# Çok Güçlü Türbülansta Kısmi Eşevreli Çoklu Asimetrik Gauss Hüzmelerinin Sintilasyon İndeksi

# Scintillation Index of Partially Coherent Asymmetrical Multi Gaussian Beams in Extremely Strong Turbulence

Mehmet Akif Öztan<sup>1</sup>, Yahya Baykal<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Elektrik-Elektronik Mühendisliği Gazi Üniversitesi akifoztan@gazi.edu.tr

<sup>2</sup>Elektronik Haberleşme Mühendisliği Çankaya Üniversitesi y.baykal@cankaya.edu.tr

# Özet

Serbest uzay optik sistemlerinin uzun mesafe (5 km'den daha uzun mesafe) tranmisyon linklerinde kullanımında ortaya çıkan sintilasyon gürültüsünü azaltmaya yönelik kısmi eşevreli asimetrik halkasal ve asimetrik düz tepeli Gauss hüzmelerin bir avantaj sağlayıp sağlamayacağı araştırılmıştır. Çok güçlü türbülans ortamında vayılan kısmi esevreli asimetrik coklu Gauss hüzmenin sintilasyon indeksi formüle edilmiş ve asimetrik halkasal ve düz-tepeli Gauss hüzmelerin sintilasyon indeksleri hesaplanmıştır. Sintilasyon indeks değişimleri, asimetri oranlarının değişimine ve kaynak boyutuna göre çizdirilmiştir. Asimetrik hüzmenin simetrik hüzmeye göre sintilasyon bakımından daha avantajlı olduğu tespit edilmiştir. Asimetri oranı arttıkça sintilasyon indeksinin düştüğü belirlenmiştir. Eşevrelik derecesi düştükçe de yayılan hüzmenin sintilasyon indeksinin hızlı bir şekilde sıfıra yaklaştığı tespit edilmiştir.

#### Abstract

It is investigated whether partial coherent asymmetrical annular and flat-topped Gaussian beams provide advantage to decrease the scintillation noise effect when free space optics systems are used in long distance (longer than 5km) transmission links. Scintillation index of partially coherent asymmetrical multi Gaussian beam propagating in extremely strong turbulence is formulated and the scintillation indexes of asymmetrical annular and flat-topped Gaussian beams are calculated. Scintillation index variations are plotted against the source size and asymmetry ratio. It is determined that asymmetric beams have advantage over the symmetric beams in terms of the scintillation. It is found that the scintillation index decreases as the asymmetry ratio increases. It is also detected that by decreasing the coherence degree scintillation index of the propagating beam quickly goes to zero.

### 1. Giriş

Serbest uzay optik sistemleri yüksek data hızı (2.5 Gbps'den daha yüksek hızlar) gerektiren metropolitan alanlarda başarılı bir şekilde uygulanmaktadır. Bu teknolojinin omurga şebekelerinde yani uzun mesafeli (5 km'den daha uzun link) atmosferik optik linklerde kullanımının önündeki en büyük engellerden biri olan sintilasyon gürültüsünü azaltmaya yönelik kısmi eşevreli asimetrik halkasal ve kısmi eşevreli asimetrik düz tepeli Gauss gibi kaynakların kullanımının bir avantaj sağlayıp sağlamayacağı temel motivasyonumuz olmuştur.

Bu kapsamda uzun mesafe linklerle oluşan çok güçlü türbülans ortamlarında Gauss istatistikleri kullanılarak hızlı alıcılar için eşevreli ve eşevreli olmayan hüzmelerin sintilasyon indeksinin doyuma ulaştığı gösterilmiştir [1]. Küresel bir dalganın çok güçlü türbülans ortamında normalize edilmiş varyansının bire ulaştığı bulunmuştur [2]. Çok güçlü saçınım limitlerinde ortalaması sıfır olan kompleks Gauss alanın log-genlik kovaryansı hesaplanmıştır [3]. [1]'de elde edilen sonuçlar çok güçlü türbülans ortamlarında [4]'te genelleştirilerek kısmi eşevreli yapılar için de formüle edilmiştir.

Rytov Metodunu modifiye ederek güçlü türbülans ortamında genlik uzaysal frekans filitresi uygulanmakta ve böylece düzlemsel, küresel ve Gauss dalga için orta şiddetten güçlü şiddete kadar sintilasyon indeksi hesaplamaları yapılmaktadır [5,6]. Aynı yöntemle halkasal hüzmelerin güçlü türbülansta sintilasyonları hesaplanmıştır [7].

