YÜKSEK MERTEBELİ KISMİ KOHERENT KARANLIK İÇİ DELİK IŞINLARIN SERBEST UZAY ORTAMINDA YAYILMASI

Halil Tanyer Eyyuboğlu

Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü
Mühendislik Mimarlık Fakültesi
Çankaya Üniversitesi 06530, Balgat, Ankara
e-posta: h.eyyuboglu@cankaya.edu.tr

Anahtar sözcükler: Serbest Uzayda Yayılım ve Kısmi Koherent Karanlık İçi Delik Işınlar

ABSTRACT

We formulate and evaluate in terms of graphical outputs, source and receiver plane expressions for higher order partially coherent dark hallow beams propagating in free space. Our formulation is able to cover square, rectangular, circular, elliptical geometries for dark hallow and flat-topped beams in one single expression. From the graphical outputs of the receiver plane, it is observed that partial coherence property has an effect on the beam similar to turbulence. This way, compared to the fully coherent case, the partially coherent beam propagating in free space becomes converted into a Gaussian profile at earlier propagation distances as well as experiencing excessive spreading.

1. GİRİŞ

Karanlık içi delik ve düzgün tepeli ışınların yayılım ekseni boyunca fazla açılmadan ilerledikleri bilinmektedir [1-4]. Bu nedenle bu tür ışınlar tercih nedeni olmaktadır. Daha önceki çalışmalarımızda düz tepeli ışınların türbülanslı ortamda yayılımı ve genlik dalgalanmaları incelenmiştir [3-4]. Bu çalışmada, Hermite polinomları vasıtasıyla karanlık içi delik ışınlara yüksek mertebelik eklenmiş ve Gaussian Shell modeli kullanılarak kısmi koherent özelliği kazandırılmıştır. Verilen formülasyon karanlık içi delik ve düzgün tepeli ışın özelliklerini tek bir ifade altında toplayabilmektedir. Genişletilmiş Huygens-Fresnel prensibi kullanılarak ışının alıcı düzlemindeki dağılımı çapraz yoğunluk fonksiyonu cinsinden çıkartılmıştır. Tam koherent ve kısmi koherent örnek kaynak ışınları için elde edilen alıcı düzlemi gösterimlerinden kısmi koherent özelliğinin ışının profili üzerinde türbülanslı ortama benzer bir etki yarattığı gözlemlenmiştir.

2. FORMÜLASYON

Kaynak düzlemi $(\mathrm{s}) = (s_x, s_y)$ ile merkezleştirilmiş yüksek mertebeli karanlık içi delik bir ışına ait alan, kaynak boyları değişik olan iki ışının farkı şekilde aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$
\begin{aligned}
u_s(\mathrm{s}) = u_s(s_x, s_y) = H_n(a_x s_x + b_x) H_m(a_y s_y + b_y) \\
\times \sum_{r=1}^{R} \sum_{t=1}^{T} \binom{R}{r} \binom{T}{t} \frac{(-1)^{r+t}}{RT} \\
\times \Big\{ A_1 \exp\left[-0.5k\left(r\alpha_{x1} s_x^2 + t_s \alpha_{y1} s_y^2\right)\right] \\
- A_2 \exp\left[-0.5k\left(r\alpha_{x2} s_x^2 + t_s \alpha_{y2} s_y^2\right)\right] \Big\} \qquad (1)
\end{aligned}
$$

Burada $H_n(a_x s_x + b_x)$ ve $H_m(a_y s_y + b_y)$ ışının s_x ve s_y yönündeki n ve m kadar mertebelendirilmesini, argümandaki a_x, a_y ve b_x, b_y ler sırasıyla genişliği ve kaydırmayı, $\binom{R}{r}$ ve $\binom{T}{t}$ R ve T üzerinden r ve t indisleri ile yapılan toplamlara ait binom katsayılarını gösterir. $t_s = t$ eğer $T > 1$, $t_s = r$, $T = 1$ ise. α_{sx1} ve F_{x1} birinci ışına ait kaynak boyu ve odaklama parametreleri iken $\alpha_{x1} = 1/(k\alpha_{sx1}^2) + j/F_{x1}$, $k = 2\pi/\lambda$, $j = (-1)^{0.5}$, λ = dalgaboyu. $\alpha_{sx1} > \alpha_{sx2}$, $\alpha_{sy1} > \alpha_{sy2}$ şartı korunarak, benzeri tanımlar α_{x2}, α_{y1}, α_{y2} ler için de geçerlidir. A_2 ve A_1 birinci ve ikinci ışına ait genlik katsayılarıdır. n = m = 0 durumunda T, A_2, α_{sy} ayarlanarak aşağıdakiler elde edilir;

