

# AYRIK $\mathcal{H}_\infty$ MODEL EŞLEME PROBLEMİNİN TEK SERBESTLİK DERECELİ STATİK DURUM GERİBESLEMESİ İLE ÇÖZÜMÜ

Murat AKIN Atilla BİR

Elektrik Mühendisliği Bölümü  
Elektrik-Elektronik Fakültesi  
İstanbul Teknik Üniversitesi, 80626, Maslak/İstanbul  
murakin@elk.itu.edu.tr abir@elk.itu.edu.tr  
Fax:(+90)212 285 67 00

Anahtar Sözcükler: *Model Eşleme Problemi, Doğrusal Matris Eşitsizlikleri,  $\mathcal{H}_\infty$  Optimal Kontrol, Tek Serbestlik Dereceli Statik Durum Geribeslemesi*

## Abstract

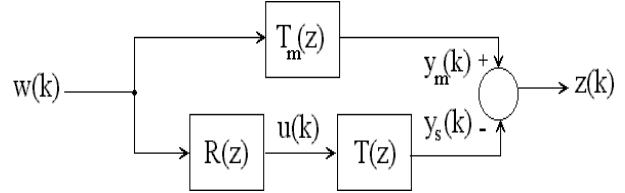
The aim of this paper is to develop a new approach for solving the discrete model matching problem, by static state feedback in the sense of  $\mathcal{H}_\infty$  optimality criterion, using Linear Matrix Inequalities (LMIs). The main contribution of this study could briefly be explained as to reformulate the discrete model matching problem in LMI formulation and to present the solvability conditions of the problem, and to give a design procedure for the one degree of freedom static state feedback control law, that provides the best performance of the discrete  $\mathcal{H}_\infty$  model matching problem.

## 1 GİRİŞ

$T(z) \in \mathcal{RH}_\infty$  kontrol edilmek istenen sistemin kararlı açık çevrim transfer fonksiyonları matrisi,  $T_m(z) \in \mathcal{RH}_\infty$  ise kontrol edilen sisteme kapalı çevrimli durumda kazandırmak istediğimiz davranış ölçütlerini sağlayan, diğer bir deyişle uygun sıfır-kutup dağılımına sahip bir model sistemin kararlı transfer fonksiyonları matrisini ifade etsin. Ayrık  $\mathcal{H}_\infty$  model eşleme problemi,

$$\gamma_{opt} = \inf_{R(z) \in \mathcal{RH}_\infty} \|T_m(z) - T(z)R(z)\|_\infty \quad (1)$$

eniyilemek anlamına gelir. Buna göre bir  $R(z)$  kontrolörü yardımıyla  $T(z)$ ,  $T_m(z)$ 'ye  $\gamma_{opt}$ 'in büyülüğüne göre eşlenmek istenir, (Şekil.1).



Şekil.1

Burada transfer fonksiyonları matrisinin ayrık  $\mathcal{H}_\infty$  normu,

$$\|G(z)\|_\infty = \sup_{\omega \in [0;2\pi]} \sigma_{max}(G(e^{j\omega})) \quad (2)$$

ilişkisini sağlar.

$\mathcal{H}_\infty$  model eşleme problemi, Nevanlinna-Pick Problemi'ne [3] ya da Nehari Problemi'ne [5,6], indirgenerek çözülebilmekte, ayrıca daha farklı yaklaşımlarla da incelenmektedir [10]. İlk iki yaklaşımın ortak özelliği problemlerin yapısı gereği önce  $\gamma_{opt}$ 'in bulunması, sonra kontrolör tasarımasına geçilmesidir. Sözü edilen çalışmaların tümünde  $R(z)$  bir önkontrolör olarak yer alır ve sistem çift serbestlik dereceli dinamik durum geribeslemesi şeklinde değerlendirilir [11].

$\mathcal{H}_\infty$  model eşleme probleminin, doğrusal matris eşitsizlikleri yaklaşımından yararlanılarak sürekli sistemler için çift serbestlik dereceli dinamik durum geribeslemesi şeklinde çözümü [9]'da; ayrık sistemler için çift serbestlik dereceli statik durum geribeslemesi şeklinde çözümü ise [1]'de uygulanmıştır.