Eşevreli halkasal ve eşevreli düz-tepeli Gaus hüzmelerin zayıf türbülans ortamında sintilasyon indeksi hesaplamaları yapılmıştır [8,9]. Ayrıca eşevreli olmayan halkasal ve eşevreli olmayan düz-tepeli Gauss hüzmelerin ışık şiddeti salınımları da zayıf türbülans ortamında incelenmiştir [10,11]. Kısmi eşevreli halkasal ve düz-tepeli Gauss hüzmeler için zayıf türbülansta sintilasyon indeksi araştırılmıştır [12].

Zayıf türbülanslı ortamda asimetrik halkasal [13] ve asimetrik siyah boşluklu hüzmelerin [14] sintilasyon özellikleri incelenmiştir.

Bu çalışmada, çok güçlü türbülansta ortamın rasgele değişiminden kaynaklanan kompleks faz için genişletilmiş Huygens Fresnel prensibi ve Gauss alan istatistikleri kullanılarak kısmi eşevreli çoklu asimetrik Gauss hüzmelerinin sintilasyon indeksi formüle edilmiş ve hesaplanmıştır. Değerlendirmelerimizde formülasyonun özel durumları alınarak, çok güçlü atmosfer türbülansı ortamında kısmi eşevreli asimetrik halkasal ve kısmi eşevreli asimetrik düz tepeli Gauss hüzmelerinin ışık şiddeti oynamaları elde edilmiştir.

#### 2. Formülasyon

Kısmi eşevreli kaynak alan ifadesi [12]

$$\mathcal{U}(\mathbf{s}, z=0) = \mathcal{U}_d(\mathbf{s}, z=0)\mathcal{U}_r(\mathbf{s}, z=0), \tag{1}$$

olup z yayılım uzaklığını,  $\mathbf{s} = (s_x, s_y)$  enine kaynak koordinatlarını,  $\mathcal{U}_d(\mathbf{s}, z = 0)$  ve  $\mathcal{U}_r(\mathbf{s}, z = 0)$  kaynak alanının rastgele olmayan ve rastgele kısımlarını belirtir. Çoklu Gauss hüzmesi için

$$\mathcal{U}_d\left(s_x, s_y, z=0\right) = \sum_{n=1}^N A_n \exp\left(-k\alpha_{nx}s_x^2 - k\alpha_{ny}s_y^2\right).$$
 (2)

olarak tanımlanmaktadır.

Burada  $i = \sqrt{-1}$ ,  $\alpha_{nx} = \frac{0.5}{k\alpha_{snx}^2} + \frac{0.5i}{F_n}$ ,  $\alpha_{ny} = \frac{0.5}{k\alpha_{sny}^2} + \frac{0.5i}{F_n}$ , N

toplam Gauss hüzme sayısı,  $\lambda$  dalga boyu,  $k = 2\pi / \lambda$  dalga sayısı,  $A_n$ ,  $\alpha_{snx}$ ,  $\alpha_{sny}$  ve  $F_n$  ise sırasıyla n'ninci Gauss hüzmenin kompleks genliği, x, y yönündeki kaynak boyutu ve odak uzunluğudur. Halkasal ışın, farklı işarette genliğe sahip iki adet Gauss hüzmesi kullanılarak elde edilir. Düz tepeli Gauss hüzmesi ise iki veya daha fazla farklı genliğe ve kaynak boyutuna sahip Gauss hüzmelerinin toplamından elde edilir. Bu anlamda, hem halkasal hem de düz tepeli Gauss hüzmeleri, her biri farklı uzaysal dağılım içeren birden fazla tekli Gauss hüzmesinden oluşmaktadır. Dolayısıyla, hizalanmış  $(F_n \rightarrow \infty)$  halkasal ve düz tepeli hüzmeler çoklu Gauss hüzmelerine örnek olarak kullanılabilir. Hizalanmış halkasal vapılar

