Standart Empedans Modeli Kullanarak Kalınlıklı bir Empedans Yarım Düzlem ve Dielektrik Tabaka Ekleminden Düzlemsel Dalgaların Kırınımı

İsmail Hakkı Tayyar, Erkul Başaran

Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü
P.K: 141, 41400, Gebze, Kocaeli
tel:262-6538497, fax:262-6538490
e-mail: tayyar@gyte.edu.tr, erkul@gyte.edu.tr

Özet

Bilindiği gibi kalınlığı ihmal edilemeyen yarım ve iki parçalı düzlem problemleri bugüne kadar birçok araştırmaya konu olmuş kanonik problemlerdir. Mükemmel iletken kalınlıklı yarım düzlemden kırınım ilk defa Jones tarafından Wiener-Hopf tekniğinin modifiye bir şekli kullanılarak çözülmüştür [1]. Kalınlıklı yarım düzlem eklem problemleri kapsamında Aoki ve Uchida [2] iki kalınlıklı dielektrik yarım düzlemden kırınımı, Volakis ve Ricoy da kalınlıklı metal dielektrik eklem problemini incelemişlerdir [3]. Tayyar ve Büyükaksoy ise [3] de ele alınan geometriyi mükemmel iletken yarım düzlemin bir empedans yarım düzlemi ile değiştirildiği genel halde yeniden ele almıştır [4]. [3] de kullanılan yöntem saçılma matrisi formülasyonuna dayanmasına karşın [4]'de problem önce görüntü prensibi kullanılarak daha basit iki alt probleme indirgenmiş, bunlar da Fourier dönüşümü aracılığı ile ikinci türden modifiye Wiener-Hopf problemine indirgenerek çözülmüştür. Bu çalışmanın amacı ise kalınlığın dalgaboyuna göre çok küçük olduğu durumda mükemmel elektrik ve magnetik iletken üzeri ince dielektrik tabaka kaplı olan yarım düzlemleri standart empedans ile modelleyip iki alt problemi, iki parçalı empedans ekleminden kırınım problemine indirgeyip çözmek ve bulunan sonuçları, [4] ve [5] ile karşılaştırmaktır.

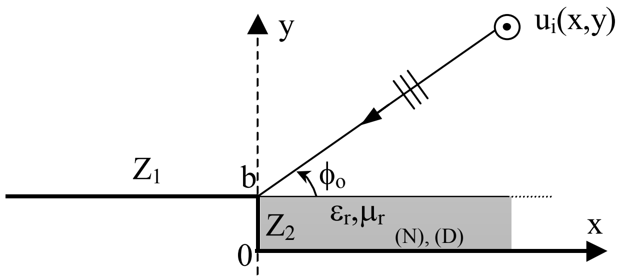
Problemin Formülasyonu

E_z-polarize zamana harmonik bağlı bir düzlem dalga:

$$E_z^i = u^i(x,y) = \exp\left[-ik_0\left(x\cos\phi_0 + y\sin\phi_0\right)\right] \tag{1}$$

2b kalınlıklı bir empedans yarım düzlemi ile yarısonsuz bir dielektrik tabaka eklemini aydınlatsın (Şekil-1). (1) ifadesinde k_0 ve ϕ_0 sırasıyla boş uzayın dalga sayısı ve geliş açısını göstermektedir. Empedans yarım düzlemin yan yüzeyleri $S_1=\{(x,y,z);\ x\in(-\infty,0),\ y=b,\ z\in(-\infty,\infty)\}$ ve $S_2=\{(x,y,z);\ x\in(-\infty,0),\ y=-b,\ z\in(-\infty,\infty)\}$ $Z_1=\eta_1 Z_0$ empedansı ile sonlandırma yüzeyi $S_3=\{(x,y,z);\ y\in(-b,b),\ x=0,\ z\in(-\infty,\infty)\}$ ise $Z_2=\eta_2 Z_0$ empedansı ile ifade edilebildiğini kabul edelim. Burada Z_0 ile boşluktan ibaret olan dış ortamın karakteristik empedansı gösterilmektedir. Dielektrik tabakanın relatif bünye parametreleri ε_r,μ_r dir.

