

2-D KESİM OPTİMİZASYONU

**Hazırlayan: Gürkan Bayır
YTÜ Bilgisayar Mühendisliği Bölümü**

Proje Yürütücüsü: Yrd. Doç. Songül Albayrak

İstanbul, 2007

GİRİŞ

Paketleme ya da stok kesimi olarak bilinen problem yıllardır bir ilgi alanı olagelmektedir. Kullanımın artırılması ya da zaiyatın azaltılması hedeflenmektedir. Ancak yine de bu problemin türevleri mevcuttur. Ve kısıtlamalar da probleme bağlı olarak değişmektedir.

Problemin çeşitlerinden bir tanesi dikdörtgen şekilli parçaların paketlenmesidir. Burada hem konteyner hem de parçalar dikdörtgen olarak düşünülür. Nispeten kolaydır ve kısa sürede çözüme ulaşılır. Esas problemimize çözüm olarak da şekillerin etrafından geçirilecek dikdörtgen çerçeveler önerilmiştir. Ancak bu çözüm zaiyatı azaltmaktan uzaktır ve kullanışsızdır.

Buradaki problem düzgün olmayan geometrik şekiller için biz çözüm uzayı oluşturmaktır. Konteyner ya da ana madde dikdörtgen olarak düşünülmüştür ve genişliği sabitken yüksekliği değişmektedir. Parçalar poligonlardır ve eğrisel kenarlar içermemektedirler. 360 derece dönebilmektedirler.

Akla gelen ilk çözüm tüm olasılıkları denemek olabilir. Böylece sonuca da ulaşılabilir. Ancak çok sayıda parça, dolayısıyla çok sayıda sıralama ve pozisyon olacağı için çok zaman harcayan bir çözüm olacaktır.

Burada genetik algoritmayı kullanacağız. Bu algoritma evrime benzemektedir: bir popülasyon alınır, güçlü bireyler seçilir, eşleştirilip üretilir ve mutasyona uğratarak yeni bir popülasyon elde edilir. Buradaki bireyler genlerin (parçaların) farklı dizilişleridir. Gücün anlamı kullanılmayan alanların azlığıdır. Kullanılacak metod ve algoritmalar ilerleyen bölümlerde daha ayrıntılı ele alınacaktır.

Problemi iki aşamalı olarak ele alacağız. Sıra belirlemesi ilk aşamadır. İkinci aşama ise yerleştirmedir. Bu aşamada deneme yanılma yöntemi kullanılacaktır. Her iki aşama da ayrıntılarıyla ele alınacaktır.

Veriyi uygun bir biçimde sunmalıyız. Daha önceden de belirtildiği üzere parçalar poligonlar olarak ifade edilecektir. Poligonların kenarları da $y = ax + b$ olarak gösterilebilir. Parçanın yerleştirilmesinin akabinde yeni bir profil yaratılacak ve bu profil de ayırık çizgilerden oluşacaktır.

GENETİK ALGORİTMALAR

Genetik algoritma evrim teorisini örnek alır. Yani her nesilde güçlü olan bireylerin yaşama ve çiftleşme şansı daha fazla olmaktadır.

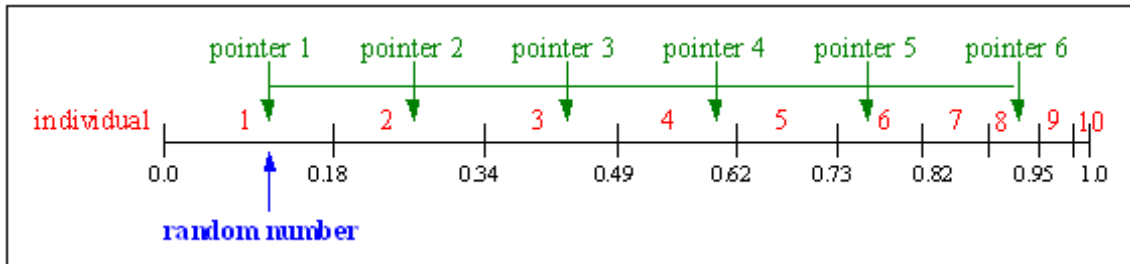
Bireyleri kromozomlar temsil eder ve kromozomlar da genlerden oluşur. Genlerin sayısı sabittir. Ancak gen sıraları bireyin (kromozomun) gücünü belirler.