$$\mathcal{U}_{d}\left(s_{x}, s_{y}, z=0\right) = A \exp\left[-0.5\left(\frac{s_{x}^{2}}{\alpha_{s1x}^{2}} + \frac{s_{y}^{2}}{\alpha_{s1y}^{2}}\right)\right] - A \exp\left[-0.5\left(\frac{s_{x}^{2}}{\alpha_{s2x}^{2}} + \frac{s_{y}^{2}}{\alpha_{s2y}^{2}}\right)\right]$$
(3)

formülü ile ifade edilir.  $\alpha_{s1x}$ ,  $\alpha_{s1y}$  ve  $\alpha_{s2x}$ ,  $\alpha_{s2y}$  sırasıyla dış ve iç x ve y yönündeki hüzme boyutu olarak tanımlanarak, Eş.2'te N = 2,  $A_1 = -A_2 = A$ ,  $\alpha_{1x} = \frac{0.5}{k\alpha_{s1x}^2}$ ,  $\alpha_{1y} = \frac{0.5}{k\alpha_{s1y}^2}$ ,  $\alpha_{2y} = \frac{0.5}{k\alpha_{s2y}^2}$ ,  $\alpha_{2x} = \frac{0.5}{k\alpha_{s2x}^2}$  alınır.

Hizalanmış düz tepeli hüzme için Eş.2'de  $A_n = \frac{(-1)^{n-1}}{N} {N \choose n}$ ve  $\alpha_{nx} = \frac{0.5}{k\alpha_{snx}^2}$ ,  $\alpha_{ny} = \frac{0.5}{k\alpha_{sny}^2}$  alınarak  $\mathcal{U}_d(s_x, s_y, z = 0) = \sum_{n=1}^{N} \frac{(-1)^{n-1}}{N} {N \choose n} \exp\left(-\frac{s_x^2}{2\alpha_{snx}^2} - \frac{s_y^2}{2\alpha_{sny}^2}\right)$  (4)

şeklinde tanımlanır. Burada  $\binom{N}{n} = \frac{N!}{n!(N-n)!} \alpha_{snx} = \alpha_{sx} / \sqrt{n}$ ,

 $\alpha_{sny} = \alpha_{sy} / \sqrt{n}$ , *N* hüzmenin düzlüğü,  $\alpha_{sx}$ ,  $\alpha_{sy}$  ise *x* ve *y* yönündeki Gauss kaynak boyutunu belirtir.

Çoklu asimetrik kısmi eşevreli Gauss hüzme için kaynakta eşevrelik fonksiyonu şu şekilde tanımlanır [12].

$$\Gamma_{2}^{s}(\mathbf{s_{1}},\mathbf{s_{2}}) = \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{N} A_{n} A_{m}^{*} \exp\left(-k\alpha_{nx}s_{1x}^{2} - k\alpha_{ny}s_{1y}^{2}\right) \\ \times \exp\left(-k\alpha_{nx}^{*}s_{2x}^{2} - k\alpha_{ny}^{*}s_{2y}^{2}\right) \exp\left(-\frac{1}{4\rho_{s}^{2}}|\mathbf{s_{1}} - \mathbf{s_{2}}|^{2}\right)$$
(5)

Eş.5'te, \* komleks eşlenik,  $\rho_s$  ise kısmi eşevrelik faktörünü gösterir. Genişletilmiş Huygens-Fresnel prensibi kullanılarak, alıcı merkezindeki enstantane ışık şiddeti

$$I(L) = \frac{1}{(\lambda L)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d^2 \mathbf{s}_1 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d^2 \mathbf{s}_2 \Gamma_2^s(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2)$$
$$\times \exp\left[\frac{ik}{2L} |\mathbf{s}_1|^2\right] \exp\left[-\frac{ik}{2L} |\mathbf{s}_2|^2\right] \exp\left[\psi(\mathbf{s}_1) + \psi^*(\mathbf{s}_2)\right]$$
(6)

şeklinde bulunur. Eş.6'da L, kaynak ile alıcı arasındaki mesafeyi,  $\psi(\mathbf{s})$  ise kaynak merkezinden alıcı merkezine yayılan küresel dalganın türbülanstan dolayı oluşan rastsal kompleks fazının Rytov metodu ile çözümünü temsil etmektedir.

