

MAKSİMUM GÜÇ TRANSFERİ İÇİN L TİPİ EMPEDANS UYUMLAŞTIRMA DEVRELERİNİN BELİRLENMESİ

Ali Bekir YILDIZ

Kocaeli Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi
Elektrik Mühendisliği Bölümü
abyildiz@kocaeli.edu.tr

Özet

Bu çalışmada, bir alternatif akım kaynağından veya aktif bir devreden bir yük empedansına max. güç transferinin sağlanması için empedans uyumlaştırma devrelerinin nasıl belirleneceği incelenmiştir. Bu amaçla, iki farklı topoloji ve bunlara ilişkin dört farklı devre yapısı verilmiştir. Alternatif akım kaynağı/aktif devrenin empedansı ile yük empedansının değerleri cinsinden, uyumlaştırma devresinin elemanlarının nasıl belirleneceği ifade edilmiştir. Sayısal örnekler yüke aktarılan gücün artmasında, empedans uyumlaştırma devrelerinin etkisini göstermektedir.

Anahtar kelimeler : empedans uyumlaştırma, max. güç

1. Giriş

Bir alternatif akım kaynağından veya genel olarak bir enerji sistemden bir yük empedansına aktarılan gücün max. olması, empedans uyumlaştırma probleminin temelini oluşturmaktadır. Yüksek verimde gücün aktarılması, kaynak/enerji sisteminin empedansı ile yük empedansı arasındaki ilişkiye bağlıdır. Max. güç transferini sağlamak için geliştirilen empedans uyumlaştırma devreleri, güç sistemlerinden haberleşme sistemlerine kadar çok farklı alanlarda kullanılmaktadır.

Günümüzde ekonomik, teknik ve çevresel nedenlerden dolayı güç sistemleri yüklenabilirlik sınırlarına yakın değerlerde çalıştırılmaktadır. Enerji sisteminin güç transfer kapasitesi, hem sistem planlayıcıları hem de işletmeciler açısından çok önemli hale gelmektedir. Bunun sonucu olarak, bir enerji sisteminin max. gücü nasıl transfer edeceğinin belirlenmesi giderek artan şekilde araştırmacıların ilgi alanına girmiştir. Son yıllarda, max. güç transfer sınırlarının online kestirimine/değerlendirilmesine ilişkin ölçüm tabanlı yöntemlerde önemli ilerlemeler olmuştur [1-6]. Bu çalışmalarda, ölçülen bilgiler, sistemin yük barasından görülen Thévenin eşdeğeri ile yükün görünen empedansını elde etmek için kullanılmıştır. Thévenin empedansı ile yük empedansı uyumlu olduğunda, max. güç transferi sağlanmaktadır. [7]'de, max. güç transferi ile empedans uyumlaştırma kavramları arasındaki ilişki incelenerek, değişen yük durumlarında max. güç

transfer sınırlarının hızlıca belirlenmesi için öngörücü-düzeltilici bir yapı önerilmiştir.

Max. güç transferi kavramı, güneş takip sistemlerinde de kullanılmaktadır. Güneşin yoğunluğuna göre, güneş hücrelerinin güç transfer yeteneği değişmektedir. Bu değişim, güneş hücresinin eşdeğerindeki gerilimi ve iç empedansını etkiler. [8]'de, empedans uyumlaştırma prensibine dayalı olarak, güneş hücresi üniteleri için bir max. güç transferi izleme sistemi geliştirilmiştir. Empedans uyumlaştırma devreleri, haberleşme sistemlerinde de yoğun kullanılmaktadır [9-12].