1. $A_2 = A_1$, T = R > 1, $\alpha_{sy} = \alpha_{sx}$ olduğunda karanlık içi boş kare ışın,

2. $A_2 = A_1$, $T \neq R \neq 1$ ve/veya $\alpha_{sy} \neq \alpha_{sx}$ olduğunda karanlık içi boş dikdörtken ışın,
3. $A_2 = A_1$, $T = 1$, $t_s = r$, $\alpha_{sy} = \alpha_{sx}$ olduğunda karanlık içi boş dairesel ışın,
4. $A_2 = 0$, $A_1 \neq 0$ düz tepeli, içi dolu aydınlık ışın.

Gaussian shell modeli kullanılarak kısmi koherent özelliği olan bir ışına ait çapraz spektral yoğunluk fonksiyonu, $W_s(\mathrm{s}_1, \mathrm{s}_2)$ aşağıdaki gibidir [5-6].

$$W_s(\mathrm{s}_1,\mathrm{s}_2) = u_s(\mathrm{s})\,u_s^*(\mathrm{s})\exp\left[-(\mathrm{s}_1-\mathrm{s}_2)^2/\sigma_s^2\right] \quad (2)$$

* işareti karmaşık sayı eşleniğine tekabül etmektedir. $\sigma_s \to 0$ olduğunda kaynak tamamiyle inkoherent sınırına yaklaşır, $\sigma_s \to \infty$ olduğunda ise tam koherent kaynak elde edilmiş olur. Huygens-Fresnel prensibine göre, bir serbest uzay (turbulansız) ortamı içinde, L kadar uzaklıkta yayılım eksenine dik olarak yer alan $(\mathbf{p}) = (p_x, p_y)$ alıcı düzlemi çapraz spektral fonksiyonu aşağıdaki şekildedir.

$$W_r(\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2,L) = k^2/(2\pi L)^2 \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} d^2\mathrm{s}_1 d^2\mathrm{s}_2 W_s(\mathrm{s}_1,\mathrm{s}_2)$$
$$\times\exp\left\{jk\left[(\mathbf{p}_1-\mathrm{s}_1)^2-(\mathbf{p}_2-\mathrm{s}_2)^2\right]/(2L)\right\} \quad (3)$$

(2) nolu denklemden $W_s(\mathrm{s}_1, \mathrm{s}_2)$'i yerine koyup, (3) nolu integrali [7]'de yer alan (3.462.2) nolu denklem kullanılarak çözer isek, aşağıdaki ifade elde edilir.

$$W_r(\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2,L) = b^2$$
$$\times\exp\left[jb\left(p_{1x}^2-p_{2x}^2+p_{1y}^2-p_{2y}^2\right)\right]$$
$$\times\sum_{r_1=1}^{R}\sum_{r_2=1}^{R}\sum_{t_1=1}^{T}\sum_{t_2=1}^{T}\sum_{i=1}^{4}\binom{R}{r_1}\binom{R}{r_2}\binom{T}{t_1}\binom{T}{t_2}\frac{(-1)^{r_1+r_2+t_1+t_2}}{R^2T^2}$$
$$\times\frac{C_i\sigma_s^2}{(P_{xl}P_{yl})^{0.5}}\exp(E_{xl}+E_{yl})\,S_{xl}S_{yl} \quad (4)$$

(4) nolu denklemde yer alan terimlerden C_i ($i = 1$ .. 4), $C_1 = A_1^2$, $C_2 = C_3 = -A_1A_2$, $C_4 = A_2^2$, $b = k/(2L)$, diğerlerinin tanımlaması ise aşağıda verilmiştir.

