

# Asenkron Makinada Zaman Harmoniğinin Kayıplara Etkisinin Sonlu Elemanlar Yöntemi İle İncelenmesi

Duygu Bayram<sup>1</sup>

A. Faik Mergen<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Elektrik Mühendisliği Bölümü, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul

<sup>1</sup>bayramd@itu.edu.tr

<sup>2</sup>mergen@elk.itu.edu.tr

## Özetçe

Asenkron makinaların kontrolü güç elektroniği alanındaki gelişmeler sayesinde oldukça kolaylaşmıştır. Bu durum asenkron makinaların sinüs olmayan gerilim biçimine sahip gerilim kaynaklarıyla beslenmesine sebep olmaktadır. Ancak söz konusu kaynaklar, makinalarda zaman harmoniği oluştururlar. Bu noktada, makina ısınma, milde titreşim ve gürültü gibi sorunlara sebep olan çeşitli frekans bileşenleri barındıran karmaşık bir sistem haline gelmektedir. Bu çalışmada, iki ayrı kaynak altında makinanın güç kaybı analitik olarak incelenmiştir. Bu kaynaklardan ilki saf sinüs formuna sahip iken ikincisi çeşitli harmonik bileşenlerle zenginleştirilmiştir. Sonrasında kayıp güç grafikleri Sonlu Elemanlar Yöntemi (SEY) ile çözüm yapan bir programdan yararlanılarak elde edilmiştir. Sonuç olarak, Sonlu Elemanlar Yöntemi ile elde edilen sonuçların, analitik çıkarımlarla uyumlu olduğu gözlenmiştir.

## 1. Giriş

Asenkron makinalar, basit tasarımı ve güvenilirliği sebebiyle endüstride çok tercih edilen makinlardır. Ancak günümüzde güç elektroniği düzenlerinin asenkron makina kontrolündeki geniş yeri, makinalarda harmonik oluşumuna sebep olmaktadır. Gerek gerilim, gerekse akım harmonikleri döner makinalar üzerinde olumsuz etkiler yapmaktadırlar. Bu etkilerden biri, harmonik kayıplardan oluşan ısıdır. Harmoniklerin varlığı diğer elemanlarda olduğu gibi stator sargılarında, rotor devresinde, stator ve rotor saçlarında ek kayıplara yol açar. Stator ve rotor uç sargılarında harmonik akımlarının oluşturduğu kaçak alanlar da ek kayıplar üretir. Özetle harmoniklerin varlığı, makina kayıplarını artırır. Sinüzoidal olmayan gerilim uygulandığında motor veriminde bir düşüş olur [1]. Harmoniklerin yol açtığı diğer bir etki de, harmonik momentleridir. Harmoniklerin ortalama moment üzerindeki etkisi çoğu zaman ihmal edilebilir, ancak önemli sayılabilecek moment salınımlarına yol açabilirler. Bu etkilerinin bir sonucu olarak harmoniklerin, motor ömründe azalmaya neden olduğu da literatürde vurgulanmıştır.

Bu bilgiler ışığında, bu çalışmada, iki yarı kaynak altında makinada oluşan kayıp irdelenmiştir. Bu kaynaklardan ilki saf sinüs formundaki gerilim, ikincisi ise harmonik bileşene sahip bozuk sinüs formundaki gerilimdir. Sonlu Elemanlar Yöntemi yardımı ile yapılan simülasyonlar ve devrenin analitik çözümünden elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Bu bağlamda, bildiri akışı; asenkron makinada harmonik kavramı, asenkron makinada zaman harmoniğinin etkilerini analitik olarak irdelenmesi, Sonlu Elemanlar Yöntemi yardımı ile alınan sonuçların sunulması ve analitik gerçeklerle karşılaştırılması şeklinde kurulmuştur.

## 2. Asenkron Makinada Harmonik Kavramı

Elektrik makinaları için iki tür harmonik kavramı tanımlanmıştır. Bunlardan birincisi makina geometrisinin neden olduğu uzay harmonikleri, ötekisi ise kaynağın sinüs biçiminden uzak olmasından kaynaklanan zaman harmonikleridir. Son yıllarda değişken frekanslı sürücülerin yaygın kullanımından dolayı makinalarda zaman harmoniklerinin dikkat çekici etkileri gözlemlenmektedir.

İki tür harmonik için de üç ve üçten fazla olan harmonik bileşenleri makina içinde döner alan oluşturmadığı için dikkate alınmazlar.

