

ANİZOTROP PML'İN FDTD UYGULAMASINDA YENİ BİR GÜNCELLEŞTİRME ALGORİTMASI

Gölge ÖĞÜCÜ¹ Tuncay EGE²

^{1,2} Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
Gaziantep Üniversitesi
27310, Gaziantep

¹e-posta: ogucu@gantep.edu.tr

²e-posta: t_ege@gantep.edu.tr

Anahtar Sözcükler: Tam benzeşimli tabaka (Perfectly matched layer-PML), sonlu-farklı zaman-uzayı (finite-difference time-domain FDTD), yayılan dalgalar

ABSTRACT

A new two-dimensional (2-D) implementation of the anisotropic perfectly matched layer (PML) as an absorbing boundary condition is presented. The technique is based on the introduction of a new set of intermediate variables to discretized Maxwell's equations in the update process of the field components. As a numerical example, an electric line source is radiated into free-space to demonstrate the new scheme.

1. GİRİŞ

Berenger "Tam benzeşimli tabaka (PML)" [1] adını verdiği ve sonlu-farklı zaman-uzayı (FDTD) uygulamasında "emici sınır şartı (absorbing boundary condition-ABC)" olarak kullanılabilen bir teknik geliştirmiştir. Bu teknik, elektrik ve manyetik alan elemanlarının farklı ortam parametreleri ile çarpılmış iki alt parçaya bölünmesine dayanır. Böylelikle Maxwell denklemleri modifiye edilerek, herhangi bir frekanstaki ve geliş açısındaki elektromanyetik dalganın PML'den yansıma katsayısının teorik olarak sıfır olması sağlanır

[2]'de karmaşık koordinat ölçeklemesi kullanılan alternatif bir PML tekniği sunulmuştur. Bu metotta da Maxwell denklemleri yerine ölçekleme dikkate alınarak yeni Maxwell denklemleri yazılır. Bir başka yöntem de [3] ve [4]'te sunulduğu gibi PML'i kayıplı tekeksenli anizotrop ortam olarak tanımlamaktır. Böylelikle kullanılan Maxwell denklemlerini de değiştirmeye gerek kalmamaktadır.

Anizotrop PML'in dik elektrik (transverse electric-TE) FDTD uygulamasında, alan bileşenlerinin güncelleştirmek için [3]'te ara değişken olarak elektrik akısı kullanılmıştır. Bizim yöntemimiz kullanıldığında ise aynı durum için geçici değişken olarak manyetik akı tanımlanmakta ve bu da köşelerdeki PML için hesaplanması gereken değişken sayısını azaltmaktadır. Bu bildiride, aynı PML dik manyetik (transverse magnetic-TM) durumu için FDTD hesaplama ortamını sonlandırmak için kullanılmıştır. Bu durum

için tanımlanması gereken ara değişkenler ve denklemler gösterilmiştir. [3]'teki yöntemle bizim geliştirdiğimiz metodu karşılaştırmak için sonuçlar grafiklerde sunulmuştur.

2. GÜNCELLEŞTİRME ALGORİTMASI

Tekeksenli anizotrop PML için frekans uzayında Maxwell denklemleri şöyledir:

$$\nabla \times [E] = -j\omega\mu_o [\Lambda][H] \quad (1.a)$$

$$\nabla \times [H] = j\omega\epsilon_o [\Lambda][E] \quad (1.b)$$

Burada $[\Lambda]$ matris elemanları her PML için PML'in sonlandığı ortamlarla benzeşmesi durumu hesaba katılarak tek tek belirlenen köşegenel matristir. Sadece x-yönünde kaybı olan bir PML ortamı için bu matris:

$$[\Lambda] = \begin{bmatrix} 1/s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_x & 0 \\ 0 & 0 & s_x \end{bmatrix} \quad (2)$$

Burada $s_x = 1 + \sigma_x / j\omega\epsilon_o = 1 + \sigma_x^* / j\omega\mu_o$ dir. İki boyutlu TM durumu için Maxwell denklemleri frekans uzayında aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$(j\omega\epsilon_o + \sigma_x)E_z = -\frac{\partial H_x}{\partial y} + \frac{\partial H_y}{\partial x} \quad (3.a)$$

$$\frac{j\omega\mu_o}{1 + \frac{\sigma_x^*}{j\omega\mu_o}} H_x = -\frac{\partial E_z}{\partial y} \quad (3.b)$$

$$(j\omega\mu_o + \sigma_x^*)H_y = \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (3.c)$$

FDTD metodunda (3.b) ve (3.c)'deki denklemlerin diskritize edilmesi doğrudandır, örneğin H_y 'in FDTD uygulamasındaki ifadesi Denklem (4)'teki gibidir.

$$H_y^{n+1/2}(i+1/2, j) = \left(\frac{1 - \frac{\sigma_x^*(i+1/2)\Delta t}{2\mu_o}}{1 + \frac{\sigma_x^*(i+1/2)\Delta t}{2\mu_o}} \right) H_y^{n-1/2}(i+1/2, j) + \left(\frac{\frac{\Delta t}{\Delta x \mu_o}}{1 + \frac{\sigma_x^*(i+1/2)\Delta t}{2\mu_o}} \right) [E_z^n(i+1, j) - E_z^n(i, j)] \quad (4)$$

Ancak, H_x 'in bu şekilde doğrudan güncelleştirilmesi zordur. [4]'te bu zorluğu aşabilmek için manyetik akı yoğunluğu tanımlanarak iki aşamalı bir yöntem kullanılmıştır.

$$B_x = \frac{\mu_o}{s_x} H_x \quad (5)$$

Dolayısıyla, manyetik alanın x-bileşenini güncelleştirmeden önce, B_x standart FDTD algoritmasıyla güncelleştirilmelidir.

