

# Genişbant Uyumlaştırıcı Tasarımlarında Alternatif evrim Güç Kazancı İfadesi

## Alternative Transducer Power Gain Expression in Broadband Matching Network Designs

Metin şengöl

Elektrik-Elektronik Mühendisliği, Mühendislik ve Doğa Bilimleri Faköltesi  
Kadir Has Üniversitesi  
msengul@khas.edu.tr

### Özet

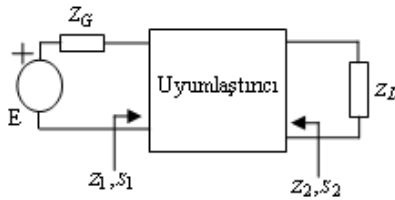
*Bu bildiride, literatürde sıklıkla kullanılan empedans tabanlı çevrim güç kazancı ifadesine alternatif, yansıma katsayısı tabanlı bir çevrim güç kazancı ifadesi elde edilmiştir. Türetilen kazanç ifadesi, genişbant çift uyumlaştırma devresi tasarımında kullanılmış, literatürde mevcut ifade kullanıldığında elde edilen performans ile karşılaştırılmıştır.*

### Abstract

*In this paper, a reflection coefficient based transducer power gain expression has been derived, which is an alternative to the impedance based expression exists in the literature. A broadband double matching problem is solved by using the derived gain expression and the obtained performance has been compared with the performance obtained via the existing expression.*

### 1. Giriş

Bir kaynak ve yük empedansı arasına, kaynaktan yüke aktarılan gücü maksimum yapacak şekilde kayıpsız bir iki-kapılı devre tasarımı genişbant uyumlaştırma problemi olarak tanımlanır. Yüke aktarılan gücün kaynaktan alınabilen güce oranı çevrim güç kazancı (transducer power gain, TPG) olarak adlandırılır [1].



şekil 1: Uyumlaştırma problemi.

Genişbant uyumlaştırma problemi iki grupta incelenebilir [2]: Eğer kaynak empedansı sadece direnç içeriyor ve yük empedansı kompleks ise tek uyumlaştırma problemi ile karşı karşıyayız demektir. Fakat kaynak ve yük empedanslarının kompleks olması durumu çift uyumlaştırma problemi olarak tanımlanır.

şekil 1' de görölen çift uyumlaştırma problemini ele alalım. Burada, kompleks yük empedansı  $Z_L$ , kompleks kaynak empedansı  $Z_G$  'ye genişbantta uyumlaştırılmak istenmektedir. İki-kapılının giriş yansıma katsayısını yazalım

$$\rho_1 = \frac{Z_1 - Z_G^*}{Z_1 + Z_G} \quad (1)$$

burada  $Z_1$ , iki-kapılının çıkışı yük empedansı  $Z_L$  ile kapatıldığında iki-kapılının giriş empedansıdır [3,4]. Benzer biçimde, çıkış yansıma katsayısı şu şekilde ifade edilebilir

$$\rho_2 = \frac{Z_2 - Z_L^*}{Z_2 + Z_L} \quad (2)$$

burada  $Z_2$ , iki-kapılının giriş kaynak empedansı  $Z_G$  ile kapatıldığında iki-kapılı çıkış empedansıdır [3,4]. İki-kapılı kayıpsız bir devre olduğu için, sanal eksen üzerinde şu ifade yazılabilir [3,4]

$$|\rho_1| = |\rho_2|. \quad (3)$$

Dolayısıyla, gerçek frekanslarda çevrim güç kazancı için aşağıdaki ifade edilebilir [3,4]

$$TPG(\omega) = 1 - |\rho_1|^2 = 1 - |\rho_2|^2. \quad (4)$$

Yine şekil 1' de görölen çift uyumlaştırma problemini ele alalım. Yük empedansı  $Z_L = R_L + jX_L$ , uyumlaştırıcının çıkış empedansı  $Z_2 = R_2 + jX_2$ , kaynak empedansı  $Z_G = R_G + jX_G$  ve uyumlaştırıcının giriş empedansı  $Z_1 = R_1 + jX_1$  olarak tanımlanırsa, ve bu empedans ifadeleri denklem (1) veya denklem (2)' de, elde edilen yeni yansıma katsayısı ifadeleri denklem (4)' te kullanılırsa, empedanslar türünden yazılan, aşağıda verilen çevrim güç kazancı ifadesi elde edilmiş olur [1-4]

$$TPG(\omega) = \frac{4R_\alpha R_\beta}{(R_\alpha + R_\beta)^2 + (X_\alpha + X_\beta)^2} \quad (5)$$

