

# OFDM Sistemlerinde Pilot Ton Eklemeli Kanal Kestirim Yöntemleri

Eyüp Tuna<sup>1</sup>,  
Gamze Özyazgan<sup>1</sup>,

M. Nuri Seyman<sup>2</sup>  
Necmi Taşpınar<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, Kırıkkale Üniversitesi, Kırıkkale

<sup>2</sup> Kırıkkale Meslek Yüksek Okulu, Kırıkkale Üniversitesi, Kırıkkale

<sup>3</sup> Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, Erciyes Üniversitesi, Kayseri

<sup>1</sup> etuna@kku.edu.tr, <sup>2</sup> mnseyman@kku.edu.tr

<sup>3</sup> gamzeozyazgan@gmail.com, <sup>4</sup> taspinar@erciyes.edu.tr

## Özetçe

Yüksek hızdaki OFDM tabanlı kablosuz sistemlerde gönderilen veri paketlerinin doğru olarak alınabilmesi için kanal durum bilgisinin alıcı tarafta bilinmesi gereklidir. Kanal durum bilgisinin alıcı tarafından elde edilmesi için eğitim verisi olarak pilot sembollerden yararlanarak kanal kestirim işlemi gerçekleştirilir. Bu çalışmada, kanal kestirimini sağlamak için kullanılan tekniklerin performansının değerlendirilmesi, kablosuz ağların özel bir türü olan IEEE 802.11a parametreleri göz önüne alınarak yapılmıştır.

## 1. Giriş

Son yıllarda hem yüksek hızlı iletme cevap vermesi hem de iletim hattını verimli bir şekilde kullanarak hatta meydana gelebilecek girişimlere ve çoklu yol kayıplarına karşı olan verimli olması nedeniyle Dikgen Frekans Bölmeli Çoğullama (OFDM) tekniği kullanılmaktadır [1]. OFDM tekniği, yüksek bit hızlı bir veri akışını birkaç adet paralel düşük bit hızlı veri akışına bölen ve bu düşük bit hızlı veri akışlarını birkaç taşıyıcıyı modüle etmek için kullanan bir veri iletim tekniğidir [1-3]. Toplam band genişliğini, dar bantlı alt kanallara bölerek çoklu yol yayılımları yüzünden meydana gelebilecek gecikme yayılımları minimize edilebilir. Bu sayede daha az maliyetle frekans seçimli kanallarda yüksek veri hızlı iletim sağlanır. OFDM, frekans seçimli sönmlemeye karşı dirençli olması ve alt taşıyıcıların band genişliğini olabildiğince verimli kullanması gibi avantajlara sahip olması dolayısıyla özellikle yüksek hızlı yerel alan ağları (WLAN) için uygundur [3]. OFDM tekniği bu yüzden IEEE 802.11x ve HIPERLAN/2 gibi kablosuz ağ standartlarına uyarlanmıştır. Yüksek hızlı ve geniş bantlı radyo kanallarının frekans seçimli ve zamana bağımlı olması nedeniyle OFDM sinyallerinin demodüle edilmesinden önce kanal durum bilgisinin (CSI) elde edilmesi gereklidir [4]. Kanal durum bilgisinin elde edilmesi işlemi kanal kestirimi olarak ifade edilir. Eğer kanal kestirimi yapılmazsa verilerin doğru bir şekilde alınması mümkün olmaz.

Genel olarak, kanal parametrelerini kestirmek için kör kestirim (blind) ve pilot ton eklemeli kestirim olmak üzere iki farklı yöntem bulunmaktadır [5]. Kör kanal kestirim tekniklerinde iletilen veriye herhangi bir ekleme yapılmaksızın kanal kestirim işlemi gerçekleştirilir. Bu yüzden eklenecek verilerin sisteme getirdiği bir yük ortadan kalkar fakat kablosuz haberleşme sistemlerinin zamana bağımlı olması nedeniyle bu teknik başarılı sonuçlar vermez [6].

