

AKTİF MANYETİK YATAKLAMALI TEST SİSTEMİNİN MODELLENMESİ, SİMÜLASYONU ve GERÇEK ZAMANDA UYGULANMASI

M. O. KARAHAN, S. BOĞOSYAN, M. GÖKAŞAN

Elektrik-Elektronik Fakültesi
İstanbul Teknik Üniversitesi, 80626, Maslak, İstanbul

Anahtar sözcükler: Aktif Manyetik Yataklamalı Sistem, Kapalı Çevrimde Sistem Tanıma, DSP, ARMAX Yaklaşımı

ABSTRACT

In this study, the objective is to determine experimentally a linear model for the system by decoupling it into one input, one output parts, using parametric identification methods under closed-loop conditions. For this purpose, a band limited white noise is applied to a MIMO system in real-time while it is on the equilibrium state. This model is compared with the system's linearized model derived from state-space equations and established in Simulink. For this application an active magnetic bearing test system-MBC 500 is used. The main problem of this system is its high non-linearity and instability. Because of this instability, any data obtained from the bearing for the purpose of determining its transfer function must be taken while the bearing is controlled.

1. GİRİŞ

Aktif Manyetik Yataklamalı (AMY) sistemler sağladıkları temassız dönme özelliği ile yüksek hızın ve temizliğin önemli olduğu yerlerde kullanılmakta; yağlamaya gerek bırakmaması ile de, bakımdan kaçınılan ve uzun ömürlü olması istenen uygulamalarda klasik bilyalı yataklamalı sistemlere göre önemli avantajlar sunmaktadır. Ayrıca rotor pozisyonu aktif olarak kontrol edildiğinden, yüksek hassasiyet ve doğruluk gerektiren CNC tezgahlarında, türbin makinalarında ve tıbbi cihazlarda kullanılmaktadırlar.

AMY kontrol tekniklerinin çoğu, sargılarda oluşturulan bir DA ön mıknatıslanma (bias) akımı etrafında doğrusal hale getirilen sistem modellerinden hareketle elde edilmiştir [1], [2]. Buna karşılık AMY sistemlerinde doğrusal olmayan model ve tekniklerin

getirdiği avantaj ve dezavantajların incelenerek geribeslemeli lineerleştirme konusuna değinen bir çok lineer olmayan kontrol uygulaması da vardır [3].

Endüstriyel uygulamalarda gerek lineer sistem teorisi temelli klasik (PID), gerekse modern (LQG, Q-parametreleştirme, H_{∞}) kontrol yaklaşımları on seneyi aşkın bir zamandır kullanılmaktadır. Nonlineer kontrolör teorisine dayalı yaklaşımlar da (adaptif ileri/geri beslemeli kompanzasyon, adaptive autocentering, kayan modlu kontrol) keza literatürde bulunabilmektedir [4], [5]. Bu yaklaşımların hepsinde AMY sisteminin matematik modeline ihtiyaç duyulmaktadır. Matematik modele ihtiyaç duymayan ve AMY sistemlerine yönelik olan alternatif nonlineer kontrol metodları ise çok azdır.

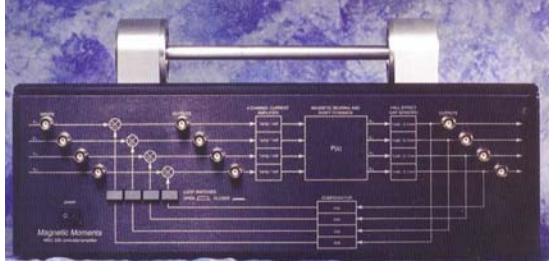
Fiziksel prensiplerden türetilen matematiksel modellerin haricinde, sisteme ait giriş-çıkış işaretlerinin kullanıldığı sistem tanıma metodları da AMY sistemlerde kullanılmaktadır. [6]'da frekansı gittikçe artan bir sinus fonksiyonu sistemin bir giriş/bir çıkışlı olarak ele alındığı durum için çıkışlar μ -Toolbox'a uygulanmış ve uygun bir transfer fonksiyonu ile tespit edilmeye çalışılmıştır. [7]'de sistem parametrelerini tahmin etmek için kullanılan giriş/çıkış işaretlerinin fiziksel prensiplere dayalı modeli daha gerçekçi kılacağından bahsedilmektedir. Bu çalışmada pek çok sistem tanıma tekniği arasından, alt uzaya dayalı durum uzay sistem tanıma (Subspace based state space system identification) yöntemi kullanılmış, yöntemin hata tahmini (prediction error) metodu ve çıkış hatası (output error) metodu ile karşılaştırılması yapılmıştır.

