

Kayıpsız Simetrik Olmayan Kafes Devreleri Kullanarak Genişbant Uyumlaştırma

Broadband Matching via Lossless Unsymmetrical Lattice Networks

Metin Şengül

Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi
Kadir Has Üniversitesi
msengul@khas.edu.tr

Özet

Bu bildiride, genişbant uyumlaştırma devresi tasarımı için bir algoritması sunulmuştur. Tasarımda, simetrik olmayan kafes devresi kullanılmıştır. Kafes devresinin kol empedansları tek-kapılı kayıpsız LC devrelerinden oluşur. Algoritma anlatıldıktan sonra, bir örnek verilerek kullanımı açıklanmıştır.

Abstract

In this paper, a broadband double-matching network design algorithm has been presented. In the network, an unsymmetrical lattice network has been used. The branch impedances of the lattice network are composed of singly terminated lossless LC networks. After giving the procedure, its usage has been illustrated via an example.

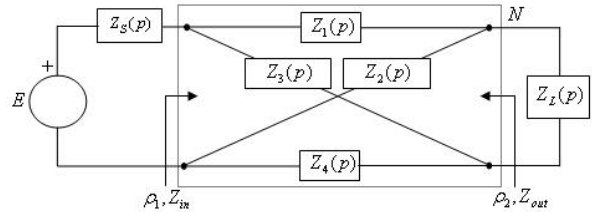
1. Giriş

Genişbant uyumlaştırma devresi tasarımı, mikrodalga mühendisleri için önemli bir problemdir [1]. Genişbant uyumlaştırma analitik teorisi [2-3] ve bilgisayar destekli tasarım (CAD) metotları en temel iki yaklaşımdır [4-6]. Fakat bildiği üzere, kaynak ve yük empedansları basit olduğunda dahi analitik teorinin kullanımı zordur. Bu nedenle, CAD metotları tercih edilir. Tüm CAD teknikleri uyumlaştırma yapılmış sistemi optimize eder. Fakat bu teknikler lineer değildir ve çok iyi başlangıç değerleri gerektirir [7]. Sonuç olarak, başarılı bir optimizasyon için başlangıç eleman değerleri son derece önemlidir.

Uyumlaştırma problemi şu gruplara ayrılabilir. Eğer her iki sonlandırma empedansı da direnç ise, bu bir filtre problemdir. Eğer kaynak empedansı direnç, yük empedansı kompleks ise, bu tek-uyumlaştırma problemi olarak isimlendirilir. Eğer her iki sonlandırma empedansı da kompleks ise, bu durum bir çift-uyumlaştırma problemi olur. Eğer bir aktif elemanın giriş ve çıkışı aynı anda, verilen kaynak ve yük empedansına uyumlaştırılacaksa, bu bir aktif iki-kapı problemdir. Mikrodalga yükselteç tasarımı bu probleme tipik bir örnektir.

Uyumlaştırma devresi tasarım problemlerinde, duyarlılıkları çok düşük olduğu için basamak devreleri tercih edilir [8]. Eğer giriş ve çıkış kapıları arasında birden fazla iletim hattı

isteniyorsa, paralel veya köprü (kafes) yapılar kullanılmalıdır. Giriş ve çıkış kapıları arasında ortak bir toprak olmadan, kompleks düzlemin sağ-tarafındaki sıfırlar kafes yapılar ile gerçekleştirilebilir. Şekil 1 de simetrik olmayan bir kafes devresi görülmektedir [9].



Şekil 1: Kompleks sonlandırma empedanslı simetrik olmayan kafes devresi.

Bu bildiride, genişbant uyumlaştırma devrelerinde iki-kapılı kafes yapılar kullanılmıştır. İkinci bölümde, gerçek frekans uyumlaştırma özetlenmiş, daha sonra, tasarım algoritması ve bir örnek verilmiştir.