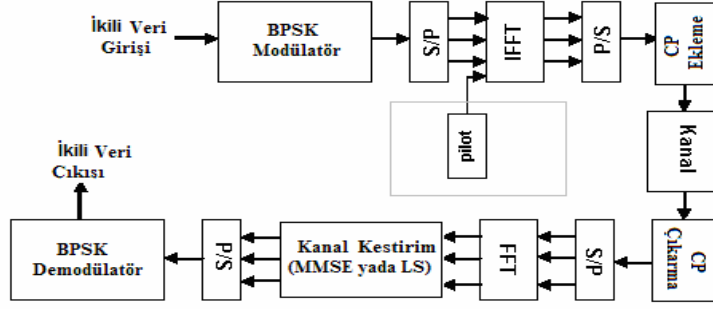
Pilot ton eklemeli kanal kestirim yönteminde ise, ya belirli periyotlarla OFDM alt taşıyıcılarına pilot tonlar yerleştirilir ya da her bir OFDM sembolüne pilot tonlar eklenerek kanal

kestirimi yapılır. Belirtilen ilk pilot ton yerleşimi blok tip (block type) diğeri ise tarak tip (comb type) olarak isimlendirilir [7]. Kanal kestirimcisinde, En Küçük Kareler (Least Squares:LS) veya Minimum Ortalama Karesel Hata (Minimum Mean Square Error: MMSE) algoritmalarını kullanılır. Bu algoritmalar sayesinde kanal durum bilgileri elde edilerek verilerin hatalı alınmasının önüne geçilir. MMSE algoritması LS algoritmasına göre aynı SNR değerlerinde daha başarılı bir algoritmadır. Fakat uygulama bakımından MMSE algoritması kanalın istatistiksel verilerine ihtiyaç duyduğu için daha karmaşık bir yapıya sahiptir. Literatürde kanal kestiriminin incelendiği çeşitli çalışmalar bulunmaktadır [8-14]. [8]'de LS ve MMSE kanal kestirim algoritmalarının performans kıyaslaması yapılmakta ve elde edilen değerlere göre MMSE algoritmasının daha iyi performans gösterdiği görülmektedir. [9]'da LMMSE algoritması önerilmekte ve LS algoritması ile kıyaslanmaktadır. [10]'da kanal kestirimcinin performansını artırmak için yeni bir LS yaklaşımı sunulmaktadır. [11]'de eşzamanlaması tam olarak yapılmış OFDM sisteminde kanal kestirimi için MMSE algoritması kullanımı önerilmektedir. [12]'de frekans domeninde kanal kestirim işlemi ve ayrıca [13]'teki çalışmada taşıyıcı frekans kayması durumunda OFDM kanal kestirimci performansları incelenmektedir.

Bu çalışmanın birinci bölümünde dikgen frekans bölmeli çoğullama (OFDM) tekniğinin temel prensipleri anlatılacaktır. İkinci bölümde kanal kestiriminin yapılması için pilot ton eklenerek yapılan LS ve MMSE algoritmalarının matematiksel eşitlikleri verilecektir. Üçüncü bölümde ise bu algoritmaların performansları IEEE 802.11a parametreleri temel alınarak simüle edilecek ve sonuçlar verilecektir. Beşinci bölüm ise sonuç bölümüdür.

## 2. Dikgen Frekans Bölmeli Çoğullama (OFDM)

OFDM, tek bir veri dizisinin belli bir sayıdaki alt-taşıyıcılarla iletildiği çok-taşıyıcı iletişim özel bir halidir. Bu alt taşıyıcılar (yada alt kanallar), mevcut band genişliğini böler ve her bir taşıyıcı için yeterli bir şekilde frekans ayrılarak bu alt taşıyıcıların dikgen olmasını sağlar [1]. Taşıyıcılar arasındaki dikgenliğin anlamı; her bir taşıyıcının bir sembol periyodu üzerinde tam sayı periyotlara sahip olmasıdır. Bu sayede her bir taşıyıcının spektrumu, sistemdeki diğer taşıyıcıların her birinin merkez frekansında bir sifra sahip olacaktır. Bunun sonucunda taşıyıcılar arasında spektral olarak üst üste binme olmasına rağmen herhangi bir girişim meydana gelmeyecektir [1,2]. Taşıyıcılar arasındaki bu ayrıklık teorik olarak minimum olacak ve çok iyi bir şekilde spektral verimlilik sağlanacaktır.



Şekil 1: Genel OFDM blok diagramı.

OFDM, kablosuz ortamlarda genellikle frekans seçimli çoklu yol tarafından oluşturulan semboller arası girişim (ISI) problemine karşı da kullanılan bir tekniktir [3]. Şekil 1'de blok diagramı görülen OFDM sisteminde iletilmek istenen veriler paketler halinde iletilir. Seri olarak gelen veri kablosuz ortamda iletilmek için modülasyona tabi tutulur. Modüle edilmiş seri haldeki veri akışının IFFT'si alınabilmesi için paralel hale getirilir [3]. Paralel olarak gelen veri akışına kanal tahminini sağlamak için pilot tonlar eklendikten sonra sinyali zaman domenine çevirmek için Denk (1)'deki ifadeye göre IFFT'si alınır

$$x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} X(k)e^{j(2\pi nk/N)} \quad (1)$$

IFFT/FFT vektörünün boyutu, çoklu yol kanalı tarafından ortaya çıkarılan hatalara karşı sistemin direncini belirler. Sinyal bloklarına kanallar arası girişim (ICI) ve simgeler arası girişimden (ISI) kaçınmak için çevrimsel öntakı (CP) eklenerek iletilmesi için kanala verilir [1,2].