Bu çalışmada öncelikle manyetik yataklamalı sisteme ilişkin matematiksel model, fiziksel yapı ve sistem parametrelerinden hareketle lineerleştirilmiştir. Ayrıca sistem girişine gerçek zamanda beyaz gürültü uygulanmıştır. Sistem transfer fonksiyonunu saptamak için elde edilen veriler, sistem geri beslemeli kontrol edilirken toplanmıştır. Kullanılan ARMAX sistem tanıma yöntemi ile elde edilen sonuçlar, lineerleştirilmiş ve Simulink'te oluşturulmuş modelden elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır.

2. AKTİF MANYETİK YATAKLAMALI SİSTEM

• MBC 500 Test Sisteminin Tanıtılması

Çalışmada Magnetic Moments firmasının ürettiği MBC 500 manyetik yataklamalı sistem kullanılmıştır. Sistem, radyal yönde yerleştirilmiş ve at nalı biçiminde elektro-magnetlere sahip olan iki adet aktif manyetik yataktan oluşmaktadır. İki uçtan yataklanabilen uzun bir rotor, yataklama sistemi içinde küçük bir hava aralığında hareket etmektedir. Rotorun her iki ucunda, elektromagnetlerin hemen dışında rotor uçlarının yer değişimini ölçen "Hall effect" algılayıcıları bulunmaktadır. Rotor, her iki uçtaki elektromagnetler tarafından kendisine uygulanacak x ve y yönlerindeki kuvvetlere maruz kalmaktadır. Sistem bu hali ile dört serbestlik dereceli bir yapıya sahiptir. İki serbestlik derecesi z eksenine dik yatay hareketi ifade eden (x_1 ve x_2) ve diğer ikisi de dikey hareketi ifade eden y_1 ve y_2 'dir.



Şekil 1 : MBC 500 Test Sistemi

MBC 500 sisteminde ayrıca geri besleme yolunda rotorun havada asılı kalmasını sağlayan dört adet on-board kontrolör bulunmaktadır. Yataklama sargıları 0.5 A bias akımına sahiptir. Kontrol işareti baz akımının üzerine eklenir. Rotorun hava aralığı içinde bulunduğu yapıda nominal boşluk 0.0004 m'dir. $i_{kontrol}$ kontrol akımı ve $k = 2.8 \times 10^{-7} \text{ Nm}^2/\text{A}^2$ olmak üzere her iki elektromagnetin uyguladığı net kuvvet

$$F = k \frac{(i_{kontrol} + 0.5)^2}{(x - 0.0004)^2} - k \frac{(i_{kontrol} - 0.5)^2}{(x + 0.0004)^2} \quad (1)$$

Sistemde bulunan akım kuvvetlendiricisi birinci dereceden modele sahiptir. Her bir akım kuvvetlendiricisi

$$i_{kontrol} = \frac{0.25}{(1 + 2.2 \times 10^{-4} s)} (A/V) x V_{kontrol} \quad (2)$$

ifadesi ile verilmektedir. Karşılıklı algılayıcıların ölçümleri elektronik olarak birleştirilerek çıkışlara ilişkin

$$V_{sense} = 5 (V/mm) X_1 + 24 (V/mm^3) X_1^3 \pm 1 V \quad (3)$$

değer elde edilmektedir.

