

BENZETİM-UYARTIM ARAYÜZÜNÜN AYRIK ZAMANDA KARARLILIK ANALİZİ

Dilek ÇADIRLI¹

Saffet AYASUN²

¹Fen Bilimleri Enstitüsü Elektrik-Elektronik Mühendisliği

Niğde Üniversitesi, 51100, Niğde

²Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü

Mühendislik-Mimarlık Fakültesi

Niğde Üniversitesi, 51100, Niğde

¹e-posta: dilek_cadirli@hotmail.com

²e-posta: sayasun@nigde.edu.tr

Anahtar sözcükler: Benzetim-Uyartım Arayüzü, Zaman Gecikmesi, Ayrık Zaman, Kararlılık

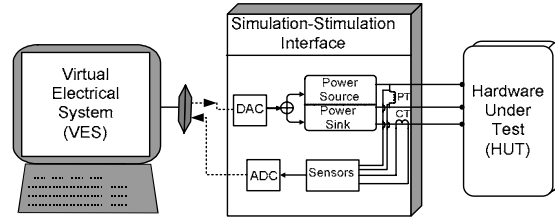
ÖZET

Bu çalışmada, elektrik donanımlarının geliştirilmesi ve test edilmesinde kullanılabilecek, elektrik donanımını bilgisayar programına bağlayan benzetim-uyartım arayüzünün kararlılık analizi sunulmuştur. Teorik kararlılık analizlerinde kullanılabilecek bir arayüz modeli geliştirilmiştir. Arayüz, lineer bir sisteme uygulanmış ve zaman gecikmesinin kararlılığa olan etkisi ayrık zamanda analiz edilmiştir.

1. GİRİŞ

Benzetim-Uyartım (Simulation-Stimulation) arayüzü mevcut elektrik donanımını, değişik çalışma koşulları altında performansını tespit etmek için bilgisayar programına bağlayan bir ünedir. Şekil 1'de gösterildiği üzere Sim-Stim ünitesi, test edilecek motor, jeneratör gibi ekipmanları (Hardware Under Test-HUT); bunların gerçek hayatta bağlı olduğu elektrik dağıtım sisteminin bilgisayar ortamında bulunan modeline (Virtual Electrical System-VES) entgre eden hibrid bir arayüzdür. Sim-Stim arayüzü analog olan HUT sistemini dijital olan VES sistemine bağlayan bir birimdir. Şekil 1'de gösterildiği üzere, Sim-Stim arayüzünde, sensörler, digital-analog çevirici (DAC), analog-digital çevirici (ADC) ve güç kaynağı olarak kullanılan güç elektroniği invertörü bulunmaktadır.

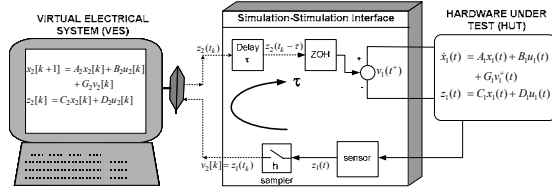
Şekil 1'de verilen test ünitesinin çalışması aşağıdaki biçimde özetlenebilir. HUT sistemine ait akım, gerilim ve güç gibi analog sinyaller ölçülür. Bu değerler, ADC ile digital sinyallere dönüştürülerek, HUT'un gerçekte bağlı olduğu dağıtım sisteminin bilgisayar modeline (VES) dijital (örneklenmiş) giriş sinyali olarak verilir. VES'de bulunan bilgisayar programı bu giriş sinyallerini modelde kullanarak dijital bir kontrol sinyali oluşturur. Bu sinyal daha sonra DAC tarafından analog sinyale çevrilerek HUT'u besleyen invertöre kontrol sinyali olarak gönderilir. Şekil 1'de verilen sistem; analog HUT, dijital VES ve Sim-Stim ünitesinden oluşan kapalı çevrim hibrid bir dinamik sistemdir.



Şekil 1. Sim-Stim arayüzünü gösteren test ünitesi.