$$S_{xl} = \sum_{\ell_{x1}=0}^{[n/2]}\sum_{\ell_{m1}=0}^{n-2\ell_{x1}}\sum_{k_{x1}=0}^{[\ell_{m1}/2]}\sum_{\ell_{m11}=0}^{\ell_{m1}-2k_{x1}}\sum_{\ell_{x2}=0}^{[n/2]}\sum_{\ell_{m2}=0}^{n-2\ell_{x2}}\sum_{k_{x2}=0}^{[(\ell_{m11}+\ell_{m2})/2]}$$
$$\times(-1)^{\ell_{x1}+\ell_{x2}}\,2^{2n-\ell_{x1}-\ell_{x2}-\ell_{m1}-\ell_{m2}}\,T_{\ell x1}T_{\ell x2}\binom{n}{2\ell_{x1}}$$
$$\times\binom{n}{2\ell_{x2}}\binom{n-2\ell_{x1}}{\ell_{m1}}\binom{\ell_{m1}-2k_{x1}}{\ell_{m11}}\binom{n-2\ell_{x2}}{\ell_{m2}}$$
$$\times\frac{(\ell_{m1})!}{(\ell_{m1}-2k_{x1})!(k_{x1})!}\frac{(\ell_{m11}+\ell_{m2})!}{(\ell_{m11}+\ell_{m2}-2k_{x2})!(k_{x2})!}$$
$$\times(a_x)^{\ell_{m1}}(a_x^*)^{\ell_{m2}}(b_x)^{n-2\ell_{x1}-\ell_{m1}}(b_x^*)^{n-2\ell_{x2}-\ell_{m2}}$$
$$\times(D_{xl})^{-\ell_{m1}+k_{x1}+k_{x2}}(-2jbp_{1x})^{\ell_{m1}-2k_{x1}-\ell_{m11}}$$
$$\times(\sigma_s^2)^{\ell_{m1}-k_{x1}-\ell_{m11}}(P_{xl})^{-\ell_{m11}-\ell_{m2}+k_{x2}}(Q_{xl})^{\ell_{m11}+\ell_{m2}-2k_{x2}} \quad (5)$$

(5) nolu denklemde bazı toplamların üzerinde yer alan köşeli parantez, [..], parantezin içinin tam sayıya dönüşeceği anlamındadır. $\ell_{xc} \neq 0$, $c = 1, 2$ olmak üzere $T_{\ell xc} = 1 \times 3 \times \ldots (2\ell_{xc} - 1)$, ! faktöriyeli gösterir.

$$D_{x1} = D_{x2} = 0.5kr_1\alpha_{x1}\sigma_s^2 + 1 - jb\sigma_s^2 \quad (6)$$

$$P_{x1} = 0.5k\left[0.5kr_1r_2\,|\,\alpha_{x1}\,|^2\,\sigma_s^2 + r_1\alpha_{x1} + r_2\alpha_{x1}^*\right.$$
$$\left.+jb\sigma_s^2\left(r_1\alpha_{x1}-r_2\alpha_{x1}^*\right)+2b^2\sigma_s^2/k\right] \quad (7a)$$

$$P_{x2} = 0.5k\left[0.5kr_1r_2\alpha_{x1}\alpha_{x2}^*\sigma_s^2 + r_1\alpha_{x1} + r_2\alpha_{x2}^*\right.$$
$$\left.+jb\sigma_s^2\left(r_1\alpha_{x1}-r_2\alpha_{x2}^*\right)+2b^2\sigma_s^2/k\right] \quad (7b)$$

$$Q_{x1} = Q_{x2} = -2jb\left(p_{1x}-p_{2x}\right)$$
$$+jb\sigma_s^2\left(kr_1\alpha_{x1}-2jb\right)p_{2x} \quad (8)$$

$$E_{xl} = \left(-4b^2\sigma_s^2P_{xl}p_{1x}^2 + Q_{xl}^2\right)/\left(4D_{xl}P_{xl}\right) \quad (9)$$

$D_{x3} = D_{x4}$, (6) nolu denklemde α_{x1} yerine α_{x2} yazarak, aynı şekilde $Q_{x3} = Q_{x4}$ ise (8) nolu denklemde α_{x1} yerine α_{x2} yazarak elde edilir. P_{x3}, (7b) nolu denklemden, α_{x1} ler ile α_{x2} lerin yerlerinin karşılıklı değiştirilmesinden üretilir. P_{x4}, (7a) nolu denklemde α_{x1} lerin α_{x2} lere dönüştürülmesiyle meydana gelir. y alt indisli terimler x liler ile symetrik olup, bu terimler (5)-(9) nolu denklemlerde n ile m ve r ile t_s 'nin değiştirilmesi ile elde edilir.