• MBC 500 Test Sisteminin Analitik Modellenin Elde Edilmesi

Matematiksel model için rotorun katı cisim öteleme ve dönme hareketleri sonucunda biçimini koruyan cisim olduğu ve x ile y yönündeki hareketlerin birbirinden bağımsız olduğu kabul edilmektedir. Bağımlı olma durumu rotorun eksenini etrafında dönmesi ile ortaya çıkar. Sistemin teorik olarak x ve y doğrultularında benzer hareket ettiği varsayılmaktadır. Gerçekte y doğrultusunda yerçekimi etkisi de vardır. Bu çalışmada y doğrultusundaki yerçekimi etkisi ihmal edilmektedir. Bu durumda x ve y yönlerinde hareket benzer kabul edilerek incelemede yatay x doğrultusu üzerinde odaklanılmaktadır.

İstenen rotor konumu $x_1=0$, $x_2 = 0$ (ya da $X_1=0$, $X_2=0$)'dır. Bu durumda rotor her iki uçtaki elektromagnetlere göre yatay olarak merkezde ve rotorun eksenini z-eksenine paralel olarak konumlanmıştır. Rotorun geometrik analizi sonucunda aşağıdaki ifadeler elde edilir :

$$x_1 = x_0 - (L/2 - l) \sin \theta ; x_2 = x_0 + (L/2 - l) \sin \theta \quad (4)$$

$$X_1 = x_0 - (L/2 - l_2) \sin \theta ; X_2 = x_0 + (L/2 - l_2) \sin \theta \quad (5)$$

Sistemin fiziksel sınırları göz önüne alınırsa θ 'nın küçük değerler alacağı kabulü uygundur. Bu durum birinci dereceden yaklaşımlar yapılmasına olanak sağlar : ($\cos \theta = 1$, $\sin \theta = \theta$)

Şekilde verilen rotora ilişkin nonlineer diferansiyel denklemleri türetmek için kuvvet ve moment dengesi kullanılacaktır. x-doğrultusundaki harekete ilişkin denklemler;

$$\sum F = m \ddot{x}_0 = F_1 + F \quad (6)$$

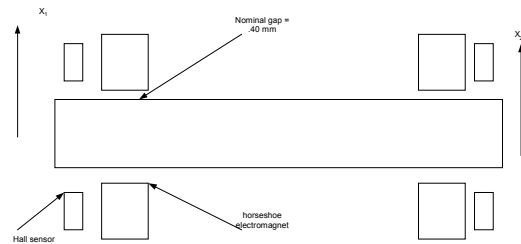
$$\sum M = I_0 \ddot{\theta} = F_s (L/2 - l) \cos \theta - F (L/2 - l) \cos \theta_1$$

y-doğrultusundaki harekete ilişkin denklemler

$$\sum F = m \ddot{y}_0 = F_1 + F - mg \quad (7)$$

$$\sum M = I_0 \ddot{\theta} = F_s (L/2 - l) \cos \theta - F (L/2 - l) \cos \theta_1$$

Böylece AMY test sisteminin çok giriş /çok çıkışlı olduğu duruma ait ve (6) ve (7) denklemlerine dayalı bir durum uzay modeli elde edilir.



Şekil 2 : Rotorun x-yönündeki serbestlik dereceleri

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_0 \\ \ddot{x}_0 \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ \dot{x}_0 \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1/m & 1/m \\ 0 & 0 \\ -\frac{1}{I_0}(L/2-l) & \frac{1}{I_0}(L/2-l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -(L/2-l_2) & 0 \\ 1 & 0 & (L/2-l_2) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ \dot{x}_0 \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (8)$$

(6) ve (7)'de durum denklemleriyle verilen sistem θ 'nın küçük değişimleri için lineer bir modeldir. Bu sistemde F_i girişleri ve X_i çıkışları yerine (1), (2) ve (3) ifadeleri kullanılır, denklemler yeniden düzenlenir ve $(x_i, i_{kontrol_i}) = (0,0)$ civarında lineerleştirildiğinde sistemin durum uzay modeli ve sistem durumları bulunur. Durumlar ;