2. Gerçek Frekans Genişbant Uyumlaştırma

En genel durumda, kaynak (Z_S) ve yük (Z_L) sonlandırma empedanslarının kompleks empedanslar olduğunu düşünelim. Giriş yansıma katsayısı şu şekilde tanımlanır

$$\rho_1 = \frac{Z_{in} - Z_S^*}{Z_{in} + Z_S} \quad (1)$$

burada Z_{in} , kapı-2, Z_L yük empedansı ile sonlandırıldığında kapı-1 'den görülen giriş empedansıdır. Benzer şekilde, kapı-2 'deki yansıma katsayısı şu şekilde tanımlanabilir

$$\rho_2 = \frac{Z_{out} - Z_L^*}{Z_{out} + Z_L} \quad (2)$$

burada Z_{out} , kapı-1, kaynak empedansı (Z_S) ile sonlandırıldığında kapı-2 'den görülen empedanstır. İfadede kullanılan (*), kompleks konjuge anlamına gelmektedir. İki-kapılı, kayıpsız olduğundan, kompleks frekans düzleminin sanal ekseninde aşağıdaki eşitlik yazılabilir

$$|\rho_1|^2 = |\rho_2|^2 \quad (3)$$

Çevrim güç kazancı (TPG) şu şekilde ifade edilebilir

$$TPG(\omega) = 1 - |\rho_1|^2 = 1 - |\rho_2|^2. \quad (4)$$

Bu bildiri de amaç, istenilen frekans bandında denklem (4) ile verilen çevrim güç kazancını maksimum yapacak şekilde, kol empedansları $Z_1(p), Z_2(p), Z_3(p)$ ve $Z_4(p)$ 'ü içeren kayıpsız iki-kapılı (N) tasarlamaktır. Bu, yansıma katsayısının modülünün ($|\rho_1|$ veya $|\rho_2|$) minimum yapılması anlamına gelir. Bu bağlamda, uyumlaştırma problemi, gerçekleştirilebilir empedans fonksiyonlarının (Z_{in} veya Z_{out}) bulunmasına indirgenir.

Uyumlaştırma devresi giriş empedansının, reel ve sanal kısımları ile şu şekilde tanımlandığını düşünelim

$$Z_{in}(j\omega) = R_{in}(\omega) + jX_{in}(\omega). \quad (5)$$

Denklem (5), (4), (1) ve kaynak empedansı $Z_S(j\omega) = R_S(\omega) + jX_S(\omega)$ kullanılarak çevrim güç kazancı şu şekilde yazılabilir:

$$TPG(\omega) = \frac{4R_S(\omega)R_{in}(\omega)}{(R_S(\omega) + R_{in}(\omega))^2 + (X_S(\omega) + X_{in}(\omega))^2}. \quad (6)$$

Yani uyumlaştırma problemi, istenilen frekans bandında TPG 'yi maksimum yapacak şekilde bir giriş empedansı (Z_{in}) bulunması problemine dönüşür. Z_{in} belirlendikten sonra uyumlaştırma devresi, elde edilen empedans fonksiyonu veya karşılık gelen yansıma fonksiyonundan sentezlenir.

3. Temel Yaklaşım

Şekil 1 'deki gibi kayıpsız bir iki-kapılı için saçılma matrisi şu şekilde yazılabilir [10,11]

$$S(p) = \begin{bmatrix} S_{11}(p) & S_{12}(p) \\ S_{21}(p) & S_{22}(p) \end{bmatrix} = \frac{1}{g(p)} \begin{bmatrix} h(p) & \mu f(-p) \\ f(p) & -\mu h(-p) \end{bmatrix} \quad (7)$$

burada $p = \sigma + j\omega$ kompleks frekans değişkeni, ve $\mu = \pm 1$ bir sabittir. Eğer iki kapılı karşılıklı ise, $f(p)$ polinomu tek veya çift polinomdur. Bu durumda, eğer $f(p)$ çift ise $\mu = +1$, ve eğer $f(p)$ tek ise $\mu = -1$ 'dir.

