ELEKTRİK MÜHENDİSLİĞİ
MECMUASI

Yü : 2 - Sayı: 23 - 24 Kasım - Aralık 1958

İstatistik usullerin Y. gerilim malzemesinin izolâsyon muayenesindeki yeri

Yazan: Muzaffer ÖZKAYA
Doç. Dr. T. Müh. - i T. O.

İstatistik usuller son yıllarda Avrupa ve Amerikada araştırma ve tekniğin hemen hemen bütün sahalarına girmiştir. Bugün biyolojide, tıbta, mühendislikte, kısacası müşahade ve deneyin icap ettiği her yerde modern istatistik mühim bir yer işgal eder. (1), (2), (3). Yazımızda bu usullerin Y. Gerilim malzemesinin izolâsyon muayenesindeki kullanılışına dair kısa ve toplu bir bilgi verilmeye çalışılmıştır. Okuyucunun ilgisini dağıtmamak maksadı ile, konu imkân nisbetinde bölümlere ayrılmış ve her bolümün sonunda teorik düşünceler pratikten alınan birer misalle müşahhaslaştınlmıştıf.

1. Giriş :

Biliyoruz ki eskiden istatistik deyince, doğum - ölüm halleri, fiat yükseliş - azalışları ve buna benzer hâdiselerin grafiklerle gösterilmesi anlaşılırdı. Bugün ise, istatistik kelimesi manasını değiştirmiştir; esas olarak ölçü ve müşahade neticelerinin kritiğine hizmet eder. Vazifelerini şu iki madde ile hülâsa edebiliriz:

1) Münferit değerleri kolay anlaşılır hale getirmek. (Lalettayin gibi görünen ölçü ve müşahade neticelerinin grafik ve fonksiyonlarla temsilini sağlamak.)

2) Dağılan ve bu yüzden doğruluğu şüpheli olan büyüklükleri objektif bir şekilde kıymetlendirmek. (Ortalama değer, standart sapma vs. gibi ölçü neticelerinin kritiğine, imkân veren büyüklükleri hesaplamak.)

Modern istatistik bü vazifelerinin ifasında ihtimalâ hesabı temel olarak kullanır. Bu bakımdan Y. Gerilim problemlerinin istatistik usullerle değerlendirilmesine ait misallere geçmeden önce,, ihtimali hesaba ait ana kaidelerin kısaca gözden geçirilmesi zarurîdir.

2. İhtimali hesaba alt ana kaidelerin açıklanmasi ve tatbikatı:

Birinci kaide : Bir hâdise N muhtelif tarzda zuhur edebiliyor ve bundan m'i bekleniyorsa, bkelenen hâdisenin husule gelmesi ihtimali

$$p = \frac{m}{N} \quad (a)$$

dir. Meselâ bir tavla zan ile bir atımda her hangi bir sayının gelmesi ihtimalî her sayı için aynidir ve değeri 1/6 dır.

İkinci Kaide: A ve B gibi iki hâdiseden A nın husule gelmesi ihtimali s ve B nin husule gelmesi ihtimali t ise, A veya B hâdisesinin husule gelmesi ihtimali

$$p = s + t \qquad (2)$$

dır. Meselâ bir tavla zan ile bir atımda 2 veya 5 gelmesi ihtimalī p = 1/6 + 1/6 = 1/3 dür.

Üçüncü Kaide : A ve B gibi iki hâdiseden A nın husule gelmesi ihtimâli s ve B nin huşule gelmesi ihtimali t ise, hem A nın hem de B nin husule gelmesi ihtimali

$$p = s . t \qquad (3)$$

dir. Meselâ iki tavla zan ile bir atımda birincisinde 3 ikincisinde 4 gelmesi ihtimali p = 1/6. 1/6 = 1/36 dır. İstenirse bu kaide A, B, C, D,... gibi n hâdiseye de teşmil edilebilir, n hâdiseden herbirinin ayrı ayrı husule gelmesi ihtimlai p ise. A, B, C, D,.. gibi n hâdisenin husule gelmesi ihtimali p . p . p.. = p^n olur. Meselâ bir tavla zan ile birinci atımda 2, ikincisinde 5, üçüncüsünde 4, dördüncüsünde 6 gelmesi ihtimali $p^4 = (1/6)^4$ = 1/1296 dır.