$[x] = [x_0, \dot{x}_0, \theta, \dot{\theta}, i_{kontrol1}, i_{kontrol2}]'$; girişler $U = [V_{kontrol1}, V_{kontrol2}]'$ ve çıkışlar ise $Y = [V_{sense1}, V_{sense2}]$ olmak üzere X doğrultusundaki sistem modeli (9)'da verilmektedir.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_0 \\ \ddot{x}_0 \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \\ \dot{i}_1 \\ \dot{i}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 33282 & 0 & 0 & 0 & 1331 & 1331 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 672374 & 0 & -243 & 243 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -4545 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4545 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ \dot{x}_0 \\ \theta \\ \dot{\theta} \\ i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1136 & 0 \\ 0 & 1136 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{kontrol1} \\ V_{kontrol2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{sense1} \\ V_{sense2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5000 & 0 & -5525 & 0 & 0 & 0 \\ 5000 & 0 & -5525 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ \dot{x}_0 \\ \theta \\ \dot{\theta} \\ i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Böylece $V_{kontrol}$ ile V_{sense} arasındaki transfer fonksiyonu

$$\begin{bmatrix} V_{sense1} \\ V_{sense2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{kontrol1} \\ V_{kontrol2} \end{bmatrix} \quad (10)$$

şeklinde yazılabilir. Burada ilgili transfer fonksiyonları

$$G_{11} = G_{22} = \frac{5.237e-06(s+4.356e13)(s+211.1)(s-211.1)}{(s-182.4)(s-259.3)(s+182.4)(s+259.3)(s+4545)} \quad (11)$$

$$G_{12} = G_{21} = \frac{5.237e-06(s-1.469e13)(s-12.71)(s+12.71)}{(s-182.4)(s-259.3)(s+182.4)(s+259.3)(s+4545)} \quad (12)$$

şeklinde gerçekte bu transfer fonksiyonlarının

$$G_{11} = \frac{A_1 Q_1^4(s)}{P^6(s)} \quad G_{12} = \frac{A_1 Q_2^4(s)}{P^6(s)} \quad (13)$$

yapısında olması gerekmektedir. Ancak sağ yarı düzlemdeki kararsız bir kutup-sıfır silinmesi sonucunda (11) ve (12) ifadeleri elde edilir.

Elde edilen lineer sistemin özdeğerleri $s_{1,2} = \pm 182.4$, $s_{3,4} = \pm 259.4$ ve $s_{5,6} = -4545$ noktalarıdır. Özdeğerlerden görüldüğü gibi sistem sağ yarı açık s-

düzleminde iki kutuba sahiptir. Bu durumda sistem bu denge noktasında açık çevrimde kararsızdır. Bu nedenle sistemi kararlı hale getirecek kontrolörler kümesi içinden Matlab'in μ -Toolbox'ı ile bulunan, bozulculara karşı dayanıklı bir C kontrolörü her bir serbestlik derecesi için aynı olmak üzere [8]'de tasarlanmıştır. Bu kontrolöre ait ransfer fonksiyonu

$$V_{kontrol} = \frac{1.45(1+0.9x10^{-3}s)}{(1+3.3x10^{-4}s)(1+1.5x10^{-5}s)} V_{sense} \text{ şeklindedir.}$$

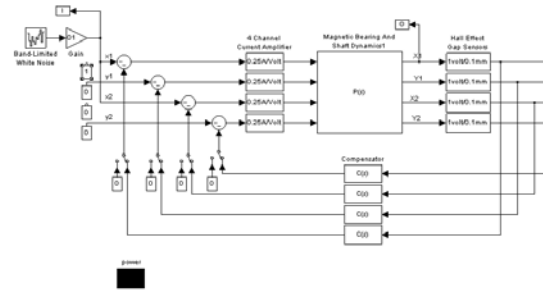
$V_{kontrol2} = C(s) V_{sense2}$; (10) denkleminde yerleştirilirse;

$$V_{sense2} = \frac{G_{21} V_{kontrol1}}{1 - G_{22} C(s)} \quad (14)$$

$V_{kontrol1} = R(s) + C(s) V_{sense1}$; (10) denkleminde yerleştirilirse beyaz gürültü girişi ile V_{sense1} çıkışı arasındaki ilişki şu şekilde tanımlanır :

$$\frac{V_{sense1}}{R} = \frac{G_{11} - C(s)(G_{11}^2 - G_{12}^2)}{(1 - G_{11} C(s) - C(s) G_{12})(1 - G_{11} C(s) + G_{12} C(s))} \quad (15)$$