$h(n)$  kanal dürtü cevabını,  $x_f(n)$  iletilen OFDM sinyalini ve  $g(n)$  kanaldaki gürültüyü göstermek üzere alınan sinyal:

$$y_f(n) = x_f(n) \otimes h(n) + g(n) \quad (2)$$

biçimindedir. Alıcı tarafta CP çıkarıldıktan sonra sinyalin tekrar elde edilmesi için FFT'si aşağıdaki gibi alınır

$$Y(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} y(n)e^{-j(2\pi nk/N)} \quad (3)$$

Bu durumda sinyal aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$Y(k) = X(k)H(k) + G(k) \quad (4)$$

Bu ifadeye  $X(k) = FFT\{x_f(n)\}$ ,  $H(k) = FFT\{h(n)\}$  ve  $G(k) = FFT\{g(n)\}$  dir (4) eşitliğini matris olarak ifade edersek

$$Y = XFh + G \quad (5)$$

elde edilir. Bu ifade de:

$$X = \text{diag}\{X(0), X(1), \dots, X(N-1)\} \quad (6)$$

$$Y = [Y(0), Y(1), \dots, Y(N-1)]^T \quad (7)$$

$$G = [G(0), G(1), \dots, G(N-1)]^T \quad (8)$$

$$H = [H(0), H(1), \dots, H(N-1)]^T = FFT\{h(n)\} \quad (9)$$

$$F = \begin{bmatrix} G_N^{00} & \dots & G_N^{0(N-1)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ G_N^{(N-1)0} & \dots & G_N^{(N-1)(N-1)} \end{bmatrix} \quad (10)$$

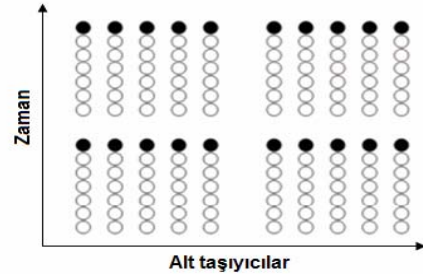
ve

$$G_N^{nk} = \frac{1}{\sqrt{N}} e^{-j2\pi(n/N)k} \quad (11)$$

şeklinde [7,8].

### 3. Pilot Ton Eklemeli Kanal Kestirim İşlemi

Alıcı tarafta  $Y(k)$  sinyali alındığı zaman iletilen  $X_{n,k}$  sembolünün yeniden elde edebilmesi;  $Y(k) = H(k)X_{n,k}$  eşitliğinde kanal dürtü cevabı olan  $H(k)$ 'nin kestirimine bağlı olduğundan dolayı OFDM sisteminde kanal kestirimini yapılması gerekmektedir. Bu kestirim işleminde yapısı şekil 2'de görülen blok tip pilotlar kullanılmıştır.



Şekil 2: Blok tip pilot ton yerleşimi

#### 3.1. MMSE Kanal Kestirim Algoritması

$h$  Gaussian kanalın kanal vektörü,  $G$  kanal gürültüsü ile ilişkisiz ise  $h$ 'nin frekans domenindeki MMSE algoritması ile kestirimi, aşağıdaki eşitlik ile bulunur [7,8].

$$H_{MMSE} = FR_{hY}R_{YY}^{-1}Y \quad (12)$$

Bu ifade de

$$R_{hY} = E\{hY\} = R_{hh}F^H X^H \quad (13)$$

$$R_{YY} = E\{YY\} = XFR_{hh}F^H X^H + \sigma_G^2 I_N \quad (14)$$

dir. (13) ifadesi  $h$  ve  $Y$  arasındaki kovaryans matrisi ve (14) ifadesi ise  $Y$  nin otokovaryans matrisidir. (13) ve (14)

ifadelerindeki  $R_{hh}$  h'nin oto kovaryans matrisidir ve  $\sigma_G^2$  ise  $E\{G(k)^2\}$  ise gürültünün varyansdır.