Bilgisayar kontrollü sistemlerin yaygınlaşmasına paralel olarak, hibrid sistemlerin modellenmesi ve analizine olan ilgi artmaktadır. Hibrid dinamik sistem modeli, prototip ürün geliştirilmesi [1], bilgisayar destekli ve internet ağı üzerinden kontrol [2-4] gibi konularda yaygın olarak kullanılmaktadır. Şekil 1'deki verilen sistem kapalı çevrim bir sistem olduğundan, farklı çalışma koşulları altında sistem kararlılığının muhafaza edilmesi en önemli sorunlardan biridir. Sim-Stim ünitesine ait bazı parametreler tüm sistemin kararlılığını olumsuz yönde etkileyebilir. Bunlardan en önemli iki parametre, ADC'nin örnekleme periyodu ve haberleşme gecikmesi ile VES'deki geçecek simülasyon süresinden kaynaklanan toplam gecikme zamanıdır.

Bu çalışmada, parametreleri örnekleme periyodu ve zaman gecikmesi olan ve kararlılık analizlerinin teorik olarak yapılmasına imkan veren ideal bir Sim-Stim arayüz modeli geliştirilmiştir. Şekil 1'deki hibrid sistemin kararlılık analizi VES ve HUT sistemlerinin matematiksel modellerine bağlı olarak ayrık yada sürekli zamanda yapılabilir. Zaman gecikmesinin, kapalı çevrim sistem kararlılığına olan etkisi daha önce sürekli zamanda analiz edilmiştir [5]. Bu çalışmada ise, lineer bir HUT sistem modeli için Şekil 1'deki hibrid sistemin ayrık zaman durum denklem modeli elde edilmiş ve bu model kullanılarak zaman gecikmesi ve örnekleme periyodunun kararlılığa olan etkisi teorik olarak araştırılmıştır.



Şekil 2. (h, τ) -Sim-Stim arayüzünü gösteren lineer kapalı-çevrim hibrid dinamik sistem.

2. (h, τ) SIM-STIM ARAYÜZÜ

Şekil 1’de verilen Sim-Stim arayüzünün kararlılık analizlerinde kullanılabilecek bir matematiksel modelini elde etmek için çeviricilerin yapısı konusunda bazı varsayımlarda bulunmak zorunludur. Bu amaçla ADC’nin herhangi bir yaklaşıklık hatası içermeyen ve örnekleme periyodu (h) olan ideal bir örnekleyici olduğu varsayılmıştır. Diğer yandan DAC’nin ise pratikte çok kullanılan sıfırıncı dereceden bir tutucu (Zero-order-hold, ZOH) devre olduğu varsayılmıştır. Son olarak güç kaynağı ise ideal bir gerilim kaynağı olarak modellenmiştir.

Bu varsayımlara dayanarak geliştirilen Sim-Stim arayüzü Şekil 2’de gösterilmiştir. Ölçümlerden ve VES’de yapılan simülasyondan dolayı oluşacak toplam zaman gecikmesi (τ) ile ifade edilerek modele dahil edilmiştir. Arayüzün parametreleri örnekleme periyodu (h) ve zaman gecikmesi (τ) olduğundan, geliştirilen bu arayüz (h, τ) -Sim-Stim arayüzü olarak adlandırılmıştır. Şekil 2’de gösterildiği üzere ADC ve DAC’lerin çıkışlarını temsil eden v_1 ve v_2 sinyalleri ise aşağıdaki biçimde ifade edilebilir:

$$v_1(t^+) = z_2[kh - \tau] \times p(t), \quad t \in \{kh + \tau, k = 0, 1, 2, \dots\} \quad (1)$$

$$v_2[k] = z_1(t = t_k), \quad t_k = kh, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

Burada, $v_1(t^+)$ sadece $kh + \tau$ anlarında değişen ZOH’un çıkışındaki parçalı-sürekli gerilim sinyalidir. $p(t) = [u(t) - u(t - \tau)]$ ise genişliği örnekleme periyodu olan birim darbe sinyalini ifade etmektedir. Geliştirilen bu model kullanılarak, örnekleme periyodu (h) ve zaman gecikmesi (τ) cinsinden Şekil 2’de verilen VES, Sim-Stim arayüzü ve HUT’dan oluşan kapalı-çevrim hibrid dinamik sistemin kararlılık analizleri kolaylıkla yapılabilir.