Dördütıcü Kaide: Bir hâdisenin husule gelmesi ihtimali p ise bu hâdisenin husule gelmemesi ihtimali

$$q = 1 - P$$

dir. Meselâ bir tavla zanle; bir atımda 2 gelmemesi ihtimali q = 1 — 1/6 = 5/6 dır.

İhtimali hesaba ait daha geniş tafsilâta girişmeden, yukarki ana kaidelerin Y. Gerilim Tekniğinde tuhaf gibi görünen bazı hakikatlan izah ettiklerine temas edelim. Meselâ bir y. gerilim izolatörünün atlama şok gerilimi için 100 kv. da atlamanın her defasında vukua geldiği ve 99 kV. da hiç bir atlama olmadığı söylenemez. Yani bir izolatörün «atlama şok gerilimi» tarifi sabit bir mefhum değildir. Umumiyetle düşük gerilimlerde ara sıra büyük gerilimlerde daha sık atlamadan bahsedilebilir. Eğer ayni şartlarda yapılan deneylerin yarısında atlama husule geliyorsa, bu gerilime «50 % atlama şok gerilimi» denir. Y. gerilim malzemesinin izolasyon muayenesinde bu gerilimin önemi büyüktür.

Şimdi ayni efsafı haiz birçok izolatör paralel bağlanır ve deneyler bu grubun tek bir izolatörüne ait 50 % - atlama gerilimi ile yapılırsa, n izolatörden herhangi birinde atlamanın husule gelmesi ihtimali elbette 50 % den büyük olur. Bu ihtimalin % de kaç olduğunu hesap edelim: Muayyen bir gerilimde bir izolatörde atlamanın husule gelmesi ihtimali p ise atlamanın husule gelmemesi ihtimali q = 1 — p dir. (Dördüncü kaide).Ayni gerilimde n adet izolatör paralel devreye sokulmuşsa. izolatörlerden ne birinde ve ne de diğerlerinde atlamanın husule gelmemesi ihtimali

$$q^n = (1 - p)^n \qquad (5)$$

dir. (Üçüncü kaide.)

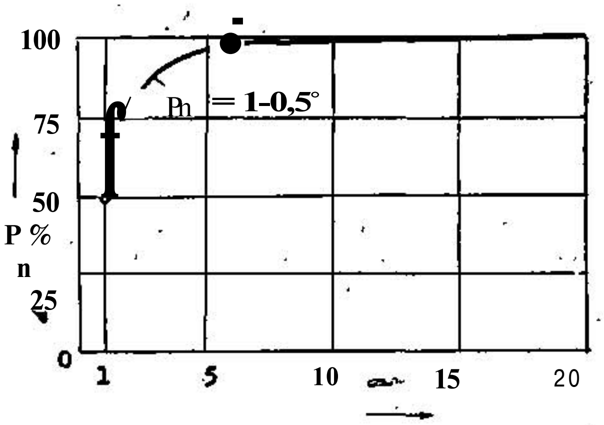
Diğer bütün hallerde izolatörlerden birinde veya diğerlerinde atlama husule gelebilir. Demek ki n izolatörden herhangi birinde atlamanın husule gelmesi ihtimali

$$p_n = 1 - q^n = 1 - (1 - p)^n \qquad (6)$$

dir. Bir izolatöre ait 50 % atlama şok gerilimi için p = 0,5 olduğundan bu gerilimde n izolatörden herhangi birinde atlamanın husule gelmesi ihtimali

$$P_n = 1 - 0{,}5^n$$

olur. Eğrisi n'e tabi olarak Şek. 1 de verilmiştir.



(ŞEKİL : 1)

Burada n : İzolatör sayısı,
p_n : İzolatörlerin **birinde** atlamanın **husule** gelmesi İhtimali.

Görülüyor ki bir izolatöre ait 50 % atlama şok gerilimi n = 10 izolatör için 99,9 % atlama şok gerilimine tekabül etmektedir.