Çok güçlü türbülansta alıcıdaki ortalama ışık şiddeti

$$< I(L) >= \frac{1}{(\lambda L)^{2}} \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{N} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{d}^{2} \mathbf{s}_{1} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{d}^{2} \mathbf{s}_{2} A_{n} A_{m}^{*} \exp\left(-k\alpha_{m} s_{1x}^{2} - k\alpha_{m} s_{1y}^{2}\right)$$
$$\times \exp\left(-k\alpha_{mx}^{*} s_{2x}^{2} - k\alpha_{my}^{*} s_{2y}^{2}\right) \exp\left(-\frac{1}{4\rho_{s}^{2}} |\mathbf{s}_{1} - \mathbf{s}_{2}|^{2}\right)$$
$$\times \exp\left[\frac{ik}{2L} \left(|\mathbf{s}_{1}|^{2} - |\mathbf{s}_{2}|^{2}\right)\right] \exp\left[-\rho_{e}^{-2} |\mathbf{s}_{1} - \mathbf{s}_{2}|^{2}\right], \quad (7)$$

formunda elde edilir. Eş.7 bulunurken Eş.5, Eş.6'da yerine konulmuş, çok güçlü türbülans istatisliği kullanılarak bulunan

$$< \exp\left[\psi(\mathbf{s}_{1}) + \psi^{*}(\mathbf{s}_{2})\right] > = \exp\left(-\rho_{e}^{-2} |\mathbf{s}_{1} - \mathbf{s}_{2}|^{2}\right)$$
(8)

eşitliğinden [4] faydalanılmış olup,  $\rho_e = 1.36 C_n^{-1} k^{-1} L^{-1/2} \ell_0^{1/6}$ çok güçlü türbülans ortamında yayılan küresel dalganın uyumluluk uzunluğudur [4].  $C_n^2$  yapı sabitini,  $\ell_0$  türbülansın iç skala uzunluğunu, <.> ortam istatistiğine göre ortalamayı göstermektedir. [15]'teki Eş. 3.323.2 Eş.7'ye uygulanarak alıcı merkezindeki asimetrik kısmi eşevreli çoklu Gauss hüzmesinin ortalama ışık şiddeti aşağıdaki gibi bulunur.

$$< I(L) >= \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{N} \frac{A_n A_m^* \pi^2}{(\lambda L)^2} x \frac{1}{\left[k\alpha_{ny} + \frac{1}{\rho_0^2} + \frac{1}{4\rho_s^2} - \frac{ik}{2L}\right]^{1/2} \left[k\alpha_{ny}^* + \left(\frac{1}{\rho_0^2} + \frac{1}{4\rho_s^2}\right) + \frac{ik}{2L} - \frac{1}{t_{1y}^2} \left(\frac{1}{\rho_0^2} + \frac{1}{4\rho_s^2}\right)^2\right]^{1/2}} \times \frac{1}{\left[k\alpha_{nx} + \frac{1}{\rho_0^2} + \frac{1}{4\rho_s^2} - \frac{ik}{2L}\right]^{1/2} \left[k\alpha_{nx}^* + \left(\frac{1}{\rho_0^2} + \frac{1}{4\rho_s^2}\right) + \frac{ik}{2L} - \frac{1}{t_{1x}^2} \left(\frac{1}{\rho_0^2} + \frac{1}{4\rho_s^2}\right)^2\right]^{1/2}}$$
(9)

Eş.9'da  $t_{1x}^2 = k\alpha_{nx} + \frac{1}{\rho_0^2} + \frac{1}{4\rho_s^2} - \frac{ik}{2L}$  olarak tanımlanmış olup  $t_{1y}$ ,  $t_{1x}$  ifadesinde x yerine y koyarak elde edilir.

Eş.6'da verilen anlık ışık şiddetinin karesini alıp ortalaması hesaplandığında

$$< I^{2}(L) >= \frac{1}{(\lambda L)^{4}} \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{N} \sum_{c=1}^{N} \sum_{o=1}^{N} A_{n} A_{n}^{*} A_{c} A_{o}^{*} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{d}^{2} \mathbf{s}_{1} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{d}^{2} \mathbf{s}_{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{d}^{2} \mathbf{s}_{3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{d}^{2} \mathbf{s}_{4}$$

$$\times \exp\left(-k\alpha_{nc} \mathbf{s}_{1x}^{2} - k\alpha_{ny} \mathbf{s}_{1y}^{2}\right) \exp\left(-k\alpha_{nc}^{*} \mathbf{s}_{2x}^{2} - k\alpha_{nc}^{*} \mathbf{s}_{2y}^{2}\right)$$