Kayıpsız bir iki-kapılı için, enerjinin korunumu şunu gerektirir

$$S(p)S^T(-p) = I, \quad (8)$$

burada I birim matristir. Denklem (8) 'in açık ifadesi Feldtkeller denklemi olarak bilinir ve şu şekilde yazılır

$$g(p)g(-p) = h(p)h(-p) + f(p)f(-p). \quad (9)$$

Denklem (7) ve (9) 'da, $g(p)$ n . dereceden kesin Hurwitz polinomu, ve $h(p)$ ise n . dereceden reel katsayılı bir

polinomdur. $f(p)$ polinomu iki-kapılının iletim sıfırlarını içerir.

Şekil 1 veya 2 'de görülen kafes devresini düşünelim. $Z_1(p), Z_2(p), Z_3(p)$ ve $Z_4(p)$ empedanslarında güç harcanması istenmediğinden, bu empedanslar kayıpsız olmalıdır, yani bobin ve kapasite içermelidir. Ayrıca bu bir-kapılıların sonlandırma empedansları açık devre veya kısa devre olmalıdır. Dolayısıyla bu empedanslar bir-kapılı kayıpsız LC devrelerdir [12].

Referans [12] 'de, tek-kapılı kayıpsız bir devre için giriş yansıma katsayısının şu şekilde yazılabileceği gösterilmiştir

$$S_{11}(p) = \pm \frac{g(-p)}{g(p)} = \alpha \frac{g(-p)}{g(p)}, \quad (10)$$

burada $\alpha = +1$ ve $\alpha = -1$ açık ve kısa devre sonlandırmalara karşılık gelmektedir. Referans [12] 'de verilen algoritma $Z_1(p), Z_2(p), Z_3(p)$ ve $Z_4(p)$ empedanslarının tasarımında kullanılabilir. Dolayısıyla simetrik olmayan kafes devreleri kullanarak genişbant uyumlaştırma için aşağıdaki algoritma önerilebilir.

3.1. Algoritma

Girişler

- $\omega_{i(actual)} = 2\pi f_{i(actual)}$; $i = 1, 2, \dots, N_\omega$: Ölçüm veya hesaplama frekansları.
- N_ω : Ölçüm veya hesaplama frekansları sayısı.
- $Z_{L(actual)}(j\omega_i) = R_{L(actual)}(\omega_i) + jX_{L(actual)}(\omega_i)$; $i = 1, 2, \dots, N_\omega$: Ölçülen veya hesaplanan yük empedansı verisi.
- $Z_{S(actual)}(j\omega_i) = R_{S(actual)}(\omega_i) + jX_{S(actual)}(\omega_i)$: $i = 1, 2, \dots, N_\omega$: Ölçülen veya hesaplanan kaynak empedansı verisi.
- f_{Norm} : Normalizasyon frekansı.
- R_0 : Normalizasyon direnci, genellikle 50Ω .
- n_k ; $k = 1, 2, 3, 4$: Kafes devresinin kollarında istenen eleman sayısı.
- $\alpha_k = \pm 1$; $k = 1, 2, 3, 4$: Kafes devresi kollarını sonlandırma tipi.
- $g_k(p)$; $k = 1, 2, 3, 4$: Kafes devresinin kol empedanslarına ait başlangıç $g(p)$ polinomları.
- T_0 : İstenen düz çevrim güç kazancı.
- δ : Toplam karesel hata. Birçok uygulama için, $\delta = 10^{-3}$ yeterli olmaktadır.

Hesaplama Adımları

Adım 1: Eğer verilen frekans değerleri normalize değilse, tüm frekans bilgisi f_{Norm} ile normalize edilir

$$\omega_i = f_{i(actual)} / f_{Norm}$$

Aynı şekilde verilen yük ve kaynak empedansları normalize değil ise R_0 normalizasyon direnci ile normalize edilir

$$R_L = R_{L(actual)} / R_0, X_L = X_{L(actual)} / R_0,$$

$$R_S = R_{S(actual)} / R_0, X_S = X_{S(actual)} / R_0.$$

Eğer yük ve kaynak, admitans olarak verilmiş ise normalizasyon işlemi şu şekilde yapılır

$$G_L = G_{L(actual)} \cdot R_0, B_L = B_{L(actual)} \cdot R_0,$$

$$G_S = G_{S(actual)} \cdot R_0, B_S = B_{S(actual)} \cdot R_0.$$

Eğer tüm verilenler normalize değerler ise, sonraki adıma geçilir.