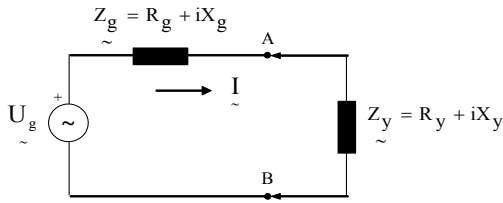
Bu çalışmada, bir alternatif akım kaynağından veya Thévenin eşdeğeri elde edilmiş bir sistemden yük empedansına max. güç transferi sağlamak için kullanılabilecek L tipi empedans uyumlaştırma devreleri incelenmiştir. Bu amaçla, iki farklı topoloji ve bunlara ilişkin dört farklı devre yapısı verilmiştir. Kaynak/Thévenin empedansı ile yük empedansının değerleri cinsinden, uyumlaştırma devresinin elemanlarının nasıl belirleneceği gösterilmiştir. Elde edilen ifadelerin geçerliliği, sayısal örneklerle gösterilmiştir.

2. Empedans uyumlaştırma kavramı

Devre analizinde kullanılan temel teoremlerden biri, Max. güç transferi teoremidir [13-15]. Bu teorem, aktif bir devreden veya bir kaynaktan bir yüke max. güç transferinin hangi şartlara bağlı olduğunu ifade eder. Teoremin, hem doğru akıma (DC) hem de alternatif akıma (AC) ilişkin uygulamaları vardır. Bu çalışmada, sinüsoidal sürekli halde (SSH) aktif bir devreden/AC kaynaktan pasif bir yük empedansına max. güç transferini sağlamak için empedans uyumlaştırma devrelerinin nasıl belirleneceği incelenmiştir.

Şekil 1'deki temel devrede, U_g ve Z_g büyüklükleri AC bir kaynağa ilişkin gerilim ve iç empedanstır. Ya da aktif bir devrenin herhangi iki ucuna göre (A-B) belirlenen Thévenin eşdeğerindeki gerilim ve empedans değeridir. Şekil 1'deki Z_y ise yük empedansını göstermektedir.

Max. güç çekme teoremine göre, aktif bir devreden/ AC bir kaynaktan pasif bir yüke max. güç aktarılması için, yük empedansı (Z_y) iç empedansın (Z_g) eşleniğine eşit olmalıdır (denk.1).



Şekil 1

$$Z_y = Z_g^* \quad (1.a)$$

$$Z_y = R_y + iX_y = R_g - iX_g \quad (1.b)$$

Devre akımı :

$$I = \frac{U_g}{Z_g + Z_y} = \frac{U_g}{R_y + R_g + i(X_y - X_g)} = \frac{U_g}{2R_y} \quad (2)$$

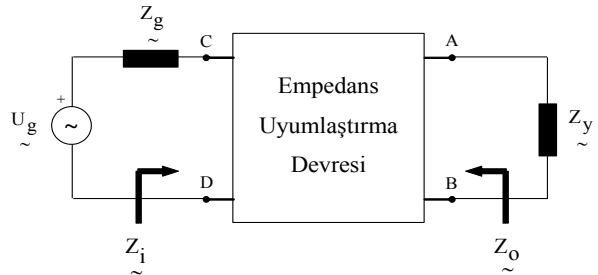
Bu durumda yüke ait max. güç :

$$P = |I|^2 R_y = \left(\frac{U_g}{2R_y} \right)^2 R_y = \frac{U_g^2}{4R_y} \quad (3)$$

Genel uygulamalarda, denk.(1) ile verilen koşul sağlanamadığından, yüke max. güç aktarmak mümkün olmaz. Bu amaçla aktif devre/AC kaynak ile yük arasında, denk.(1)'deki koşulu sağlayacak şekilde empedans uyumlaştırma devreleri konur. Temel gösterimi Şekil 2'de verilen 2-kapılı devrelerin kullanımından sonra, yüke max. aktif güç aktarmak mümkün olur. Aktif devrenin/AC kaynağın gücünün bir kısmının araya konan devrede harcanmaması için, bu iki kapılı devrelerin kayıpsız elemanlardan (endüktans, kapasite) oluşması gereklidir.

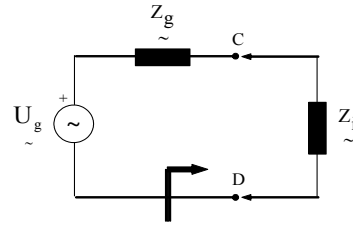
Empedans uyumlaştırma devrelerinin belirlenmesi iki şekilde gerçekleştirilir.