3. Binom tevzii ve tatbikatı:

Meseleyi bir kademe daha ileri götürelim. Anlaşılması kolay olsun diye bir torba alalım ve içine k adet kırmızı, b adet beyaz top koyalım. Toplam top sayısı tabiatiyle (k + b) dir. Torbadan bir top çekelim, rengini kaydedip tekrar içine atalım. Bir çekimde kırmızı top gelmesi ihtimali

$$P = \frac{k}{k+b}$$

beyaz top gelmesi ihtimali

$$q = \frac{b}{k+b}$$

dir. Bir çekimde kırmızı veya beyaz **top** gelmesi ihtimali p+q=1 olduğundan q=1—**p** dir.

n çekimde, birincisinde kırmızı ve (n-1) rinde beyaz top gelmesi ihtimali

$$P \cdot q^{n-1} = p(1-P)^{n-1}$$

dir. Ayni şekilde n çekimde, ikincisinde kırmızı ve (n - 1) rinde beyaz top gelmesi ihtimali P. (i . p) n-ı dir. Keza üçüncü, dördüncü ilâh... çekilişlerde kırmızı ve diğerlerinde beyaz top gelmesi ihtimali de hep aynidir. Binaenaleyh n çekimde bir defa kırmızı (n -1) defa beyaz top gelmesi ihtimali

$$f(1) = n.p.(1-p)^{n-1} \qquad (7)$$

olur. Ayni düşünce tarzı genelleştirilebilir.

n çekimde x defa kırmızı ve (n - x) defa beyaz top gelmesi ihtimali

$$f(x) = \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot (1-p)^{n-x} \qquad (8)$$

olur. Burada

$$\binom{n}{x} = \frac{n\,(n-1)\,(n-2)\,\ldots\,(n-x+1)}{1.2.3\ldots\ldots x}$$

binom katsayısından başka birşey değildir; ve bu yüzden yukarki şartlardaki tevzie «Binom» veya «Bernouilli» tevziî denir.

Binom tevziinin tatbikatı:

Bilindiği gibi bir izolasyon malzemesi muayyen bir izolasyon gerilimi için inşa edilmiştir Malzeme piyasaya sürülmeden önce bu gerilimde muayenesi şarttır. Muayene şartlan her memleketin kendi nizamnameleriyle tespit edilmiştir. Meselâ VDE 0111 a § 18 e göre, malzeme izolasyon geriliminde 5 defa deneye tabi tutulur ve bunlardan hiçbirinde atlama husule gelmezse «malzeme deneyi başarmıştır» denir. Eğer 5 deneyden birinde atlama husule gelmişse bu takdirde malzeme ancak ilâve 10 deneyde hiçbir atlama göstermediği takdirde deneyi başarmış addedilir. Halbuki IEC 42 WG1 - 2, 1957 Madde 45.1 e göre malzemenin deneyi başarması için sadece 3 deneyde atlamanın husule gelmemesi veya bu 3 deneyden birinde atlama husule gelmişse ilâve 3 deneyde atlamanın husule gelmemesi şartı tavsiye edilmektedir. Demek ki bir malzemenin VDE ye veya IEC ye göre deneyi başarma şansları ayni değildir.

İşte burada bu veya şu nizamnameye göre, bir malzemenin deneyi başarma ihtimali, yukarıda esasları verilen binom tevziî ile tetkik edilecektir. VDE veya IEC ye göre malzeme deney esnasında aşağıdaki iki şarttan birini tahkik etmelidir:

a) n deneyde : Hiçbir atlama husule gelmemeli :

b) n deneyde : 1 atlama husule gelmişse ilâve m deneyde hiçbir atlama husule gelmemeli.

a) şartının yerine getirilmesindeki ihtimal

$$P_a = (1-p)^n \qquad (9)$$

b) şartının yerine getirilmesindeki ihtimali

$$P_b = n.p.(1-p)^{n-1}(1-P)^m$$
$$= n.p.(1-p)^{(n+m-1)} \qquad (10)$$

a) veya b) şartının yerine getirilmesindeki ihtimal

$$P_a = P_a + p_b = (1-p)^n \cdot [1+n.p(1-p)^{m-1}] \qquad (11)$$

olur. Şimdi bu formül yardımile muhtelif halleri etüd edelim.