$$\times \exp\left(-k\alpha_{cb} \mathbf{s}_{3x}^{2} - k\alpha_{b} \mathbf{s}_{3y}^{2}\right) \exp\left(-k\alpha_{cc}^{*} \mathbf{s}_{4x}^{2} - k\alpha_{o}^{*} \mathbf{s}_{4y}^{2}\right)$$

$$\times \exp\left(-\frac{1}{4\rho_{s}^{2}} \left(|\mathbf{s}_{1} - \mathbf{s}_{2}|^{2} + |\mathbf{s}_{3} - \mathbf{s}_{4}|^{2}\right)\right)$$

$$\times \exp\left[\frac{ik}{2L} \left(|\mathbf{s}_{1}|^{2} - |\mathbf{s}_{2}|^{2} + |\mathbf{s}_{3}|^{2} - |\mathbf{s}_{4}|^{2}\right)\right] \Gamma_{4}^{m} \left(\mathbf{s}_{1}, \mathbf{s}_{2}, \mathbf{s}_{3}, \mathbf{s}_{4}\right)$$
(10)

bulunur. Çok güçlü türbülans ortamında alıcıdaki dördüncü dereceden eşevrelik fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanır [4].

$$\begin{split} \Gamma_{4}^{m}(\mathbf{s}_{1},\mathbf{s}_{2},\mathbf{s}_{3},\mathbf{s}_{4}) =& <\exp[\psi(\mathbf{s}_{1})]\exp[\psi^{*}(\mathbf{s}_{2})]\exp[\psi(\mathbf{s}_{3})]\exp[\psi^{*}(\mathbf{s}_{4})] > \\ =& <\exp[\psi(\mathbf{s}_{1})+\psi^{*}(\mathbf{s}_{2})] > <\exp[\psi(\mathbf{s}_{3})+\psi^{*}(\mathbf{s}_{4})] > \\ &+ <\exp[\psi(\mathbf{s}_{1})+\psi^{*}(\mathbf{s}_{4})] > <\exp[\psi(\mathbf{s}_{3})+\psi^{*}(\mathbf{s}_{2})] > \\ &= \exp[-0.5D_{\psi}(\mathbf{s}_{1}-\mathbf{s}_{2})-0.5D_{\psi}(\mathbf{s}_{3}-\mathbf{s}_{4})] \\ &+ \exp[-0.5D_{\psi}(\mathbf{s}_{1}-\mathbf{s}_{4})-0.5D_{\psi}(\mathbf{s}_{3}-\mathbf{s}_{2})]. \end{split}$$
(11)

Burada  $D_{\psi}(\mathbf{s_m} - \mathbf{s_n}) = 2\rho_e^{-2}|\mathbf{s_m} - \mathbf{s_n}|^2$  dalga yapı fonksiyonu olup Eş.11 ve [15]'teki Eş. 3.323.2 kullanılarak alıcı düzlemi merkezindeki < $I^2(L)$ > aşağıdaki gibi bulunur:

$$< I^{2}(\mathbf{0}, L) >= \sum_{j=1}^{2} I_{j},$$
 (12)  
Eş.12'de,

$$I_{j} = \frac{\pi^{4}}{\left(\lambda L\right)^{4}} \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{N} \sum_{\ell=1}^{N} \sum_{o=1}^{N} \frac{A_{n} A_{m}^{*} A_{\ell} A_{o}^{*}}{\beta_{jx_{1}} \beta_{jy_{1}} \beta_{jx_{2}} \beta_{jy_{2}} \beta_{jx_{3}} \beta_{jy_{3}} \beta_{jx_{4}} \beta_{jy_{4}}}$$
(13)

$$\beta_{jx_{1}} = \left(k\alpha_{nx} - \frac{ik}{2L} + \left(\frac{1}{4\rho_{s}^{2}} + \frac{1}{\rho_{e}^{2}}\right)\right)^{0.5}$$
(14)

$$\beta_{jy_1} = \left(k\alpha_{ny} - \frac{ik}{2L} + \left(\frac{1}{4\rho_s^2} + \frac{1}{\rho_e^2}\right)\right)^{0.5}$$
(15)

