

BULANIK MANTIK TABANLI YÜZEY MODELLEME

Ahmet ÇINAR & Ahmet ARSLAN

Fırat Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Bilgisayar Mühendisliği, 23119 Elazığ, TÜRKİYE
acinar@firat.edu.tr

Özet: Bu makalede bulanık mantık tabanlı yüzey modellemesi için bir yöntem verilmiştir. Yöntem, yüzey modellenirken kullanılacak kontrol noktalarının bulanık mantık tekniği ile bulunması esasına dayanır. Temel olarak, yapılan iş başlangıç ve bitiş noktaları belli olan durumlarda, eğriler modellemek suretiyle yüzeyi oluşturmaktır. İlk olarak her bir eğri sahip olduğu düzlemde modellenmiş ve bu eğriler birleştirilerek üç boyutlu yüzey oluşturulmuştur.

Anahtar kelimeler: Bulanık mantık tekniği, yüzey modelleme.

1. GİRİŞ

Yüzey modelleme bilgisayarlı grafiğin temel konusudur. Bilgisayarlı grafikte yüzey modellemek için kullanılan başlıca yöntemler; ara değer bulma (interpolasyon) yüzeyleri şeklinde modelleme ve yaklaşım (approximation) yüzeyleri şeklinde modellemedir[4]. Bu çalışmaların bir kısmı matematiksel modeli kullanarak modelleme yaparken, bir kısmı da doğrudan matematiksel modeli olmadan modelleme şeklindedir. İkinci olarak bahsedilen yöntemler, kontrol noktası olarak adlandırılan noktalar yardımıyla yüzey oluşturur. Bu şekilde oluşturulabilen yüzeyler; spline, bezier, coons,..., gibi yüzeylerdir. Bu çalışmalardan başka dikkat çekici olan diğer bir yüzey modelleme şekli de süpürme yüzeyleridir.. Spline, bezier, coons yüzeyleri ile ilgili literatürde geniş miktarda çalışmalar mevcuttur[4].

Bu çalışmada, kontrol noktaları yardımıyla yüzey oluşturma tekniği üzerinde durulmuştur. Çalışmanın temeli, bulanık mantık tekniği kullanılarak kontrol noktası oluşturma ve bu kontrol noktaları yardımıyla eğriler şeklinde yüzey oluşturmaktır. Bulanık mantık tekniğinin kullanılmasının nedeni, yüzey oluşturulurken kullanılacak kontrol noktalarını hesaplamaktır. Bu kontrol noktaları bulunurken başlangıç ve bitiş noktasının belli olduğu kabul edilmiştir. Böylece bu iki nokta yardımıyla içe ait diğer ara noktalar bulanık mantık tekniği ile hesaplanmış ve böylece sahip olduğu düzlemdeki kontrol noktaları oluşturulmuştur. Modellenen eğrinin düzlemi üzerindeki noktalar elde edilmiştir. Kullanılan düzlem ötelenmek suretiyle diğer eğriler bulunarak sonuçta yüzey elde edilmiştir.

Bulanık mantık tekniği ile ilk çalışma Zadeh tarafından kontrol amaçlı olarak ortaya atılmıştır[12]. Bulanık mantık tekniği, daha sonra farklı alanlarda uygulanılmağa çalışılmıştır. Bu alanlar; uygulama ses tanıma, örüntü tanıma,..., gibi alanlardır[12]. Bilgisayarlı grafik ile ilgili çalışmalar daha çok, eğri

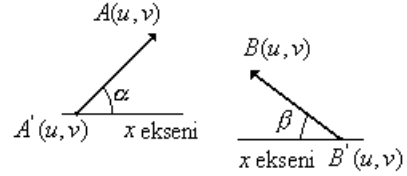
uydurma[11], yaklaşım eğrisi modelleme [1,2] ve yüzey uydurma şeklindedir[6,5].

Dikkat edilirse çalışmanın ana temel noktası bulanık mantık tekniği ile eğri modellemedir. Bu makale de bulanık mantık tekniği yardımıyla oluşturulan eğriler birleştirilmek suretiyle yüzey oluşturmak mümkün olmuştur.