Birinci hal: VDE 0111 a'ya göre :

a) 5 deneyde: Hiçbir atlama husule gelmemeli :

b) 5 deneyde: 1 atlama husule gelmişse ilâve 10 deneyde hiçbir atlama husule gelmemeli.

Demek ki n=5 ve m=10 dur. Bir deney esnasında, malzemede atlamanın husule gelmesi ihtimali p değişken alınırsa, malzemenin deneyi başarma ihtimali $P_s = f(p)$ şeklinde çizilebilir. Tablo 1 buna ait sayısal değerleri gösterir.

TABLO : 1
$n = 5, m = 10$

p	0,01	0,02	0.05	0,1	0,2	0,3	0,4	0.5
$1-p$	0,99	0,98	0,95	0,9	0,8	0,7	0,6 <	0,5
$(1-p)^{m-1}$	0,913	0,833	0,63	0387	0,134	0,04	0,10	0,001
$np(1-p)^{m-1}$	0,0456	0,0833	0,158	0,194	0,134	0,06	0,02	0.0025
$1 + n.p(1-p)^{m-1}$	1,0456	1.0833	1.158	1,194	1,134	1.06	1.02	1,0026
$(1-p)^n$	0,95	0,904	0,773	0,59	0,328	0,168	0,078	0,031
$P_s = (1-p)^n . [1 + np(1-p)^{m-1}]$	0,99	0,979	0,895	0,704	0,372	0,178	0,079	0,031

TABLO : 2
$n = 3, \ m = 3$

p	0,01	0,02	0.05	**0,1**	0,2	0,3	0,4	0,5
$1 - p$	0,99	0,98	0.95	0,9	0,8	0,7	0.6	0,5
$(1-p)^{m-1}$	0,98	0,96	0,90	0,81	0,64	0,49	0,36	0,25
$np\,(1-p)^{m-1}$	0,0294	0,0576	0,135	0,243	0,384	0,441	0,432	0,375
$1 + n.p\,(1-p)^{m-1}$	**1,0294**	1,0576	1,135	1,243	1,384	1,441	1,432	1,375
$(1-p)^n$	0,97	0,941	0,885	0,73	0,51	0,343	0,216	0,125
$P_s = (1-p)^n.\,[1 + np(1-p)^{m-1}]$	0.998	0.995	0,97	0,907	0,706	0,494	0,309	0,172

İkinci hal: IEC teklifine" göre:

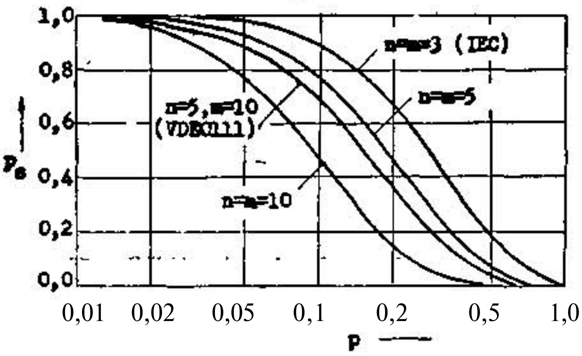
a) 3, deneyde Hiçbir atlama husule gelmemeli :

b) 3 deneyde : 1 atlama husule gelmişse ilâve 3 deneyde hiçbir atlama husule gelmemeli :

Demek ki n = m = 3 dür. Tablo 2 buna ait sayısal değerleri gösterir.

Ayni şekilde n = m = 5 ve n = m = 10 değerleri için de yukarıki hesaplar yapılırsa bunlara ait eğriler Şekil 2 deki gibi gösterilebilir.

Görülüyor ki malzeme meselâ 20 % atlama geriliminde IEC teklifine göre deneyi 70 % ihtimalle başardığı halde VDE 0111 a'ya göre ancak 37 % ihtimalle başarır. n = m = 10 için bu ihtimal daha da küçüktür ve değeri 14 % dür.