Burada,  $\alpha = 1$  ise  $\beta = G$  ve  $\alpha = 2$  ise  $\beta = L$  olmalıdır.

## 2. Alternatif Çevrim Güç Kazancı İfadesi

Şekil 1' de görülen kayıpsız bir iki-kapılı için saçılma matrisi şu şekilde yazılabilir [3,5]

$$S(p) = \begin{bmatrix} S_{11}(p) & S_{12}(p) \\ S_{21}(p) & S_{22}(p) \end{bmatrix} = \frac{1}{g(p)} \begin{bmatrix} h(p) & \mu f(-p) \\ f(p) & -\mu h(-p) \end{bmatrix} \quad (6)$$

burada  $p = \sigma + j\omega$  kompleks frekans değişkeni, ve  $\mu = \pm 1$  bir sabittir. Eğer iki-kapılı karşılıklı ise,  $f(p)$  polinomu tek veya çift polinomdur. Bu durumda, eğer  $f(p)$  çift ise  $\mu = +1$ , ve eğer  $f(p)$  tek ise  $\mu = -1$  ' dir.

İki-kapılı devre kayıpsız olduğuna göre, enerjinin korunumu ilkesi gereği şu yazılabilir [2,3]

$$S(p)S^T(-p) = I, \quad (7)$$

burada  $I$  birim matristir. Denklem (7)' nin açık ifadesi Feldtkeller denklemi olarak bilinir ve şu şekilde ifade edilir [2,3]

$$g(p)g(-p) = h(p)h(-p) + f(p)f(-p). \quad (8)$$

Denklem (6) ve (8)' de,  $g(p)$   $n$ . dereceden kesin Hurwitz polinomu, ve  $h(p)$  ise  $n$ . dereceden reel katsayılı bir polinomdur.  $f(p)$  polinomu iki-kapılının iletim sıfırlarından oluşan bir polinomdur.

Çıkış kapısı  $Z_L$  ile sonlandırıldığında, uyumlaştırıcının giriş yansımaya katsayısı, uyumlaştırıcının saçılma parametreleri kullanılarak şu şekilde yazılabilir [6]

$$S_1 = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}S_L}{1 - S_{22}S_L} \quad (9)$$

burada  $S_L$  yük yansımaya katsayısıdır

$$S_L = \frac{Z_L - 1}{Z_L + 1} \quad (\text{dolayısıyla } Z_L = \frac{1 + S_L}{1 - S_L}). \quad (10)$$

Benzer şekilde giriş kapısı  $Z_G$  ile sonlandırıldığında uyumlaştırıcının çıkış yansımaya katsayısı, uyumlaştırıcının saçılma parametreleri kullanılarak şu şekilde yazılabilir [6]

$$S_2 = S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}S_G}{1 - S_{22}S_G} \quad (11)$$

burada  $S_G$  kaynak yansımaya katsayısıdır

$$S_G = \frac{Z_G - 1}{Z_G + 1} \quad (\text{dolayısıyla } Z_G = \frac{1 + S_G}{1 - S_G}). \quad (12)$$

Uyumlaştırıcının giriş ve çıkış empedansları, aşağıdaki denklemler ile hesaplanabilmektedir [6]

$$Z_1 = \frac{1 + S_1}{1 - S_1}, \quad (13)$$

$$Z_2 = \frac{1 + S_2}{1 - S_2}. \quad (14)$$

Bu aşamada denklem (14) ve (10), denklem (2)' de kullanılırsa, çıkış yansımaya katsayısı ifadesi şu şekilde yazılabilir

$$\rho_2 = -\frac{(S_2 - S_L^*)(S_L - 1)}{(S_2 S_L - 1)(S_L^* - 1)}. \quad (15)$$