Bunu elimizdeki probleme uygularsak kesilmesi istenen parçalar genleri, parçaların kesim sıraları (permütasyon) da değişik kromozomları oluşturacaktır.

Yerleştirme işleminin en başında belli sayıda örnek (birey, kromozom) oluşturulur. Bu sayı çift olmalıdır ki bir sonraki nesli oluşturabilmek için çift ebeveynler olsun. Elimizde kesilmesi gereken m adet parça (gen) varsa bunları 0'dan $m-1$ 'e kadar numaralandıracağız. Örneğin 20 adet birey oluşturulacaksa ve kesmemiz gereken parça 30 ise, 0-29 arası sayıların 20 adet farklı permütasyonunu oluşturarak başlangıç popülasyonunu elde edebiliriz. Permütasyon oluştururken `random()` fonksiyonunu kullanacağız. Ayrıca oluşturulacak örnek sayısı kullanıcı tarafından girilecektir.

Elde edilen sıraya göre parçalar yerleştirilecektir. Yerleştirme işlemi sonucunda toplam alan hesaplanır. Burada malzemenin genişliği ile en üstte kalan parçanın en üst noktasının y koordinatı çarpılarak bir dikdörtgen alanı bulunur. Parçaların toplam alanı bu dikdörtgen alanına bölünerek yüzde cinsinden verim hesaplanır. Bu verim aynı zamanda bireyin gücüdür ve $0 < \text{verim} < 100$ arasında bir değerdir. Yerleşimin nasıl yapacağı daha sonra ayrıntılarıyla anlatılacaktır.

Bundan sonra **eşleştirme** yapılır (reproduction). Bunun için stochastic universal sampling metodu kullanılacaktır. Bireyler güçlüden zayıfa yan yana dizilir. Toplam güç hesaplanır (TG diyelim). Yeni nesli oluşturmak için bir önceki nesilde bulunan birey sayısı kadar yeni birey oluşturulacaktır. Bunun için de seçim yapmalıyız. TG'yi birey sayısına böleriz. Elde ettiğimiz değer interval'dır.



Şekil-1. Stochastic Universal Sampling. ⁱ

Yukarıdaki şekilde 0.18, 0.34 değerleri kümülatif toplamdır. TG ise 1.0 olarak hesaplanmıştır. 6 seçim yapılacağı için interval değeri $1/6 = 0.16$ gibi bir değerdir. Yukarıdaki şekilde 0.16'nın tam katlarına denk gelen bireyler seçilecektir. Görüldüğü üzere 5, 7, 9 ve 10 numaralı bireyler elenmiştir. Diğerleri ise neslini devam ettirme şansını elde etmişlerdir. Eğer birey yeterince güçlüyse birden fazla da seçilebilir. Örneğin 1 numaralı bireyin gücü 0.4 gibi bir değer olsaydı $0.4 / 0.16 > 2$ olduğu için 2 defa seçilebilecekti.

Bizim uygulamamızda şekilden farklı olarak 10 birey için 10 seçim yapılacaktır ve bu durumda interval $1.0 / 10 = 0.1$ olmalıdır. Seçilen bireylerden rasgele çiftler oluşturulur. Bunlar yeni nesli oluşturacaktır ve ebeveyn olarak adlandırılırlar.

Yeni nesli oluşturmak için ebeveynler arasında gen değişimi olacaktır. Yapılan denemelerde bir bireyin genlerinin %60'ının diğer bireyle değişmesi durumunda verimli sonuçlar elde edilebildiğini göstermektedir. Gen değişimi (crossover) şu şekilde yapılır:

p1 ile p2 ebeveynler ve o1 ile o2 de çocuklardır. 0-9 arasındaki rakamlar da genlerdir.

$p1 = 7\ 4\ 3\ 5\ 2\ 1\ 6\ 9\ 0\ 8$

$p2 = 3\ 4\ 1\ 6\ 8\ 2\ 0\ 5\ 7\ 9$

İlk olarak iki adet crossover noktası belirlenir. Bu noktalar '|' ile işaretlenmiştir.

