Zaman Gecikmeli Sistemlerde Luenberger Tabanlı Gözlemleyici Tasarımı
Luenberger based Observer Design in Time Delay Systems

Bayram Melih Yılmaz[1], *Mehmet Canevi*[2], *Kamil Fatih Dilaver*[3]

[1] Bilgisayar Mühendisliği Bölümü
Niğde Üniversitesi
myilmaz@nigde.edu.tr
[2] Bilgisayar Mühendisliği Bölümü
Niğde Üniversitesi
mehmet.canevi@nigde.edu.tr
[3] Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
Niğde Üniversitesi
kfdilaver@nigde.edu.tr

Özet

Doğrusal, tek giriş - tek çıkış olan sistemlerde durumların ölçülmesi gerektiğinde veya sistem durum geri beslemesiyle kontrol edilmek istendiğinde, sistemin bütün durumlarının ölçümü mümkün olmamasından ya da ölçme maliyetinin yüksek olmasından dolayı, gözlemleyicilerin kullanılması gerekmektedir. Basit elektrik sistemlerinde zaman gecikmesinin çok büyük bir etkisi olmamasına rağmen mekanik sistemlerde ve elektrik iletim hatlarında gecikme önemli bir rol oynamaktadır. Bu gecikmelerin olduğu sistemleri gözlemleyebilmek için gecikmeli zamanlı gözlemleyici sistemlere ihtiyaç duyulur. Bu çalışmada zaman gecikmesi Laplace domeninde Doğrusallaştırılarak yeni bir gecikmeli zamanlı gözlemleyici sistem önerilmiş ve bu gözlemleyici daha önce gecikmeli zamanlı gözlemleyici kullanılarak kestirilen bir sistem üzerinde test edilmiş ve elde edilen sonuçlar simülasyon ortamında karşılaştırılmıştır.

Abstract

Observers are necessary to use in case of an urge to control a linear single input-single output system with feedback control or in a necessity to measure states of the system which are not avaliable for measurement or the high cost of the state measurements. Even though simple electrical system states are not effected very much from time delay, the mechanical systems and electrical transmission lines are more effected. To observe the states of a time delay system a time delay observer is necesarry. In this paper we have proposed a new observer for time delay systems via linearizing the delay term in the Laplace domain and we have compared the results with previous observer designs with simulations.

1. Giriş

Modern kontrol teorisi tasarımlarının çoğu kontrol edilen sistemin bütün durumlarının ölçülebildiği temeline dayanır. Birçok pratik durumda yalnızca birkaç durum işaretinin ölçülmesi mümkündür. Bu halde durum vektörlerinin bilindiği varsayılan teorilerin uygulamaları çok sınırlıdır[1]. Bazı durumlarda ise sistem durumlarını ölçmek çok maliyetlidir. Bu sebeple, durum vektörlerini belirleyebilmek için gözlemleyiciler kulanılır. Gözlemleyiciler Luenberger tarafından tanıtılmış [1] sonrasında yine Luenberger tarafından daha da detaylı açıklanmıştır[2]. Bilindiği gibi zamandan bağımsız doğrusal sistemlerde, sistemin gecikme olmaksızın değiştiği varsayılır. Pratik uygulamalarda ise sistem durumlarında gecikmeler meydana gelir. Hızlı çalışan sistemlerde gecikme zamanı ihmal edilebilir. Fakat bir fiziksel sistem birkaç farklı gecikmeye sahip olabilir. Sistemlerdeki gecikmeler sistem davranışını belirleyici etkiye sahiptirler. Bu sebeple gecikmenin önemli olduğu sistemlerde, içinde gecikme olmayan sistem modelleri kullanılamaz[3]. Durumlarında gecikme olan (SISO) tek giriş-tek çıkışlı, zamandan bağımsız (LTI) sistemlerde, sistemin tümüyle gözlemlenebilir olması koşulu altında, sistemin bütün durumları zaman gecikmeli gözlemleyici modeli kullanılarak gözlemlenebilir. Sistem durumları algılayıcılar kullanılarak da belirlenebilir. Fakat sistem durumlarını belirleyebilmek için kullanılacak olan algılayıcılar durum sayısına bağlı olarak çok sayıda gerekebileceğinden ya da sistemdeki bazı durumların ölçmeye imkan vermemesinden dolayı her durum işareti için algılaycı kullanmak mümkün olmayabilir. Özellikle ölçülemeyen sistem durumlarını belirleyebilmek için gözlemleyicilere ihtiyaç vardır. Gecikmeli zamanlı sistemlere ilişkin literatürde çeşitli yöntemler önerilmiştir. Zaman gecikmeli sistemleri ele alan güncel çalışmalardan birisi [4]'de verilmiş ve zaman gecikmeli doğrusal sistemlerin durum vektörü gözlemleyici sistem kullanılarak kestirilmiştir. Bu bildiride sunulan gözlemleyici sonuçları [4]'deki örnekle test edilmiş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır.