Bu çalışmada, daha önce herhangi bir yöntemle

çözüldüğü bilinmeyen, ayrik  $\mathcal{H}_\infty$  model eşleme problemi tek serbestlik dereceli statik durum geribeslemesi ile önce ayrik  $\mathcal{H}_\infty$  optimal kontrol problemine indirgenmekte, daha sonra doğrusal matris eşitsizlikleri yaklaşımı ile çözülmekte ve kontrolör tasaramı için bir algoritma önerilmektedir.

Bu çalışmada,  $KerM$  ve  $Imm$ , sırasıyla  $M$  matrisinin sıfır ve görüntü uzaylarını;  $N^T$ , bir  $N$  matrisinin transpozesini ve  $P > 0$  ise  $P$  matrisinin positif tanımlı (positive definite) olduğunu ifade edecktir.

## 2 AYRIK $\mathcal{H}_\infty$ MODEL EŞLEME PROBLEMİNİN AYRIK $\mathcal{H}_\infty$ OPTİMAL KONTROL PROBLEMİNE İNDİRGENMESİ

Şekil.2'de ayrik  $\mathcal{H}_\infty$  model eşleme probleminin tek serbestlik dereceli statik durum geribeslemesi ile çözülmeyi saglayacak blok diyagramı görülmektedir. Burada  $(A, B, C, D)$  kontrol edilmek istenen sistemin yani  $T(z)$ 'nin,  $(F, G, H, J)$  ise model sistemin yani  $T_m(z)$ 'nin herhangi bir durum uzayı modelini ifade etmektedir:

$$T(z) : \quad x(k+1) = Ax(k) + Bv(k) \quad (3)$$

$$y_s(k) = Cx(k) + Dv(k) \quad (4)$$

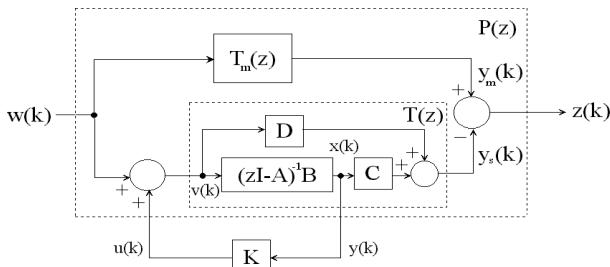
$$T_m(z) : \quad q(k+1) = Fq(k) + Gw(k) \quad (5)$$

$$y_m(k) = HQ(k) + JW(k) \quad (6)$$

$x(k) \in \mathcal{R}^{n_s}$ ,  $q(k) \in \mathcal{R}^{n_m}$ ,  $v(k) \in \mathcal{R}^m$ ,  $w(k) \in \mathcal{R}^m$ ,  $y_m(k) \in \mathcal{R}^p$ ,  $y_s(k) \in \mathcal{R}^p$  özellikleidir ve kontrol işaretti  $u(k)$ ,

$$u(k) = Kx(k) \quad (7)$$

şeklinde geribeslenmektedir.



Şekil.2

$P(z)$  sisteminin durum uzayı modeli şu şekilde ifade

edilebilir:

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ q(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ q(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ G \end{bmatrix} w(k) + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(k) \quad (8)$$

$$\begin{aligned} z(k) &= \begin{bmatrix} -C & H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ q(k) \end{bmatrix} \\ &+ (J - D)w(k) - Du(k) \end{aligned} \quad (9)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ q(k) \end{bmatrix} \quad (10)$$

İşlemleri basitleştirmek için aşağıdaki matrisleri tanımlayalım:

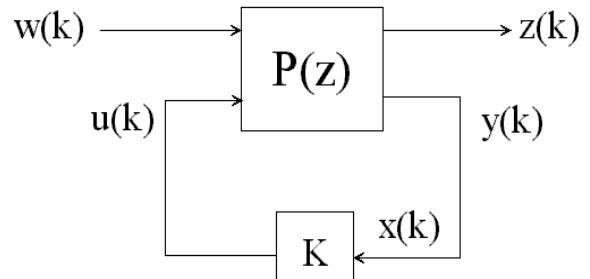
$$\underline{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & F \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} B \\ G \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} B \\ 0_{n_m \times m} \end{bmatrix} \quad C_1 = \begin{bmatrix} -C & H \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} I_{n_s} & 0_{n_s \times n_m} \end{bmatrix} \quad D_1 = J - D \quad (13)$$

$$D_2 = -D \quad (14)$$

Şekil.3'de de görüldüğü gibi tek serbestlik dereceli statik durum geribeslemeli ayrik  $\mathcal{H}_\infty$  model eşleme problemi, ayrik  $\mathcal{H}_\infty$  optimal kontrol problemine eşdeğerdir:



Şekil.3

Şekil.2 ve 3'teki sistemin  $w(k)$ 'dan  $z(k)$ 'ya kapali çevrim transfer fonksiyonu,

$$A_{cl} = \underline{A} + B_2 K C_2 \quad (15)$$

$$B_{cl} = B_1 \quad (16)$$

$$C_{cl} = C_1 + D_2 K C_2 \quad (17)$$

$$D_{cl} = D_1 \quad (18)$$

olmak üzere,

$$T_{zw}(z) = D_{cl} + C_{cl}(zI - A_{cl})^{-1}B_{cl} \quad (19)$$

şeklinde elde edilir. Ancak bilindiği gibi  $\mathcal{H}_\infty$  optimal kontrol problemi ancak iç kararlılık şartı altında çözülebilir. Kapalı çevrimli sistemin iç kararlı olmasını sağlayacak koşullar ise aşağıdaki Lemma'dan türetilmeli.

**Lemma 2.1** (8), (9) and (10) denklemleri ile verilen sistemin, Şekil.3'teki tek serbestlik dereceli statik durum geribeslemesi ile iç kararlı, diğer bir deyişle  $A_{cl} = A + B_2 K C_2$  matrisinin kararlı olması, ancak ve ancak  $(A, B)$ 'nin kararlılaştırılabilir ve  $F$  matrisinin de kararlı olması halinde sağlanabilir.

**Tanıt:** Görüldüğü gibi

$$A_{cl} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & F \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} K \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$= \begin{bmatrix} A + BK & 0 \\ 0 & F \end{bmatrix} \quad (21)$$

matrisinin kararlı olması için  $F$  matrisinin kararlı ve  $(A, B)$ 'nin kararlılaştırılabilir olması gerek ve yeterdir.  $\square$

Bundan sonra, tek serbestlik dereceli statik durum geribeslemeli ayrik  $\mathcal{H}_\infty$  model eşleme probleminde çözümün varlığını garantileyebilmek için  $(A, B)$ 'nin kararlılaştırılabilir ve  $F$  matrisinin, yani model sisteminde, kararlı olduğu varsayılacaktır.

### 3 PROBLEMIN ÇÖZÜMÜ

Problemi çözen Sentez Teoremi'ni vermeden önce tanıt içinde kullanılacak bazı lemmaları tanımlamak yerinde olur. Ayrik  $\mathcal{H}_\infty$  optimal kontrol problemi ile doğrusal matris eşitsizlikleri arasındaki bağlantıyı aşağıdaki **Ayrik Sınırlı Gerçek Lemma** sağlar:

**Lemma 3.1** Eğer  $T(z)$  sisteminin kontroledilebilir veya gözlenebilir olması gerekmeyen bir gerçeklemesi  $(A, B, C, D)$  ise, aşağıdaki ifadeler eşdeğerdir:

i)  $\|D + C(zI - A)^{-1}B\|_\infty < \gamma$  ve  $A$  Hurwitz'dır, yani  $A$ 'nın tüm özdeğerleri  $z$  düzleminde birim çemberin içindedir.

ii) Aşağıdaki doğrusal matris eşitsizliğini çözen

$$\begin{bmatrix} -X^{-1} & A & B & 0 \\ A^T & -X & 0 & C^T \\ B^T & 0 & -\gamma I & D^T \\ 0 & C & D & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (22)$$

bir  $X > 0$  matris vardır.