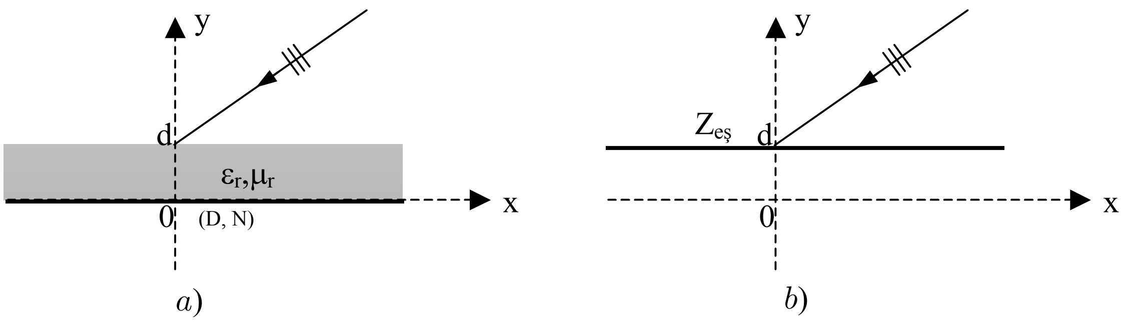
Görüntü prensibi kullanılarak problem çift ve tek uyarma olmak üzere daha basit iki alt probleme indirgenir (Şekil-2). Çift uyarmada toplam elektrik alanın yüzeye dik yöndeki türevinin y=0, $x\in(-\infty,\infty)$ düzleminde sıfır olması gerekir (Magnetik duvar). Tek uyarmada ise toplam elektrik alanın y=0, $x\in(-\infty,\infty)$ düzleminde sıfır olması gerekir (Elektrik duvar).



Şekil 2. Çift uyarma için magnetik duvar, tek uyarma için elektrik duvar

Standart Empedans Modeli

Standart empedans koşulunun en önemli uygulamalarından biri de ince bir dielektrik tabakayla kaplanmış bir elektrik iletken veya magnetik iletken yüzeyin modellenmesinde kullanılmasıdır. Mükemmel iletken y=0 düzleminin d kalınlığındaki homojen ince bir dielektrik tabaka ile kaplanmış olduğu düşünülsün (Şekil 3.1a). (1) ifadesindeki gibi E_z-polarize bir düzlemsel dalga bu geometriyi aydınlatsın. Bu durumda bu geometriden yansıma katsayısı y=0 daki sınır koşulu ve y=d deki toplam elektrik ve toplam magnetik alan bileşenlerinin süreklilik bağıntıları kullanılarak aşağıdaki gibi bulunur:



Şekil 3.a) Dielektrik tabaka ile kaplı mükemmel elektrik/magnetik iletken düzlem
b) Empedans yüzeyi simülasyonu

$$R = -\frac{\sqrt{1-\frac{\cos^2\phi_0}{N^2}} + i\mu_r \frac{\sin\phi_0}{N}\tan\left[k_0 N d\sqrt{1-\frac{\cos^2\phi_0}{N^2}}\right]}{\sqrt{1-\frac{\cos^2\phi_0}{N^2}} - i\mu_r \frac{\sin\phi_0}{N}\tan\left[k_0 N d\sqrt{1-\frac{\cos^2\phi_0}{N^2}}\right]} \tag{2}$$