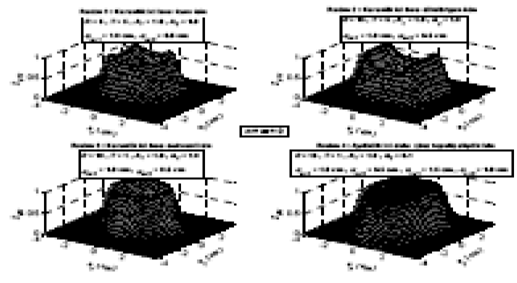
3. GRAFİKSEL GÖSTERİMLER

(2) nolu denklemde $s_1 = s_2$ kılınarak, Şekil-1'de kaynak düzleminde, $n = m = 0$ için dört ayrı ışının üç boyutlu gösterimi yer almaktadır. Formülasyon bölümünde anlatılanların paralelinde, Şekil-1'in birinci resminde $A_2 = A_1$, $T = R > 1$, $\alpha_{sy} = \alpha_{sx}$'dir, bu nedenle, karanlık içi boş kare ışın elde edilmiştir. Şekil-1'de bulunan iki, üç ve dört nolu resimler ise Formülasyon bölümünde aynı sıra ile listelenen ışınları sergilemektedir. Resim 4'de aydınlık içi dolu (düz tepeli) özelliği ile birlikte $\alpha_{sx1} \neq \alpha_{sy1}$, $\alpha_{sx2} \neq \alpha_{sy2}$ kılınarak, ışına eliptik şekil verilmiştir. Şekil-2 yüksek mertebeli ışınlara ait örnekleri ihtiva etmektedir. Şekilden de anlaşıldığı üzere, verilen kaynak parametreleri için yaratılan ana ışın öbek adedi her iki eksende ikiyi geçmemekte, küçük öbeklerin büyüklüğü ise A_2 ile ters orantılı olarak artmaktadır.

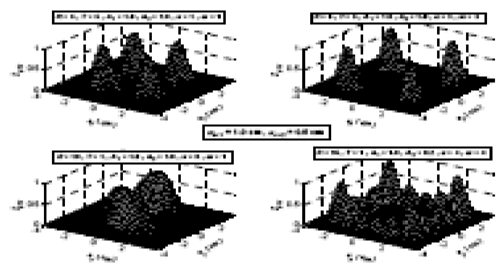
(4) nolu denklemde $\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_2$ yapılarak, tam bir koherent kaynak için Şekil-1'deki birinci resme ait ışının yayılım ekseninin çeşitli mesafelerindeki görüntüsü, Şekil-3'de verilmiştir. Buna göre içi boş karanlık kare ışın, yakın yayılım mesafelerinde içi dolmakta, etrafında dairesel ring oluşmakta, mesafe arttıkça bu ring yok olamaya yüz tutmakta ve ışın Gaussian'a dönüşmektedir. Bu gözlemler [1]'de anlatılanlarla uyumludur. Öte yandan, ışına kaynak boyu ile orantılı bir düzeyde kısmi inkoherent özelliği eklendiğinde, yani $\sigma_s = 1$ cm, Şekil-4'den de anlaşıldığı üzere, ışın hem daha fazla açılmakta, hem de yayılım ekseninin kısa mesafelerinde bile Gaussian'a dönüşmektedir. Şekil-5 ve 6, aynı olayları Şekil-2'nin üçüncü resminden alınma yüksek mertebeli bir kaynak ışını için göstermektedir. Şekil-3, 4, 5, 6'dan da anlaşıldığı üzere inkoherent özelliği, ışına bir nevi turbulans ortam ektisi yapmaktadır. Örneğin, Şekil-5'e ait n ve m lerin toplamının tek sayı olduğu yüksek mertebeli ışının Şekil-6'daki gibi merkezinin dolması ancak turbulanslı bir ortamda olabilmektedir [8-9].

Tüm Şekillerde kullanılan I_{sN} ve I_{rN} aşağıdaki gösterildiği gibi normalize edilmiştir.

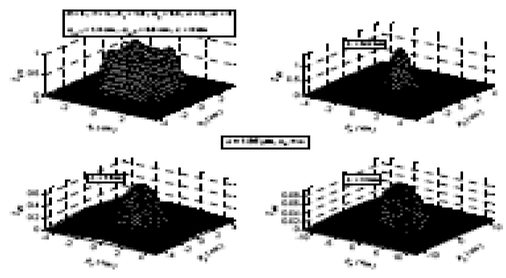
$$I_{sN} = W_s\left(s_1 = s_2\right) / Max\left[W_s\left(s_1 = s_2\right)\right]$$
$$I_{rN} = W_r\left(\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_2\right) / Max\left[W_s\left(s_1 = s_2\right)\right] \qquad (10)$$



