

Sonlu Darbe Tepkili (SDT) Süzgeç Tasarımı için Yeni Bir Pencereleme Fonksiyonu

A New Window Function for FIR Filter Design

Derya Çevik Taşdemir¹, Prof. Dr. Arif Nacaroğlu²

Elektrik Elektronik Mühendisliği Bölümü
Gaziantep Üniversitesi

¹deryaceviktasdemir@gmail.com

²arifl@gantep.edu.tr

Özet

Sonlu Darbe Tepkili (SDP) Sayısal Süzgeç Tasarımında Fourier Seriler kullanılarak elde edilen katsayıların pencerelemesi için mevcut pencere fonksiyonlarına alternatif yeni bir pencere fonksiyonu önerilmiştir. Önerilen fonksiyon temel olarak Gauss Penceresi ve Hamming Penceresi üzerinde çalışılarak elde edilmiş bir pencere fonksiyonudur. Bu iki pencere fonksiyonunun birleştirilmesi ve etkili değiştirge sayısının artırılması ana kulak darlığının ve yan kulak büyüklüğünün daha fazla değişken üzerinden kontrol edilmesini kolaylaştırmıştır. Bir çok sayısal örnek üzerinde çalışmalar yapılarak uygun sayısal katsayı değerlerinin bulunması amaçlanmıştır. Önerilen pencere fonksiyonu farklı süzgeç tipleri, farklı pencere uzunlukları v.b. üzerinde denenmiş, çalıştırılan örneklerden önerilen pencere fonksiyonun özellikle yan kulak eğrilerinde kullanılan mevcut pencere fonksiyonlarına kıyasla daha verimli olduğu gözlemlenmiştir.

Anahtar kelimeler: Pencere fonksiyonları, Gauss Penceresi, Hamming Penceresi, Sonlu Darbe Tepkili Süzgeç Tasarımı.

Abstract

A new window function proposed to calculate the FIR filter coefficients obtained by using Fourier Series Method. In basic, proposed window is a modified version of Gaussian Window Function and Hamming Window Function. Combination of these windows has resulted with more parameters which mean the controlling of window function is more flexible. To find the optimum values of the parameters some numerical examples are studied. From the result of these examples it has been clearly shown that; a new window function gives narrower main lobe and less amplitude side lobes.

Keywords: Window functions, Gaussian Window, Hamming Window, Finite Impulse Response (FIR) Filter design

1. Giriş

Pencere fonksiyonları sayısal devre tasarımlarında ve uygulamalarında yaygın olarak kullanılmaktadır. Sayısal

süzgeç tasarımında temel iki analitik yaklaşım vardır. Sonlu ve sonsuz darbe tepkili tasarımlar olarak bilinen süzgeç şekillerinde sayısal yaklaşım metoduna karşı bir seçenek olarak Fourier Serilerin kullanımı temel bir yöntem olmuştur. Özellikle Sonlu Darbe Tepkili (SDT) Sayısal Süzgeçlerde önerilen kazanç eğrilerine en yakın kazancın elde edilmesi sadece yüksek dereceli süzgeçler tasarlanmasına değil ancak aynı süzgeç uzunluğu (N) için daha uygun pencere fonksiyonlarının bulunmasına da bağlıdır.

Esas olarak sonsuz Fourier katsayılarının kullanımıyla ideale yaklaşıma olasılığı artan geçiş işlevlerinde, katsayıların sayılarının azaltılarak aynı ya da daha iyi kazanç eğrilerinin elde edilmesini sağlayan pencere fonksiyonlarının özellikle spektrumlarının darbe fonksiyonuna yaklaşması umulur. Bu çalışmada spektrumu darbe fonksiyonuna daha çok benzeyen Gauss ve Hamming pencere fonksiyonlarının birleştirilmesi ile daha iyi bir pencere fonksiyonu elde edildiği görülmüştür. Önerilen pencere fonksiyonu sayısal bir çok örnek ile denenmiş ve kazanç eğrileri karşılaştırılarak pencerenin verimliliği tartışılmıştır.

2. Önerilen Pencere Fonksiyonu

Zaman domeninde esas olarak Gauss eğrisine benzeyen pencere fonksiyonu ile dörtgen pencere fonksiyonunun gelişmiş hali olan Hamming pencere fonksiyonu birleştirilerek yeni bir pencere fonksiyonu elde edilmiştir.