**Tanıt:** [4].  $\square$

**Lemma 3.2**  $P$  ve  $Q$  herhangi,  $H$  ise simetrik bir matris olsun.  $N_P$  matrisi  $ImN_P = KerP$  ve  $N_Q$  matrisi  $ImN_Q = KerQ$  özelliğini sağlayan tam kolon ranklı matrisler olmak üzere,

$$H + P^T J^T Q + Q^T J P < 0 \quad (23)$$

doğrusal matris eşitsizliğini sağlayan bir  $J$  matrisinin var olması, ancak ve ancak aşağıdaki koşulların sağlanması halinde mümkündür:

$$N_P^T H N_P < 0 \quad \text{ve} \quad N_Q^T H N_Q < 0. \quad (24)$$

**Tanıt:** [7].  $\square$

### Lemma 3.3

$$\begin{bmatrix} P & M \\ M^T & N \end{bmatrix} < 0 \Leftrightarrow N < 0 \quad \text{ve} \quad P - MN^{-1}M^T < 0 \quad (25)$$

koşullarının sağlanması halinde,  $P - MN^{-1}M^T$  ifadesine  $\begin{bmatrix} P & M \\ M^T & N \end{bmatrix}$  matrisinin  $N$ 'ye göre **Schur Tümleri**'i (Schur Complement) denir.

**Tanıt:** [2].  $\square$

Yukarıda tanımlanan ayrik  $\mathcal{H}_\infty$  model eşleme problemini, tek serbestlik dereceli statik durum geribeslemesi ile çözen **sentez teoremi**, şu şekilde ifade edilebilir:

**Teorem 3.4** Şekil.2'deki sistemin tek serbestlik dereceli statik durum geribeslemesi ile,  $A_{cl}$  matrisinin kararlı ve  $\|T_{zw}(z)\|_\infty < \gamma$  olması için gerek ve yeter koşul,

$$\begin{bmatrix} F^T X_3 F - X_3 \\ B^T X_2 F + G^T X_3 F \\ H \end{bmatrix} < 0 \quad \text{ve} \quad \begin{bmatrix} F^T X_2^T B + F^T X_3 G \\ B^T X_1 B + B^T X_2 G + G^T X_2^T B + G^T X_3 G - \gamma I_m \\ J - D \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{bmatrix} H^T \\ (J - D)^T \\ -\gamma I_p \end{bmatrix} < 0 \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} N_c & 0 \\ 0 & I_m \end{bmatrix}^T \left[ \begin{array}{c} \left( \begin{array}{cc} A & 0 \\ 0 & F \end{array} \right) X_{cl}^{-1} \left( \begin{array}{cc} A & 0 \\ 0 & F \end{array} \right)^T - X_{cl}^{-1} \\ \left( \begin{array}{cc} -C & H \\ B^T & G^T \end{array} \right) X_{cl}^{-1} \left( \begin{array}{cc} A & 0 \\ 0 & F \end{array} \right)^T \\ \left( \begin{array}{cc} A & 0 \\ 0 & F \end{array} \right) X_{cl}^{-1} \left( \begin{array}{c} -C^T \\ H^T \end{array} \right)^T \quad \left( \begin{array}{c} B \\ G \end{array} \right) \\ -\gamma I_p + \left( \begin{array}{cc} -C & H \\ B^T & G^T \end{array} \right) X_{cl}^{-1} \left( \begin{array}{c} -C^T \\ H^T \end{array} \right)^T \quad J - D \\ (J - D)^T \end{array} \right] \begin{bmatrix} N_c & 0 \\ 0 & I_m \end{bmatrix} < 0 \quad (27)$$