Denklem (15), denklem (4)' te kullanılırsa, iki-kapılı çıkış yansımaya katsayısı ve yük yansımaya katsayısı türünden ifade edilen çevrim güç kazancı şu şekilde yazılabilir

$$TPG(\omega) = \frac{|S_2|^2 |S_L|^2 - |S_2|^2 - |S_L|^2 + 1}{|S_2|^2 |S_L|^2 - S_2 S_L - S_2^* S_L^* + 1} \quad (16)$$

Denklem (16)' da yer alan  $S_2$  terimi, denklem (11) ile hesaplanacağı için kaynak yansımaya katsayısı da kullanılmış olacaktır. Dolayısıyla denklem (16)' da görülen ifade hem tek uyumlaştırma problemlerinde hem de çift uyumlaştırma problemlerinde kullanılabilecektir.

Eğer denklem (13) ve (12), denklem (1)' de kullanılarak ulaşılan giriş yansımaya katsayısı, denklem (4)' de yerine konursa, giriş yansımaya katsayısı ve kaynak yansımaya katsayısı türünden çevrim güç kazancı ifadesi elde edilebilecektir.

## 3. Genişbant Uyumlaştırıcı Tasarımı

Bu bölümde, yeni kazanç ifadesi kullanılarak genişbant uyumlaştırıcı tasarımı örneği gerçekleştirilecektir. Normalize edilmiş yük ve kaynak empedans verisi Çizelge 1' de verilmiştir. Eğer yük verisi modellenirse bir kapasite ( $C_L = 4$ ) ve bir direncin ( $R_L = 1$ ) paralel bağlı yapısına ( $R_L // C_L$ ), kaynak verisi modellenirse bir bobin ( $L_G = 1$ ) ve bir direncin ( $R_G = 1$ ) seri bağlı yapısına ( $L_G + R_G$ ) ulaşılır. Aynı problem denklem (5)' teki kazanç ifadesi ile de çözülmüştür.

Uyumlaştırıcının tasarım algoritması şu şekilde çalışmaktadır [6]: İki-kapılı tanımı, denklem (6)' da verildiği şekilde yapılmıştır.  $h(p)$  polinom katsayıları serbest eniyileme parametreleri olarak seçilmiş, iki-kapılının iletim sıfırları kullanılarak  $f(p)$  polinomu oluşturulmuş ve denklem (8) aracılığıyla  $g(p)$  polinomu elde edilmiştir. İstenen kazanç seviyesine gelene dek  $h(p)$  polinom katsayıları eniyilenmiştir.

Çizelge 1: Yük ve Kaynak Empedans Verisi

| $\omega$ | $R_L$  | $X_L$   | $R_G$  | $X_G$  |
|----------|--------|---------|--------|--------|
| 0.0      | 1.0000 | 0.0000  | 1.0000 | 0.0000 |
| 0.1      | 0.8621 | -0.3448 | 1.0000 | 0.1000 |
| 0.2      | 0.6098 | -0.4878 | 1.0000 | 0.2000 |
| 0.3      | 0.4098 | -0.4918 | 1.0000 | 0.3000 |
| 0.4      | 0.2809 | -0.4494 | 1.0000 | 0.4000 |
| 0.5      | 0.2000 | -0.4000 | 1.0000 | 0.5000 |
| 0.6      | 0.1479 | -0.3550 | 1.0000 | 0.6000 |
| 0.7      | 0.1131 | -0.3167 | 1.0000 | 0.7000 |
| 0.8      | 0.0890 | -0.2847 | 1.0000 | 0.8000 |
| 0.9      | 0.0716 | -0.2579 | 1.0000 | 0.9000 |
| 1.0      | 0.0588 | -0.2353 | 1.0000 | 1.0000 |