$$\beta_{jx_2} = \left( -\frac{1}{\beta_{jx_1}^2} \left( \frac{1}{4\rho_s^2} + \frac{T_j}{\rho_e^2} \right)^2 + k\alpha_{mx}^* + \frac{ik}{2L} + \frac{1}{4\rho_s^2} + \frac{1}{\rho_e^2} \right)^{0.5}$$
(16)

$$\boldsymbol{\beta}_{jy_2} = \left(-\frac{1}{\beta_{jy_1}^2} \left(\frac{1}{4\rho_s^2} + \frac{T_j}{\rho_e^2}\right)^2 + k\alpha_{my}^* + \frac{ik}{2L} + \frac{1}{4\rho_s^2} + \frac{1}{\rho_e^2}\right)^{0.5} \quad (17)$$

$$\beta_{jx_3} = \left(k\alpha_{lx} - \frac{ik}{2L} + \frac{1}{4\rho_s^2} + \frac{1}{\rho_e^2} - \frac{R_j}{\beta_{jx_2}^2\rho_e^4}\right)^{0.5}$$
(18)

$$\beta_{jy_3} = \left(k\alpha_{ly} - \frac{ik}{2L} + \frac{1}{4\rho_s^2} + \frac{1}{\rho_e^2} - \frac{R_j}{\beta_{jy_2}^2 \rho_e^4}\right)^{0.5}$$
(19)

$$\beta_{\mu_{x}} = \left\{ R_{j} \left[ -\frac{1}{\beta_{\mu_{x}}^{2}} \left( \frac{1}{4\beta_{\mu_{x}}^{2}\beta_{\mu_{x}}^{2}\rho_{\rho}^{2}\rho_{s}^{2}} + \frac{1}{4\rho_{s}^{2}} \right)^{2} - \frac{1}{\beta_{\mu_{x}}^{2}} \left( \frac{1}{4\beta_{\mu_{x}}^{2}\rho_{\rho}^{2}\rho_{s}^{2}} \right)^{2} - \frac{1}{\beta_{\mu_{x}}^{2}\rho_{0}^{4}} \right], \\ + k\alpha_{ax}^{*} + \frac{ik}{2L} + \frac{1}{4\rho_{s}^{2}} + \frac{1}{\rho_{0}^{2}} - \frac{T_{j}}{\beta_{\mu_{x}}^{2}} \left( \frac{1}{\rho_{0}^{2}} + \frac{1}{4\rho_{s}^{2}} \right)^{2} \right\}^{0.5}$$
(20)

$$\beta_{jy_{s}} = \left\{ R_{j} \left[ -\frac{1}{\beta_{jy_{s}}^{2}} \left( \frac{1}{4\beta_{jy_{s}}^{2}\beta_{jy_{j}}^{2}\rho_{0}^{2}\rho_{s}^{2}} + \frac{1}{4\rho_{s}^{2}} \right)^{2} - \frac{1}{\beta_{jy_{s}}^{2}} \left( \frac{1}{4\beta_{jy_{s}}^{2}\rho_{0}^{2}\rho_{s}^{2}} \right)^{2} - \frac{1}{\beta_{jy_{s}}^{2}} \rho_{0}^{4} \right] + k\alpha_{oy}^{*} + \frac{ik}{2L} + \frac{1}{4\rho_{s}^{2}} + \frac{1}{\rho_{0}^{2}} - \frac{T_{j}}{\beta_{jy_{s}}^{2}} \left( \frac{1}{\rho_{0}^{2}} + \frac{1}{4\rho_{s}^{2}} \right)^{2} \right\}^{0.5}$$
(21)

$$R_{j} = \begin{cases} 0 & j=1 \\ 1 & j=2 \end{cases}, \ T_{j} = \begin{cases} 1 & j=1 \\ 0 & j=2 \end{cases}$$
(22)

olmaktadır. Çok güçlü türbülans ortamında kısmi eşevreli asimetrik çoklu Gauss hüzmelerin sintilasyon indeksi, Eş.12 ve Eş.7,  $m^2 = \langle I^2(L) \rangle / \langle I(L) \rangle^2 - 1$  formülünde kullanılarak hesaplanır.