3. AYRIK ZAMANDA KARARLILIK ANALİZİ VE KARARLILIK BÖLGESİ

Kapalı çevrim kararlılık analizleri yapabilmek için Şekil 2’de verilen hibrid sistemin ayrık zaman modelinin geliştirilmesi gerekmektedir. Şekil 2’deki test edilecek donanım (HUT) analog olduğundan bu donanımın dinamiği diferansiyel denklemlerle ifade edilebilir. Diğer yandan, test edilecek donanımın bağlı olacağı sistemin sanal modelinin (VES) fark (ayrık) denklemleri ile ifade edilmesi gerekmektedir. Şekil 2’den de görüleceği üzere, HUT ve VES’in lineer sistemler olması durumunda, her iki alt-sistemin

dinamiği aşağıda verilen durum uzay denklemleri ile tanımlanabilir.

HUT Modeli:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= [A_1]x_1(t) + [B_1]u_1(t) + [G_1]v_1^+(t) \\ z_1(t) &= [C_1]x_1(t) + [D_1]u_1(t) \end{aligned} \quad (3)$$

VES Modeli:

$$\begin{aligned} x_2[k+1] &= [A_2]x_2[k] + [B_2]u_2[k] + [G_2]v_2[k] \\ z_2[k] &= [C_2]x_2[k] + [D_2]u_2[k] \end{aligned} \quad (4)$$

Burada $x_1(t)$ ve $x_2[k] \in \mathfrak{R}^n$ HUT ve VES’e ait durum değişkenlerini $u_1(t)$ ve $u_2[k] \in \mathfrak{R}^p$ kontrol giriş sinyallerini; $z_1(t)$ ve $z_2[k] \in \mathfrak{R}^q$ çıkış değişkenlerini; $v_1(t)$ ve $v_2[k] \in \mathfrak{R}^p$ ise her iki alt-sisteme ait dahili giriş sinyallerini temsil etmektedir. A_i, B_i, C_i, D_i ve G_i matrisleri ise, $i = 1, 2$ olmak üzere uygun boyutlardaki sistem ve kontrol matrisleridir.

HUT ve VES alt-sistemleri arasında bulunan (h, τ) -Sim-Stim arayüzünün matematiksel modeli ise denklem (1)-(2)’de verilmiştir. Şekil 2’de verilen ve dinamiği denklem (1)-(4) ile tanımlanan hibrid sisteme ait ayrık zaman durum denklem modeli kolaylıkla elde edilebilir. Bunun için öncelikle arayüz örnekleme periyodu (h) kullanılarak denklem (3)’de verilen HUT modeline ait fark denklemi (ayrık zaman durum denklemi) elde edilir. Bu fark denklem modeli daha sonra denklem (1)-(2)’de verilen Sim-Stim arayüz modeli dikkate alınarak, VES’e ait denklem (4)’de verilen fark denklem modeli ile birleştirilir. Hibrid sisteme ait ayrık zaman durum denklem (fark denklem) modeli aşağıdaki gibi verilebilir.

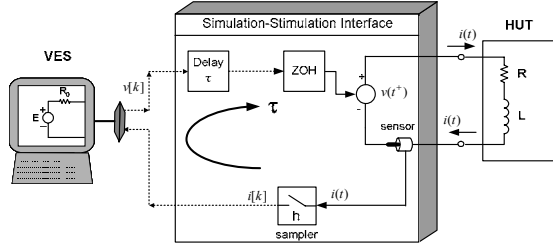
$$\begin{bmatrix} x_1[k+1] \\ x_2[k+1] \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}}_{[A_{aug}]} \begin{bmatrix} x_1[k] \\ x_2[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} \\ B_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1[k] \\ u_2[k] \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} z_1[k] \\ z_2[k] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1[k] \\ x_2[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} \\ D_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1[k] \\ u_2[k] \end{bmatrix}$$

Hibrid sistemin kararlı olabilmesi için $[A_{aug}]$ hibrid sistem matrisine ait bütün özdeğerlerin birim çember içerisinde yer alması zorunludur. Her iki alt-sistem (HUT ve VES) kararlı olsa bile, ikisinin arasında yeralan (h, τ) -Sim-Stim arayüzünden dolayı sistem kararsız olabilir. Özellikle, arayüz parametreleri olan zaman gecikmesi (τ) ve örnekleme periyodu (h) hibrid sistemi kararsız hale getirilebilir. Başka bir ifadeyle, $[A_{aug}]$ matrisinin özdeğerleri τ ve h ’ya bağlı olarak değişecektir. Hibrid sistemin kararlı olacağı (h, τ) değerlerini içeren bir kararlılık bölgesi $[A_{aug}]$ ’nin özdeğerleri incelenerek elde edilebilir. Bu kararlılık bölgesi aşağıdaki biçimde tanımlanmıştır.

$$S_H(h, \tau) = \{ (h, \tau) : |\lambda_i(A_{aug})| \leq 1 \text{ for } \forall i; i = 1, \dots, n+m \} \quad (6)$$

Burada λ_i hibrid sistem matrisinin özdeğerleridir.