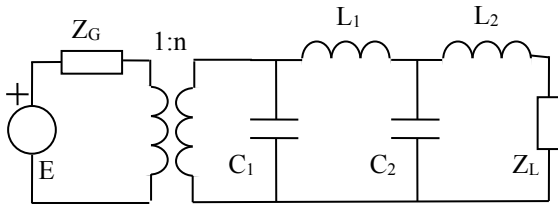
Yazılan programda,  $h(p)$  polinomu,  $h(p) = p^4 - p^3 + p^2 - p + 1$  olarak başlatılmıştır.  $f(p)$  polinomu  $f(p) = 1$  olarak seçilmiş, yani kayıpsız uyumlaştırma devresi alçak-geçiren yapıda olacaktır (tüm iletim sıfırları sonsuza konulmuştur). Eniyileme sonucunda uyumlaştırma devresinin giriş saçılma parametresi şu şekilde elde edilmiştir

$$S_{11}(p) = \frac{h(p)}{g(p)}$$

burada

$$h(p) = 2.7791p^4 - 2.5092p^3 - 0.1265p^2 - 1.6763p - 0.5338,$$

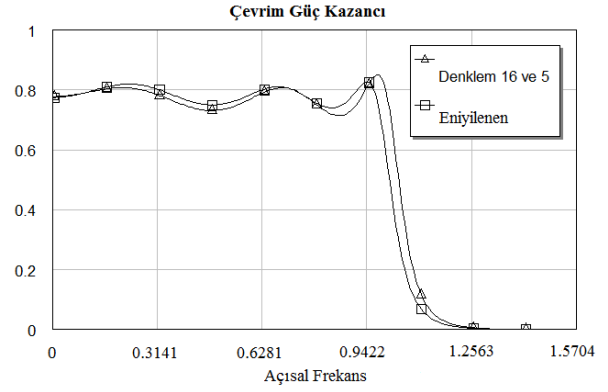
$$g(p) = 2.7791p^4 + 6.1048p^3 + 5.4458p^2 + 3.8757p + 1.1335.$$



Şekil 2: Tasarlanan genişbant çift uyumlaştırma devresi; Denklem (16) ve (5):  $L_1 = 0.67377$ ,  $L_2 = 0.64535$ ,  $C_1 = 4.2992$ ,  $C_2 = 4.9596$ ,  $n = 0.5997$ .

Elde edilen giriş saçılma parametresi kullanıldığında, Şekil 2' de görülen genişbant çift uyumlaştırma devresine ulaşılır. Hesaplanan eleman değerlerinden anlaşılacağı üzere, denklem (16) ve (5) tamamen aynı sonucu vermiştir.

Şekil 3' te görüleceği üzere, uyumlaştırılmış sistemin başlangıç performansı oldukça iyidir. Ancak ticari programlar kullanılarak (örneğin Microwave Office, Applied Wave Research Inc. (AWR) [7]) son bir eleman değeri eniyilemesi gerçekleştirilebilir. Bu işlem sonucunda ulaşılan normalize eleman değerleri şunlardır:  $L_1 = 0.6990$ ,  $L_2 = 0.6854$ ,  $C_1 = 4.3013$ ,  $C_2 = 4.9663$ ,  $n = 0.5972$ . Karşılaştırma amacıyla, denklem (16) ve AWR ile eniyileme yapıldıktan sonra elde edilen performans eğrileri Şekil 3' te verilmiştir.



Şekil 3: Uyumlaştırılmış sistemin performansı.

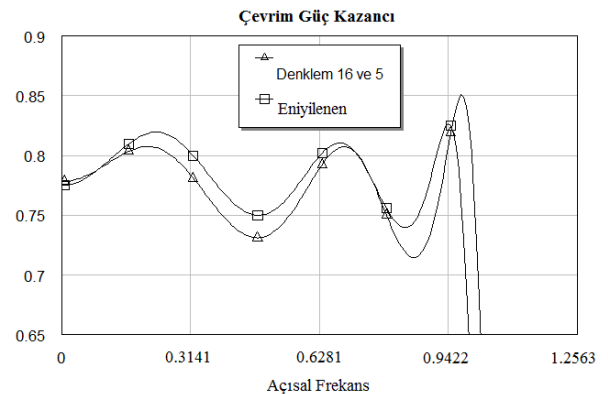
Tasarım için kullanılan algoritma Matlab kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Algoritmada, denklem (16) veya (5) kullanılmasının süre yönünden bir farkı bulunmamaktadır. Her iki durumda da bu tasarım yaklaşık 2 saniye içinde tamamlanmıştır.

