e_d] \Rightarrow \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} \quad (11)$$

$\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_{2d}$ olmak üzere özdeğer ayrışımı,

$$E_{xy}^* E_{xy} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} E_x^* \\ E_y^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x & E_y \end{bmatrix} = E \Lambda E^* \quad (12)$$

şeklinde yapılır. E matrisi $D \times D$ boyutlarında alt matrislere bölünerek

$$E \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} \\ E_{21} & E_{22} \end{bmatrix} \quad (13)$$

formunda yazılır. $\Psi = -E_{12} E_{22}^{-1}$ matrisinin özdeğerleri,

$$\hat{\phi}_k = \text{özdeğer}(-E_{12} E_{22}^{-1}), \forall k = 0, \dots, \hat{D} - 1 \quad (14)$$

bulunur.

Bulunan bu özdeğerler (15)'de yerine konularak işaret geliş açıları kestirilir.

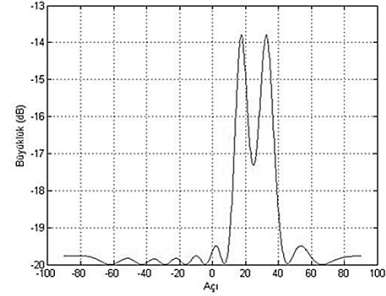
$$\hat{\theta}_k = \sin^{-1} \left\{ c \frac{\arg(\hat{\phi}_k)}{w_0 \Delta} \right\} \quad (15)$$

4. Uygulamalar

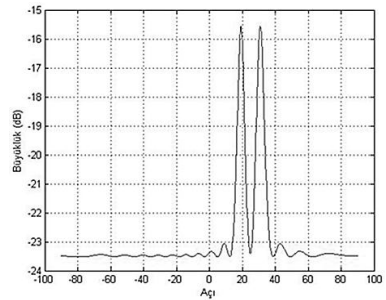
Bu bölümde; MUSIC ve ESPRIT algoritmaları için gerçekleştirilen benzetim sonuçları verilmiştir [4].

4.1. MUSIC Algoritması için Benzetim Sonuçları

MUSIC algoritmasının işaret geliş açısı kestirim performansını incelemek için; dizi elemanı sayısının (M), gelen işaret sayısının (D) ve sinyal gürültü oranının (SNR) kestirime etkisi incelenmiştir [4]. Elde edilen sonuçlar aşağıda gösterilmiştir.

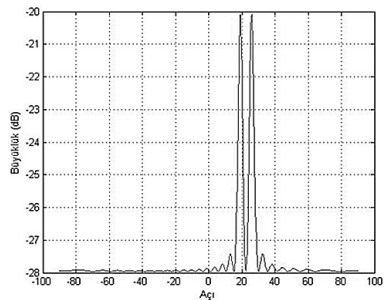


Şekil 2: SNR=40, M=10, D=2, Gelen işaret açıları (θ)= 20, 30 için geliş açısı kestirim spektrumu [4]

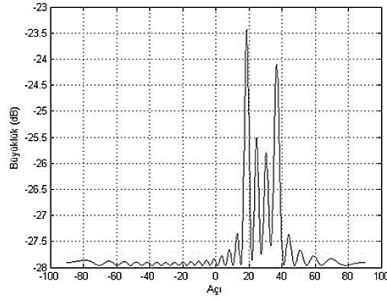


Şekil 3: SNR=40, M=15, D=2, Gelen işaret açıları (θ)= 20, 30 için geliş açısı kestirim spektrumu [4]

Şekil 2 ve Şekil 3 karşılaştırıldığında; dizi elemanı sayısının kestirim performansını etkilediği ve dizi elemanı sayısının arttıkça kestirim performansının da arttığı görülmektedir.

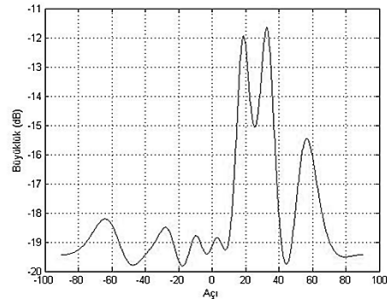


Şekil 4: SNR=40, M=25, D=2, Gelen işaret açıları (θ)= 20, 25 için geliş açısı kestirim spektrumu [4]

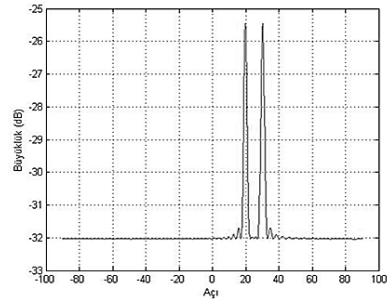


Şekil 5: SNR=40, M=25, D=4, Gelen işaret açıları (θ)= 20, 25, 30, 35 için geliş açısı kestirim spektrumu [4]

Şekil 4 ve Şekil 5 karşılaştırıldığında; gelen işaret sayısının da kestirim performansı üzerine etkisi olduğu görülmektedir. Şekil 4'de 2 adet işaret kestirilirken, Şekil 5'de 4 adet işaret kestirimi yapılmıştır ve Şekil 5'de meydana gelen tepe değerlerindeki düşmeler kestirim performansının olumsuz etkilendiğini göstermektedir. Gelen işaret sayısı arttıkça işaret geliş açısı kestirim performansı düşmektedir.