Adım 2: Kafes kollarının giriş empedansları hesaplanır

$$Z_{(k)}(j\omega_i) = \frac{1 - S_{(k),11}(j\omega_i)}{1 + S_{(k),11}(j\omega_i)}, \quad (11)$$

$$k = 1, 2, 3, 4 \text{ ve } i = 1, 2, \dots, N_\omega$$

burada $S_{(k),11}(j\omega_i) = \alpha_k \frac{g_k(-j\omega_i)}{g_k(j\omega_i)}$ kafes kolunun giriş yansıma katsayısıdır.

Adım 3: Kapı-2, Z_L ile sonlandırıldığında kafes devresinin giriş empedansı aşağıdaki şekilde hesaplanır,

$$Z_{in} = \frac{N}{D} \text{ (Şekil. 1 e bakınız), burada}$$

$$N = Z_1(Z_4 Z_L + Z_3 Z_L + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_4 + Z_2 Z_4) + Z_2 Z_4 Z_L + Z_2 Z_3 Z_L + Z_2 Z_3 Z_4,$$

ve

$$D = Z_1(Z_L + Z_2 + Z_4) + Z_2 Z_3 + Z_2 Z_L + Z_4 Z_L + Z_3 Z_4 + Z_3 Z_L.$$

Giriş empedans ifadesi, Δ - Y dönüşümü kullanılarak elde edilmiştir [13].

Adım 4: Denklem (6) 'yı kullanarak çevrim güç kazancını hesaplanır

$$TPG(\omega_i) = \frac{4R_S(\omega_i)R_{in}(\omega_i)}{(R_S(\omega_i) + R_{in}(\omega_i))^2 + (X_S(\omega_i) + X_{in}(\omega_i))^2}$$

burada $R_S(\omega_i) = \text{Re } el(Z_S(j\omega_i))$,

$$R_{in}(\omega_i) = \text{Re } el(Z_{in}(j\omega_i)),$$

$$X_S(\omega_i) = \text{Sanal}(Z_S(j\omega_i)), X_{in}(\omega_i) = \text{Sanal}(Z_{in}(j\omega_i))$$

Adım 5: Toplam karesel hata hesaplanır

$$\delta_C = \sum_{i=1}^{N_\omega} |\varepsilon(j\omega_i)|^2,$$

burada $\varepsilon(j\omega_i) = T_0 - TPG(\omega_i)$.

Adım 6: Eğer $\delta_C \leq \delta$, $S_{(k),11}(p) = \alpha_k \frac{g_k(-p)}{g_k(p)}$ 'i

sentezlenip kafes kol devreleri elde edilir. Aksi takdirde, α_k değerleri değiştirilir (sonlandırma tipleri) ve/veya $g_k(p)$ polinomları (başlangıç polinomları) herhangi bir optimizasyon algoritması ile değiştirilir ve Adım 2 'ye gidilir.

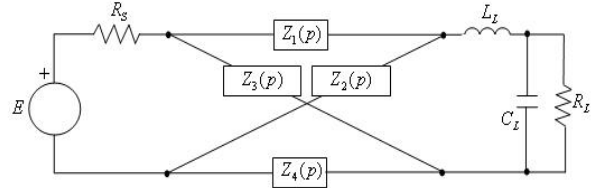
Sonraki bölümde, önerilen bu algoritma, tek-uyumlaştırma problemine uygulanmıştır. Yani kaynak empedansı

$Z_S(j\omega) = R_S(\omega) + jX_S(\omega)$ değil, $Z_S = R_S$ olarak seçilmiştir.