(9)'da verilen durum denklemleri temel alınarak oluşturulmuş olan Simulink modeli Şekil 3'te verilmektedir.



Şekil 3: Simulinkte oluşturulmuş AMY modeli

3. TEST SONUÇLARI

• Test sisteminin tanıtılması

Çalışmada işaret işleyicinin donanımı olarak, kayan nokta aritmetiğinde çalışan DSP bazlı bir kontrol kartı kullanılmıştır. Dspace firmasının tek kartlı 32 bitlik DS 1102 sistemi, Texas Instruments'a ait 60 MHz hızındaki TI TMS320C31 işlemciyi, 16 bitlik A/D ve 12 bitlik D/A çeviricileri ile TMS320 P/4 tipindeki dijital giriş/çıkış alt sistemini içermektedir.

Modelleme, giriş-çıkış işaretlerinin uygulanması ve sistem tanıma için yazılım olarak Matlab/Simulink ve dSpace Control Desk'ten yararlanılmaktadır. Matlab/Simulink'in DSP kartı için gerçek zaman ara yüzü (Real Time Interface) blokları fiziksel sistemin modellenmesinde kullanılmakta, ilgili C kodlarını üretmekte, Control Desk ise sistem davranışını PC monitöründen izlenebilecek ve

parametreleri kolayca değiştirilebilecek hale getirmekte ve bu sayede işaretlerin analizine olanak sağlamaktadır.

• Test sonuçları

Testlerde tüm on-board kontrolörler devrede iken, referans giriş olarak x_1 doğrultusunda magnete beyaz gürültü işareti uygulanmış ve bu girişe ilişkin x_1 yönündeki yer değişimine ait çıkış işareti gözlemlenmiştir. Uygulanan beyaz gürültünün kazancının sistemi doymaya götürmemesine dikkat edilmiştir. Sistem statik durumda (sıfır rotor hızı) havada asılı iken kontrol durumunda test edilmektedir. Kapalı çevrim durumundaki sistem tanımının güçlüğü sistem dinamiğinin ve kontrolörün sistem giriş spektrumunu otomatik olarak yeniden şekillendirmesidir. Sağlıklı bir sistem tanıma için sistemin tüm iç modlarını uyaraabilecek (Persistently exciting-PE) girişlerinin uygulanabilmesi şartının sağlanması, yani beyaz gürültü uygulanarak giriş spektrumunun yeniden bu şartı sağlayacak şekilde düzenlenmesi gerekmektedir.

Sistem tanıma yaklaşımları için 15000 giriş/çıkış işareti (Şekil 4) kullanılmış, bu sayı ile giriş işaretlerinin beyaz gürültü karakteristiğinde olması sağlanmıştır.(Şekil 5). ARMAX, Box-Jenkins ve durum uzay modelli sistem tanıma yaklaşımları kullanılarak %90 doğrulukla 8. ve 9. dereceden modeller elde edilmiştir (Şekil 6). Bu yöntemlerden ayrıklı zamandaki ARMAX modeli; $T_s=0.001$ örnekleme zamanı ve $A(q)y(t) = B(q)u(t) + C(q)e(t)$ olmak üzere

$$A(q) = 1 - 4.061q^{-1} + 6.75q^{-2} - 5.275q^{-3} + 0.033q^{-4} + 4.82q^{-5} - 5.71q^{-6} + 3.2q^{-7} - 0.766q^{-8} + 0.022q^{-9}$$