Şekil 6: SNR=0, M=10, D=2, Gelen işaret açıları (θ)= 20, 30 için geliş açısı kestirim spektrumu [4]



Şekil 7: SNR=100, M=10, D=2, Gelen işaret açıları (θ)= 20, 30 için geliş açısı kestirim spektrumu [4]

Şekil 6'daki grafik, 10 adet dizi elemanından oluşan bir anten dizisine 2 adet sinyalin maksimum gürültülü ortamda gönderilmesi ile, Şekil 7 ise aynı anten dizisine aynı 2 sinyalin minimum gürültülü ortamda gönderilmesi ile gerçekleştirilen geliş açısı kestirim benzetiminin sonuçlarını göstermektedir. Bu iki grafik incelendiğinde SNR değerinin kestirim performansını etkilediği görülmektedir. SNR değeri arttıkça, kestirim performansı da artmaktadır.

4.2. ESPRIT için Benzetim Sonuçları

ESPRIT algoritmasının işaret geliş açısı kestirim performansı incelenmiş ve elde edilen sonuçlar Çizelge 1-4'de gösterilmiştir. Benzetimde, dizi elemanı sayısının (M), gelen

işaret sayısının (D), sinyal gürültü oranının (SNR) kestirime etkisi incelenmiştir [4].

Çizelge 3'de anten sayısı 15 olan anten dizisine gelen 3 adet işaretin, geliş açıları 20, 50 ve 70 olarak seçilmiş ve SNR değerinin, dizinin söz konusu üç işareti kestirim performansının üzerine etkisi gözlenmiştir. Elde edilen sonuçlar Çizelge 1'de verilmiştir. Çizelge 1'de verilen sonuçlara baktığımızda sinyal gürültü oranının da işaret geliş açısı kestirim performansını etkilediği görülmektedir.

Çizelge 1: ESPRIT – SNR Değişiminin Etkisi [4]

SNR	Geliş Açılıları ve Hata Oranları						Ort. Hata Oranı (%)
	°20	Hata (%)	°50	Hata (%)	°70	Hata (%)	
0	6,71	66,40	18,05	63,89	62,63	10,51	46,93
10	19,69	1,54	30,86	38,27	60,48	13,59	17,80
20	5,45	72,70	22,23	55,52	64,09	8,42	45,55
30	20,70	3,53	55,99	11,99	62,79	10,28	8,604
40	19,95	0,24	49,34	1,30	69,35	0,91	0,821
60	20,01	0,07	50,45	0,90	69,95	0,06	0,346
80	19,99	0,00	50,01	0,03	70,02	0,03	0,024
100	20,00	0,00	50,00	0,00	69,99	0,00	0,00

Çizelge 2'de; anten sayısı 15 olan anten dizisi ile SNR değerinin 40 olduğu bir ortamda, anten dizisine gelen işaret sayısı değiştirilerek yapılan kestirim sonuçları verilmiştir. Çizelge 2 incelendiğinde gelen işaret sayısı arttıkça ESPRIT algoritmasının geliş açısı kestirim performansının azaldığı ve hata oranının arttığı görülmektedir.

Çizelge 2: ESPRIT - İşaret Sayısının Etkisi [4]

İşaret Sayısı (D)	DOA	ESPRIT	Fark	% Hata	Ort. Hata Oranı (%)
1	20	19,995	0,004	0,022	0,022
2	-15	-14,998	-0,001	0,010	0,06
	20	20,022	-0,02	0,110	
3	-15	-15,287	0,287	1,914	5,380
	10	11,214	-1,214	12,147	
	30	29,375	0,624	2,081	
4	-25	-20,927	-4,072	16,290	21,303
	-15	-23,925	8,925	59,500	
	20	18,469	1,530	7,653	
	70	68,762	1,237	1,768	
5	-25	-21,768	-3,232	12,928	29,871
	-15	-6,240	-8,759	58,394	
	20	32,718	-12,71	63,592	
	50	55,925	-5,925	11,85	
	70	68,184	1,815	2,5931	

Çizelge 3'de; anten sayısı 70 olan anten dizisi ile SNR değerinin 40 olduğu bir ortamda, anten dizisine gelen işaret sayısı değiştirilerek yapılan kestirim sonuçları verilmiştir. Çizelge 3 incelendiğinde Çizelge 2'de verilen sonuçlar ile aynı sonuca varılmaktadır. Gelen işaret sayısı arttıkça dizinin işaret geliş açısı kestirim performansı azalmaktadır.