Temel olarak Gauss ve Hamming pencere fonksiyonları Denklem 1 ve Denklem 2 de gösterilmiştir.

$$w(n) = e^{(-1/2)*(\kappa*n/(N/2))^2} \quad (1)$$

$$w(n) = 0.54 - 0.46\cos(2\pi(n/N)) \quad (2)$$

Burada, N+1 pencere uzunluğunu ifade etmektedir ve n değeri $-N/2 \leq n \leq N/2$ aralığında tam sayı olarak değişmektedir. Esas olarak spektrumlarının yapısı ile doğrudan ilişkili olan

verimlilikleri (1) ve (2) numaralı denklemlerde verilen pencere fonksiyonlarının uygun şekilde ve aynı denklem içinde kullanılmasının daha iyi sonuç ortaya koyacağı temelinden yola çıkılarak,

$$w(n) = \cos(\pi(n/N))^\eta * \alpha^{\beta(n/N)^2} \quad (3)$$

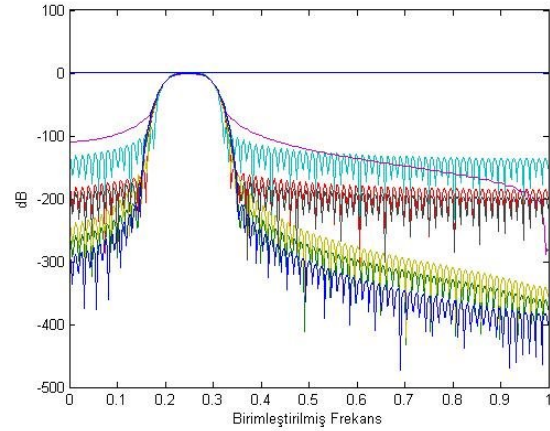
denklemleri ile verilen pencere fonksiyonunun çeşitli süzgeç tasarımlarında uygulanması incelenmiştir. 3 değişken ile şekillendirilebilen bu pencere fonksiyonu hem daha dar spektruma hem de daha düşük yan kazanç eğrisine sahiptir.

2.1. İdeal Bant Geçiren Süzgecin Bazı Pencere Fonksiyonları ile Elde Edilen Kazanç Eğrileri

Bu bölümde 3 numaralı denklem ile verilen 3 değiştirilgenli pencere fonksiyonunun, pencere uzunluğu sabit tutularak, farklı değiştiriciler için, farklı süzgeç çeşitlerine uygulanması ve sonuçların kıyaslanması amaçlanmıştır.

Gauss ve Hamming Pencere Fonksiyonlarının değiştirilerek birlikte kullanılması ile elde edilen yeni pencere fonksiyonunda Gauss özelliğini veren e sayısı α ile değiştirilerek fonksiyonun 3 değişkenli olması ve ana kulak ve yan kulaklarının darlık ve genliklerinin birbirinden bağımsız olarak kontrol edilebilmesi sağlanmıştır.

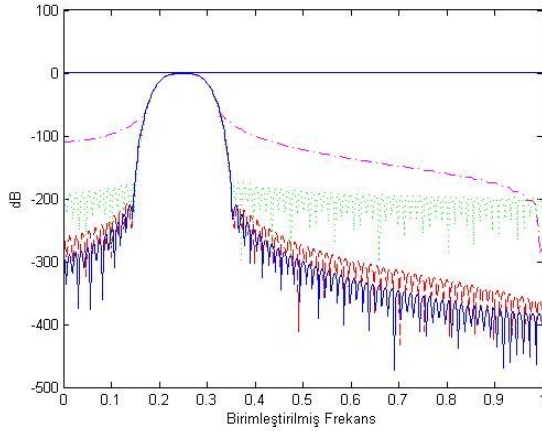
Bu çalışmada, önerilen pencere fonksiyonunun kalitesi pencere fonksiyonunun spektrumunun incelenmesinden çok bu fonksiyonun ideal süzgeç örneklerine uygulanması ile ortaya çıkan sonuçlarla incelenmiştir. α , β , η olarak belirtilen üç değerin farklı sınırlar içinde değiştirilmesi ile her 3 tip ideal süzgeç karakteristiklerinde kontrol edilebilir değişiklikler olduğu gözlemlenmiştir. İdeal bir bant geçiren süzgeç üzerinde çeşitli pencere fonksiyonları denenmiş ve var olan fonksiyonlar içinde Blackman Penceresinin diğerlerine göre ideale daha yakın sonuç verdiği gözlemlenmiştir. Buradan yola çıkılarak (3) numaralı denklem ile önerilen pencere fonksiyonunda η değeri Blackman Penceresinin verdiği optimum ana kulak eğrisini sağlayacak şekilde seçilmiştir. Seçilen bu değer ile oluşturulan bant geçiren eğrinin yan kulak genlikleri kıyaslanmıştır. Aynı süzgeç, aynı uzunlukta bazı farklı pencere fonksiyonlarıyla da elde edilmiş ve hem ana kulak hem yan kulak genliklerini gösteren grafikler Şekil 2.1’de verilmiştir.