$$B(q) = -0.003q^{-1} + 0.007q^{-2} - 0.007q^{-3} + 0.002q^{-4} + 0.003q^{-5} - 0.006q^{-6} + 0.004q^{-7} - 0.002q^{-8} + 0.0008q^{-9}$$

$$C(q) = 1 - 3.446q^{-1} + 4.9q^{-2} - 3.17q^{-3} - 0.752q^{-4} + 3.792q^{-5} - 3.804q^{-6} + 1.885q^{-7} - 0.441q^{-8} + 0.033q^{-9}$$

en iyi sonucu vermiştir. Çıkışın özkorolasyonu ve giriş ile çıkışın karşılıklı korolasyonları incelendiğinde, her ikisinin de bu ARMAX modeli ile beklenen band aralığında yer aldığı görülmüştür (Şekil 7). Ayrıca oluşturulmuş modelin kutup ve sıfırları ayrıklı zamanda birim çemberin içinde yer almaktadır (Şekil 8).

• Sonuçların karşılaştırılması

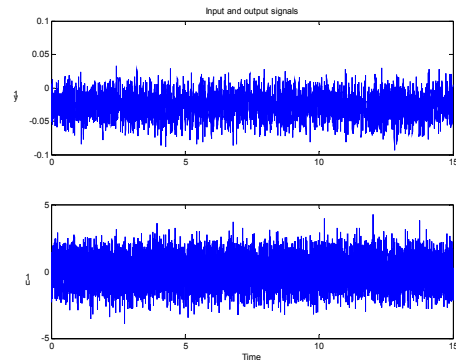
Gerek Simulink'te oluşturulmuş modelin, gerekse ARMAX modelinin geçici rejim davranışları, impuls yanıtlarına bakılarak karşılaştırılmıştır (Şekil 9a ve 9b).

4. SONUÇ

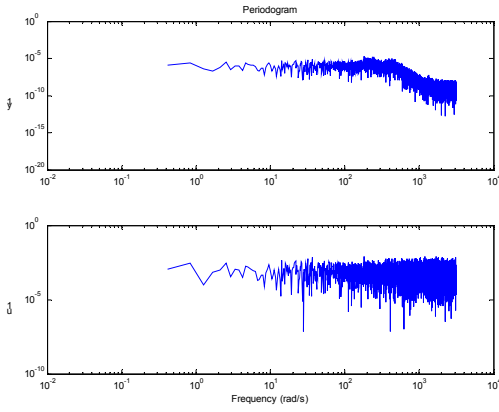
Aynı zaman aralığında incelenen her iki impuls cevabı benzer karakteristiğe sahiptir. Modellenemeyen büyüklüklerin varlığı ve Simulink'te oluşturulmuş lineerleştirilmiş modelde yapılan ihmaller nedeni ile eğriler arasında faz gecikmesi bulunmaktadır. Ancak her iki model de AMY sistemlerinin kontrolü üzerine bundan sonra yapacağımız çalışmalarda kullanılacak özelliklerdedir.