doğrusal matris eşitsizliklerini çözen, bir

$$X_{cl} = \begin{bmatrix} X_1 & X_2 \\ X_2^T & X_3 \end{bmatrix} > 0$$

matrisinin bulunmasıdır.  $(A, B, C, D)$ ,  $T(z)$ 'nin ya da kontrol edilmek istenen sistemin,  $(F, G, H, J)$  ise  $T_m(z)$ 'nin ya da model sistemin herhangi durum uzayı matrisleri,  $(A, B)$  kararlılaştırılabilir ve  $T_m(z) \in \mathcal{RH}_\infty$ ,  $N_c$  tam ranklı ve

$$ImN_c = Ker \begin{bmatrix} B^T & 0_{m \times n_m} & -D^T \end{bmatrix}$$

ozellikli bir matristir.

**Tanıt:** Şekil.2'deki sisteme Ayrık Sınırlı Gerçek ve Lemma uygulanırsa,  $\|T_{zw}(z)\|_\infty < \gamma$  koşulunu sağlayan  $K \in \mathcal{R}^{m \times n_s}$  şeklinde tek serbestlik dereceli statik durum geribeslemesinin gerek ve yeter varlık koşulu

$$\begin{bmatrix} -X_{cl}^{-1} & A_{cl} & B_{cl} & 0 \\ A_{cl}^T & -X_{cl} & 0 & C_{cl}^T \\ B_{cl}^T & 0 & -\gamma I & D_{cl}^T \\ 0 & C_{cl} & D_{cl} & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (28)$$

doğrusal matris eşitsizliğini sağlayan bir  $X_{cl} > 0$  matrisinin varlığına eşdeğerdir. (15), (16), (17) ve (18)'daki  $A_{cl}, B_{cl}, C_{cl}$  and  $D_{cl}$  ifadelerini kullanırsak, yukarıdaki doğrusal matris eşitsizliği,

$$H_{X_{cl}} = \begin{bmatrix} -X_{cl}^{-1} & \underline{A} & B_1 & 0 \\ \underline{A}^T & -X_{cl} & 0 & C_1^T \\ B_1^T & 0 & -\gamma I_m & D_1^T \\ 0 & C_1 & D_1 & -\gamma I_p \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$Q = [ 0_{n_s \times (n_s+n_m)} \ C_2 \ 0_{n_s \times m} \ 0_{n_s \times p} ] \quad (30)$$

$$P = [ B_2^T \ 0_{m \times (n_s+n_m)} \ 0_m \ D_2^T ] \quad (31)$$

olmak üzere

$$H_{X_{cl}} + P^T K Q + Q^T K^T P < 0 \quad (32)$$

biçimine indirgenebilir. Lemma 3.2'den,  $K$  matrisinin varlığı için gerek ve yeter koşul,

$$ImN_P = Ker P \quad (33)$$

$$ImN_Q = Ker Q \quad (34)$$

$$X_{cl} > 0 \quad (35)$$

olmak üzere,

$$N_P^T H_{X_{cl}} N_P < 0 \quad \text{ve} \quad N_Q^T H_{X_{cl}} N_Q < 0 \quad (36)$$

şeklinde elde edilir. Ayrıca

$$ImN_c = Im \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = Ker [ B_2^T \ D_2^T ] \quad (37)$$

eşitliği nedeniyle (31) ifadesinden

$$N_P = \begin{bmatrix} V_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_{n_s+n_m} & 0 \\ 0 & 0 & I_m \\ V_2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (38)$$

yazılabilir. Buna göre  $N_P^T H_{X_{cl}} N_P < 0$  ifadesi,

$$\begin{bmatrix} V_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_{n_s+n_m} & 0 \\ 0 & 0 & I_m \\ V_2 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -X_{cl}^{-1} & \underline{A} & B_1 \\ \underline{A}^T & -X_{cl} & 0 \\ B_1^T & 0 & -\gamma I_m \\ 0 & C_1 & D_1 \\ 0 & C_1^T & D_1^T \\ -\gamma I_p & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_{n_s+n_m} & 0 \\ 0 & 0 & I_m \\ V_2 & 0 & 0 \end{bmatrix} < 0 \quad (39)$$