Kanal dürtü cevabı (12) ifadesi ile bulunduktan sonra iletilen veriler aşağıdaki ifade ile elde edilir [7,8].

$$X_e = \frac{Y(k)}{H_e(k)} \quad k=0,1,2,\dots,N-1 \quad (15)$$

### 3.2. LS Kanal Kestirim Algoritması

LS kanal kestiricisi

$$(Y - XF_G)^H (Y - XF_G) \quad (16)$$

ifadesini minimize ederek

$$H_{LS} = X^{-1}Y \quad (17)$$

ifadesi ile kanal dürtü cevabını kestirir. Daha sonra iletilen veriler (15) ifadesi ile elde edilir [7,8].

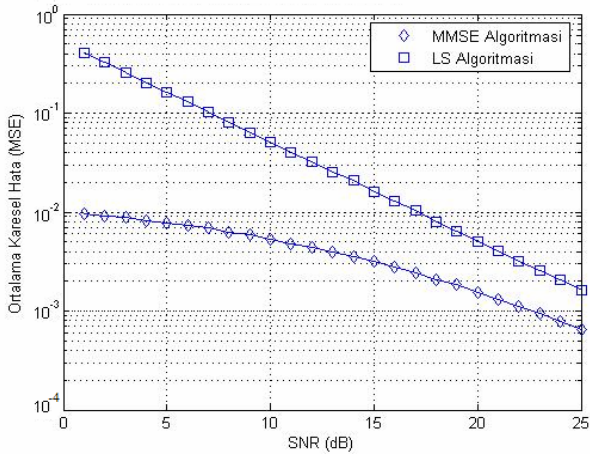
## 4. Simülasyon Sonuçları

Simülasyonu gerçekleştirmek için kablosuz ağların bir türü olan IEEE 802.11a parametreleri kullanılmıştır ve bu parametreler tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1: Simülasyonlarda kullanılan IEEE 802.11a sistem parametreleri

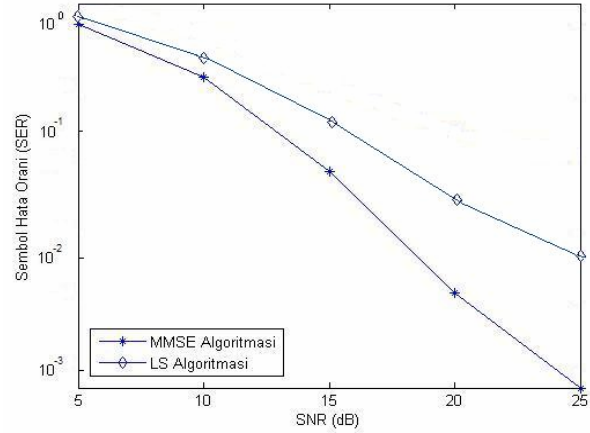
Parametre	Değer
Örnekleme frekansı ( $f_s$ )	20 Mhz
Alt taşıyıcı sayısı	48
FFT boyutu	64
Alt taşıyıcı frekans boşluğu	0.3125 MHz (20MHz/64)
Koruma arası süresi	$0.8 \mu s = (T_{FFT} / 4)$
Modülasyon tipi	BPSK
Kanal tipi	AWGN

MMSE ve LS algoritmalarının AWGN kanalındaki performans karşılaştırmak için ortalama karesel hata (MSE) ve sembol hata oranı (SER) kriterleri kullanılmıştır. Modülasyon tipi olarak BPSK modülasyonu tercih edilmiştir. Şekil 2'de MMSE ve LS algoritmalarının performansını kıyaslamak için AWGN kanalında elde edilen ortalama karesel hata (MSE) eğrileri görülmektedir.



Şekil 3: MMSE ve LS kanal kestirim algoritmaları ortalama karesel hata (MSE) karşılaştırılması.

Şekil 3'e göre: MMSE algoritması düşük SNR değerlerinde LS algoritmasına göre çok daha iyi bir performans göstermektedir. SNR nin artmasıyla beraber LS algoritması performansı da artmıştır. Bu algoritmanın MMSE algoritmasının performansını yakalaması ancak yüksek SNR değerlerinde mümkün olmuştur. Şekil 3'te ise MMSE ve LS algoritmalarının AWGN kanalında elde edilmiş Sembol Hata Oranları (SNR) görülmektedir.



Şekil 4: MMSE ve LS kanal kestirim algoritmaları sembol hata oranı (BER) kıyaslaması.