Şekil 2.1. Önerilen Pencere Fonksiyonunun Mevcut Pencere Fonksiyonları ile Kıyaslanması

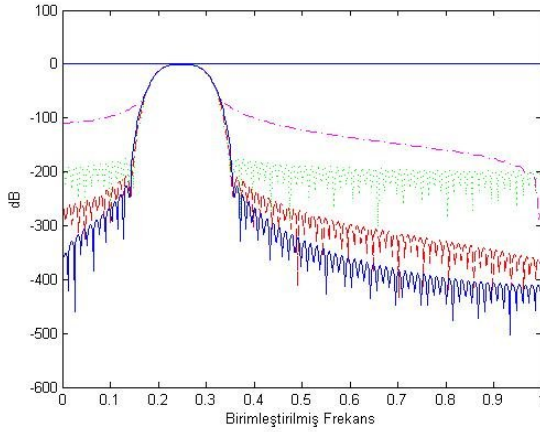
Şekil 2.1’ de Blackman Pencere Fonksiyonu (yeşil), Hamming Pencere Fonksiyonu (kırmızı), Kaiser Pencere Fonksiyonu (açık mavi), Bartlett Pencere Fonksiyonu (mor), Gauss Pencere Fonksiyonu (siyah) olarak gösterilmiştir ve bu şekilde dikey eksen dB cinsinden kazanç (kayıbı) göstermektedir. Bu çalışmada önerilen pencere fonksiyonu farklı ideal süzgeç kazanç eğrileri için denenmiş ve hepsinde benzer sonuçlar elde edilmiştir. Şekil 2.1’ de verilen örnek, geçirme frekansı örnekleme frekansının 1/8’i, band genişliği örnekleme frekansının 1/20’si ve pencere uzunluğu 151 olan bir band geçiren süzgeçtir.

α , β ve η değerlerinin belirli sınırlar içerisinde arttırılıp-azaltılması önerilen pencere fonksiyonu ile tasarlanan bant geçiren süzgecin ana kulak ve yan kulak eğrilerinde değişime sebep olmuştur. Bu değişimin gözlemlenebilmesi için Şekil 2.1’ de verilen süzgeç şartları aynı tutularak η değeri 2.4 olarak alınmış ve tasarlanan süzgecin kazanç eğrileri Şekil 2.2’ de verilmiştir. $\eta = 3$ için elde edilen kazanç eğrileri de Şekil 2.3’ te gösterilmiştir. Aynı değişiklikler geniş bir aralıkta α ve β değerleri için de yapılmış ve elde edilen sonuçlardan α değerinin 2 ve β değerinin 8 alınması durumunda önerilen pencere fonksiyonunun diğer pencere fonksiyonlarına kıyasla ideale daha yakın bant geçiren süzgeç karakteristiği verdiği gözlemlenmiştir.



Şekil 2.2. $\eta = 2.4$ için Farklı Pencere Fonksiyonları ile Elde Edilen Bant Geçiren Süzgeç Karakteristiklerinin Kıyaslanması

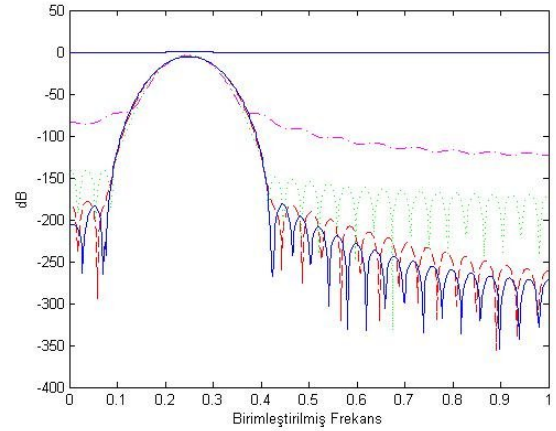
Grafiklerde; Bartlett Pencere Fonksiyonu (---) mor çizgi, Gauss Pencere Fonksiyonu (.....) yeşil çizgi, Blackman Pencere Fonksiyonu (----) kırmızı çizgi, önerilen pencere fonksiyonu (___) mavi çizgi ile belirtilmiştir.