$$\begin{bmatrix} V_1 & 0 \\ 0 & I_m \\ V_2 & 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \underline{A} X_{cl}^{-1} \underline{A}^T - X_{cl}^{-1} & B_1 \\ B_1^T & -\gamma I_m \\ C_1 X_{cl}^{-1} \underline{A}^T & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 & 0 \\ 0 & I_m \\ V_2 & 0 \end{bmatrix} < 0 \quad (40)$$

ya da

$$\begin{bmatrix} N_c & 0 \\ 0 & I_m \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \underline{A} X_{cl}^{-1} \underline{A}^T - X_{cl}^{-1} & \underline{A} X_{cl}^{-1} C_1^T \\ C_1 X_{cl}^{-1} \underline{A}^T & -\gamma I_p + C_1 X_{cl}^{-1} C_1^T \\ B_1^T & D_1^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_c & 0 \\ 0 & I_m \end{bmatrix} < 0 \quad (41)$$

biçimine indirgenir. Diğer taraftan

$$ImN_Q = Ker [ 0_{n_s \times (n_s+n_m)} \ C_2 \ 0_{n_s \times m} \ 0_{n_s \times p} ] \quad (42)$$

$$= Ker [ 0_{n_s \times (n_s+n_m)} \ I_{n_s} \ 0_{n_s \times n_m} \ 0_{n_s \times m} \\ 0_{n_s \times p} ] \quad (43)$$

ilişkilerinden benzer şekilde

$$N_Q = \begin{bmatrix} I_{n_s+n_m} & 0 & 0 & 0 \\ 0_{n_s \times (n_s+n_m)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{n_m} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_p \end{bmatrix} \quad (44)$$

elde edilir. Nihayet  $N_Q^T H_{X_{cl}} N_Q < 0$  koşulu da

$$\begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -X_{cl}^{-1} & \left( \begin{array}{cc} A & 0 \\ 0 & F \end{array} \right) & \left( \begin{array}{c} B \\ G \end{array} \right) \\ \left( \begin{array}{cc} A & 0 \\ 0 & F \end{array} \right)^T & -X_{cl} & 0 \\ \left( \begin{array}{cc} B^T & G^T \end{array} \right) & 0 & \left( \begin{array}{cc} -C & 0 \\ -H & J-D \end{array} \right) \\ 0 & \left( \begin{array}{c} -C \\ H \end{array} \right) & J-D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} < 0 \quad (45)$$

ya da

$$\begin{bmatrix} -X_{cl}^{-1} & \left( \begin{array}{c} 0 \\ F \end{array} \right) & \left( \begin{array}{c} B \\ G \end{array} \right) & 0 \\ \left( \begin{array}{cc} 0 & F^T \\ B^T & G^T \end{array} \right) & -X_3 & H^T & \\ 0 & H & J-D & (J-D)^T \\ 0 & J-D & -\gamma I_m & -\gamma I_p \end{bmatrix} < 0 \quad (46)$$

biçimine getirilebilir. (46) eşitsizliğini Schur Tümler özelliğine göre açarsak,

$$\begin{bmatrix} F^T X_3 F - X_3 & F^T X_2^T B + F^T X_3 G & 0 \\ B^T X_2 F + G^T X_3 F & B^T X_1 B + B^T X_2 G + G^T X_2^T B + G^T X_3 G - \gamma I_m \\ H^T & (J-D)^T & -\gamma I_p \end{bmatrix} < 0 \quad (47)$$

(26) doğrusal matris eşitsizliği elde edilir. Benzer şekilde (27) doğrusal matris eşitsizliği de (41) eşitsizliğinde (8), (9) and (10) denklemlerinden yararlanarak tanıtlanır.  $\square$

## 4 KONTROLÖR TASARIMI

Theorem 3.4, tek serbestlik dereceli statik durum geribeslemeli ayrık  $\mathcal{H}_\infty$  model eşleme probleminin çözülebilirlik koşullarını verir, ancak kontrolörün tasarımında da kullanılabılır:

**Adım 1:**  $\gamma_{opt}$  için (26) ve (27) doğrusal matris eşitsizliklerini aynı anda sağlayan bir  $X_{cl} > 0$  matrisi, "The LMI Control Toolbox" [8] kullanılarak belirlenir.