### 2.1. Uzak Harmonikleri

Uzak harmonikleri makina geometrisi ile ilgili ve çoğunlukla makina tasarımcılarının irdelediği bir konudur. Makina, sinüzoidal gerilimle beslendiğinde bile manyeto motor kuvvette (mmk) farklı frekans bileşenleri gözlemlenir. Bu bileşenler genel olarak uzak harmonikleri olarak adlandırılırlar. Uzak harmonikleri, motoru kalkış esnasında zorlamanın yanı sıra titreşim ve sese neden olurlar.

Asenkron makinalar geometrik yapılarından ötürü sinüs biçiminden farklı bir manyeto motor kuvvet (mmk) eğrisi çıkartan sistemlerdir. Kaynaktan tamamen sinüzoidal bir gerilim uygulandığında, stator iletkenlerinin, yuvarlak düzlemde 120°'er derece arayla dağılırken sinüs biçimini oluşturamamasından, sargı dağılımı ve kaynak akımı çarpımından oluşan amper-sarım dağılımı, saf sinüsten uzak olmaktadır. Oluşacak olan amper-sarım dağılımı, sabit bir akım değeri için yaratılmaya çalışıldığında, konuma bağlı değişen bir basamak fonksiyon elde edilmektedir. Bu basamak fonksiyon Fourier serisine açıldığında uzak harmonikleri elde edilir. Özetle uzak harmoniği, makinanın yapısından ötürü oluşan ve tasarlandığı andan itibaren var olacağı kesin olan harmoniklerdir.

Makina geometrisinden dolayı var olan bu harmonikleri azaltmak için çeşitli yollar denenmektedir. Değişik sargı dağılımlarına yönelmek veya tasarımda uzak harmoniği optimizasyonu uygulamak gibi çözümler bunlar arasında sayılabilir. Görüldüğü gibi uzak harmoniği için tasarıma ilişkin iyileştirmeler öngörülmektedir [2].

### 2.2. Zaman Harmonikleri

Zaman harmoniği makina kaynağına ilişkin bir konudur. Günümüzde değişken frekanslı sürücüler sayesinde güç sistemleri bolca harmonik bileşen içermektedir. Zaman harmoniklerinin, elektrik makinaları üzerindeki temel etkisi ısınmayı artırması ve verimi düşürmesidir. Zaman harmonikleri makinada milde titreşim ve gürültü gibi sorunlara yol açarlar. [3]. Bu etkileri sebebi ile, zaman harmoniğinin varlığı, elektrik makinasından performans değerlendirmesi açısından önemli bir araştırma konusudur [2].

Saf sinüs formunda gerilimle beslendiği zaman bile, hava aralığında basamak fonksiyon şeklinde bir manyeto motor kuvvet endükleyen asenkron makinaya zamana bağlı kaynak uygulanınca, akımın her  $t$  anı için farklı olan değeri, amper-sarım dağılımını değiştirir. Bunun sonucunda dağılım, konuma ve zamana bağlı bir şekil alır. Bu basamaklı ifade de Fourier serisine açıldığında zaman harmonikleri hesap edilebilir.

Bu bilgiler doğrultusunda, makinede zaman harmoniği, uzay harmoniğinden ayrı düşünülemez. Kaynağın da saf sinüs olmadığı düşünülürse, makina içinde uzay ve zaman harmoniğinin etkiselliği giderek artar, çünkü uygulanan zaman harmoniklerinin tümü kendi uzay harmoniğini oluşturur. Bu etki, karşılıklı olarak tekrar eder [4].

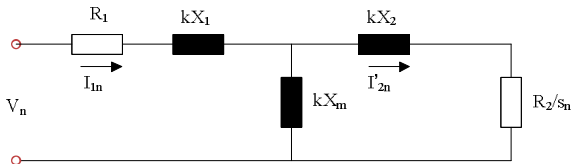
Ancak saf sinüs olmayan bir gerilimle beslenen asenkron makinanın manyeto motor kuvvet ifadesinin çok karmaşık olduğu açıkça bellidir. Bu nedenle asenkron makinanın zaman harmoniği incelemesi yapılırken, analitik hesap çok zor olmaktadır. Bu zorluk araştırmacıları çeşitli hesaplama yöntemlerine yönlendirmektedir [5-6].

Gerçek hayatta olduğu gibi kaynağın, temel harmonik bileşeni yanında birçok başka harmonik bileşeni bulunan bir kaynak olduğu da düşünülürse, makina davranışını irdelemek için, süperpozisyon ilkesinden yararlanmak en anlamlı yaklaşım haline gelir. Bunun anlamı, her harmonik bileşenini, aynı makinanın farklı çalışma durumu olarak ele almak ve sonrasında her birinin etkisini toplamaktır. [4]

### 2.2.1. Asenkron Makinanın Zaman Harmoniği Eşdeğer Devresi

Bir asenkron makina için tanımlanan zaman harmoniği devresi şekil 1 de görülebilir.