KAYNAKLAR

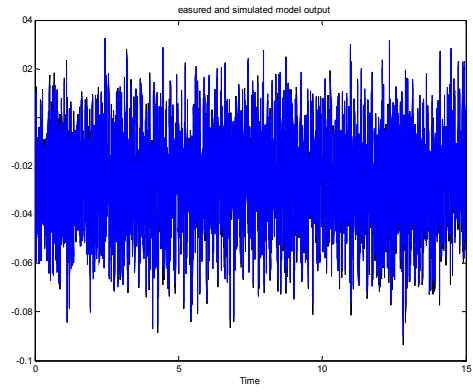
- [1] Matsumara, F and Yoshimoto, T, *System modeling and control design of a horizontal-shaft magnetic bearing system*, IEEE Trans. Magn, MAG-22, 1986
- [2] Mohamed, A and Vishniac, I, *Imbalance compensation and automatic balancing in magnetic bearing system using Q-parametrization theory*, IEEE Trans. Cont. Sys. Tech., Vol3, p 202-211, 1995
- [3] Smith, R, *Nonlinear control of a rigid rotor magnetic bearing system: modeling and simulation with full state feedback*, IEEE Trans. Magn. Vol 31, p 973-980, 1995
- [4] Rundell, A, *A sliding mode observer and controller for stabilization of rotational motion of vertical shaft magnetic bearing*, IEEE Trans. Con. Sys. Techn., Vol. 4, p 598-608, 1996
- [5] Lum, K, *Adaptive auto centering control for an AMB supporting a rotor with unknown mass imbalance*, IEEE Trans. Con. Sys. Techn. Vol.4, p 587-597, 1996
- [6] Morse, N and Paden, B, *Magnetic Bearing System Identification*, Technical Report, Magnetic Moments, May 1996
- [7] Srinivasan, S and Cho, Y.M, *Modelling and System Identification of Active Magnetic Bearing Systems*, Technical Report, United Technologies Research Center, 1995
- [8] Morse, N and Paden, B, *Digital Controller Design for a Magnetic Bearing System*, Technical Report, Mag. Moments, Aug 1996



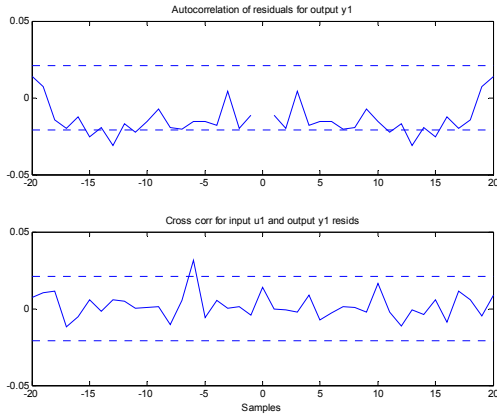
Şekil 4 : 15000 giriş/çıkış verisi



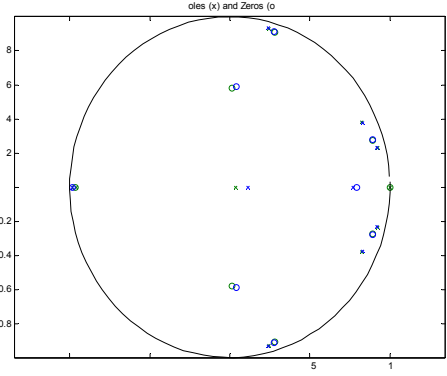
Şekil 5 : 15000 data için elde edilen spektrum



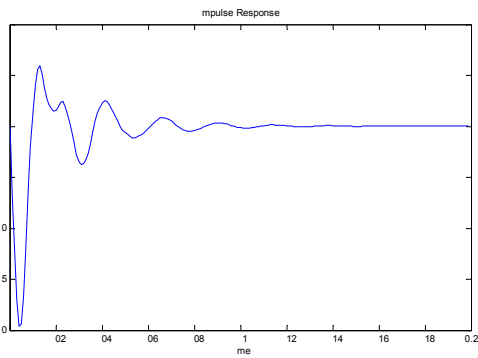
Şekil 6 : Ölçülen ve simülasyonla elde edilen çıkış



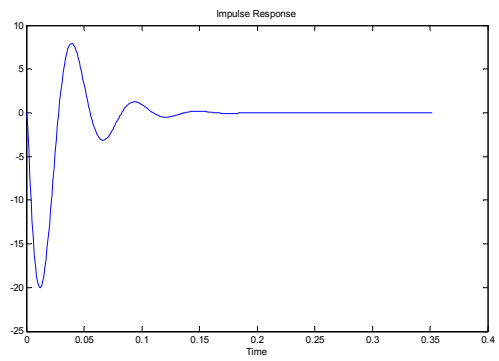
Şekil 7 : Çıkışın özkorolasyon ve giriş/çıkış karşılıklı koralasyonları



Şekil 8 : Kutup-sıfır konfigürasyonu



Şekil 9a : ARMAX modelinin impuls cevabı



Şekil 9b : Simulink modelinin impuls cevabı