4. Örnek

Bu bölümde, önerilen algoritmanın kullanımını göstermek amacıyla bir örnek verilmiştir. Tüm hesaplamalar normalize değerler kullanılarak yapılmıştır. Uyumlaştırma devresi tasarımından sonra, normalizasyon frekansı (f_{Norm}) ve normalizasyon direnci (R_0) kullanılarak tüm elemanların gerçek değerleri hesaplanabilir.

Şekil 2 'de kaynak ve yük empedansları görülmektedir.



Şekil 2: Kaynak ve yük sonlandırma empedansları, $R_S = 1$, $L_L = 1$, $C_L = 3$, $R_L = 1$ (normalize).

Verilen kaynak ve yük empedansları normalize olduğu için, bir normalizasyon adımına gerek yoktur. Çizelge 1 'de hesaplanan yük empedansı verisi görülmektedir

Çizelge 1: Hesaplanan yük empedansı verisi (normalize)

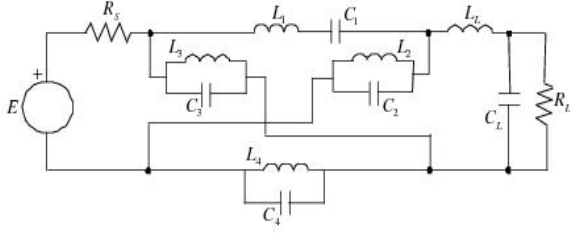
ω	R_L	X_L
0.1	0.9174	-0.1752
0.2	0.7353	-0.2412
0.3	0.5525	-0.1972
0.4	0.4098	-0.0918
0.5	0.3077	0.0385
0.6	0.2358	0.1755
0.7	0.1848	0.3118
0.8	0.1474	0.4450
0.9	0.1206	0.5743
1.0	0.1000	0.7000

Seçilen başlangıç polinom katsayıları ($g_k(p)$), sabitler (α_k) ve istenen düz çevrim güç kazancı (T_0) şu şekildedir;

$$g_1 = [4 \ 2 \ 3], \quad g_2 = [2 \ 4 \ 3], \quad g_3 = [3 \ 5 \ 2], \\ g_4 = [1 \ 2 \ 4], \quad \alpha_1 = +1, \quad \alpha_2 = -1, \quad \alpha_3 = -1, \quad \alpha_4 = -1, \quad \text{ve} \\ T_0 = 0.7.$$

Önerilen algoritma çalıştırıldığında, aşağıdaki polinom katsayıları ve sabitler elde edilir, $g_1 = [6.0437 \ 23.1923 \ 3.1920]$, $g_2 = [6.3061 \ 7.7312 \ 0.2542]$, $g_3 = [13.1356 \ 6.4255 \ 0.0907]$, $g_4 = [1.3511 \ 13.3529 \ 12.2343]$, $\alpha_1 = +1$, $\alpha_2 = -1$, $\alpha_3 = -1$, $\alpha_4 = -1$.

Karşılık gelen yansıma katsayısı $\left(S_{(k),11}(p) = \alpha_k \frac{g_k(-p)}{g_k(p)} \right)$ sentezlendiğinde, Şekil 3 'te görülen kafes devresine ulaşırlar. Elde edilen çevrim güç kazancı eğrisi Şekil 4 'te verilmiştir.



Şekil 3: Tasarlanan uyumlaştırma devresi, $L_1 = 0.2606$, $C_1 = 7.2658$, $L_2 = 30.4138$, $C_2 = 0.8157$, $L_3 = 70.8434$, $C_3 = 2.0443$, $L_4 = 1.0914$, $C_4 = 0.1012$ (normalize).