**Adım 2:** (32) doğrusal matris eşitsizliği çözülerek tek serbestlik dereceli statik durum geribesleme matrisi  $K \in \mathbb{R}^{m \times n_s}$  elde edilir.

## 5 SONUÇLAR

Bu çalışmada tek serbestlik dereceli statik durum geribeslemesi ile ayrık  $\mathcal{H}_\infty$  model eşleme probleminin doğrusal matris eşitsizlikleri yaklaşımı ile çözümü öngörtülmüştür. Bunun için ayrık  $\mathcal{H}_\infty$  model eşleme problemi önce ayrık  $\mathcal{H}_\infty$  optimal kontrol problemine indirgenmiş, sonra  $\mathcal{H}_\infty$  optimal kontrol probleminin doğrusal matris eşitsizlikleri ile çözmek için geliştirilen yaklaşımından yararlanılarak, problem tek serbestlik dereceli statik durum geribeslemesi ile çözebilmek için gerçekleşmesi gereken genel koşullar elde edilmiş ve nihayet kontrolör tasarımları için geçerli bir algoritma türetilmiştir.

## 6 KAYNAKLAR

[1] Akin M. and Gören L., The  $\mathcal{H}_\infty$  Discrete Model Matching Problem by Static State Feedback, 3<sup>rd</sup> WSEAS Annual Symposium on Mathematical Methods and Computational Techniques in Electrical Engineering, Athens, Greece, 2001 and WSEAS TRANSACTIONS on SYSTEMS, Vol.1, pp. 87-93, Jan 2002.

[2] Boyd S., Ghaoui L. E., Feron E. and Balakrishnan V., Linear Matrix Inequalities in System and Control

Theory, SIAM, 1994.

[3] Doyle J. C., Francis B. A. and Tannenbaum A. R., Feedback Control Theory, Macmillan Publishing Company, 1992.

[4] Doyle J. C., Packard A. and Zhou K., Review of LFTs, LMIs and  $\mu$ , PROCEEDINGS on the IEEE CONFERENCE on DECISION and CONTROL, pp. 1227-1232, 1991.

[5] Francis B. A., A course in  $\mathcal{H}_\infty$  Control Theory, No.88, Lecture Notes in Control and Information Sciences, New York:Springer-Verlag, 1987.

[6] Francis B. A. and Doyle J. C., Linear Control Theory with An  $\mathcal{H}_\infty$  Optimality Criterion, SIAM JOURNAL on CONTROL and OPTIMIZATION, Vol.25, No.4, 1987.

[7] Gahinet P. and Apkarian P., A Linear Matrix Inequality Approach to  $\mathcal{H}_\infty$  Control, INTERNATIONAL JOURNAL of ROBUST and NONLINEAR CONTROL, Vol.4, pp. 421-428, 1994.

[8] Gahinet P., Nemirovski A., Laub A. and Chilali M., The LMI Control Toolbox, PROCEEDINGS on the IEEE CONFERENCE on DECISION and CONTROL, pp. 2038-2041, 1994.

[9] Gören L. and Akin M., A Multiobjective  $\mathcal{H}_\infty$  Control Problem: Model Matching and Disturbance Rejection, PROCEEDINGS on IFAC 15<sup>th</sup> TRIENNIAL WORLD CONGRESS, 2002.

[10] Hung Y. S.,  $\mathcal{H}_\infty$  Optimal Control Part I, II, INTERNATIONAL JOURNAL of CONTROL, Vol.49, No.4, pp. 1291-1359, 1989.

[11] Kucera V., Analysis and Design of Discrete Linear Control Systems, Prentice-Hall International, London, 1991.