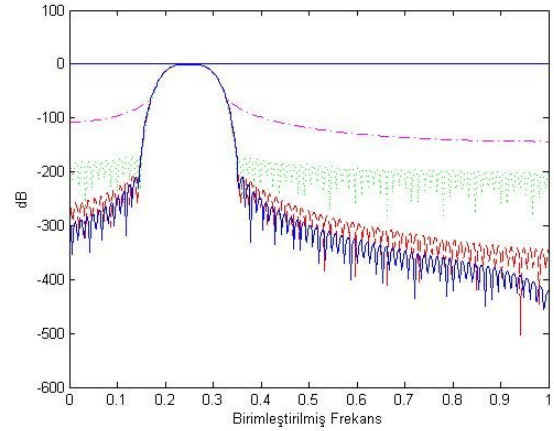
Şekil 2.3. $\eta = 3$ için Farklı Pencere Fonksiyonları ile Elde Edilen Bant Geçiren Süzgeç Karakteristiklerinin Kıyaslanması

2.2. Önerilen Pencere Fonksiyonunda Farklı Pencere Uzunluklarının Kullanılması

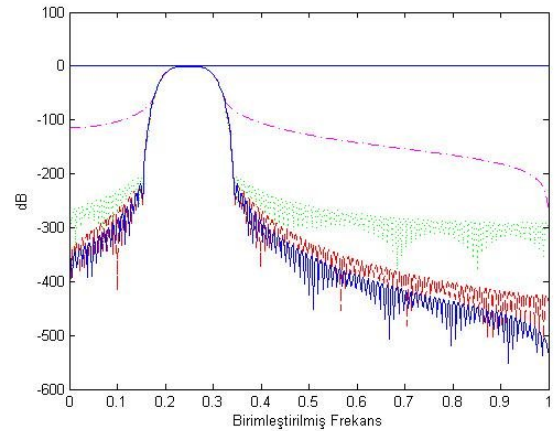
Önerilen pencere fonksiyonunun bant geçiren süzgeç üzerindeki verimliliğini incelenmek amacıyla α için 2, β için 8 ve η için 2.4 optimum değerler alınarak; 3 farklı pencere uzunluğunda, önerilen pencere fonksiyonun en çok kullanılan diğer pencere fonksiyonları ile kıyaslanması yapılmıştır. Sonuçlar Şekil 2.4, 2.5 ve 2.6. da gösterilmiştir.



Şekil 2.4. N+1=51 için Önerilen Pencere Fonksiyonunun Diğer Pencere Fonksiyonları ile Kıyaslanması



Şekil 2.5. N+1=151 için Önerilen Pencere Fonksiyonunun Diğer Pencere Fonksiyonları ile Kıyaslanması

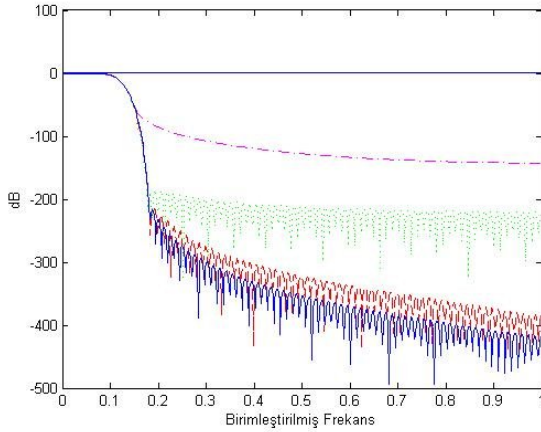


Şekil 2.6. N+1=202 için Önerilen Pencere Fonksiyonunun Diğer Pencere Fonksiyonları ile Kıyaslanması

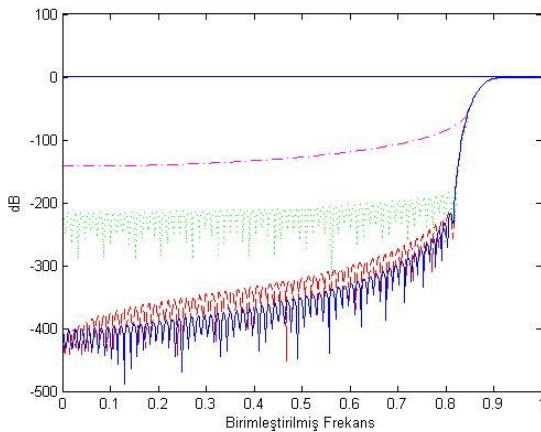
Şekil 2.4 2.5 ve 2.6'dan, önerilen pencere fonksiyonunun diğer pencere fonksiyonlarına kıyasla, yan kazanç kulak eğrileri bakımından farklı pencere uzunluklarında da daha başarılı olduğu görülmektedir. Yani pencere uzunluğunun değişmesinin, önerilen pencere fonksiyonunun başarısını etkilemediği gözlemlenmiştir.