Burada $N=\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$, dielektrik tabakanın kırılma indisini göstermektedir. (Şekil 3.b) ile gösterilen empedans yüzeyinden yansıma katsayısı ise

$$\widetilde{R} = -\frac{Z_0 - Z\sin\phi_0}{Z_0 + Z\sin\phi_0} \tag{3}$$

olarak bulunur. $|N| >> 1$ koşulu altında (2) ile gösterilen yansıma katsayısı

$$R = -\frac{1 + i\mu_r \frac{\sin\phi_0}{N}\tan[k_0 N d]}{1 - i\mu_r \frac{\sin\phi_0}{N}\tan[k_0 N d]} \tag{4}$$

biçimine indirgenir. Bu yansıma katsayısı (Şekil 3.1b) deki empedans düzlemine ilişkin (3) yansıma katsayısı ile karşılaştırılacak olursa (Şekil 3.1a) daki yapının yüzey empedansı

$$Z_{eş}^{o} = -iZ\tan\left[k_0 Nd\right] \tag{5}$$

ile modellenebilir.

Benzer şekilde mükemmel magnetik iletken y=0 düzleminin d kalınlığındaki homojen ince bir dielektrik tabaka ile kaplanmış olduğu düşünülsün (Şekil 3.1a). Bu durumda bu geometriden E_z-polarize bir düzlemsel dalganın yansıma katsayısı y=0 daki sınır koşulu ve y=d deki toplam elektrik ve toplam magnetik alan bileşenlerinin süreklilik bağıntıları kullanılarak aşağıdaki gibi elde edilir:

$$R = -\frac{\sqrt{1-\frac{\cos^2\phi_0}{N^2}} - i\frac{N\sin\phi_0}{\varepsilon_r}\cot\left[k_0 Nd\sqrt{1-\frac{\cos^2\phi_0}{N^2}}\right]}{\sqrt{1-\frac{\cos^2\phi_0}{N^2}} + i\frac{N\sin\phi_0}{\varepsilon_r}\cot\left[k_0 Nd\sqrt{1-\frac{\cos^2\phi_0}{N^2}}\right]} \tag{6}$$

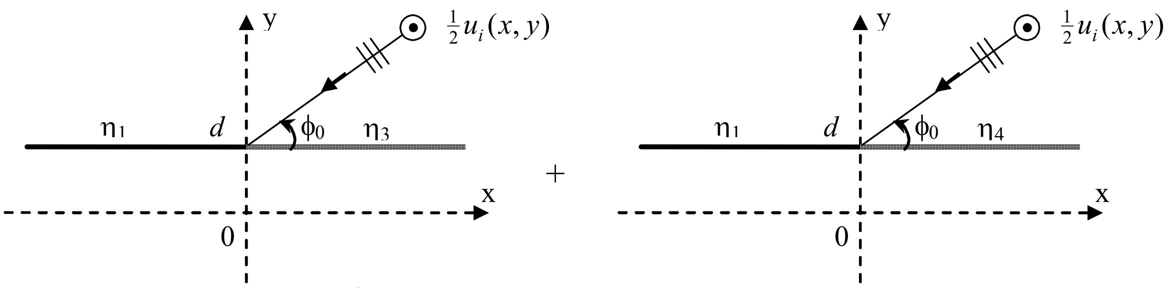
$|N| >> 1$ koşulu altında (6) ile gösterilen yansıma katsayısı

$$R = -\frac{1 - i\frac{N\sin\phi_0}{\varepsilon_r}\cot\left[k_0 Nd\right]}{1 + \frac{N\sin\phi_0}{\varepsilon_r}\cot\left[k_0 Nd\right]} \tag{7}$$

biçimine indirgenir ve (3) yansıma katsayısı ile karşılaştırılacak olursa ince bir dielektrik tabaka ile kaplanmış mükemmel magnetik iletken yapının yüzey empedansı

$$Z_{eş}^{e} = iZ\cot\left[k_0 Nd\right] \tag{8}$$

ile modellenebilir. Bu modellerden hareketle $\eta_3 = Z_{eş}^{o} \big/ Z_0$ ve $\eta_4 = Z_{eş}^{e} \big/ Z_0$ olmak üzere esas problem çift ve tek uyarmalar için iki ayrı iki parçalı empedans düzlem problemlerinin toplamına indirgenebilir (Şekil 4). Bu problemler Wiener-Hopf tekniği kullanılarak çözülür ve çözümlerin süperpozisyonu alınarak esas sonuç bulunur. E-polarize bir düzlem dalga için iki parçalı empedans düzleminden kırınım katsayısı [5] kullanılarak çift ve tek simetrik uyarmalara ilişkin birinci mertebeden toplam kırınan alan (u^d) aşağıdaki gibi elde edilir:



Şekil 4. İki parçalı empedans düzlem eşdeğer geometrisi

$$u^{d} = \tfrac{1}{2}e^{-ik_0 d\sin\phi_0}\left(D(\eta_3,\eta_1;\phi_0,\phi) + D(\eta_4,\eta_1;\phi_0,\phi)\right)\frac{e^{ik_0\rho}}{\sqrt{k_0\rho}} \tag{9}$$

Yukarıdaki ifadede kırınım katsayısı D,

$$D(\eta_a,\eta_b;\phi_0,\phi)=-\sqrt{\frac{2}{\pi}}e^{i\pi/4}\,\frac{\eta_b(\eta_a-\eta_b)(\sin\phi_0+\sin\phi)}{\eta_a(\cos\phi_0+\cos\phi)(1+\eta_a\sin\phi)(1+\eta_b\sin\phi_0)}$$
$$\times\frac{\chi_-(\eta_a,k_0\cos\phi_0)\chi_+(\eta_b,k_0\cos\phi)}{\chi_-(\eta_b,k_0\cos\phi_0)\chi_+(\eta_a,k_0\cos\phi)} \tag{10}$$

ve

$$x=\rho\cos\phi,\;\; y-b=\rho\sin\phi \tag{11}$$

olarak tanımlanmıştır. $\chi_{\pm}(\eta,\alpha)$ fonksiyonları ise,

$$\chi(\alpha)=\left[\eta+\frac{k_0}{K_0(\alpha)}\right]^{-1} \tag{12}$$

fonksiyonunun Wiener-Hopf çarpanları olup, Maliuzhinetz fonksiyonları, M_π, cinsinden aşağıdaki gibi yazılabilir [6]:

$$\chi_-(\eta,k_0\cos\phi)=\frac{4}{\sqrt{\eta}}\sin\frac{\phi}{2}\left\{\frac{M_\pi(3\pi/2-\phi-\theta)M_\pi(\pi/2-\phi+\theta)}{M_\pi^2(\pi/2)}\right\}^2$$
$$\times\left[1+\sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi/2-\phi+\theta}{2}\right)\right]^{-1}\left[1+\sqrt{2}\cos\left(\frac{3\pi/2-\phi-\theta}{2}\right)\right]^{-1} \tag{13}$$

$$\chi_+(\eta,k_0\cos\phi)=\chi_-(\eta,-k_0\cos\phi) \tag{14}$$

$$\sin\theta=(1/\eta) \tag{15}$$

ve

$$M_\pi(z)=\exp\left\{-\frac{1}{8\pi}\int_0^z\frac{\pi\sin u-2\sqrt{2}\pi\sin(u/2)+2u}{\cos u}du\right\} \tag{16}$$