(1) Şekil 2'deki temel devrede, empedans uyumlaştırma devresi ile yük empedansının birlikte oluşturduğu ve C-D uçlarından görülen giriş



Şekil 2

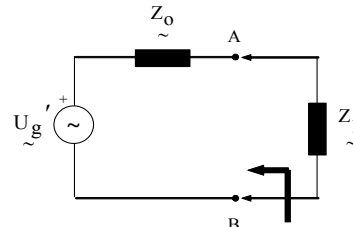
empedansı (Z_i) ifade edilir. Bu büyüklük, yük empedansının kaynak uçlarına indirgenmiş değeridir. Devrenin C-D uçlarına indirgenmiş hali olan Şekil 3'teki devre, Şekil 1'deki devre ile aynı yapıdadır. Dolayısıyla, denk.(1)'in sonuçları, bu devreye uyarlanabilir. Buna göre, Şekil 3'teki indirgenmiş devrede, Z_i ve Z_g empedansları arasında denk.(4) ile verilen koşul sağlanacak şekilde, empedans uyumlaştırma devresinin elemanları belirlenir.



Şekil 3

$$Z_i = Z_g^* \quad (4)$$

(2) Şekil 2'deki temel devrede, aktif devre/AC kaynak ile empedans uyumlaştırma devresinin birlikte oluşturduğu ve A-B uçlarından görülen Thévenin eşdeğer devresi (U_g' , Z_o) ifade edilir. Bu büyüklükler, aktif devre/AC kaynağın yük uçlarına indirgenmiş durumudur. Devrenin A-B uçlarına indirgenmiş hali olan Şekil 4'deki devre, yine Şekil 1'deki devre ile aynı yapıdadır. Dolayısıyla, denk.(1)'in sonuçları, bu devre için de uyarlanabilir. Buna göre, Şekil 4'teki indirgenmiş devrede, Z_o ve Z_y empedansları arasında denk.(5) ile verilen koşul sağlanacak şekilde, empedans uyumlaştırma devresinin elemanları belirlenir.



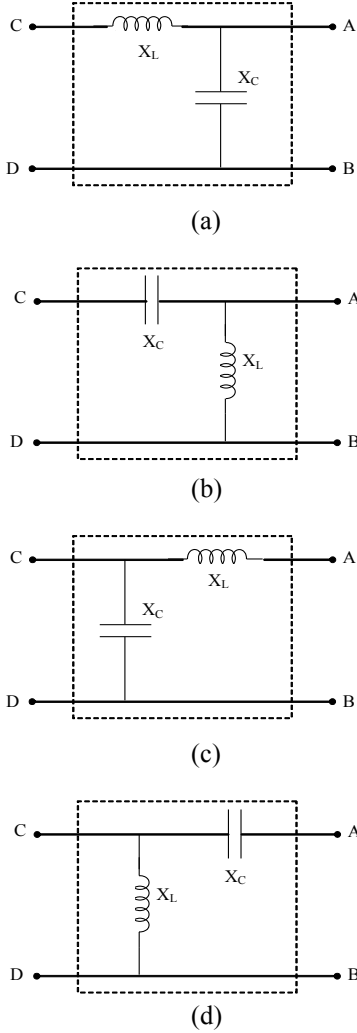
Şekil 4

$$Z_o = Z_y^* \quad (5)$$

3. Empedans uyumlaştırma devre yapıları

L tipi empedans uyumlaştırma devre yapıları Şekil 5'te verilmiştir. Bölüm 1'de ifade edildiği gibi, ara devrede güç kaybı oluşmaması için kayıpsız elemanlar olan endüktans ve kapasite kullanılır.

Şekil 5.a ve 5.c'deki devreler alçak geçiren filtre yapısına, Şekil 5.b ve 5.d'deki devreler ise yüksek geçiren filtre yapısına sahiptirler.