### 3. Nümerik Analiz

Çok güçlü türbülans ortamında, kısmi eşevreli asimetrik çoklu Gauss hüzmeler için formüle edilen sintilasyon indeksi, özel durum olarak asimetrik Gauss, asimetrik halkasal ve asimetrik düz tepeli Gauss hüzmelerin sintilasyon indeksi değişimleri, Fresnel alana göre normalize edilmiş kaynak boyutundaki değişimlere göre incelenmiş ve asimetri oranlarına bağlı olarak eğriler çizdirilmiştir.

Şekil 1'de kısmi eşevreli asimetrik Gauss hüzmenin değişen asimetri seviyelerine göre sintilasyon indeksindeki değişimi

gösterilmiştir. Şekil 1'de asimetri oranı artışının sintilasyon indeksinde azalmaya sebep olduğu gözlemlenmektedir. Karşılaştırma olması bakımından Şekil 1'de simetrik kaynağa sahip hüzme de çizdirilmiş ve simetrik hüzmeye ait sintilasyon indeksinin asimetrik hüzmeye göre daha yüksek olduğu görülmüştür.



Şekil 1 Kısmi eşevreli asimetrik Gauss hüzme sintilasyon indeksinin L=10 km'de Fresnel alanıyla normalize edilmiş kaynak boyutuna göre değişimi.

Şekil 2'de kısmi eşevreli asimetrik halkasal hüzmelerin değişen asimetri seviyelerine göre sintilasyon indekslerindeki değişimi incelenmiştir. Kaynaktaki asimetri oranının artışı ile birlikte sintilasyonda iyileşme olmaktadır. Kısmi eşevreli asimetrik halkasal kaynakların sintilasyon değerleri simetrik kaynağa göre daha az olmaktadır.

Şekil 3'te, asimetri oranları değiştirilerek, kısmi eşevreli düz tepeli asimetrik Gauss hüzmelerin sintilasyon indekslerindeki değişim incelenmiştir. Bu çizimlerde düzleşme seviyesi N=5olarak alınmıştır. Asimetrik Gauss ve asimetrik halkasal hüzmelerde olduğu gibi kısmi eşevreli düz tepeli asimetrik Gauss hüzmelerde de asimetri oranı arttıkça sintilasyon değerinde iyileşme olduğu görülmektedir. Asimetrik Gauss ve asimetrik halkasal hüzmelerde olduğu gibi, asimetrik düztepeli Gauss hüzme, simetrik düz-tepeli hüzmeye göre daha küçük sintilasyon değerlerine sahiptir.



Şekil 2 Kısmi eşevreli asimetrik halkasal hüzme sintilasyon indeksinin L=10 km'de Fresnel alanıyla normalize edilmiş kaynak boyutuna göre değişimi.

Şekil 4 ve 5'te sırasıyla Şekil 2 ve 3, daha küçük bir kısmi eşevrelik faktörü kullanılarak (koherensi daha az olan kaynaklar için) tekrarlanmıştır. Şekil 4, Şekil 2 ile Şekil 5 ise Şekil 3 ile karşılaştırıldığında, asimetrik halkasal ve asimetrik düz tepeli Gauss hüzmeleri için çok güçlü türbülans ortamında kısmi eşevrelik faktörü küçüldükçe sintilasyonun azaldığı görülmektedir.



Şekil 3 Kısmi eşevreli asimetrik düz tepeli Gauss hüzme sintilasyon indeksinin L=10 km'de Fresnel alanıyla normalize edilmiş kaynak boyutuna göre değişimi.



Şekil 4  $\rho_s = 1 \times 10^{-1}$  için asimetrik halkasal hüzme sintilasyon indeksinin *L*=10 km'de Fresnel alanıyla normalize edilmiş kaynak boyutuna göre değişimi.



Şekil 5  $\rho_s = 1 \times 10^{-1}$ için asimetrik düz tepeli Gauss hüzme sintilasyon indeksinin *L*=10 km'de Fresnel alanıyla normalize edilmiş kaynak boyutuna göre değişimi.

Şekil 6 ve Şekil 7'de kısmi eşevrelik derecesi Şekil 4 ve 5'e göre daha düşük olan asimetrik halkasal ve düz tepeli hüzme tiplerinin kaynak boyutuna göre sintilasyon indeksindeki değişimi incelenmiştir. Eşevrelik derecesi küçüldüğünde sintilasyon indeksinde de hızlı bir şekilde sıfıra doğru yaklaşma oluşmakta ve sintilasyondan etkilenme azalmaktadır.