Makalenin yapısı aşağıdaki gibidir: Bölüm 2' de kullanılan bulanık mantık tabanlı eğri modelleme yöntemi anlatılmıştır. Bölüm 3 'de geliştirilen yüzey modelleme yönteminden bahsedilerek elde edilen üç boyutlu yüzey örnekleri verilmiştir. Son bölümde de tartışma önerilmiştir.

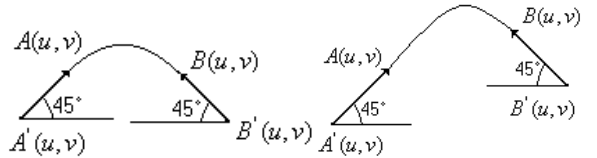
2. BULANIK EĞRİ MODELLEME YÖNTEMİ

$A(u,v)$ ve $B(u,v)$ iki boyutlu uzayda iki nokta olsun (Şekil 1). Bu iki noktadan sonsuz eğri geçebilir. Bu iki noktadan geçen ve istenilen özelliği sağlayan eğriyi oluşturmak için; $A'(u,v)$ ve $B'(u,v)$ yardımcı noktaları olsun. Yardımcı noktalar asıl noktalardan çok küçük uzaklıkta olan noktalardır. $A(u,v)$ ve $A'(u,v)$ noktalarının oluşturduğu iki boyutlu vektörün x eksen ile yaptığı açı α ve $B(u,v)$ ve $A'(u,v)$ noktalarının oluşturduğu vektörün x eksen ile yaptığı açı β olsun(Şekil 1).



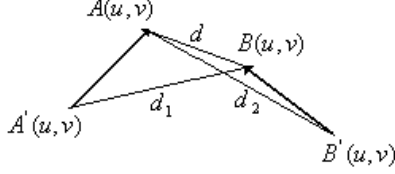
Şekil 1. $A(u,v), B(u,v)$ ve $A'(u,v), B'(u,v)$ noktalarının durumu.

α ve β açılarının durumu belirlendikten sonra bulanık mantığın kullanılabilmesi için sadece bu açıları göz önüne almak çoğu zaman yeterli olmaz. Bunun nedeni, eğer noktalar arasındaki uzaklıklar göz önüne alınmazsa sadece açılar göz önüne alınırsa o zaman istenmeyen durumlar oluşur. Böylece istenilen eğrilerin oluşturulması mümkün olmaz. Bu durum şekil 2' de görülmektedir.



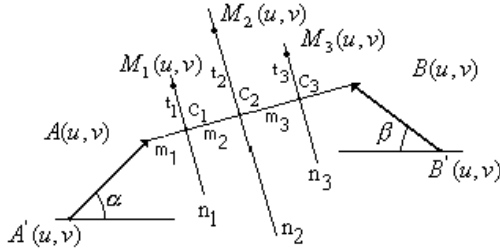
Şekil 2. Aynı α ve β açlarına sahip fakat farklı olması gereken eğriler

Dikkat edilirse açılar aynı olmasına rağmen oluşturulması gereken eğriler farklı kontrol noktalarını gerektirir. Bu yüzden bulanık mantık tekniği uygulanacağı zaman giriş bilgisinin α , β ve noktalar arasındaki uzaklıklar olması gerekir. $A'(u,v)$ noktası ile $B(u,v)$ noktası arasındaki uzaklık d_1 , $A(u,v)$ ve $B'(u,v)$ noktası arasındaki uzaklık d_2 ve $A(u,v)$ ve $B(u,v)$ arasındaki uzaklık d olsun. Şekil 3' de bu iki mesafenin durumu gözükmektedir. Geometrik bilgidен d_1 ve d_2 kolaylıkla hesaplanabilir.