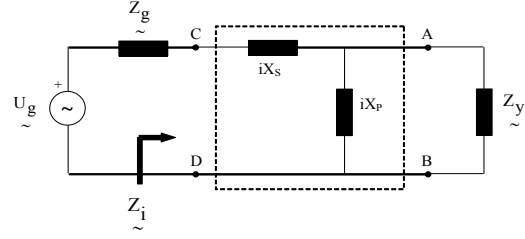
Şekil 5

4. Empedans uyumlaştırma devre elemanlarının belirlenmesi

Şekil 5'teki devre yapılarının ortak noktası; bir reaktans elemanı giriş/çıkış devresine seri bağlı iken, diğer reaktans elemanı giriş/çıkış devresine paralel bağlıdır. Bu nedenle, aşağıda iki temel devre topolojisi ele alınarak genel ifadeler elde edilecektir. Bu devrelerde, seri bağlı olan reaktans X_s ile paralel bağlı olan reaktans X_p ile gösterilmiştir. Reaktansın türü, hesaplamalar sonucunda elde edilen büyüklüğün işaretine göre belirlenmiştir. Yani, reaktansın işareti pozitif çıkarsa endüktif reaktans (X_L), reaktansın

işareti negatif çıkarsa kapasitif reaktans (X_C) olduğu sonucuna varılmaktadır.

Topoloji 1:



Şekil 6

Bu devre yapısı, Şekil 5.a ve 5.b'deki durumlara ilişkindir. Yani, bir reaktans elemanı giriş seridir (X_s), diğer reaktans ise çıkışa paraleldir (X_p). Buradaki empedans uyumlaştırma devresinin elemanlarının belirlenmesinde, Bölüm 1'de açıklanan birinci yol kullanılacak ve Şekil 3'deki indirgenmiş devre yapısı elde edilecektir. Şekil 6'daki devrenin C-D uçlarından görülen Z_i empedansı:

$$Z_i = \frac{(R_y + iX_y)(iX_p)}{R_y + iX_y + iX_p} + iX_s \quad (6)$$

Max. güç transferi için, yük empedansının C-D uçlarına indirgenmiş değeri olan Z_i empedansı denk.(4)'e göre Z_g empedansının eşleniğine eşit olmalıdır.

$$Z_i = Z_g^* = R_g - iX_g \quad (7)$$

Denk.(6) ve denk.(7) birlikte ele alınır. Bu amaçla, denk.(6)'daki Z_i empedansının reel kısmı R_g direncine sanal kısmı ise X_g reaktansına eşitlenir. Bu eşitleme sonucunda elde edilen denklemler aşağıda verilmiştir :

$$R_g = \frac{R_y X_p^2}{R_y^2 + (X_y + X_p)^2} \quad (8.a)$$

$$-X_g = \frac{R_y^2 X_p + X_y^2 X_p + X_y X_p^2}{R_y^2 + (X_y + X_p)^2} + X_s \quad (8.b)$$

Denk.(8.a) ve denk.(8.b) yardımıyla, bilinen empedans değerleri (R_y , X_y , R_g , X_g) cinsinden, empedans uyumlaştırma devresinin elemanları (X_p , X_s) belirlenir. Denk.(8.a)'dan, bilinmeyen X_p reaktansı olan ikinci dereceden bir denklem elde edilir :

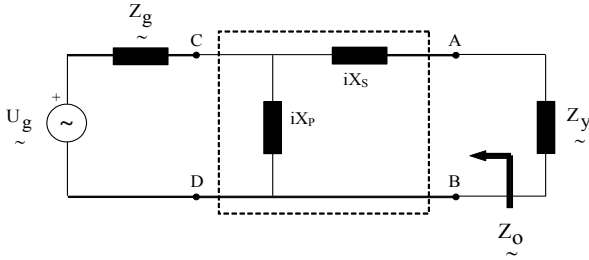
$$X_p^2 + 2X_y \frac{R_g}{R_g - R_y} X_p + \frac{R_g}{R_g - R_y} (R_y^2 + X_y^2) = 0 \quad (9)$$