Şekil 3. (h, τ) -Sim-Stim arayüzünün lineer bir sisteme uygulanması.

4. LİNEER SİSTEM UYGULAMASI

Bu bölümde, Sim-Stim arayüzü lineer bir sisteme uygulanmış ve arayüz parametrelerinin (h, τ) kararlılığa olan etkisi ayrıık zamanda teorik olarak analiz edilmiştir. Şekil 3'de analiz edilmekte olan lineer hibrid sistem verilmiştir. Bu şekilden de görüleceği üzere, (h, τ) -Sim-Stim arayüzü HUT olarak seçilen bir R-L empedansı, dahili direnci R_0 ve değeri E olan bir DC kaynağı bilgisayar modeline bağlamaktadır. Bu hibrid sistemin çalışması aşağıdaki gibi özetlenebilir. Önce R-L empedans akımı $i(t)$ ölçülür. Ölçülen bu analog sinyal ideal bir ADC (sampler) ile dijital $i[k]$ sinyaline dönüştürülür. VES sistemi her örnekleme anı k için, $i[k]$ sinyalini kullanarak dijital bir gerilim değeri hesaplar. Bu gerilim sinyali (τ) saniye kadar geciktirilerek ZOH bloğuna gönderilir. ZOH bloğu ise dijital gerilim sinyalini parçalı sürekli $v(t^+)$ analog gerilim sinyaline dönüştürerek R-L empedansını uygular.

Bu hibrid sistemin ayrıık zamanda teorik kararlılık analizlerini yapabilmek için sisteme ait fark denklemleri elde edilmelidir. R-L empedansından oluşan HUT'un dinamiği aşağıdaki diferansiyel denklem ile tanımlanmaktadır.

$$\frac{di(t)}{dt} = a i(t) + b v(t^+), \quad t \in [kh + \tau, (k+1)h + \tau] \quad (7)$$

Burada $a = -R/L$, $b = 1/L$ 'dir.

$v(t^+)$ gerilim kaynağı ise arayüzde bulunan sıfırncı dereceden tutucunun (ZOH) sağladığı çıkış sinyalidir. Bu gerilim, genliği $k = 0, 1, 2, \dots$ için sadece $kh + \tau$ örnekleme anlarında değişen ve genişliği örnekleme periyodu (h) olan darbe sinyallerinden oluşmaktadır. VES sistemi örneklenmiş $i[k]$ akımını kullanarak $v[k]$ gerilimini aşağıdaki biçimde hesaplamaktadır.

$$v[k] = -R_0 i[k] + E[k] \quad (8)$$

Denklem (7)'nin örneklenmiş çözümü olan $i[k]$ akımı denklem (8) ile birleştirildiğinde, zaman gecikmesinin örnekleme periyodundan küçük olduğu durumlarda $(\tau \leq h)$ hibrid sistemin ayrıık zaman durum denklemleri aşağıdaki biçimde tanımlanmaktadır [2, 3].

$$\begin{bmatrix} i[k+1] \\ v[k] \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \Phi - \Gamma_0 R_0 & \Gamma_1 \\ -R_0 & 0 \end{bmatrix}}_{[A_{aug}]} \begin{bmatrix} i[k] \\ v[k-1] \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \Gamma_0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{[B_{aug}]} E[k] \quad (9)$$

Burada

$$\Phi = e^{ah}; \Gamma_0 = \left(\int_0^{h-\tau} e^{as} ds \right) b; \Gamma_1 = \left(\int_{h-\tau}^h e^{as} ds \right) b \quad (10)$$

olarak verilmektedir.