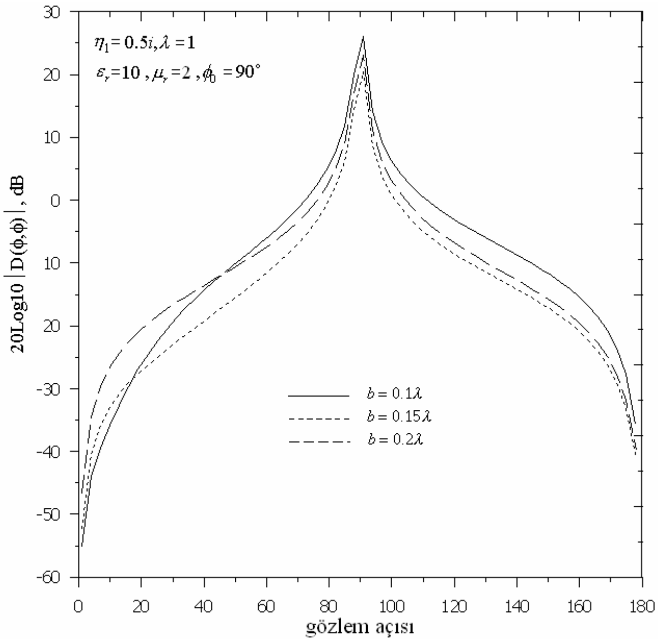
Sayısal Uygulamalar ve Sonuçlar

Bu bölümünde düzlem dalga ile aydınlatılan kalınlıklı empedans-dielektrik eklemine ilişkin saçılma karakteristiklerini ortaya koyabilmek amacıyladeğişik fiziksel parametreler için, yani, kalınlık, elektrik ve magnetik geçirgenlik ile yüzey empedanslarının değişik değerleri için kırınan alanın sayısal değerleri hesaplanıp gözlem açısına göre değişimleri grafiksel olarak verilmiştir.

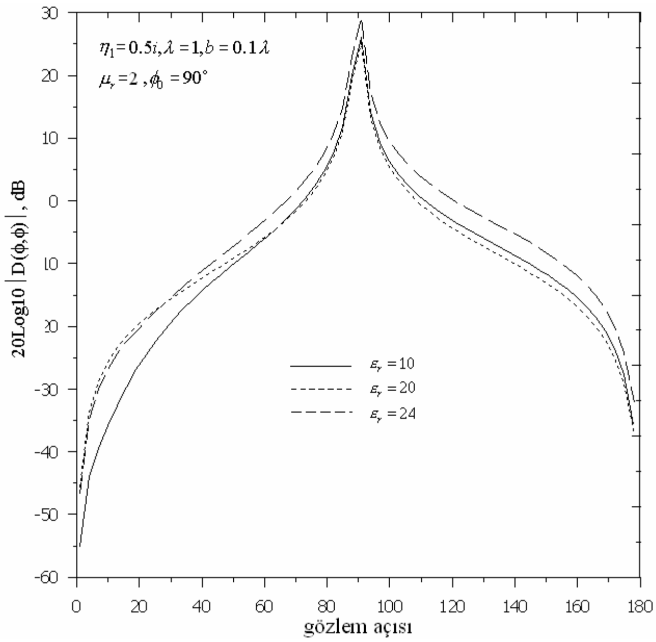
Şekil 5 ve Şekil 6 sırasıyla toplam kırınan alan genliğinin eklem kalınlığı d ve relatif dielektrik sabiti ε_r ile değişimi görülmektedir.

Şekil 7'de yatay yüzey empedans değeri, η_1, artıkça toplam kırınan alan genliğinin de arttığı görülmektedir ve bu artış özellikle gözlem açısı 90^o ile 180^o arası iken beklendiği gibi daha fazla olmaktadır.