Şekil 4'e göre: her iki kestirimciye başlangıçta yaklaşık aynı SER değerlerine sahipken MMSE kestirimcisinin; artan SNR oranıyla sembol hata oranı hızlı bir şekilde düşerken LS kestirimcisinin sembol hata oranı 25 dB'e kadar ortalama olarak  $10^{-2}$ 'e düşmektedir.

## 5. Sonuç

Simülasyon sonuçlarından elde edilen değerlendirmelerde MMSE algoritması LS algoritmasına göre çok iyi sonuçlar vermiş olmasına rağmen, MMSE algoritması kanalın istatistiksel bilgilerine ihtiyaç duyması dolayısıyla daha karmaşık bir yapıya sahiptir. MMSE algoritmasını kullanan bir sistemde algoritmanın karmaşıklığı hesapsal yükü artırmaktadır. Bu yüzden sistem daha yavaş çalışmaktadır. LS algoritması ise daha basit bir algoritma yapısına sahiptir ve bu yüzden hesapsal bakımdan MMSE algoritmalı sistemden daha hızlıdır. Fakat bu algoritma düşük SNR değerlerinde yetersiz kalmakta ve kötü bir performans sergilemektedir. Yüksek SNR değerlerinde ise kabul edilebilir sonuçlar vermesi dolayısıyla tercih edilebilir bir algoritmadır. Eğer yüksek SNR değerli bir ortamda kablosuz ağ uygulamaları yapılacaksa LS algoritması kullanan bir kanal tahmin işlemi ile sistemin daha hızlı olması sağlanabilir. Fakat performansın daha önemli olduğu düşük SNR li ortamlarda ise MMSE algoritması tercih edilmelidir.

## 6. Kaynakça

- [1] Cimini L. J., "Analysis and Simulation of Digital Mobile Channel Using Orthogonal Frequency Division Multiplexing", IEEE Trans on Commun., 42(2), 2908-2914, 1994.
- [2] Sadat A., Mikhael W. B., "Fast Fourier Transform For High Speed Wireless Multimedia System", IEEE Trans. on Signal Processing, 65(3), 938-942, 2001.
- [3] Heiskala, J., Terry, J., OFDM Wireless LANs: A Theoretical and Practical Guide, Sams Publishing, 2001.

- [4] Wong I. C., Evans B. L., "Performance Bounds in OFDM Channel Prediction", IEEE Trans on Commun. 1461-1465, 2005.
- [5] Jeremic A., Thomas T. A., "OFDM Channel Estimation in Presence of Interference", IEEE Trans. on Signal Proc. 52(12), 3429-3439, 2004.
- [6] Zhuang X. Ding Z. and Swindlehurst, "A Statistical Subspace Method for Blind Channel Identification in OFDM Communication" IEEE ICASSP Proc. Istanbul, 141-150, 2000.
- [7] Coleri S., Ergen M., Puri A., Bahai A. "Channel Estimation Techniques Based on Pilot Arrangement in OFDM Systems", IEEE Trans.on Broadcasting, 48(3), 223-229, Sept. 2002.
- [8] Van de Beek J.-J., Edfords, O., Sandell M., Wilson S.K., and. Borjesson P.O., "On Channel Estimation in OFDM Systems," in Proc. IEEE 45<sup>th</sup> Vehicular Technology Conf., 815-819, Chicago, Jul. 1995.
- [9] Edfords O., Sandell M., Van de Beek J.-J., Wilson S.K., Borjesson P.O., "OFDM Channel Estimation by Singular Value Decomposition", IEEE Trans. on Commun., 46(7), 931-939, Jul. 1998.
- [10] Chang M.X., " A New Derivation of Least Squares Fitting Principle for OFDM Channel Estimation", IEEE Trans. on Commun. 5(4), 726-731, 2006.
- [11] Srivastava V., Ho C. K., Fung P. H., Sun S., "Robust MMSE Channel Estimation in OFDM Systems with Practical Timing Synchronization", IEEE Communications Society WCN-04 Proc., 711-716, Atlanta, April 2004.
- [12] Tsai P.Y., Chiueh T. D., "Frequency Domain Interpolation Based Channel Estimation in Pilot Aided OFDM Systems" IEEE Trans. Commun. 420-424, 2004.
- [13] Weng L., Murch R.D., Lau V.K.N., "SISO OFDM Channel Estimation in Precence of Carrier Frequency Offset", IEEE Communications Society WCNC-06 Proc. 1444-1449, Las Vegas, April 2006.
- [14] Auer G., "Efficient Implementation on Robust OFDM Channel Estimation", IEEE 16<sup>th</sup> Symposium on Personal, Indoor, and Mobile Radio Communications, 629-633, 2005.