Şekil 4' te çevrim güç kazancı eğrileri yakınlaştırılarak çizilmiştir. Bu eğriler için dalgalanma faktörü hesaplanırsa, aşağıdaki değerlere ulaşılır. Dalgalanma faktörleri dikkate alındığında, bu örnek için son olarak bir eniyileme yapmaya gerek olmadığı görülür.

$$\tau_{Denklem16ve5}^2 = \frac{TPG_{\max} - TPG_{\min}}{TPG_{\min}} = \frac{0.8508 - 0.7146}{0.7146} = 0.1906$$

$$\tau_{Eniyilenen}^2 = \frac{0.8266 - 0.5847}{0.5847} = 0.4137.$$

Sonuç olarak, literatürde sıklıkla kullanılan empedans tabanlı çevrim güç kazancı ifadesine alternatif, yansıma katsayısı tabanlı bir çevrim güç kazancı ifadesi elde edilmiş ve verilen örnek ile önerilen ifadenin performansının literatürde mevcut ifadenin performansı ile tamamen aynı olduğu görülmüştür.



Şekil 4: Büyütülmüş kazanç eğrileri.

## 4. Sonuçlar

Bu bildiride, kompleks empedanslarla sonlandırılmış bir iki-kapılı için alternatif bir çevrim güç kazancı ifadesi elde

edilmiştir. Denklem (5) ile verilen çevrim güç kazancı denklemi literatürde sıklıkla kullanılan bir ifadedir. Burada kazanç, iki kapının giriş veya çıkış empedansları, kaynak veya yük empedansları kullanılarak yazılmıştır. Bu bildiride türetilen çevrim güç kazancı ifadesi ise, iki kapının giriş veya çıkış yansıma katsayıları, kaynak veya yük yansıma katsayılarına bağlıdır.

Türetilen ifadenin avantajları şu şekilde özetlenebilir: Denklem (16) ile verilen yeni kazanç ifadesi, eniyileme parametrelerine kuadratik olarak bağlıdır. Dolayısıyla sonuca yakınsama davranışı mükemmeldir. Ayrıca tüm saçılma parametreleri “1” ile sınırlı olduğundan nümerik kararlılığı yüksektir (denklem (5)’ te yer alan empedans değerlerinde bir sınırlama yoktur).

Alternatif güç kazancı ifadesi hem tek uyumlaştırma problemlerinde hem de çift uyumlaştırma problemlerinde kullanılabilir.

Türetilen ifade kullanılarak çift empedans uyumlaştırıcı tasarımına bir örnek verilmiştir. Elde edilen performansın literatürde mevcut ifade kullanıldığında ulaşılan performans ile aynı olduğu görülmüştür.

## 5. Kaynaklar

- [1] Yarman, B. S., *Broadband networks*, Wiley Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering, vol.II, pp.589-604, 1999.
- [2] Yarman, B. S., *Design of ultra wideband power transfer networks*, John Wiley & Sons Ltd., United Kingdom, 2010.
- [3] Aksen, A., *Design of lossless two-port with mixed, lumped and distributed elements for broadband matching*, Doktora Tezi, Ruhr University, Bochum, Germany, 1994.
- [4] Şengül, M., “Broadband Impedance Matching via Lossless Unsymmetrical Lattice Networks”, *Int. J. Elect. Commun (AEU)*, 66, 76-79, 2012.
- [5] Belevitch V., *Classical network theory*, Holden Day, San Francisco, 1968.
- [6] Şengül, M., “Design of Practical Broadband Matching Networks”, *IEEE Trans. CAS-2, Express Briefs*, 60(9), 552-556, 2013.
- [7] AWR: Microwave Office of Applied Wave Research Inc. Available: [www.appwave.com](http://www.appwave.com).