Şekil 3. d_1 , d_2 ve d uzaklıklarının durumu

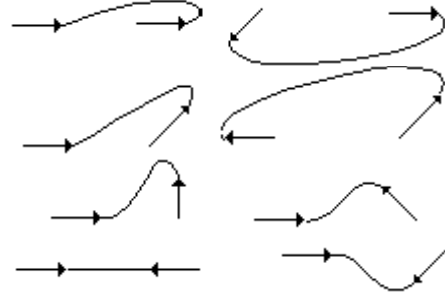
Buradaki d_1 , d_2 uzaklıkları ve α , β açıları bulanık mantık için kullanılacak giriş parametreleridir.



Şekil 4. Noktaların durumu.

Şekil 4' e dikkat edilirse bulunacak olan ara noktalar $M_1(u,v)$, $M_2(u,v)$ ve $M_3(u,v)$ noktalarıdır. Bu noktaların yeri bulunurken yardımcı olan n_1 , n_2 ve n_3 doğrularından yararlanır. Bu doğrular $A(u,v)$ ve $B(u,v)$ noktalarının oluşturduğu doğruya dik olacak şekilde yerleştirilmiştir. Bu noktada önemli olan m_1, m_2 ve m_3 uzaklıkları ve mesafelerin üzerinde bulunduğu C_1, C_2 ve C_3 noktalarından n_1, n_2 ve n_3 doğrusu üzerinde t_1, t_2 ve t_3 kadar uzaklıkta olan noktalar yardımıyla $M_1(u,v)$, $M_2(u,v)$ ve $M_3(u,v)$ noktalarının bulanık mantık tekniği ile bulunmasıdır. Pek tabidir ki bu noktaların bulanık mantık ile bulunması çok iyi kriterler göz önüne alındığında mümkün olabilir. Fakat basitlik açısından sadece m_1, m_2 ve m_3 uzaklıklarının ve n_1, n_2 ve n_3 doğruları üzerindeki t_1, t_2 ve t_3 uzaklığını bulanık mantık hesaplamak kolaylık sağlamıştır. Bu uzaklıklar ve C_1, C_2 ve C_3 noktası belli ise o zaman gerçek $M_1(u,v)$, $M_2(u,v)$ ve $M_3(u,v)$ noktalarını hesaplamak çıkarım makinesinde yapılabilecektir.

Tabi ki her zaman başlangıç noktaları şekil 1' de ki gibi olacak diye bir şey söz konusu değildir. Çünkü iki boyutlu uzayda noktaların durumu çok farklı olabilir ve açılarda 0° ile 360° arasında değişebilir. Şekil 5' de noktaların olabileceği farklı durumların bazıları verilmiştir.



Şekil 5. Başlangıç noktalarının olabileceği bazı farklı durumlar.

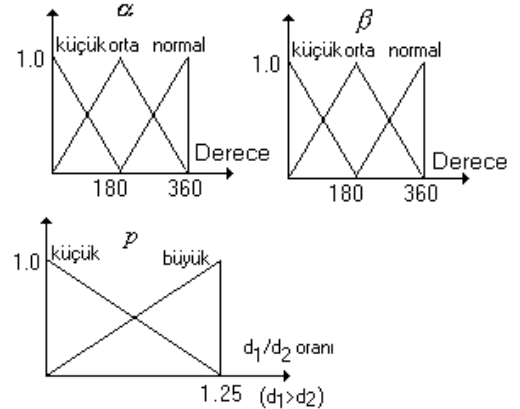
2.1. Bulanık Üyelik Fonksiyonları ve Kural Tablosu

Bu bölümde, üstte bahsedilen parametrelere göre seçilmiş olan üyelik fonksiyonları ve bu fonksiyonlara uygun kural kümesi verilmiştir. Hatırlanacağı üzere bulanık mantık için ele alınacak olan parametreler α , β açıları ve d_1, d_2 uzaklıklarıdır. Fakat burada ki problem d_1, d_2 uzaklıklarının çok geniş bir aralıkta seyredebileceği ihtimalidir. Doğrudan, d_1, d_2 uzaklıkları yerine bunların biri birine oranı olan;