Görüldüğü gibi bu iki aşamalı metotta H_x ve B_x 'in geçmiş değerlerini depolayacak öncekine ek bir bellek gerektirmektedir. Hesaplama alanının köşelerine yerleştirilen PML için hem σ_x hem de σ_y sıfırdan farklı olduğundan, kenarlardaki PML'dekine ek olarak yeni bir akı yoğunluğu B_y daha tanımlanır. Bunlara ek olarak köşelerdeki E_z 'in de iki aşamalı metotta hesaplanma zorunluluğu, bellek ihtiyacını artıran bir ara değişken tanımını daha gerektirir.

Problemlerin analizinde daha az bellek gereksinimi için bu çalışmada farklı bir iki aşamalı yöntem

izlenmiştir. Bu yeni yöntemde ara değişken olarak, manyetik akı yerine elektrik akısı tanımlanmıştır:

$$D_{zx} = s_x E_z \quad (6)$$

Böylelikle Denklem (3)'teki ifadeler zaman uzayında aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\epsilon_o \frac{\partial E_z}{\partial t} + \sigma_x E_z = -\frac{\partial H_x}{\partial y} + \frac{\partial H_y}{\partial x} \quad (7.a)$$

$$\frac{\partial D_{zx}}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial t} + \frac{\sigma_x}{\epsilon_o} E_z \quad (7.b)$$

$$\mu_o \frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{\partial D_{zx}}{\partial y} \quad (7.c)$$

$$\mu_o \frac{\partial H_y}{\partial t} + \sigma_x^* H_y = \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (7.d)$$

Denklem (7)'deki ifadelerden anlaşılacağı gibi H_x 'in güncelleştirilmesi için D_{zx} 'in geçmiş değerlerine ihtiyaç vardır. Bu da D_{zx} 'i daha önceden güncelleştirilmeyi gerektirir.

$$D_{zx}^{n+1}(i, j) = D_{zx}^n(i, j) + \left[\left(1 + \frac{\sigma_x^*(i)\Delta t}{2\mu_o} \right) E_z^{n+1}(i, j) - \left(1 - \frac{\sigma_x^*(i)\Delta t}{2\mu_o} \right) E_z^n(i, j) \right] \quad (8)$$

Böylelikle H_x 'in yeni değerleri elde edilebilir:

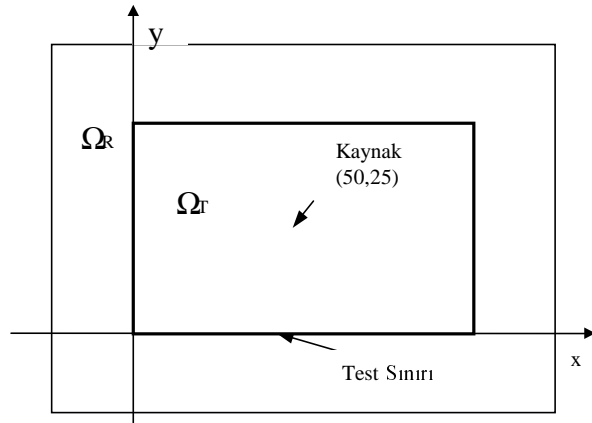
$$H_x^{n+1/2}(i, j+1/2) = H_x^{n-1/2}(i, j+1/2) - \frac{\Delta t}{\Delta y \mu_o} [D_{zx}^n(i, j+1) - D_{zx}^n(i, j)] \quad (9)$$

Köşelerdeki tabakalar için σ_y de sıfırdan farklı olduğundan $D_{zy} = s_y E_z$ denklemi ile ifade edilen yeni bir ara değişken daha tanımlanır. Böylelikle önceki metotta altı değişken tanımlanırken bizim yöntemimizle köşelerdeki PML tabakaları için hesaplanması gereken beş değişken vardır. Bu da hem fazla bellek ihtiyacını, hem de sonuca ulaşmak için gereken hesaplama süresini azaltır.

3. SAYISAL SONUÇLAR

Her iki metodu karşılaştırmak için iki-boyutlu, Kartezyen koordinatlarında kare hücrelerden oluşan bir FDTD hesaplama alanı anizotrop PML ile sonlandırılmıştır.