$p1 = 7\ 4\ 3\ 5\ | 2\ 1\ 6\ | 9\ 0\ 8$

$p2 = 3\ 4\ 1\ 6\ | 8\ 2\ 0\ | 5\ 7\ 9$

Crossover noktaları arasında işaretlenmiş bölgeler doğrudan çocuklara aktarılacaktır.

$o1 = x\ x\ x\ x\ | 2\ 1\ 6\ | x\ x\ x$

$o2 = x\ x\ x\ x\ | 8\ 2\ 0\ | x\ x\ x$

Daha sonra ikinci crossover noktasından itibaren genler aynı sırada diğer bireyle yer değiştirecektir. Eğer sıradaki gen diğer bireyde varsa aktarılmayacaktır.

$o1 = 3\ 4\ 8\ 0\ | 2\ 1\ 6\ | 5\ 7\ 9$

$o2 = 3\ 5\ 1\ 6\ | 8\ 2\ 0\ | 9\ 7\ 4^{ii}$

Örneğin p2'deki 5 7 9 3 4 1 6 8 2 0 sırası, 5 7 9 3 4 8 0 olarak aktarılmıştır. Çünkü 2, 1 ve 6 zaten aktarılan kromozomda mevcuttur.

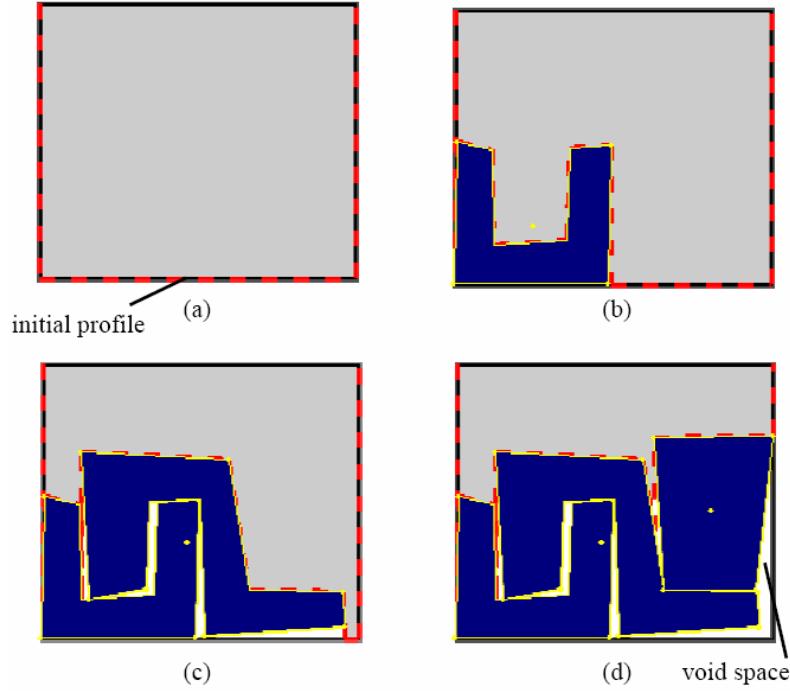
Böylece yeni bireyler elde edilmiştir. Son adım mutasyondur.

Doğadaki canlıların kromozomları içinde genlerin yer değiştirmesine mutasyon adı verilir. Bu uygulamada mutasyon oranı 0.01 olarak alınmıştır. Yani 100 adet parça varsa bunlardan bir tanesi rasgele seçilir ve yine rasgele seçilen başka bir genle yer değiştirir.

Programın ne zaman duracağı kullanıcı tarafından belirlenecektir. Durma şartı belirli bir verim değerine ulaşma ya da adım sayısı olabilir. Bu şart sağlanıncaya kadar reproduction, crossover ve mutasyon işlemleri sırasıyla devam edecektir.

YERLEŞİM

Parçaları genişliği sabit, uzunluğu değişken (ya da sonsuz) bir alana yerleştirdiğimizi varsayıyoruz. Başlangıçta bu alan tamamen boştur. Boş profil alt kenarları dik bir U harfini andırmaktadır. Yerleştirme işlemi kromozomların gen sırasına göre yapılır. Sağ ya da sol alt köşeden başlanabilir.