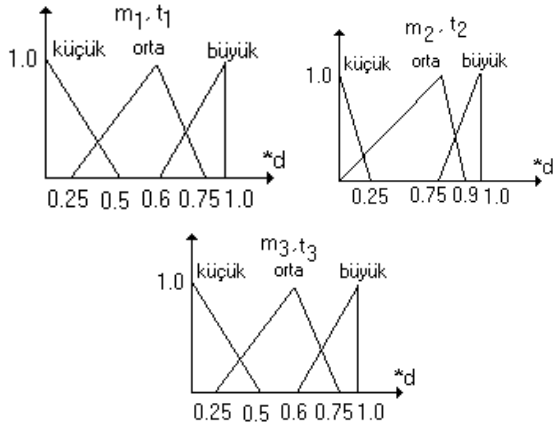
$$\begin{aligned} P &= d_1/d_2 & d_1 > d_2 \\ P &= d_2/d_1 & d_1 < d_2 \end{aligned} \quad (1)$$

p ifadesini kullanmak hem işlemleri kolaylaştırmış olacak hem de bulanık sistemin giriş parametrelerinden bir tanesinin azalmasını sağlayarak sistemin hızını artıracaktır. Dikkat edilecek olursa p değerinin çok büyük olması ihtimali yoktur. Bunun nedeni, $A(u,v)$ ve $A'(u,v)$ arasındaki mesafe çok küçüktür ve aynı şekilde $B(u,v)$ ve $B'(u,v)$ arasındaki mesafe de çok küçüktür. Dolayısıyla d_1 ve d_2 ' nin biri birine çok yakın değerler alacağı açıktır. Bu çalışmada p ' nin değişim aralığını 0-1.25 olacak şekilde seçmek üyelik fonksiyonlarını oluşturma da yeterli olmuştur.

Şekil 6 ve şekil 7' de giriş parametreleri α , β ve p ve çıkış parametresi m_1, m_2 ve m_3 noktaları ve t_1, t_2 ve t_3 mesafeleri için seçilmiş üyelik fonksiyonları ve kural tabloları verilmiştir.



Şekil 6. Giriş değişkenleri için seçilmiş olan üyelik fonksiyonları



Şekil 7. Çıkış değişkenleri için seçilmiş üyelik fonksiyonları.

Aşağıda tabloda kullanılan üyelik fonksiyonları verilmiştir.

Tablo 1. Kullanılan üyelik fonksiyonları

Girişler			Çıkışlar					
α	β	p	m_1	m_2	m_3	t_1	t_2	t_3
1	1	1	1	2	1	1	2	1
1	1	2	1	1	2	1	2	2
1	2	1	2	3	2	1	2	2
1	2	2	3	1	2	2	1	1
1	3	1	1	2	2	1	3	2
1	3	2	2	3	3	2	3	1
2	1	1	3	2	2	2	1	2
2	1	2	1	1	2	2	1	2
2	2	1	2	3	1	1	1	3
2	2	2	1	2	2	2	2	2
2	3	1	2	2	1	1	2	3
2	3	2	2	1	2	3	1	2
3	1	1	3	2	3	3	1	2
3	1	2	2	1	3	2	3	1
3	2	1	1	2	2	1	2	2
3	2	2	1	2	2	1	3	2
3	3	1	3	1	1	2	1	1
3	3	2	1	3	1	1	2	1

α, β için; küçük=1, orta=2, büyük=3.

p için; küçük=1, büyük=2.

$m_1, m_2, m_3,$ ve t_1, t_2 ve t_3 için; küçük=1, orta=2, büyük=3 olarak temsil edilmiştir.

Durulaştırma işlemi için maksimumların ortalaması alınarak işlem yapılmıştır (Denklem 1)

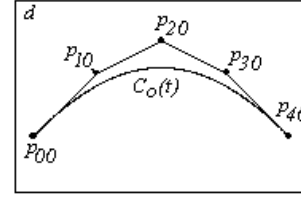
$$u^* = \frac{\sum_{i=1}^l \mu(u_i) \cdot u_i}{\sum_{i=1}^l \mu(u_i)} \quad (2)$$

Burada, u_i : u üyelik fonksiyonunun i . değeri.

$\mu(u_i)$: u_i üyelik fonksiyonunun değeri.