PML tekniklerinin performanslarını ölçmek için [1]'deki probleme benzer bir problem kullanılmıştır. Test alanı Ω_T olarak 100×50 FDTD hücresi kullanılmış ve bu alan değişik kalınlıklardaki PML'lerle çevrilmiştir. Referans alanı Ω_R olarak da 400×400 hücreli sonlandırılmamış bir FDTD alanı seçilmiştir. Hücre kenarı 1,5 cm ve zaman artımları 25 ps alınmış, TM durumunu incelemek için her iki alanın da tam orta noktasına Şekil 1'de gösterildiği gibi doğrusal bir elektrik kaynağı yerleştirilmiştir.

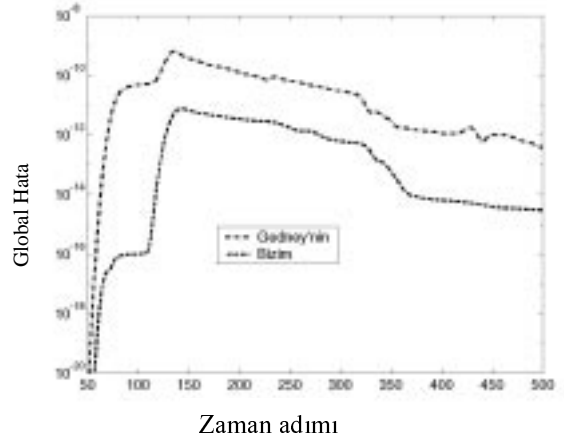


Şekil 1 Hesaplama alanları

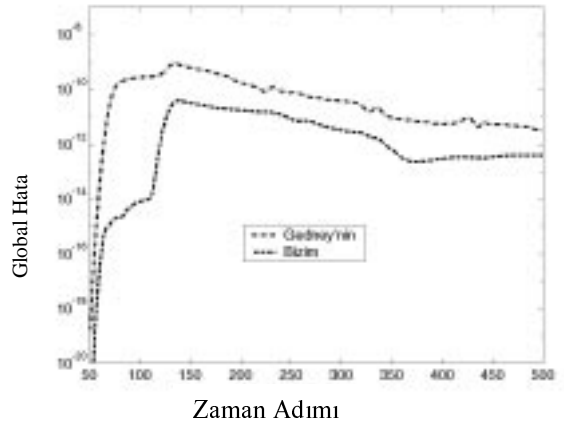
PML-hava arayüzündeki yansımaların hesaplanmasında global hata, her bir zaman adımında test ve referans alanındaki manyetik alan bileşeni H_x 'in farkının kareleri alınarak toplanıp hesaplanmıştır.

Şekil 2'de 4-hücreli PML için [4]'teki yöntemle bizim yöntemimiz ile hesaplanan global hatanın genliği verilmiştir. Görüldüğü gibi bizim yöntemimizle bulunan hata daha azdır.

Şekil 3'te global hata 8 hücre kalınlığındaki PML kullanılarak hesaplanmıştır. Hücre kalınlığı arttıkça her iki metotla hesaplanan hataların arasındaki fark da artmaktadır. Dolayısıyla bellek ihtiyacının azalması yanında FDTD algoritmasında bizim yöntemimizle hesaplanan alan bileşenleri gerçek değerlerine daha yakındır.



Şekil 2. 4-Hücreli PML kullanılarak bulunan hata



Şekil 3. 8-hücreli PML kullanılarak bulunan hata

4. SONUÇ

Bu çalışmada, elektromanyetik alanın FDTD algoritmasında anizotrop PML kullanılarak hesaplanmasında güncelleştirilme yöntemi olarak etkili bir iki aşamalı metod önerilmiştir. Bu yöntemle özellikle köşelerdeki PML için bellek ihtiyacının azalacağı gösterilmiştir. Ayrıca yöntemin literatürde daha önce sunulana oranla çok daha iyi performans verdiği gösterilmiştir.

KAYNAKLAR

1. J. P. Berenger, "A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves," J. COMPUT. PHYS., Vol. 114, Oct. 1994, pp. 185-200.
2. W. C. Chew, and W. H. Weedon, "A 3D perfectly matched medium from modified Maxwell's equation with stretched coordinates," MICROWAVE OPT. TECH. LETT., Vol. 7, Sept. 1994, pp. 599-604.

3. Z. S. Sacks, D. M. Kingsland, R. Lee, and J. – F. Lee, “A perfectly matched anisotropic absorber for use as an absorbing boundary condition,” IEEE TRANS. ANTENNAS PROPAGAT., Vol. 43, Dec. 1995, pp. 1460-1463.
4. S .D. Gedney, “An anisotropic perfectly matched layer-absorbing medium for the truncation of FDTD lattices,” IEEE TRANS. ANTENNAS PROPAGAT., Vol. 44, Dec. 1996, pp. 1630-1639
5. G. Ögücü, and T. Ege, “A new update algorithm in FDTD implementation of anisotropic PML as an absorbing boundary condition”, PROC. OF 2000 IEEE INTERNATIONAL ANTENNAS AND PROPAGATION SYMPOSIUM AND URSI RADIO SCIENCE MEETING, pp. 1366-1369, July 2000, Salt Lake City, Utah, USA