Şekil 6  $\rho_s = 5 \times 10^{-2}$  için asimetrik halkasal hüzme sintilasyon indeksinin *L*=10 km'de Fresnel alanıyla normalize edilmiş kaynak boyutuna göre değişimi.



Şekil 7  $\rho_s = 5 \times 10^{-2}$ için asimetrik düz tepeli Gauss hüzme sintilasyon indeksinin *L*=10 km'de Fresnel alanıyla normalize edilmiş kaynak boyutuna göre değişimi.

## 4. Sonuçlar

Çok güçlü türbülans ortamında kısmi eşevreli asimetrik çoklu Gauss hüzmelerin uzun linklerde kullanılmasının sintilasyondan kaynaklanan sinyal bozulmasında iyileşmeye sebep olduğu anlaşılmıştır. Asimetrik hüzme tiplerinin simetrik hüzme tipine göre sintilasyona karşı daha avantajlı olduğu tespit edilmiştir. Bu nedenle kısmi eşevreli asimetrik çoklu Gauss hüzmeler, özellikle de eşevrelik faktörü küçük olanlar, çok güçlü türbülans ortamında yani uzun mesafe linklerde kullanılabilecek hüzme tipi olabilir.

#### 5. Kaynaklar

- Fante, R. L., "Intensity scintillations of an EM wave in extremely strong turbulence", IEEE Trans. Antenn. Prop. AP-23, 266-268, 1977.
- [2] Lee, M. H., "Variance and covariance of irradiance of a finite beam in extremely strong turbulence", J. Opt. Soc. Am., Vol. 68, No. 2, 167-169, 1978.
- [3] Frehlich, R. G., Wandzura, S. M., Hill, R. J., "Logamplitude covariance for waves propagating through very strong turbulence", J. Opt. Soc. Am. A/Vol. 4, 2158-2162, 1987.
- [4] Wang S. C. H., Plonus M. A., Ouyang C. F., "Irradiance scintillations of a partially coherent source in extremely strong turbulence," Appl. Opt. 18, 1133-1135 1979.
- [5] Andrews L. C., Phillips R. L., Hopen C. Y., Al-Habash M. A., "Theory of optical scintillation," J. Opt. Soc. Am. A 16, 1417-1429 1999.

- [6] Andrews L. C., Phillips R. L., Hopen C. Y., "Laser beam scintillation with applications," SPIE Press, 67-92, 2001.
- [7] Gerçekçioglu H., Baykal Y., Nakiboglu C., "Annular beam scintillations in strong turbulence", J. Opt. Soc. Am. A/Vol. 27, No. 8, 1834-1839, 2010.
- [8] Eyyuboglu H. T., Baykal Y., "Scintillations of cos-Gaussian and annular beams," J. Opt. Soc. Am. A 24, 156-162 2007.
- [9] Baykal Y., Eyyuboglu H. T., "Scintillation index of flattopped-Gaussian beams," Appl. Opt. 45, 3793-3797, 2006.
- [10] Baykal Y.,Eyyuboglu H. T., Cai Y., "Incoherent sinusoidal-Gaussian and annular beam scintillations", in XIV International Symposium on Atmospheric and Ocean Optics, G. G. Matvienko and V. A. Banakh, eds., Proc. SPIE, 6936, 69360B-1, 69360B-10, 2008.
- [11] Baykal Y., Eyyuboglu H. T., "Scintillations of incoherent flat-topped Gaussian source field in turbulence," Appl. Opt. 46, 5044-5050, 2007.
- [12] Baykal Y., Eyyuboglu H. T., Cai Y. "Scintillations of partially coherent multi Gaussian beams in turbulence," Appl. Opt. 48, 1943-1954, 2009.
- [13] Yao M., "Scintillation index of astigmatic annular beams in a turbulent atmosphere", Optik 120, 824-828, 2009.
- [14] Cai Y., Eyyuboglu H. T., Baykal Y., "Scintillation of astigmatic dark hollow beams in weak atmospheric turbulence", J. Opt. Soc. Am. A, Vol. 25, No. 7, 2008.
- [15] Gradshteyn I. S. and Ryzhik I. M., "Tables of Integrals, Series and Products", Academic Press, New York, 2000.