Bu devrede,  $V_n$  harmonik gerilimi,  $R_1 = r_{1n} = r_1$  ise stator sargı direnci olarak tanımlanmıştır.  $R_2$  ise primere indirgenmiş rotor sargı direncidir ve  $R_2 = r_2' \cdot k_r$  şeklinde kabul edilmiştir. Bu eşitlikte,  $k_r$  deri etkisinden ötürü rotor çubuk dirençlerinin değişimini ifade eden rotor direnci düzeltme faktörüdür [2].



Şekil 1: Asenkron Makina Zaman Harmoniği Eşdeğer Devresi

Zaman harmoniği söz konusu iken  $n$ . harmoniğin hızı olan  $n_n$ , senkron hız olan  $n_1$ 'in  $n$  katıdır.

$$n_k = n \cdot n_1 \quad n = 1, 2, \dots, k \quad n: \text{tamsayı} \quad (1)$$

Zaman harmoniğinin frekansı ise temel frekansın  $n$  katıdır.

$$f_n = n f_1 \quad (2)$$

İleri yönde dönen harmonikler için kayma:

$$s_n = \frac{n \cdot n_1 - n_r}{n \cdot n_1} = \frac{n \cdot n_1 - (1 - s_1)n_1}{n \cdot n_1} = \frac{(n - 1) + s_1}{n} \quad (3)$$

Geri yönde dönen harmonikler için kayma:

$$s_n = \frac{n \cdot n_1 + n_r}{n \cdot n_1} = \frac{n \cdot n_1 + (1 - s_1)n_1}{n \cdot n_1} = \frac{(n + 1) - s_1}{n} \quad (4)$$

Zaman harmoniğinin açılal frekansı  $\omega_n$  aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\omega_n = \frac{2\pi n_n}{60} = \frac{2\pi(n \cdot n_1)}{60} = n \frac{2\pi n_1}{60} = n \cdot \omega_1 \quad (5)$$

Asenkron makinanın eşdeğer devresi üzerinden düşünersek, mil momenti  $n$ . harmonik bileşen için (6)'deki gibi ifade edilebilir:

$$M = \frac{60}{2\pi n_n} \cdot 3 \cdot I_{2n}' \cdot r_2' \cdot \frac{(1-s)}{s} \quad (6)$$

Bu ifadeye,  $r_2' \frac{(1-s)}{s}$  terimi de harmonik mertebesi arttıkça küçülmektedir. Başka bir deyişle, harmonik mertebesi arttıkça, zaman harmoniği tek başına moment oluşturmamaktadır.

Yukarıdaki ifadelerde (3 ve 4) harmonik mertebesi olan  $n$  arttıkça kayma 1'e yaklaşmaktadır. O halde, rotor akımı frekansı da Denklem 7 gereği nominal durumda olduğundan daha yüksek olması beklenmektedir.

$$f_{rotor} = s \cdot f_{stator} \quad (7)$$

Rotor sargı direncinin değişimi ise makina tipine göre farklılık göstermektedir. Eğer makina bilezikli asenkron makina ise rotor iletkenleri statordakiler gibi demet iletkenlerdir ve artan frekansın bu iletkenler üzerindeki etkisi ihmal edilebilir. Kafesli asenkron makina için ise rotor iletkenleri masif çubuklar olduğundan, artan frekansın iletkenler üzerinde direnç değişikliğine olması beklenmektedir. Yani,

$$R_2 = r_{2n}' \neq r_2' \quad (8)$$

şeklinde kabul edilebilir.

Yukarıdaki zaman harmoniği eşdeğer devresi için tanımlanan primer ve sekonder akım ise;

$$I_{1n} = \frac{V_n}{(R_1 + jnX_1) + \frac{\left(\frac{R_2}{S_n} + jnX_2\right)(jnX_m)}{\frac{R_2}{S_n} + jn(X_2 + X_m)}} \quad (9)$$

$$I_{2n}' = \frac{jnX_m}{\frac{R_2}{S_n} + jn(X_2 + X_m)} I_{1n} \quad (10)$$

şeklinde dir.