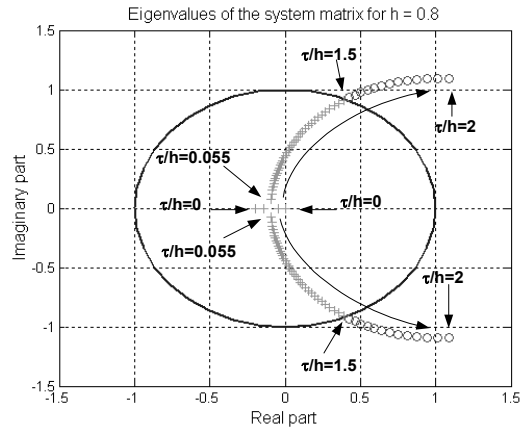
Gecikmenin bir örnekleme periyodundan büyük olduğu durumlarda $(0 < \tau < \ell h, \ell > 1)$ denklem (9)'da verilen $[A_{aug}]$ hibrid sistem matrisinde aşağıdaki biçimde değişiklik yapılması gerekmektedir.

$$[A_{aug}] = \begin{bmatrix} \Phi & \Gamma_1(\tau') & \Gamma_0(\tau') & \dots & 0 \\ 0 & 0 & I & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -R_0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Burada $\tau' = \tau - (\ell - 1)h$ olarak verilmiştir [2].

Hibrid sistemin kararlı olması için denklem (9) yada (11)'de verilen $[A_{aug}]$ sistem matrisinin bütün özdeğerlerinin birim çember içerisinde yer alması zorunludur. Dikkat edilecek olursa bu özdeğerler, hem (R, L, R_0) sistem ve hem de (h, τ) Sim-Stim arayüz parametre değerlerine bağlı olarak değişecektir.

Bir başka önemli gözlem ise zaman gecikmesinin değerine bağlı olarak hibrid sistem matrisinin boyutunun ve dolayısıyla özdeğerlerinin sayısının artmasıdır. Orijinal sistem sadece birinci dereceden bir sistem iken, hibrid sisteme ait ayrıık zaman durum denklem modelinin derecesi; Sim-Stim arayüzünden dolayı en az bir derece artmış bulunmaktadır. Burada orjinal sistemden kastedilen, Sim-Stim arayüzünün bulunmadığı ve R-L empedansının doğrudan bir DC kaynağına bağlı olduğu birinci mertebeden lineer R-L devredir.



$$R = 1.0\Omega, \quad L = 0.5H, \quad R_0 = 0.5\Omega$$

Şekil 4. $h = 0.8$ sn için zaman gecikmesindeki artışa göre $[A_{aug}]$ sistem matrisinin özdeğerlerinin değişimi.

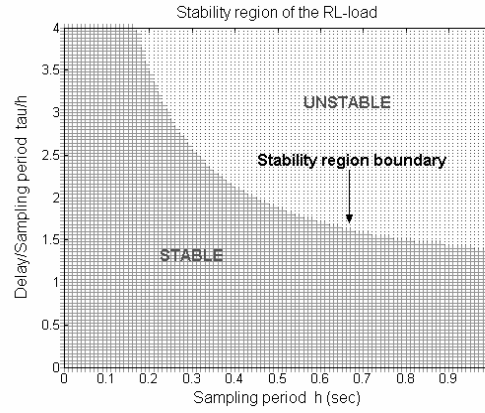
Hibrid sistemin, herhangi bir örnekleme periyodu (h) değeri için zaman gecikmesinin artması ile nasıl kararsız hale geldiği; $[A_{aug}]$ matrisinin özdeğerlerinin τ 'ya bağlı değişimi incelenerek belirlenebilir. Bu amaçla, örnekleme periyodu $h = 0.8$ sn olarak seçilmiş ve zaman gecikmesi $\tau = 0$ saniyeden başlayarak $\tau = 1.6$ saniyeye kademeli olarak artırılmıştır. Oran olarak bakıldığında $\tau/h = 0$ 'dan $\tau/h = 2$ 'ye artırılmıştır. Şekil 4 $[A_{aug}]$ matrisinin özdeğerlerinin $R = 1.0\Omega$, $L = 0.5H$, $R_0 = 0.5\Omega$ parametre değerleri için bu artışa bağlı olarak nasıl değiştiğini göstermektedir. Bu şekilde de görüleceği üzere $\tau/h = 0.055$ değerinde, iki reel özdeğer önce birleşerek tek bir özdeğer haline gelmekte, daha sonra ise ikiye ayrılarak kompleks eşlenik özdeğerler olmaktadır. $\tau/h = 1.5$ olduğunda bu iki özdeğer birim çemberi kesmekte ve gecikmenin artması ile birim çember dışına çıktıklarından dolayı sistem kararsız hale gelmektedir.