Denk.(9)'dan paralel reaktans değerleri (X_p) bulunduğundan sonra, seri reaktans (X_s) değerleri, denk.(8.b)'e göre aşağıdaki gibi belirlenir :

$$X_s = -X_g - \frac{R_y^2 X_p + X_y^2 X_p + X_y X_p^2}{R_y^2 + (X_y + X_p)^2} \quad (10)$$

Öncelikle, denk.(9)'un çözülmesiyle iki ayrı paralel reaktans değeri (X_{p1} , X_{p2}) değeri bulunur. Elde edilen bu büyüklükler, denk.(10)'da kullanılarak seri reaktans değerleri (X_{s1} , X_{s2}) bulunur. Her iki reaktans grubuna ait büyüklüklerin işaretine göre, elemanların türü belirlenir. Empedans uyumlaştırma devresinin eleman eşleşmelerine ($X_{p1}-X_{s1}$ ve $X_{p2}-X_{s2}$) göre, Şekil 5.a veya 5.b'deki devre yapıları kullanılır.

Topoloji II :



Şekil 7

Bu devre yapısı, Şekil 5.c ve 5.d'deki durumlara ilişkindir. Yani, bir reaktans elemanı girişe paraleldir (X_p), diğer reaktans ise çıkışa seridir (X_s). Buradaki empedans uyumlaştırma devresinin elemanlarının belirlenmesinde, Bölüm 1'de açıklanan ikinci yol kullanılacak ve Şekil 4'deki indirgenmiş devre yapısı elde edilecektir. Bunun temel nedeni, Topoloji I ile aynı formatta denklem yapısı elde etmektir.

Şekil 4'deki indirgenmiş devre yapısını elde etmek için, Şekil 7'deki devrenin A-B uçlarından görülen Thévenin eşdeğer devresi (U_g' , Z_o) ifade edilir :

$$U_g' = \frac{iX_p}{R_g + iX_g + iX_p} U_g \quad (11)$$

$$Z_o = \frac{(R_g + iX_g)(iX_p)}{R_g + iX_g + iX_p} + iX_s \quad (12)$$

Max. güç transferi için, A-B uçlarına indirgenmiş devredeki Z_o empedansı denk.(5)'e göre Z_y empedansının eşleniğine eşit olmalıdır.

$$Z_o = Z_y^* = R_y - iX_y \quad (13)$$

Denk.(6) ile denk.(12)'nin, denk.(7) ile denk.(13)'ün aynı yapıda olduğu görülmektedir. Sadece R_g ve R_y , X_g ve X_y elemanları yer değiştirmiştir. Bu ilişkiden dolayı, $R_g \Leftrightarrow R_y$ ve $X_g \Leftrightarrow X_y$ değişikliği yapılarak

denk.(9) ve denk.(10) ile verilen Topoloji I'e ait sonuçlar Topoloji II için de doğrudan kullanılabilir :

$$X_p^2 + 2X_g \frac{R_y}{R_y - R_g} X_p + \frac{R_y}{R_y - R_g} (R_g^2 + X_g^2) = 0 \quad (14)$$

$$X_s = -X_y - \frac{R_g^2 X_p + X_g^2 X_p + X_g X_p^2}{R_g^2 + (X_g + X_p)^2} \quad (15)$$

Topoloji I'de olduğu gibi, öncelikle denk.(14)'ün çözülmesiyle iki ayrı paralel reaktans değeri (X_{p1} , X_{p2}) değeri bulunur. Elde edilen bu büyüklükler, denk.(15)'te kullanılarak seri reaktans değerleri (X_{s1} , X_{s2}) bulunur. Her iki reaktans grubuna ait büyüklüklerin işaretine göre, elemanların türü belirlenir. Empedans uyumlaştırma devresinin eleman eşleşmelerine ($X_{p1}-X_{s1}$ ve $X_{p2}-X_{s2}$) göre, Şekil 5.c veya 5.d'deki devre yapıları kullanılır.