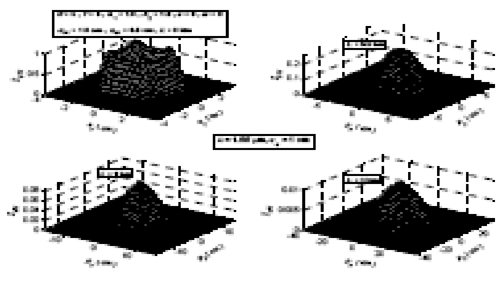
Şekil-1. $n = m = 0$ için çeşitli kaynak ışınları



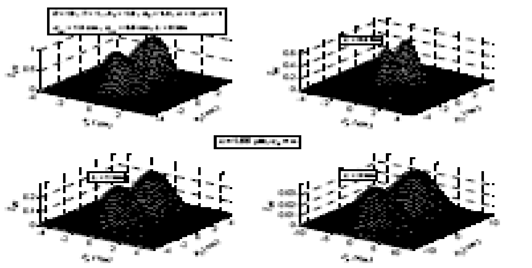
Şekil-2. Yüksek mertebeli çeşitli kaynak ışınları



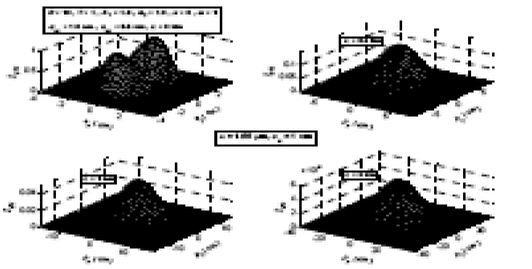
Şekil-3. $n = m = 0$ için tam koherent bir karanlık içi boş ışının serbest uzayda yayılımı



Şekil-4. Şekil 3'e ait karanlık içi boş ışının kısmen koherent özelliği ile serbest uzayda yayılımı



Şekil-5. Yüksek mertebeli tam koherent bir karanlık içi boş ışının serbest uzayda yayılımı



Şekil-6. Şekil 5'e ait yüksek mertebeli karanlık içi boş ışının kısmen koherent özelliği ile serbest uzayda yayılımı

4. SONUÇ

Kaynak ve alıcı düzleminde yüksek mertebeli, kısmi koherent karanlık içi delik ışınlara ait formülasyon yapılmış, sonuçlar grafik çıktıları halinde sunulmuştur. Formülasyon kare, dikdörtgen, dairesel ve eliptik karanlık içi delik ve alt kümesi olarak düz tepeli ışınları tek bir ifade çatısı altında toplamaktadır. Grafiklerden de anlaşıldığı üzere, kısmi koherent özelliğinin yayılım esnasında ışın yapısına etkisi türbülansa benzemektedir. Böylece tam koherent bir duruma nazaran, kısmen koherent bir ışın daha önceki yayılım mesafelerinde Gaussian şekline dönüşmektedir.

KAYNAKLAR

[1] Cai Y., He S., Propagation of various dark hollow beams in a turbulent atmosphere, OPTICS EXPRESS, Vol 14, Iss 4, pp 1353-1367, 2006.

[2] Cai Y., Propagation of various flat-topped beams in a turbulent atmosphere, JOURNAL OF OPTICS A: PURE AND APPLIED OPTICS, Vol 8, Iss 6, pp 537-545, 2006.

[3] Eyyuboğlu, H.T., Arpali Ç., Baykal Y., Flat topped beams and their characteristics in turbulent media, OPTICS EXPRESS, Vol. 14, Iss 10, pp 4196-4207, 2006.

[4] Baykal Y., Eyyuboğlu H.T., Scintillation index of flat-topped Gaussian beams, APPLIED OPTICS, Vol 45, Iss 16, pp 3793-3797, 2006.

[5] Mandel L., Wolf E., Optical Coherence and Quantum Optics, Cambridge University Press, Cambridge, 1995.

[6] Andrews L. C., Phillips R. L., Laser Beam Propagation through Random Media, SPIE Press, Bellingham, Washington, 2005.

[7] Gradysteyn I. S., Ryzhik I. M., Tables of Integrals, Series and Products Academic Press, New York, 2000.

[8] Eyyuboğlu, H.T., Propagation of Hermite-cosh-Gaussian laser beams in turbulent atmosphere, OPTICS COMMUNICATIONS, Vol 245, Iss 1-6, pp 37-47 (2005).

[9] Eyyuboğlu, H.T., Baykal Y., Sermutlu E., Convergence of arbitrary shaped laser beams into Gaussian intensity profiles after propagation in turbulent atmosphere, OPTICS COMMUNICATIONS (Yanılanacak)