Şekil 2. $p_s = f(p)$ eğrileri

Burada p bir deneydeki muayene gerilisinde malzemede atlamanın husule gelmesi ihtimali
p_s muayene geriliminde malzemenin deneyi başarması ihtimali

4. Normal tevzi ve tatbikatı:

Buna Gauss veya Laplace tevziî de denir. İstatistik hesapta rolü büyüktür. Binom tevziinin özel bir halidir. Torbadaki kırmızı ve beyaz top sayılan eşit ve n istenildiği kadar büyük yapılırsa tevziat normaldir denir, ($p = q = 1/2$ ve $n \to \infty$)

Bu taktirde (8) denklemi

$$f(x) = \binom{n}{x} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n \tag{12}$$

olur. Burada

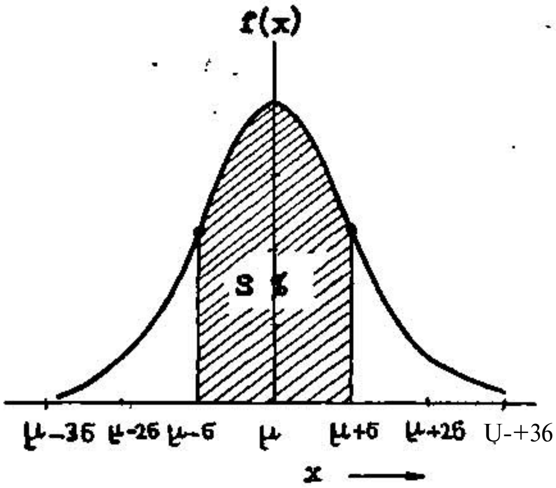
$$\binom{n}{x} = \frac{n(n-1)\,(n-2)\,\ldots\,(n-x+1)}{1.2.3\ldots\ldots x}$$

dir.

Bu ifade bazı hesap ameliyeleri ve kısaltmalardan sonra (3). çok büyük n değerleri ve uygun koordinat sisteminin seçimiyle istatistik hesapta en çok kullanılan pratik şekline girer:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \tag{13}$$

Tevziat simetrik ve süreklidir. Eğrinin dönüm, noktaları $x_1 = \mu - \sigma$ ve $x_2 = \mu + \sigma$ absisleri için mevcuttur. Şekli Çana benzediğinden tatbikatta «Çan eğrisi» adı ile tanınır (Şekil: 3).



(ŞEKİL : 3)
Normal tevzi eğrisi (Can eğrisi).

μ çan eğrisinin maksimumuna tekabül eden absis değeridir. Binaenaleyh deney neticelerinin ortalama değerine bir ölçü teşkil eder. (J de çan eğrisinin genişliğine dolayısıle ortalama değere nazaran dağılmaya bir ölçüdür. Eğer p ve q değerleri tam 1/2 değilseler n _> »o şartiyle tevziat gene yaklaşık olarak normaldir. Bu sebepten yukarki tevziin ölçü neticelerinin değerlendirilmesindeki önemi büyüktür.

Binom tevziinde olduğu gibi burada da bütün ihtimallerin toplamı 1 e eşittir.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cdot dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(X-F)^2}{2\sigma^2}} \cdot dx = 1 \tag{14}$$

Eğer yukarki entegral — •» dan herhangi bir x değerine kadar yapılarsa, çan eğrisinin bu mevkiye kadarki alanına eşit ordinat değeri bulunur. Böyle elde edilen eğriye toplam ihtimal veya «entegral eğrisi» denir. x lere tekabül eden F (x) ordinatı

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-F)^2}{2\sigma^2}} \cdot dx \tag{15}$$

denklemi ile hesaplanır. x — F = XCT ve CT =1 yapılırsa yukanki entegral

$$F(x) = \int \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{X^2}{2}} \cdot dX \tag{16}$$

şeklini alır. Bunun — X ile + X sınırlan arasında entegrali ile F — X ve F + X arasındaki alana ait yüzdelik entegral değerleri bulunur. Tablo 3 de muhtelif X lar için yüzdelik, entegral değerleri verilmiştir.

Görülüyor ki X = 1 için yüzdelik entegral değeri S = 68,26 % dir. O halde ölçü değerlerinin 68,26 % si F — CT, F + OT sınırlan arasında bulunmaktadır. Tevziat simetrik olduğundan x_1 = F — CT için toplam ihtimal değeri

$$\frac{100 - 68,26}{2} \% = 15,87 \%$$

ve x_2 = F + CT için (100 — 15,87) % = 84,13% olur.