Şekil-2. Boş profili doldurma.ⁱⁱⁱ

Yukarıdaki şekilde (a) başlangıç durumunu göstermektedir. (b)'de ise bir şekil yerleştirilmiş ve profil güncellenmiştir (kırmızı kesikli çizgi). Bu şekilde yerleştirilen her bir parçanın ardından profil güncellenerek yeni parça için güncel profil üzerinde uygun bir yer bulunmaya çalışılacaktır. Projede kullanılan kısıtlardan birisi yerleştirilen parçanın en sağ ve en sol noktalarından aşağıya birer dik çizgi çizildiği zaman bu ikisinin arasında boşluklar kalsa bile artık bu boşlukların kullanılamayacak olmasıdır. Bu durum yukarıdaki şekilde *void space* ile gösterilmektedir.

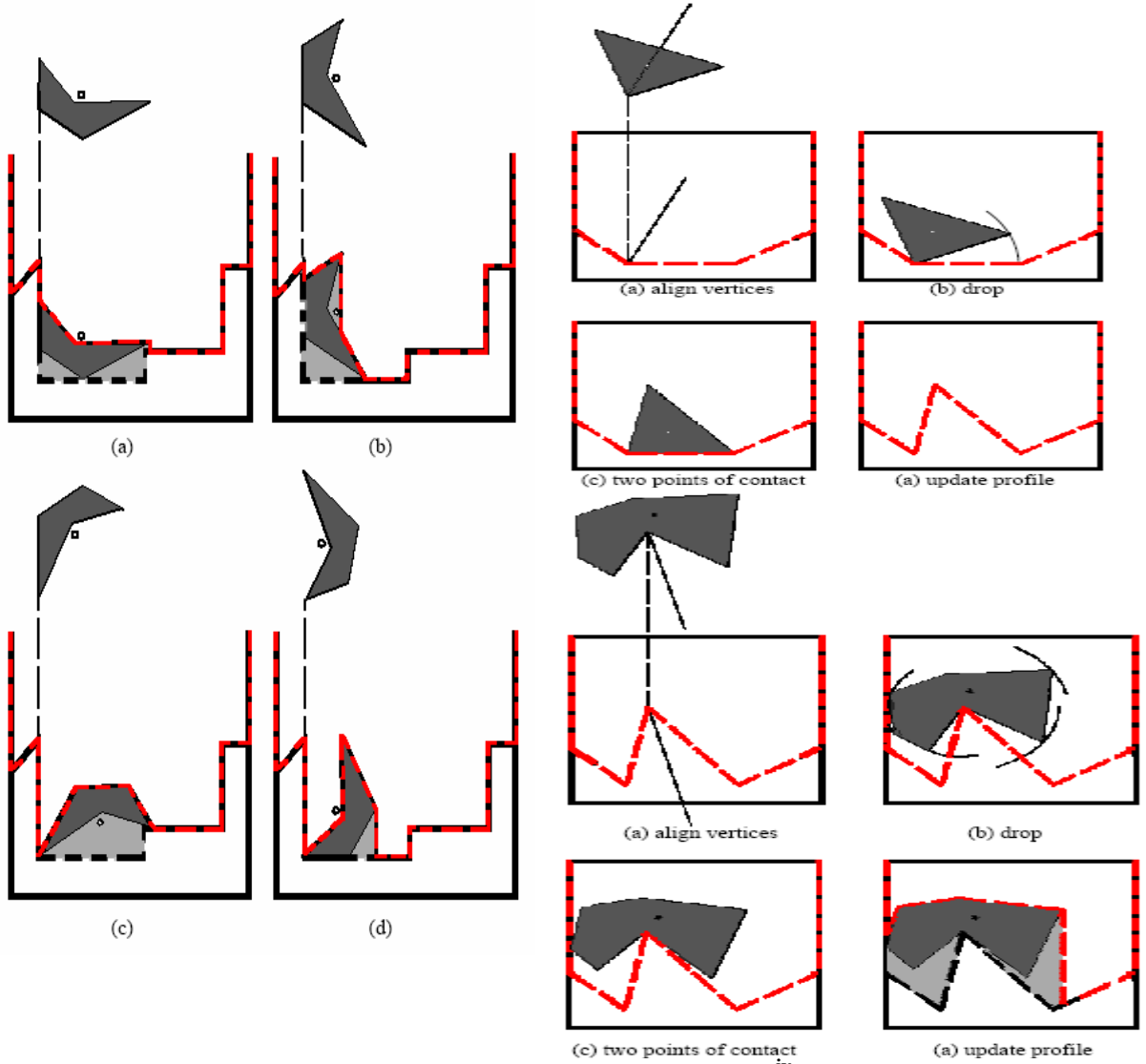
(a)'daki başlangıç profilinin yatay alt çizgisini x, soldaki dik çizgiyi ise y eksenini olarak ele alıyoruz. Hesaplama süresince bol miktarda geometrik işlem yapılacağından bu şekilde işimizi kolaylaştırabiliriz.