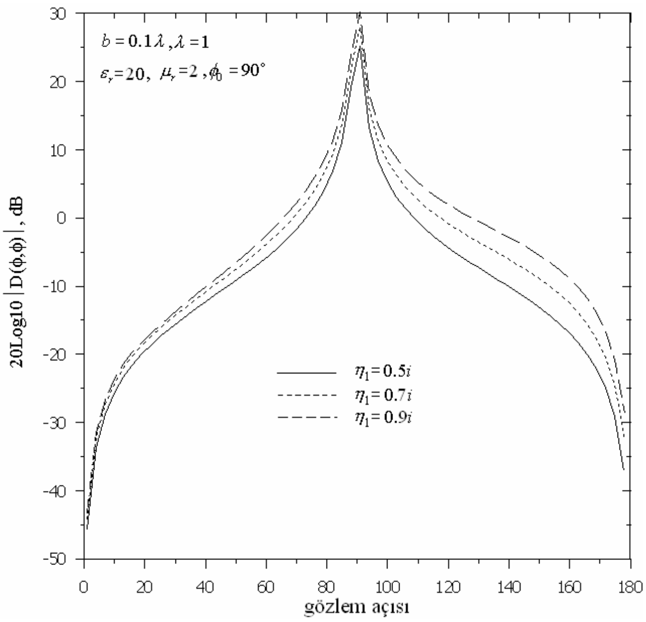
Şekil 8'de ise sonuç Wiener-Hopf metodu ve Fiziksel Optik Yaklaşımı ile karşılaştırılmıştır. Görüldüğü gibi sonuçlar oldukça yakın çıkmıştır. Ancak gözlem açısı 20^o ve 80^o arasında iken Standart Empedans modeli ve Fiziksel Optik yaklaşımı ile Wiener-Hopf çözümü arasında genlik farkının arttığı görülmektedir. Bunun sebebi Wiener-Hopf çözümünde diğer iki yöntemde ihmal edilen yan duvar empedansı η_2'nin katkısının ihmal edilmemesidir.



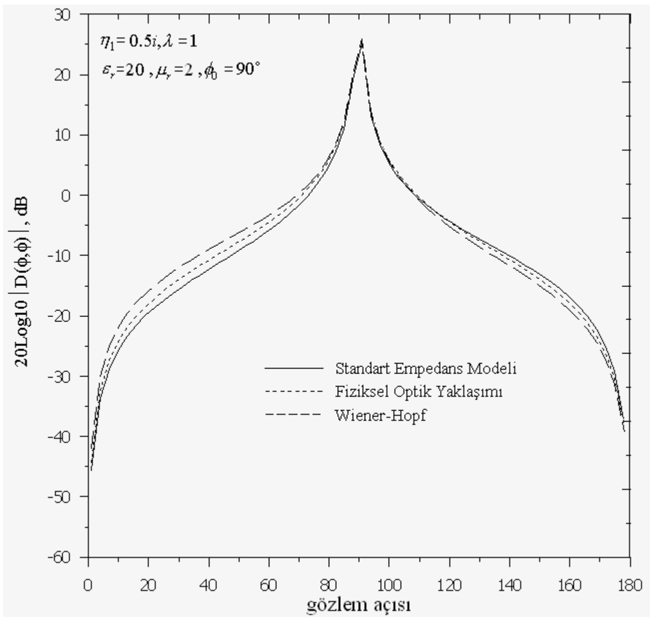
Şekil 5.Toplam kırınan alan genliğinin eklem kalınlığı d ile değişimi



Şekil 6. Toplam kırınan alan genliğinin ε_r ile değişimi



Şekil 7. Toplam kırınan alan genliğinin η_1 ile değişimi



Şekil 8. Toplam kırınan alan genliğinin Wiener-Hopf Metodu ve Fiziksel Optik Yaklaşımı ile karşılaştırılması

Referanslar

[1] D. S. Jones, "Diffraction by a thick semi-infinite plate", Proc. Roy. Soc., vol. A-217, pp.153-175, 1953.

[2] K. Aoki and K. Uchida, "Scattering of a plane electromagnetic wave by two semi-infinite dielectric slabs" Trans. IECE, Japan, vol.62B, 1132-1139, 1979

[3] J.L. Volakis and M.A. Ricoy, "H-polarization Diffraction by a Thick Metal-Dielectric Join," in Radar Cross Section of Complex Objects, IEEE Press: New York, 1990, pp. 481-491

[4] G. Çınar and A. Büyükaksoy, " Diffraction by a thick impedance half-plane with different end face impedance", Electromagnetics, (in press)

[5] A. Büyükaksoy, G. UZGÖREN, Kırınım Problemleri, GYTE Yatınları No.4, Gebze, 1999.

[6] T.B.A. Senior, "Half-plane edge diffraction", Radio Science, 10, 1975, pp.645-654.