Bunun yardımıle ölçü değerlenne ait standart sapma CT kolayca hesaplanır. Evvelâ entegral eğrisine ait 15,9 % (16 %) ve 84,1 % (84 %) noktaları bulunur. Bunlann absisleri arasındaki fark doğrudan doğruya 2 *(J* yi verir. Şek. 4

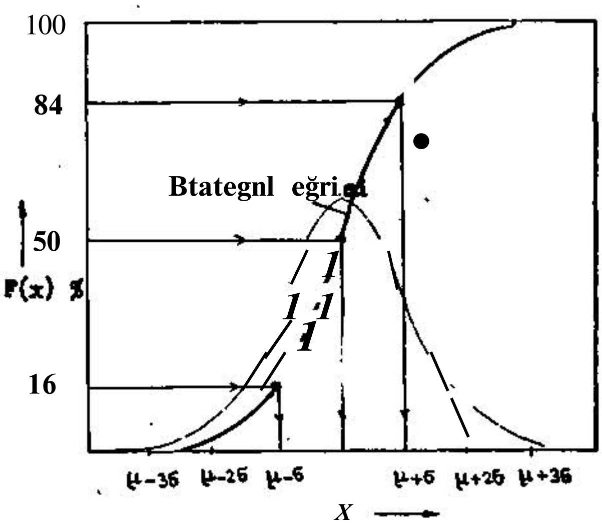
Entegral eğrisi S harfine benzediğinden pratikte bu eğri ile çalışmak elverişli değildir; bu yüzden bunu ordinat ekseninde doğruya çevirecek bir transformasyon yapılır. Bu suretle elde edilen kâğıda **«ihtimal kâğıdı»** denir.

Bir izolasyon malzemesine ait 50 % atlama şok geriliminin tespitinde absis eksenine gerilimlerin tepe değeri, ordinat eksenine de bu gerilimdeki yüzdelik atlama sayılan taşınırsa Z = f (U) eğrisi ihtimal kâğıdında bir doğruyu verir. Burada U kV. cinsinden şok gerilimi tepe değerini Z de yüzdelik atlama sayısını gösterir.

TABLO : 3

Normal tevziin entegral değerleri

X	S%	X	S %	X	S %	X	S %	X	S%
0,00	0,00	0,30	23,58	0,90	63,18	1,50	86,64	3,00	99,73
0,02	1,60	0,34	26,62	0,94	65,28	1,60	89,04	3,10	99,81
0,04	3,20	0,38	29,60	0,98	67,20	1,70	91,08	3,20	99,86
0,06	4,78	0,42	32,56	1,00	68,26	1,80	92,82	3,30	99,90
0,08	6,38	0,46	35,44	1,06	71,08	1,90	94,26	3,40	99,93
0,10	7,86	0,50	38,30	1,10	72,86	2,00	95,44	3,50	99,95.
0,12	9,56	0,54	41,08	1,14	74,58	2,10	96,42	3,70	99,98
0,14	11,14	0,58	43,80	1,18	76,20	2,20	97,22	3,80	99,99
0,16	12,78	0,62	46,48	1,22	77,76	2,30	97,86		
0.18	14,28	0,66	49,08	1,26	79,24	2,40	98,36	X	S%
0,20	15,86	0,70	51,60	1,30	80,64	2,50	98,76	0,675	50,00
0,22	17,42	0,74	54,08	1,34	81,98	2,60	-99,06	1,645	90,00
0,24	18,96	0,78	56,46	1,38	83,24	2,70	99,30	1,960	95,00
0,26	20,52	0,82	58,78	**1.42**	84,44	2,80	99,49	2,282	97,50
0,28	22,06	0,86	61,02	1,46	85,58	2,90	99,63	2,576	99,00