2.3. Önerilen Pencere Fonksiyonunun Farklı Süzgeç Tasarımlarında Kullanılması

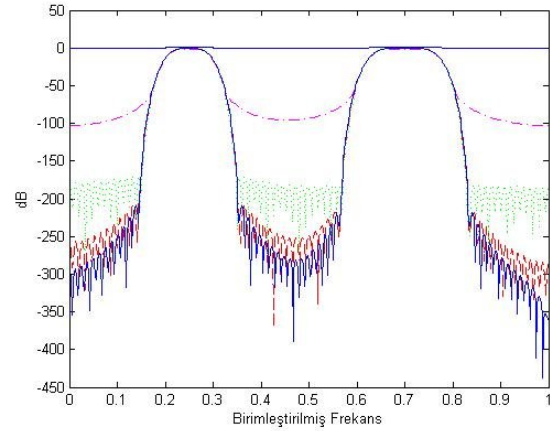
Bu bölümde alçak geçiren, yüksek geçiren ve çift bant geçiren süzgeç tasarımlarında önerilen pencerenin kullanılması ile elde edilen kazanç eğrilerinin bilinen pencere fonksiyonlarıyla elde edilen kazanç eğrileri ile kıyaslanması yapılmıştır. Her üç örnek için de α değeri 2, β değeri 8 ve η değeri 2.4 olarak seçilmiştir. Kıyaslanmanın sağlıklı olabilmesi için süzgeç uzunlukları 151 olarak alınmıştır. Sonuçlar sırasıyla Şekil 2.7, Şekil 2.8. ve Şekil 2.9 da gösterilmiştir.



Şekil 2.7. Farklı Pencere Fonksiyonları ile Tasarlanan Alçak Geçiren Süzgeç Kazanç Eğrilerinin Kıyaslanması



Şekil 2.8: Farklı Pencere Fonksiyonları ile Tasarlanan Yüksek Geçiren Süzgeç Kazanç Eğrilerinin Kıyaslanması



Şekil 2.9. Farklı Pencere Fonksiyonları ile Tasarlanan Çift Bant Geçiren Süzgeç Kazanç Eğrilerinin Kıyaslanması

Şekil 2.7, 2.8 ve 2.9'da, önerilen pencere fonksiyonunun farklı pencere uzunluklarında da, en çok kullanılan Bartlett, Gauss, Blackman pencere fonksiyonlarına kıyasla, farklı süzgeç tasarımlarında da özellikle yan kazanç eğrileri bakımından daha başarılı olduğu görülmektedir. Denemelerin ışığında, kullanılan süzgeç tipinin, süzgeç uzunluğunun değişmesinin önerilen pencere fonksiyonunun başarısını olumsuz olarak etkilemediği sonucuna varılmıştır.

3. Sonuçlar

Bu çalışmada, sonlu darbe tepkili süzgeç tasarımlarında halen kullanılmakta olan pencere fonksiyonlarına farklı bir seçenek olarak Gauss ve Hamming Pencere fonksiyonlarının değiştirilmesi ve harmanlanması ile elde edilen yeni bir pencere fonksiyonu önerilmiştir. Önerilen pencere fonksiyonu farklı pencere uzunluklarında (N+1), farklı süzgeç tiplerinde ve çeşitli sayısal örnekler üzerinde denenmiştir. Önerilen fonksiyonun özellikle yan kazançlarının düşürülmesinde oldukça başarılı olduğu gözlemlenmiştir.

4. Kaynaklar

- [1] Avcı K, Nacaroğlu A "Cosh window family and its application to FIR Filter Design", *Science Direct*, 2009
- [2] Antoniou A. Digital Signal Processing: signal, systems and filters. Newyork: Mc Graw Hill
- [3] Avcı K, Nacaroğlu A. Cosine hyperbolic window family with its application to FIR filter design. In Proceedings of the 3rd interbational conference on information and communication Technologies: from theory to applications (ICTTA '08), Damascus, Syria, 2008. p. 289-90
- [4] Schlichtharle D. Digital filters: basic and design. Heidelberg: Springer; 2000
- [5] Dolph CL. A current distribution for roadside arrays which optimizes the relationship between beamwidth and side-lobe level. Proc IRE 1946;35-48