5. Sayısal Örnekler

Empedans uyumlaştırma devre yapılarını ve devre elemanlarını belirlemek amacı ile Topoloji I ve II'e ilişkin örnekler verilecektir.

Örnek 1 : Şekil 1'deki temel devrede, $Z_g = 30+40i$ ve $Z_y = 100+20i$ şeklindedir. Kaynak gerilim $U_g = 100V$. Empedans uyumlaştırma devresi olmadan devreye ait akım ve güç değerleri :

$$I = \frac{U_g}{Z_g + Z_y} = \frac{100 \angle 0}{30 + 40i + 100 + 20i} \cong 0.7 \angle -24.7A$$

$$P = I^2 R_y = 0.7^2 \times 100 \cong 49W$$

Şekil 6'daki Topoloji I'in kullanılması durumunda, Z_g ve Z_y empedansları cinsinden empedans uyumlaştırma devrelerinin (Şekil 5.a ve 5.b'deki yapılar) elemanları denk.(9) ve denk.(10) ile belirlenir :

$$X_p = [75.8 \quad -58.7] \text{ ve } X_s = [-87.1 \quad 7.1]$$

Paralel ve seri reaktansların işaretleri cinsinden elemanların türü belirlenir. Eleman eşleşmelerine göre, $X_{p1}=75.8\Omega$ (endüktans) ve $X_{s1}=-87.1\Omega$ (kapasite) grubu Şekil 5.b'deki devreye, $X_{p2}=-58.7\Omega$ (kapasite) ve $X_{s2}=7.1\Omega$ (endüktans) grubu ise Şekil 5.a'daki devreye karşı düşer. Bu eleman gruplarından birinin kullanılması durumunda, Şekil 6'daki Topoloji I'e ilişkin Z_i empedansının denk.(7) ile verilen koşulu sağladığı görülür.

$$Z_i = \frac{(R_y + iX_y)(iX_p)}{R_y + iX_y + iX_p} + iX_s = 30 - 40i = Z_g^*$$

Bu durumda; yüke ait akım : $I_y \cong 0.9 \angle 46.2A$

Yüke ait güç : $P = I_y^2 R_y \cong 83.3W$ (max. güç)

Görüldüğü gibi, empedans uyumlaştırma devresinin kullanılmasından sonra, yüke aktarılan güç önemli oranda artmıştır.

Örnek 2 : Şekil 1'deki temel devrede, $Z_g = 60+40i$ ve $Z_y = 10+20i$ şeklindedir. Kaynak gerilim $U_g = 100V$.

Empedans uyumlaştırma devresi olmadan devreye ait akım ve güç değerleri :

$$\tilde{I} = \frac{\tilde{U}_g}{\tilde{Z}_g + \tilde{Z}_y} = \frac{100\angle 0}{60 + 40i + 10 + 20i} \cong 1.1\angle -40.6A$$

$$P = I^2 R_y = 1.1^2 \times 10 \cong 12W$$

Şekil 7'deki Topoloji II'in kullanılması durumunda, Z_g ve Z_y empedansları cinsinden empedans uyumlaştırma devrelerinin (Şekil 5.c ve 5.d'deki yapılar) elemanları denk.(14) ve denk.(15) ile belirlenir :

$$X_p = [41.2 \quad -25.2] \text{ ve } X_s = [-47.7 \quad 7.7]$$

Paralel ve seri reaktansların işaretleri cinsinden elemanların türü belirlenir. Eleman eşleşmelerine göre, $X_{p1}=41.2\Omega$ (endüktans) ve $X_{s1}=-47.7\Omega$ (kapasite) grubu Şekil 5.d'deki devreye, $X_{p2}=-25.2\Omega$ (kapasite) ve $X_{s2}=7.7\Omega$ (endüktans) grubu ise Şekil 5.c'deki devreye karşı düşer. Bu eleman gruplarından birinin kullanılması durumunda, Şekil 7'deki Topoloji II'e ilişkin Z_o empedansının denk.(13) ile verilen koşulu sağladığı görülür.