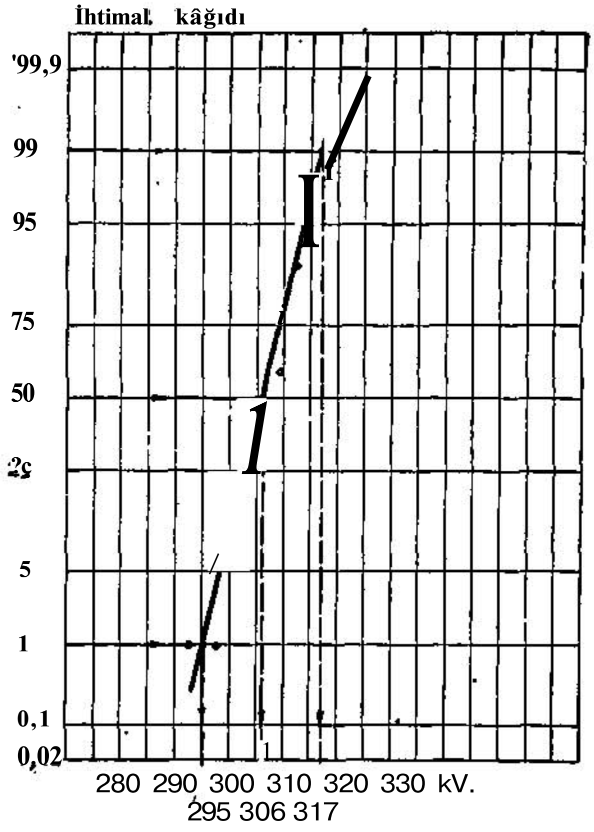
(ŞEKİL : 4)
Normal tevzİye alt Integral eğrisi.

Misal: Küre - küre elektrod sistemine ait 100 % atlama şok geriliminin, 50 % atlama şok geriliminin ve atlamanın husule gelmediği azamî gerilimin tâyini.

İstatistik usullerle elektrod sistemleri ve izolatörlere ait yukarki gerilimler gayet kolay ve doğru olarak tespit edilir. Bu maksatla malzeme ayni bir gerilimde N defa deneye tabi tutulur. Gerilim atlamanın, hiç husule gelmediği halden her defasında atlamanın husule geldiği hale kadar kademe kademe yükseltilir ve her gerilim kademesindeki gerilim değeri ve N deneyde m atlama sayısı kaydedilir. Absis eksenine U atlama gerilimi-nin tepe değeri ordinat eksenine de $Z = \frac{ni}{N}$ yüzdelik atlama sayısı taşınır, ölçü değerlerinin tevzii normal kabul edilebileceğinden Z = f (U) eğrisi ihtimal kâğıdında bir doğru ile gösterilebilir.

250 mm çapında ve 125 mm aralıkta bulunan küre - küre elektrod sistemiyle pozitiv ve 1/50 mikro saniye lik şok gerilimi ile N=10 için Tablo 4 deki değerler bulunmuştur.

Teorik olarak atlamanın husule gelmediği maksimum gerilim — <> ve 100 % atlamanın husule geldiği gerilim de + <» dadır. Bu bakımdan atlamanın husule gelmediği maksimum gerilim için 1 % atlama gerilimi ve 100 % atlama gerilimi için de 99 % atlama gerilimi kabul edilir. Şek. 5



(ŞEKİL : 5)
250 mm. çapında ve 125 mm. aralıkta bulunan küre-küre elektrot sisteminin, 1/50 Fsllk pozitif «ok gerilimlerinde, Tablo 4 deki değerlerle ((İhtimâl kâğıdında», atlamanın husule gelmediği maksimum sok geriliminin, 50 % - atlama sok geriliminin ve 100 % - atlama sok geriliminin tâyini.

Buradan:'Atlamanın husule gelmediği maksimum şok gerilimi 295 kV.
50 % atlama şok gerilimi 306 kV.
100 % atlama şok gerilimi 317 kV.
bulunurlar.

Literatür Listesi

(1) K. Berger: Technischer Bericht der Studiengesellschaft für Höchstspannungsanlagen e. V. Nr. 169, Vortrag 3
(2) R. A. Fischer: Statistical methods for research works, 11 Ed. Edinburg Oliver and Boyd 1950
(3) A. Linder: Statistische Methoden für Naturwissenschafter. Mediziner ,und tngenieure 2. Auflage 1951.

TABLO : 4

Gerilim (kV)	293	295,5	302	305	312	316	309	300	296,5
N = 10 deneydeki atlama sayısı m.	0	0	8	4	9	10	6	1	0