Aşağıdaki denklemler kullanıldığında gerçek eleman değerleri elde edilebilir

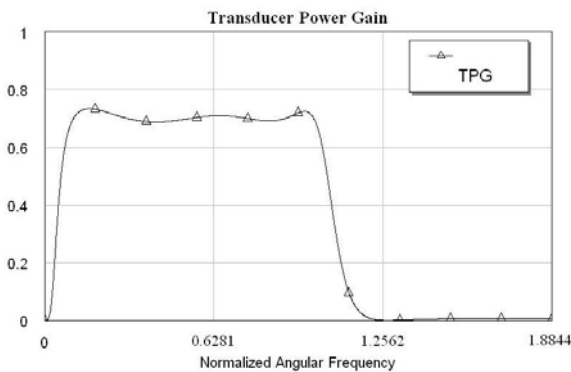
$$Actual\ Capacitor = \frac{(Normalized\ Capacitor / 2\pi f_{Norm})}{R_0}$$

$$Actual\ Inductor = \left(\frac{Normalized\ Inductor}{2\pi f_{Norm}} \right) R_0$$

$$Actual\ Resistor = (Normalized\ Inductor) R_0$$

Uyumlaştırma devresi normalize değerler kullanılarak tasarlandığı için, devrenin kesim frekansı $\omega = 1$ 'dir (Şekil 4 'e bakınız). Gerçek eleman değerleri bulunduğu anda, bu nokta seçilen normalizasyon frekansına kayacaktır $f_i(actual) = \omega_i f_{Norm}$.

Şekil 4 'ten görüldüğü üzere, istenilen frekans bandında önceden belirlenen güç seviyesi (T_0) civarında neredeyse düz bir çevrim güç kazancı eğrisi elde edilmiştir.



Şekil 4: Çevrim güç kazancı.

5. Sonuçlar

Bu bildiriye, kayıpsız simetrik olmayan kafes devreleri kullanılarak genişbant uyumlaştırma devresi tasarımı için bir algoritma sunulmuştur. Uyumlaştırma devresinde güç harcanması istenmediği için kafes devresinin kol empedansları tek-kapılı kayıpsız LC devreleri olarak kullanılmıştır. Bildiriye önerilen algoritma hem tek-uyumlaştırma problemi hem de çift-uyumlaştırma problemine uygulanabilir.

Tek-uyumlaştırma problemi örneğinde, istenen düz çevrim güç kazancı seviyesi 0.7 olarak alınmıştır. Elde edilen güç eğrisinden görüleceği üzere, bu seviye etrafında neredeyse düz bir kazanç eğrisi elde edilmiştir.

Elde edilen devre yapısı ve eleman değerleri CAD metodları için başlangıç değerleri olarak kabul edilip son bir optimizasyon ile ince ayar yapılabilir. Bu nedenle, önerilen yaklaşım, genişbant uyumlaştırma devresi tasarımı yapan CAD metodları için, devresi yapısı ve başlangıç eleman değerleri üreten bir algoritma olarak değerlendirilebilir.

6. Kaynaklar

- [1] Yarman, B. S., *Broadband Networks*, Wiley Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering, 1999, vol.II, pp.589-604.
- [2] Youla, D. C., "A new theory of broadband matching", IEEE Trans. Circuit Theory, vol.11, pp.30-50, March 1964.
- [3] Fano, R. M., "Theoretical limitations on the broadband matching of arbitrary impedances", J. Franklin Inst., vol.249, pp.57-83, 1950.
- [4] AWR: Microwave Office of Applied Wave Research Inc.: www.appwave.com
- [5] EDL/Ansoft Designer of Ansoft Corp; www.ansoft.com/products.cfm
- [6] ADS of Agilent Technologies; www.home.agilent.com
- [7] Chen, W. K., *Passive and Active Filters*, New York: Wiley, 1986.
- [8] Yengst, W. C., *Procedures of Modern Network Synthesis*, New York: The Macmillan Company, 1964.
- [9] Belevitch, V., *Classical Network Theory*, San Francisco, CA: Holden Day, 1968.
- [10] Aksent, A., "Design of lossless two-port with mixed, lumped and distributed elements for broadband matching," Ph.D. dissertation, Ruhr Univ., Bochum, Germany, 1994.
- [11] Şengül, M., "Reflectance based foster impedance data modeling," Frequenz Journal of RF Engineering and Telecommunications, vol:61(7-8), pp:194-196, July-August 2007.
- [12] Nilsson, J. W., *Electric Circuits*, Addison-Wesley Publishing Company Inc., 1993.