Bütün parçalar yerleştikten sonra oluşan en son profilin en üst noktasının y koordinatını h, eldeki malzemenin genişliğini w olarak alırsak toplam alan $TA = h * w$ olacaktır. Parçaların toplam alanını ise $\sum P_i$ ile gösterirsek verim = $\sum P_i / (h * w)$ olur.

UYGUN YER SEÇİMİ

Arada kalan boşlukları azaltma adına üç koşul için üç yöntem denenecektir:

- 1- Profildeki kenar dik ise verilen parçanın etrafından geçen convex hull'u oluşturan bütün köşeler denenip en yüksek verim sağlayan; en az boşluk bırakan ve diğer taraftan en az yükseklik sağlayan durumda parça bırakılacaktır.
- 2- Parçanın bütün konveks köşeleri profilin bütün konkav köşelerinde denenecektir.
- 3- Parçanın bütün konkav köşeleri profilin bütün konveks köşelerinde denenecektir.



Şekil-3. Parçayı profile yerleştirme.^{iv}

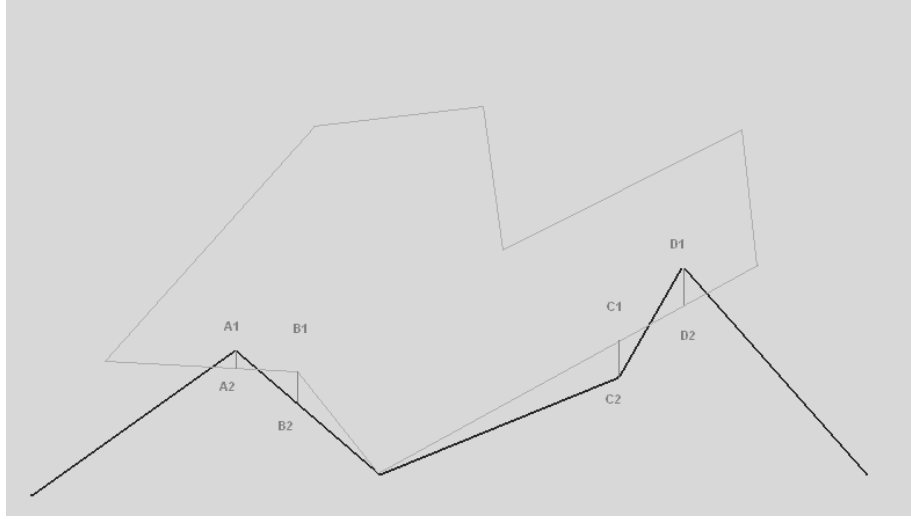
İlk koşulda convex hull'ı oluşturan çizgiler ile profilin dik kenarı karşılaştırılırken diğer iki seçenekte poligon köşesi ile profil köşesinin açıortayları karşılaştırılmaktadır.

Parça oturtulduktan sonra profil ile parça arasında kesişmeler olabilir. Bu durumlar ortadan kaldırılmalıdır. Bunun için parçayı bir miktar yukarı çekmeliyiz.