Yukarıdaki denklemlerden yapılacak olan analitik çıkarımlar şöyledir:

- Zaman harmoniği eşdeğer devresinden çıkan sonuçlar, zaman harmoniğinin makinaya en büyük etkisinin ısınma olduğunu göstermektedir [2].
- Rotor akımı, yüksek frekanstan ötürü masif iletkende deri etkisine maruz kaldığından, iletken içindeki akım yoğunluğu durumunun her harmonik bileşen için farklı olması beklenir [7].
- Belirgin bir moment oluşturmaya da zaman harmoniği milde titreşim olarak kendini gösterecektir.

### 3. Çalışma

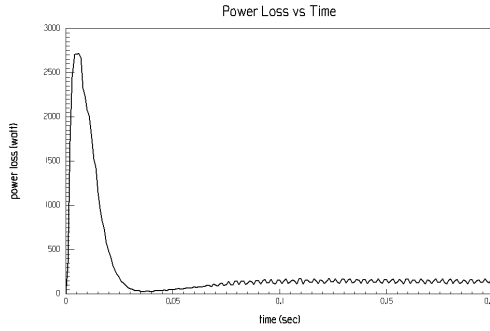
Bu çalışmada, iki ayrı kaynak altında makinanın performansı Sonlu Elemanlar Yöntemi ile çözüm yapan bir program aracılığıyla incelenmiştir. Sonrasında kayıp güç grafikleri programdan yararlanılarak elde edilmiştir. Bu kaynaklardan ilki saf sinüs formuna sahip iken, ikincisi çeşitli harmonik bileşenlerle zenginleştirilmiştir. Söz konusu kaynakların

bileşenleri aşağıda verilmiştir. Farklı karakterlere sahip bu kaynaklardan eşit genlikte dalgalar makinaya uygulanmıştır:

$$V_{fundamental} = V_{fundamental_{max}} \cdot \cos(\omega t) \quad (11)$$

$$V_h = V_{fundamental_{max}} \cdot \cos(\omega t) + \frac{V_{fundamental_{max}}}{5} \cdot \cos(5\omega t) + \frac{V_{fundamental_{max}}}{7} \cdot \cos(7\omega t) + \frac{V_{fundamental_{max}}}{11} \cdot \cos(11\omega t) \quad (12)$$

Birinci kaynak durumunda ( $V_{fundamental}$  durumu) elde edilen kayıp dalga şekli Şekil 2'deki gibidir:



Şekil 2:  $V_{fundamental}$  durumu için güç kaybı dalga şekli

Programın tanımına göre kayıp güç bakır kayıplarıyla demir kayıplarının toplamıdır. Bu gücün birinci bileşeni olan stator bakır kaybı, idealde frekansla değişmediği varsayılan stator sargı direnci ve değeri frekansa bağlı olarak değişen masif rotor sargının direncinin toplamından, bileşen akımı geçmesiyle oluşup akımın karesiyle direnç toplamının çarpımı ile hesaplanır. İkinci bileşeni ise endüklenen elektromotor kuvvetin karesinin demir direncine bölümü ile hesaplanabilir. O halde kayıp güç analitik olarak:

$$P_k = P_{cu} + P_{fe} = I^2 \cdot (r_1 + r_2') + \frac{E_1^2}{r_{fe}} \quad (13)$$

$$E_1 = V_1 - I_1 z_1$$

şeklindedir. Makinaya boştaki ve kısa devre deneyleri uygulanmış ve makina kısa devre direnci ve reaktansı;

$$r_k = r_1 + r_2' = 3 \Omega \quad \text{ve} \quad x_k = x_1 + x_2' = 4,052 \Omega \quad (14)$$

Buna ek olarak;

$$r_k/2 = r_1 = r_2' \quad \text{ve} \quad x_k/2 = x_1 = x_2' \quad \text{kabulü yapılmıştır.}$$

Demir direnci ise,

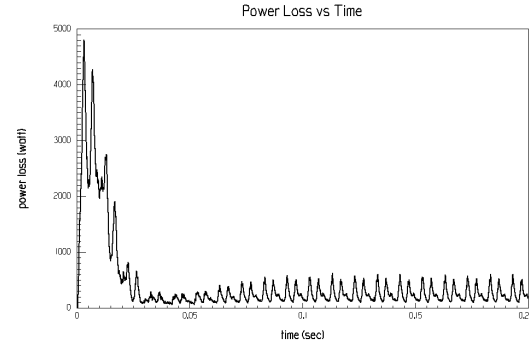
$$r_{fe} = 1062 \Omega \quad \text{olarak bulunmuştur.}$$

Klasik eşdeğer devre yaklaşımı ile bulunan toplam aktif kayıp hesabı; anma akımı olan 6,1 A akımı için, (tek faz eşdeğer devre için) 151,05 W olur.