2. Zaman Gecikmeli Sistemler için Luenberger Tabanlı Gözlemleyici Tasarımı

Tek girişli - tek çıkışlı , doğrusal ve zamandan bağımsız bir sisteme ilişkin durum uzayı denklemleri aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \tag{1}$$

Burada $x(t) \in \mathbb{R}^n$ durum vektörüdür. $u(t)$ giriş, $y(t)$ çıkış işaretini temsil eder. Zaman gecikmeli sistemlerde durum uzayı modeli

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + A_d x(t-\tau) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \tag{2}$$

şeklinde gösterilebilir. Burada A_d gecikmeli durum sistem matrisidir. Amaç durumları bilinmeyen ve durumlarında gecikme olan sistemin durumlarını gözlemleyici yardımıyla kestirmektir. Luenberger gözlemleyici modeli

$$\dot{\hat{x}}(x) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y - \hat{y}) \tag{3}$$

olarak verilir[2]. Burada $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$ gözlemleyicinin durum vektörü, $\hat{y}$ gözlemleyicinin çıkışıdır. $L \in \mathbb{R}^n$ ise Luenberger katsayı vektörü olarak adlandırılır.

Gecikmeli zamanlı sistemler için Luenberger gözlemleyici modeli

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + A_d\hat{x}(t-\tau) + L(y - \hat{y}) + Bu(t) \tag{4}$$

durum uzayı denklemlerine genişletilebilir.

Sistemin durumlarını gözlemleyebilmek için gözlemleyici ile sistem arasındaki hata dinamiğinin kararlı olması sağlanmalıdır. Hata dinamiği,

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \tag{5}$$

olarak tanımlanır. Bu durumda hata dinamiğinin türevi,

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) \tag{6}$$

şeklinde olacaktır. (2) ve (4) denklemleri bu ifadede yerine konulur ise

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = Ax(t) + A_d x(t-\tau) - A\hat{x}(t) - A_d\hat{x}(t-\tau) \\ -LC(x - \hat{x}) \end{aligned} \tag{7}$$

hata dinamiği elde edilir.

Gecikmeden dolayı (7)'deki denklemin Laplace dönüşümünde ortaya çıkan $e^{-\tau s}$ ifadesi Taylor serisine göre açılıp ilk iki terimi kullanıldığında, hata dinamiğinin Laplace dönüşümü,

$$E(s) = [sI + A_d\tau s + LC - (A + A_d)]^{-1} e(0) \tag{8}$$

olacaktır. Hata dinamiğinin karakteristik polinomu,

$$det([sI + A_d\tau s + LC - (A + A_d)]^{-1}) = 0 \tag{9}$$

denklemi ile bulunmaktadır. Burada karakteristik polinom genel olarak

$$p(s) = s^n + a_n s^{n-1} + ... + a_0 \tag{10}$$

şeklinde ifade edilir.

3. Sayısal Örnek

3.1. Gözlemlenen Sistem Modeli ve Luenberger Vektörünün Belirlenmesi

Bu bildiride, önerilen yöntem test edilmek için [4]'deki örnek kullanılmıştır. Ele alınan sistemin durum uzayı denklemleri,

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & -3 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} x(t-2) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \tag{11}$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} x(t) \tag{12}$$

şeklindedir. Bu sistem için hata dinamiğinin kutupları -1 olarak seçildiğinde (7),(9) ve (10) denklemlerinden yararlanarak Luenberger vektörü

$$L = \begin{bmatrix} -0,4773 \\ 0,0921 \\ 2,4391 \end{bmatrix} \tag{13}$$

olarak hesaplanır.