Yukarı çekme mesafesi profilin içinde kalan poligon noktalarının üstlerindeki poligon çizgisine dik uzaklıkları ve poligon içinde kalan profil noktalarının altlarındaki çizgiye dik

uzaklıkları karşılaştırılarak bulunur. Bu uzaklık değerleri içinde en büyüğü yukarı çekme mesafesini verecektir.

Aşağıdaki şekilde A1-A2, B1-B2, C1-C2 ve D1-D2 mesafeleri hesaplanır. En büyüğü bulunur. Son olarak poligon bulunan değer kadar yukarı çekilir.



Yukarıda sayılan üç yöntemden uygun olanı ile parça yerleştirildikten sonra aradaki boşlukları daha da azaltmak için parça sağa ya da sola yatırılabilir. Bu projede ağırlık merkezinin olduğu tarafa doğru yatırılacaktır. Dönme merkezi olarak poligonun profile en yakın (ya da temas eden) noktası alınacaktır. Yukarıdaki örnekte dönme noktası D1 olarak bulunmuştur. Parçanın ağırlık merkezi ise sol taraftadır. Dolayısıyla D1 etrafında, profil ile poligon arasında ikinci bir temas noktası bulununcaya kadar, poligon döndürülecektir.

SONUÇ

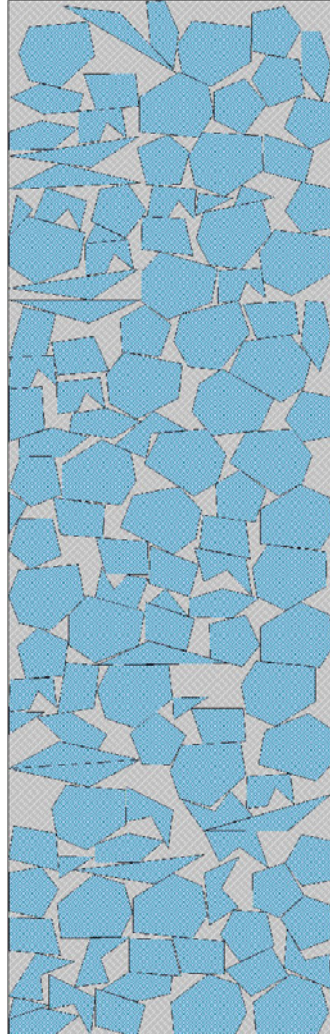
Hesaplamalar beklendiği gibi kısa sürmüş ve ortalama %70 civarında verim elde edilmiştir. Tabii ki verilen şekillerin karmaşıklığı, adedi ve birbirine uygunluğu gibi etkenlerin de hesaplama süresi ve verimi değiştirdiği unutulmamalıdır. Konuyla ilgili çeşitli belgelerde konveks açı ile konkav açı arasındaki oran belli bir değerden küçükse konkav açının yok sayılması önerilmektedir. Başka yöntemlerle elde edilen verim birkaç puan daha artırılabilir.

Bu projede eğrisel kenarlar dâhil edilmemiştir. Aynı şekilde kesme payı, esneme miktarı gibi parametreler de göz önüne alınmamaktadır. Eğrisel kenarlar çeşitli yöntemlerle düz çizgiler haline getirilebilir. Aynı şekilde kesme payı da şekillerin birbirine olan mesafesi olarak düşünülebilir.

Şekillerin girilmesi için basit bir editör tasarlanmıştır. Gerçek hayatta ise profesyonel bir çizim programı ile yaratılmış dosyalar kullanılmalıdır. Bu, tüm gereksinimleri karşılayacak yeni bir editör oluşturmaktan daha akılcı bir yol olarak görünmektedir.

Proje genel hatlarıyla bekleneni vermektedir. Bahsedilen eksikler de tamamlandığı zaman ticari amaçla da kullanılabilir.

Aşağıdaki yerleşim 29 saniyede hesaplanmıştır ve bulunan verim %71'dir.



ⁱ <http://local.wasp.uwa.edu.au/~pbourke/geometry/polyarea/>

ⁱⁱ Geometric Bin Packing Algorithm For Arbitrary Shapes, Arfath Pasha, The University of Florida, 2003, s.31.

ⁱⁱⁱ Pasha, s.35

^{iv} Pasha, p.46-48.