Çizelge 3: ESPRIT – İşaret Sayısının Etkisi 2 [4]

İşaret Sayısı (D)	DOA	ESPRIT	Fark	% Hata	Ort. Hata Oranı (%)
8	-60	-59,991	-0,008	0,0135	0,1081
	-40	-39,962	-0,037	0,0940	
	-20	-20,075	0,075	0,374	
	10	9,964	0,035	0,3522	
	30	30,081	-0,081	0,2159	
	50	50,093	-0,093	0,1870	
	70	70,076	-0,076	0,1097	
	80	80,307	-0,307	0,3826	
10	-70	-70,204	0,204	0,2921	15,144
	-60	-59,676	0,323	0,5396	
	-50	-46,320	3,679	7,3588	
	-40	-37,288	2,711	6,7777	
	-30	-25,492	4,507	15,024	
	10	14,425	4,425	44,258	
	20	26,422	6,422	32,112	
	30	38,600	8,600	28,668	
	40	46,529	6,529	16,323	
	50	49,956	0,043	0,0866	
12	-80	-79,448	0,5512	0,689	20,765
	-70	-66,210	3,79	5,4142	
	-60	-52,220	7,7797	12,966	
	-50	-31,120	18,879	37,759	
	-40	-29,903	10,096	25,241	
	-30	-27,465	2,5346	8,4486	
	10	-0,246	10,246	102,46	
	20	13,594	6,4056	32,028	
	30	31,479	1,4791	4,9303	
	40	44,540	4,5406	11,351	
	50	46,238	3,7619	7,5238	
	60	60,217	0,2177	0,3628	

Çizelge 4'de 3 adet işaretin, SNR değerinin 40 olduğu bir ortamda farklı anten yapılarına sahip diziler ile kestirilmesinin sonuçları gösterilmiştir. Çizelge incelendiğinde görülmektedir ki; dizi elemanı sayısının artması, işaret geliş açısı kestirim performansını arttırmaktadır. Aynı işaretler için 3 adet antenden meydana gelen bir dizi ile kestirim yapıldığında yaklaşık %52 hata oluşurken, 100 adet antenden oluşan bir dizi ile kestirim yapıldığında yaklaşık %0 hata oluşmaktadır. Bu durumda dizi elemanı sayısı arttıkça dizinin işaret geliş açısı kestirim performansı artmakta, ancak aynı zamanda işlem yükü de artmaktadır.

Çizelge 4: ESPRIT – Dizi Elemanı Sayısının Etkisi [4]

M	Geliş Açıları ve Hata Oranları						Ort. Hata Oranı (%)
	°20	Hata (%)	°50	Hata (%)	°70	Hata (%)	
3	8,78	56,05	67,36	34,7	23,89	65,87	52,21
5	10,07	49,63	60,93	21,87	37,83	45,94	39,15
7	15,96	20,19	32,71	34,5	48,32	30,96	28,57
10	21,53	7,67	64,00	28,01	43,49	37,86	24,51
15	20,14	0,72	69,79	39,59	50,75	27,49	22,60
20	19,80	0,99	49,67	0,64	69,45	0,78	0,806
50	19,99	0,00	49,97	0,04	69,92	0,10	0,051
100	20,0	0,00	50,00	0,01	70,00	0,01	0,008

5. Sonuçlar

MUSIC ve ESPRIT gibi altuzay tabanlı işaret geliş açısı kestirim algoritmaları, diğer geleneksel hüzme şekillendirici metotlardan çok daha yüksek çözünürlüğe sahiptirler. Bu nedenle birden fazla sinyal kaynağının olduğu durumlarda bu algoritmalar daha yüksek çözünürlüklü ve doğru sonuç vermektedir.

Elde edilen verilere göre; gelen işaret sayısına, ortamın gürültü miktarına ve anten dizisinin eleman sayısına bağlı olarak her iki algoritma için de kestirim performansının değiştiği gözlenmiştir.

Düşük SNR değerinde, yani yüksek gürültülü ortamlarda, MUSIC algoritması ESPRIT algoritmasına göre daha az sapma göstermekte ancak, elde edilen grafiklere bakıldığında (Şekil 6) yanıltıcı bazı tepe değerleri görülmektedir.

MUSIC algoritmasının, tüm uzayı taramak zorunda olmasının beraberinde getirmiş olduğu işlem yükü ve kapasite ihtiyacı özellikle maliyet anlamında büyük dezavantaj yaratmaktadır [4].

6. Kaynaklar

- [1] Hacıvelioğlu, İ., Dinçer, H., “Akıllı Anten Sistemlerinde İşaret Geliş Açısı Kestirim Yöntemleri”, Kocaeli Üniversitesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, İzmit/Kocaeli, (2000)
- [2] Schmidt, R. O., “Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation”, IEEE Trans. on Antennas and Propagation, vol. AP-34, No. 3, ss. 276-281, (1986).
- [3] Roy, R.H., “ESPRIT - Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques”, Ph. D. Dissertation. Stanford Univ., Stanford, CA, (1987).
- [4] ORUL, T., “Akıllı Anten Sistemleri için Geliş Açısı Kestirim Yöntemleri”, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, (2012).