3. BULANIK SERBEST ŞEKLİ YÜZEY MODELLEME

İkinci bölümde anlatılan bulanık eğrilerin nasıl yüzey modelleme için kullanılacağı konusu bu bölümde ele alınacaktır. Bahsedilen yöntem her bir eğriyi bulanık mantık tekniği ile modellemek ve bu eğrileri interpolate ederek yüzey oluşturmaktır. Başlangıç ve bitiş noktası p_{00} ve p_{40} olmak üzere ara noktalar p_{10}, p_{20} ve p_{30} yardımıyla denklem 3 kullanılarak şekil 8' de ki eğri üretilmiştir.

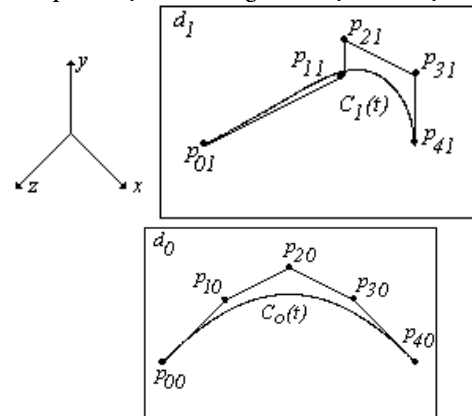


Şekil 8. Sadece bir düzlem için oluşturulan eğri.

Burada kullanılan eğri 4. dereceden bir yaklaşım eğrisidir. Eğri denkleminin seçimi sunulan yöntemi etkilemeyecek şekilde oluşturulacak eğrinin şeklini değiştirmektedir. Bu çalışma da eğrinin denkleminin seçimi kritik olmayıp, önemli olan ara noktaların bulanık mantık tekniği ile hesaplanmasıdır.

$$C_o(t) = p_{00} * (1-t)^4 + p_{10} * 4 * (1-t)^3 * t + p_{20} * 6 * (1-t)^2 * t^2 + p_{30} * 4 * t^3 * (1-t) + p_{40} * t^4 \quad (3)$$

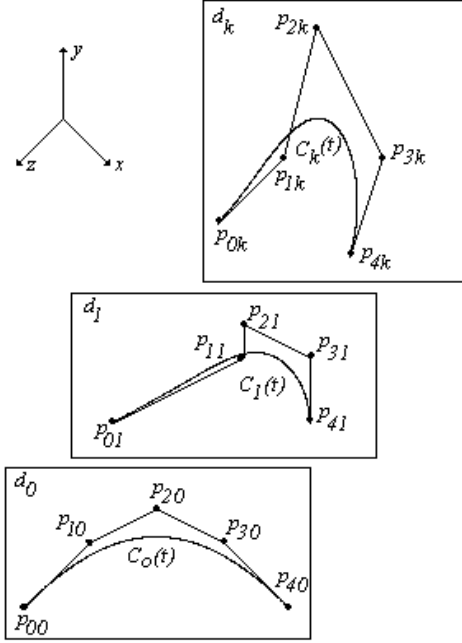
P_{00} ve P_{40} , yardımıyla bulanık mantık tekniği kullanılarak P_{10}, P_{20} ve P_{30} noktaları bulunmuş ve bu beş kontrol noktası yardımıyla $C_o(t)$ eğrisi oluşturulmuştur. Bu eğrinin sahip olduğu d_0 düzlemi -z eksenine doğrultusunda ötelenmiş ve ikinci bir d_1 düzlemi elde edilmiştir. Bu düzlem üzerindeki başlangıç ve bitiş noktası p_{01} ve p_{41} olsun. Aynı bulanık mantık tekniğiyle p_{11}, p_{21} ve p_{31} noktaları hesaplanmış ve $C_1(t)$ eğrisi oluşturulmuştur.



Şekil 9. İki düzlem d_0 ve d_1 için oluşturulmuş iki eğri ve düzlemlerin yerleştiriliş şekli.

Böylece k sayıdaki düzlem için, k defa bulanık mantık tekniği kullanılmış ve eğriler

oluşturulmak suretiyle yüzey modellenmiştir. Şekil 10' da k adet düzlem ve her bir düzlemde ki eğriler görülmektedir.