Gözlemleyici ve (11)'deki gecikmeli zamanlı sistemden oluşan toplam sistemin durum uzayı denklemleri

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{\hat{x}}_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 \\ \dot{\hat{x}}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & -3 & 0 & 0 & 0 \\ -0,477 & -0,477 & -0,477 & -0,522 & -0,522 & -1,522 \\ 0,092 & 0,092 & 0,092 & 0,907 & -2,092 & 0,907 \\ 2,439 & 2,439 & 2,439 & -0,439 & 0,560 & -5,439 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \end{bmatrix}$$
$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t-2) \\ x_2(t-2) \\ x_3(t-2) \\ \hat{x}_1(t-2) \\ \hat{x}_2(t-2) \\ \hat{x}_3(t-2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \tag{14}$$

olarak elde edilir. Heseplanan Luenberger vektörü kullanılarak oluşturulan gözlemleyici durumlarının ve sistem durumlarının değişimleri MATLAB ortamında çizdirilmiş ve Şekil 1, Şekil 2, Şekil 3'de verilmiştir.

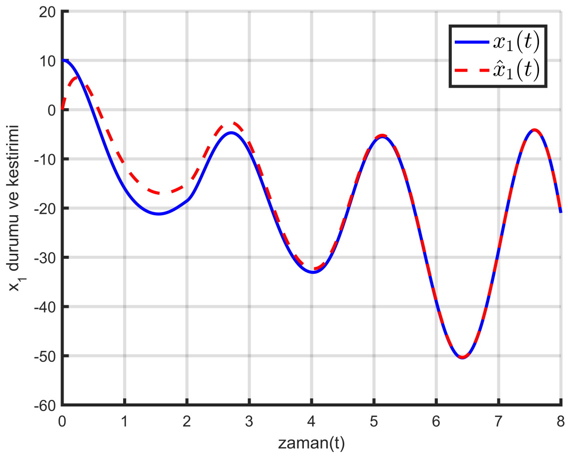
3.2. Gözlemleyicilerin karşılaştırılması

(12)'de verilen sistemin x_3 durumu için bu bildiride sunulan gözlemleyici ve [4]'deki gözlemleyici karşılaştırılmıştır.

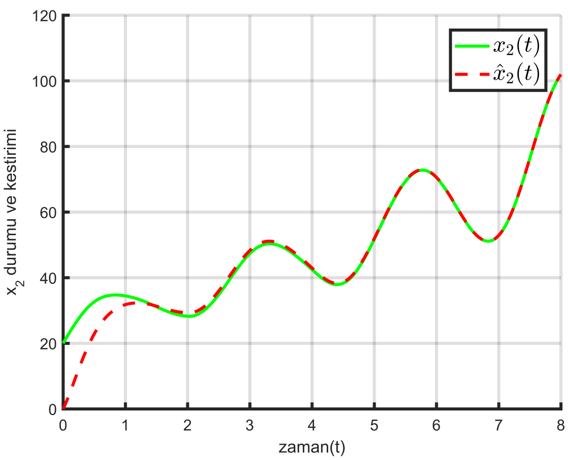
Şekil 4'de her iki gözlemleyicinin x_3 durumu kestirimi birlikte verilmiştir. Şekil 5'te ise Şekil 4 ile verilen kestirim hataları çizdirilmiştir. Hata sinyallerinden de gözüktüğü üzere önerilen gözlemleyici hata sinyali [4]'te önerilen gözlemciden daha hızlı sıfıra gitmektedir.

4. Sonuçlar

Bu çalışmada gecikmeli zamanlı sistemler için Luenberger tabanlı gözlemleyici modeli sunulmuştur. Literatürden seçilen bir örnek yardımıyla bu gözlemleyici modeli test edilmiş ve literatürde verilen gözlemleyiciden daha hızlı durum kestirimi yaptığı tespit edilmiştir. Sonraki çalışmalarda önerilen gözlemleyicinin geliştirilmesi ve gerçek bir sistem üzerinde uygulanması amaçlanmaktadır.