$$Z_o = \frac{(R_g + iX_g)(iX_p)}{R_g + iX_g + iX_p} + iX_s = 10 - 20i = Z_y^*$$

Bu durumda; yüke ait akım : $I_y \cong 2.04\angle 36.4A$

Yüke ait güç : $P = I_y^2 R_y \cong 41.6W$ (max. güç)

6. Sonuçlar

Bu çalışmada, max. güç çekme teoremi ile empedans uyumlaştırma devreleri arasındaki ilişkiler incelenmiştir. Bu kavramın, alternatif bir akım kaynağı/Thévenin eşdeğeri elde edilmiş bir sistemden bir yük empedansına aktarılan gücün en büyük olmasında nasıl kullanılacağı gösterilmiştir. Sistem bilinenleri cinsinden, uyumlaştırma devresinin elemanlarının bulunmasına ilişkin ifadeler verilmiştir. Elde edilen ifadelerin kullanılması ile hazırlanan Matlab dosyasının, sayısal örneklere ilişkin sonuçları verilmiştir. Örnekler, empedans uyumlaştırma devrelerinin yüke aktarılan gücün artmasındaki etkilerini göstermektedir.

7. Kaynaklar

- [1] K. Vu, M. Begovic, D. Novosel, M. Saha, "Use of local measurements to estimate voltage-stability margin", *IEEE Trans. Power Syst.* Vol.14, pp.1029-1034, 1999.
- [2] M. Haque, "On-line monitoring of max. permissible loading of a power system within voltage stability limits", *IEE Proc. Gener. Transm. Distrib.* Vol.150, pp.107-112, 2003.
- [3] B. Milosevic, M. Begovic, "Voltage-stability protection and control using a wide-area network of phasor measurements", *IEEE Trans. Power Syst.* Vol.18, pp.121-127, 2003.
- [4] M. Zima, et al, "Design aspects for wide-area monitoring and control systems", *Proc. IEEE 93*, pp.980-996, 2005.
- [5] I. Simon, G. Verbic, F. Gubina, "Local voltage-stability index using Tellegen's theorem", *IEEE Trans. Power Syst.* Vol.21, pp.1267-1275, 2006.
- [6] S. Corsi, G. Taranto, "A real-time voltage instability identification algorithm based on local phasor measurements", *IEEE Trans. Power Syst.* Vol.23, pp.1271-1279, 2008.
- [7] L. Weixing, et al, "On impedance matching and maximum power transfer", *Electric Power Systems Research, Elsevier*, Vol.80, pp.1082-1088, 2010
- [8] T. Tun-Ping, et al, "Research and development of maximum power transfer tracking system for solar cell unit by matching impedance", *Renewable Energy, Elsevier*, Vol.35, pp.845-851, 2010.
- [9] M. Thompson, J.K. Fidler, "Design software for impedance matching networks", *Proc. 7th Int. Conf. HF Radio*, U.K., 1997.
- [10] M. Thompson, J.K. Fidler, "Application of generic algorithm and simulated annealing to LC filter tuning", *Proc. Inst. Elect. Eng. Circuits, Devices Syst.*, Vol.148, pp.177-182, 2001.
- [11] Y. Sun, J.K. Fidler, "Design method for impedance matching networks", *Proc. Inst. Elect. Eng. Circuits, Devices Syst.*, Vol.143, pp.186-194, 1996.
- [12] M. Thompson, J.K. Fidler, "Determination of the impedance matching domain of impedance matching networks", *IEEE Trans. Circuits and Systems-I Regular papers*, Vol.51, pp.2098-2106, 2004.
- [13] A.B. Yıldız, "Elektrik Devreleri, Teori ve Çözümlü Örnekler", Kısım II, Kocaeli Ün., No : 234, 2006.
- [14] R.E. Thomas, A.J.Rosa, "The analysis and design of linear circuits", 5th Ed., John Wiley & Sons, 2006.
- [15] C.K. Alexander, N.O. Sadiku, "Fundamentals of Electric Circuits", 3rd Ed. McGraw-Hill, 2007.