Programın bu çalışma durumu için çizdiği Şekil 2'de ise, temel bileşenin aktif kayıp gücü gözlemlenmektedir. Başlangıçta, aktif kayıp gücü yüksek değerler almış ancak

sonrasında kararlı haline oturmuş ve değeri 140 W civarında sabitlenmiştir. Analitik çözümle programın çözümü arasında %7,31 oranında bir fark vardır.

İkinci çalışma durumunda ( $V_h$  Durumu) elde edilen kayıp güç dalga şekli Şekil 3'deki gibidir:



Şekil 3:  $V_h$  durumu için güç kaybı dalga şekli

Şekil 3'de temel bileşen gerilimi ve bu çalışmada kullanılan bütün harmonik bileşenlerin uygulandığı makinanın kayıp güç grafiği görülmektedir. Eğride makina kayıp gücü bir süre sonra ortalama olarak 275 W değerine oturmuştur. Görüldüğü gibi kaynakta harmonik bileşen arttıkça kayıp güç de artmıştır.

Bu durumda da  $r_2'$  direnci üzerinden geçen akım, Fourier dönüşümüne açıldığında, birden fazla frekans bileşeni içerdiği görülür. Bu açıdan direncin değeri kayıp güç ifadesinden geriye giderek hesaplanacaktır.

$$P_k = P_{cu} + P_{fe} = I^2 \cdot (r_1 + r_2') + \frac{E_1^2}{r_{fe}} \quad (15)$$

ifadesinde duruma ilişkin akım endüklenen gerilim ve demir direnci ifadeleri yerine konduğunda,

$$r_1 + r_2' = 3,999 \Omega \quad (16)$$

bulunmaktadır. Bu durum bize harmonik bileşen eklenmesiyle kısa devre direncinin arttığını gösterir. Bu toplamdaki  $r_1$  ise primer sargı direnci olup demet iletkenin olduğu için frekansla artmayacağından, söz konusu artışın sebebi olarak  $r_2'$ 'nin artışı gösterilebilir. Görüldüğü gibi  $r_2'$  direnci, devrede yüksek frekanslı bileşen arttıkça yükselmektedir.

#### 4. Sonuçlar

Simülasyonlar sonucunda, kaynak zaman harmoniği açısından karmaşıklıkla kayıbın arttığı gözlemlenmiştir. Bu durum analitik çıkarımlarla uyum göstermektedir.

Buna ek olarak kaynakta zaman harmoniği arttıkça da hesap yöntemiyle bulunan rotor direncinin arttığı gözlemlenmektedir. Bu durum da analitik çıkarımla uyum sağlamaktadır.

Sonuç olarak makinada zaman harmoniğinin artması makinada kayıpların artmasına ve rotor devresinin elektriksel değerlerinin değişmesine sebep olmaktadır.

Ek olarak, kaynak karmaşıklıkla zamana göre kayıp eğrisinin titreşim aralığı artmıştır.

#### 5. Kaynakça

- [1] J. M. D. Murpy and and F. G. Turnbull, "Power Electronic Control of AC Motor", Pergamon Press, Oxford, United Kingdom, 1988.

- [2] X. Liang, Y. Luy. "Harmonic Analysis for Induction Motors", *Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering*, Ottawa, CA, 2006, pp. 172–177.
- [3] R. Yacamini, S. C. Chang, "Noise and Vibration from Induction Machines Fed from Harmonic Sources", *IEEE Trans. on Energy Conversion*, Vol. 10, No. 2, pp 286-292, 1995.
- [4] D. A. Kocabaş, "Asenkron Makinalarda Uzay Harmoniklerinin Etkilerini Azaltmak için Yapısal Çözümler", PhD thesis., Fen Bilimleri Enstitüsü, İ.T.Ü, İstanbul, TR, 2004.
- [5] S. J. Salon, L. Ovacık, J. F. Balley, "Finite Element Calculation of Harmonic Losses in AC Machine Windings", *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 29, No. 29, pp. 1442-1445, 1993.
- [6] A. Canova, and C. Ragusa, "Calculation of slot harmonic effects in induction motors by finite element method", *'The 7th International Conference on Electrical Machines and Drives'*, Durham, UK, September 1995, Conference Publication No. 412.
- [7] S. J. Salon, D. W. Burow, R. E. Ashley III, L. Ovacık, M. J. DeBortoli, "Finite Element Analysis of Induction Machines in the Frequency Domain", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 29, No. 2, pp. 1438-1441, 1993.