Şekil 1: x_1 durumu ve kestirimi



Şekil 2: x_2 durumu ve kestirimi

5. Kaynaklar

[1] *Luenbeger, D.G., An introduction to observers,* IEEE Trans.Automat.Contr., 16, pp. 596-602, (1971).

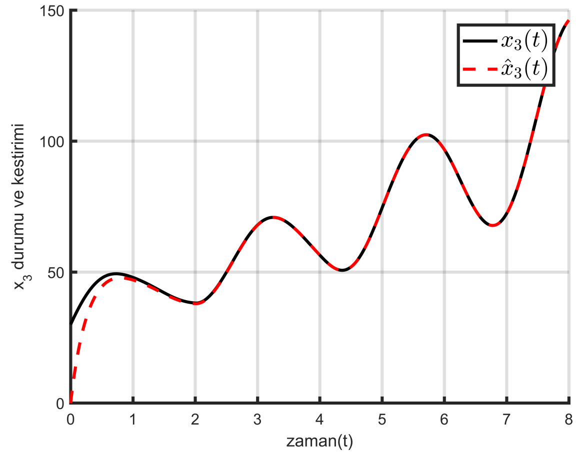
[2] L. Wang, *D. G. Luenberger, Observing the state of a linear system,* IEEE Trans.Mil.Electron.MIL-8,pp.74-80, Apr. 1964.

[3] M.Malek and M.Jamshidi.,*Time-Delay Systems Analysis Optimization and Application* U.S.A., 1997.

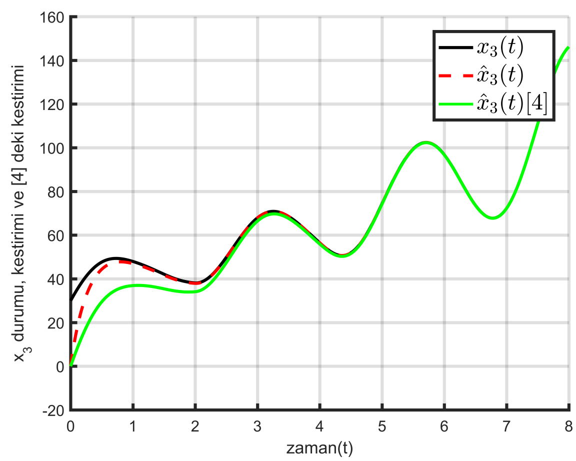
[4] Alden. M. and Trinh, H., *Estimation of linear functional states for time delay systems.* IEEE Trans, Europan Control Conference, 3697-3702, 1999.

[5] Pearson, A.E. and Fiagbedzi, Y.A., *An observer for time lag systems,* IEEE Trans. Automat. Contr., 34, pp. 775-777, (1989).

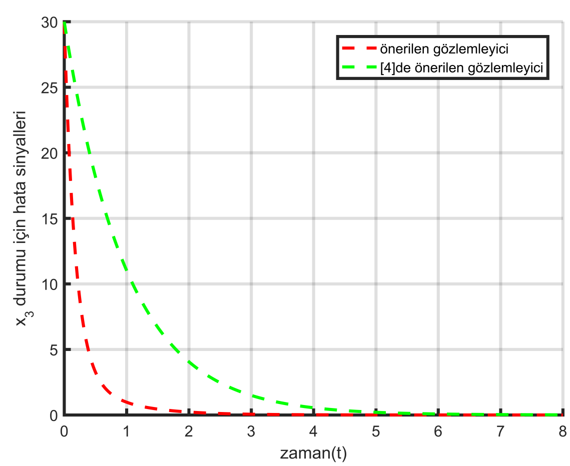
[6] *Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı*, TOK 2015, 10-12 Eylül 2015, Denizli



Şekil 3: x_3 durumu ve kestirimi



Şekil 4: x_3 durumu, kestirimi ve çalışma[4]'deki kestirimi



Şekil 5: x_3 durumu kestirimleri hata sinyalleri karşılaştırılması