5. KARARLILIK BÖLGESİ

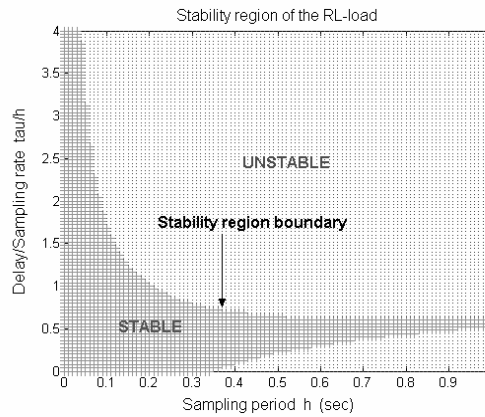
Hibrid sistemin kararlı olacağı (h, τ) değerlerini içeren bir kararlılık bölgesi $S_H(h, \tau)$, belli bir aralıkta seçilen her h değeri için $[A_{aug}]$ matrisinin özdeğerlerinin τ 'ya göre değişimi incelenerek elde edilebilir. Şekil 5'de $R = 1.0\Omega$, $L = 0.5H$, $R_0 = 0.5\Omega$ için elde edilmiş bir kararlılık bölgesi verilmiştir. Alt kısımdaki taralı alan sistemin kararlı olacağı (h, τ) arayüz parametre değerlerini vermektedir. Böyle bir bölge, verilen bir örnekleme periyodu için kapalı çevrim sistemin kararsız hale gelmeden tolere edebileceği maksimum zaman gecikme değerini belirleme de faydalı olmaktadır. Şekil 6 ise $R = 1.0\Omega$, $L = 0.5H$, $R_0 = 3\Omega$ için aynı kararlılık bölgesini göstermektedir. Şekil 5'de verilen bölge ile karşılaştırıldığında, R_0 direncinin artması ile kararlılık bölgesinin küçülmesi ve bölgenin şeklinin değişmekte olduğu görülmektedir. Başka bir ifadeyle, verilen bir h değeri için sistem daha küçük τ değerlerinde kararsız hale gelmektedir.

6. SONUÇ

Bu çalışmada, donanım testi amacı ile tasarlanan ve analog bir sistemi, dijital bilgisayar ortamına bağlayan Benzetim-Uyartım (Sim-Stim) arayüzünün kararlılık analizi yapılmıştır. Teorik kararlılık analizlerinde kullanılacak parametreleri örnekleme periyodu ve zaman gecikmesi olan bir arayüz modeli geliştirilmiştir. Bu model, lineer bir sisteme uygulanmış ve ortaya çıkan kapalı çevrim hibrid sistemin ayrık zaman durum denklem modeli geliştirilmiştir. Bu modele ait özdeğerlerin incelenmesi ile zaman gecikmesinin hibrid sistemin kararlılığını nasıl etkilediği kararlılık bölgesi yardımı ile belirlenmiştir. Elde edilen bölge, Sim-Stim arayüzünün dizaynında seçilebilecek ve sistemin kararlı olacağı arayüz parametrelerini vermektedir.



Şekil 5. $R = 1.0\Omega$, $L = 0.5H$, $R_0 = 0.5\Omega$ kararlılık bölgesi.



Şekil 6. $R = 1.0\Omega$, $L = 0.5H$, $R_0 = 3\Omega$ için kararlılık bölgesi.

KAYNAKLAR

- [1] A. Monti, R. Dougal, B. Pettus, and S. Santi, "High level virtual prototyping with hardware in the loop," *Proc. of International Workshop on Virtual and Intelligent Measurement Systems*, Annapolis, MD, April 2000.
- [2] K. J. Astrom and B. Wittenmark, *Computer Controlled Systems: Theory and Design*, 3rd Edition, Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1997.
- [3] W. Zhang, M. S. Branicky, and M. Phillips, "Stability of networked-control systems," *IEEE Control System Magazine*, pp.84-99, Feb. 2001.
- [4] G. C. Walsh, H. Ye, and L. G. Bushnell, "Stability analysis of networked control systems," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 10, no.3, pp. 438-446, May 2002.
- [5] S. Ayasun, "Elektrik cihazlarının testi için benzetim-uyartım (simulation-stimulation) arayüzü ve bunun kararlılık analizi," *ELECO'2004*, 8-12 Aralık 2004, Bursa, pp. 47-51.