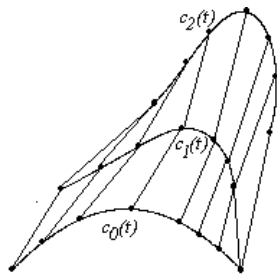


Şekil

10. k tane düzlem için oluşturulmuş eğriler ve düzlemleri.

İki düzlem üzerindeki noktaları birleştirmek için ya ara değer (interpolasyon) bulma ya da yaklaşım eğrisi olarak modelleme yapılabilir. Şekil 11' de ara değer bulma (interpolasyon) eğrisi kullanarak gerçekleştirilen yüzey örneği görülmektedir.

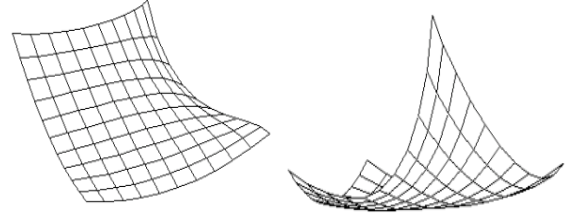
Dikkat edilirse; $z=d_0, d_1, \dots, d_k$ düzlemleri düzlemsel bir yapıdır. Şekil 11' de ki gibi oluşturulan yüzey üç boyutlu olmasına rağmen her bir düzlemde üretilen eğriler iki boyuttadır. Çünkü kullanılan d_0, d_1, \dots, d_k düzlemleri z değeri düşünülmediğinde iki boyutlu düzlemlerdir ve böylece bölüm 2' de verilen iki boyutta eğri modelleme yöntemini uygulanabilir kılmaktadır.



Şekil 11. Oluşturulmuş üç boyutlu yüzey.

Diğer bir husus, kullanılan d_0, d_1, \dots, d_k düzlemlerinin, düzlem normaleri doğrultusunda yerleştirildiğidir. Bunun yerine düzlemlerin yerleştirileceği yolu (path) eğrisel bir yapı olarak düşünülürse o zaman serbest şekilli yüzey modellenmiş olacaktır.

Şekil 12' de elde edilmiş üç boyutlu serbest şekilli yüzey örnekleri görülmektedir.



Şekil 12. Elde edilen üç boyutlu yüzey örnekleri.

4. SONUÇ

Bu çalışma da bulanık mantık teknik tekniği kullanılarak eğriler modellenmiş ve bu eğriler birleştirilerek yüzey elde edilmiştir. Elde edilen yüzey üzerindeki değişiklikler, bulanık üyelik fonksiyonunun değiştirilmesi suretiyle elde edilmiştir. Gerçekleştirilen çalışma da yüzey üzerindeki süreklilik üzerinde durulmamıştır.

5. KAYNAKLAR

- [1] Ahmet Çınar, Arslan Ahmet, "Fuzzy Object Blending in 2D", Lecture Notes in Computer Science, LNCS Vol: 2075, pp: 190-197, 2001
- [2] Çınar A, Arslan A. "Fuzzy Approximation Curve Modeling in 2D", ISICIS XV International Symposium On Computer and Information Sciences, pp: 582-591, 2001.
- [4] Farin G., *Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design*, Academic Press, Boston, 1990.
- [5] Gao Lun Shan, Kawarada Hideo, "Applications of fuzzy average to curve and surfaces fitting", 2nd Fuzzy Eng. Sym. IEEE Inter. Con. on Fuzzy systems, Vol. 2, pp: 971-978, 1995.
- [6] Jung-Hong Chuang, Wei-Chung Wang, "Variable-radius blending by constrained spline generation", *Visual Computer*, Vol: 13, No: 7, pp: 316-329, 1997.
- [11] Saga Sato, Makino Hiromi, "A Method for Modelling Freehand Curves-the Fuzzy Spline Interpolation", *Systems and Computers in Japan*, Vol: 26, No: 19, pp: 1610-1619, 1995.
- [12] Zadeh L. "Fuzzy sets", *Inf. Control*, Vol: 8, pp: 338-353, 1965.