PARABOLİK YANSITICI ANTEN YÜZEYLERİ İÇİN ELEKTRİK Alan İntegral eşitliği uygulaması

Nursel AKÇAM¹ K. Cem NAKİBOĞLU² M.Cengiz TAPLAMACIOĞLU³

^{1,2,3}Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Gazi Üniversitesi, 06570, Maltepe, Ankara ¹e-posta:ynursel@gazi.edu.tr ²e-posta: cemnak@gazi.edu.tr ³e-posta: taplam@gazi.edu.tr

Anahtar sözcükler: Parabolik yasıtıcılar antenler, EAIE, MM.

ABSTRACT

The method of analysis presented in this study is based on the EFIE (Electric Field Integral Equation). The solution obtained here is limited to single-face parabolic reflectors. The objectives of this work are: (a) these antennas are limited to applications where the main dish diameter is 10 and 20 wavelengths. The present formulation is independent of antenna diameter, and it constitutes the first exact solution for the radiation fields form these type of antennas. (b) Evaluation of approximate methods of analysis. Since a correctly implemented EFIE model can be considered "exact" the accuracy of the other techniques can be evaluated. This includes examining high frequency optical methods which is PO (Physical Optics) results.

1. GİRİŞ

Daha önce yapılan çalışmalarda MM (Moment Metodu) yöntemi ile elektromanyetiğin bir çok zor problemi çözülmüştür. MM'u çeşitli anten tiplerine de uvgulanmıştır [1,2]. MM yaklaşımı ile EAİE'nin (Elektrik Alan İntegral Eşitliği) kullanımı ise ışıma ve saçılım yapan yapılar ve yüzeyler için tel bölütler ile modellenip MM/tel yaklaşımı olarak gösterilmiştir [3]. Kapalı yüzeyler için basit bir yaklaşım kullanılarak bilinmeyen yüzey akımları, sinüssel yüzey akımları kullanılarak bulunmuştur [4]. Dönel simetrik yüzeyler ise açısal alt bölünmelerle (BOR metodu) çözülüp [5], bu yaklaşım (MM/BOR yaklaşımı olarak ifade edilir) EAİE ile kullanılmıştır [6]. Ayrıca model yansıtıcılar içinde BOR yaklaşımla MM çözümü uygulanmıştır [7]. Büyük yüzeyler için MM'da yansıtıcı yüzey N tane eşit akım kaynağı ile temsil edilerek modellenmiş ve FO (Fiziksel Optik) ve GKT (Geometrik Kırınım Tekniği) ile birlikte kullanılmıştır. Üç boyutllu MM analizi UAY (Uzak Alan Yaklaşımı) tekniği ile birlikte incelenip 10-20 dalga boyunda eksenel simetrik ve ofset (kirişli ve kirişsiz) yansıtıcı antenlere uygulanmıştır. Işıma örüntüleri ve yüzey akımları UAY'li MM ve orijinal MM ile hesaplanmış ve her iki metodun da benzer sonuçlar verdiği görülmüştür [8,9].

Bu çalışmada, tek yüzlü parabolikler için ışıma örüntüleri çizilmiş ve sonuçlar (MM) FO ile karşılaştırılmıştır. Yansıtıcı konturlarını birleştirmek için kullanılan optik metotların elektriksel küçük antenlere uygulandığında bile hala etkili olduğu görülmüştür. Parabolik yansıtıcı antenlerin analizi için ortak olarak kullanılan asimptotik metotların düşük frekanslarda da kullanılabilinir olduğu gözlenmiştir.

2. BOR VE KOORDİNAT SİSTEMİ

Şekil 1'de gelen bir düzlemsel dalga tarafından uyarılan mükemmel iletken BOR için uzak yayılan alanı ve elektrik yüzey akımı bulunur. Şekilde p, ø, z eğrisel koordinat sistemidir. Ayrıca u_t , u_{ϕ} sırasıyla t ve φ yönlerinde dik birim vektörlerdir. Koordinat orjini BOR'un ekseni üzerindedir, fakat Şekil 1'de olduğu gibi düşük kutupta gerekli değildir. Şekil 2, gelen düzlemsel dalganın yayılım vektörü k_t 'yi uzak vavılan alanda gözlenen alıcı koordinatları θ_r , ϕ_r cinsinden ve alıcıdan (θ_r , ϕ_r) orjine doğru yürüyen farazi ölçüm düzlemsel dalgasının yayılım vektörü k_r yi ifade eder. Dikkat edilirse vericinin ϕ koordinati sıfırdır ve k_t xz-düzlemindedir. Şekil 2'de u^t_{θ} , u^t_{ϕ} , u^r_{θ} ve u_{ϕ}^{r} sırasıyla θ_{t} , y, θ_{r} , ve ϕ_{r} yönlerinde birim vektörlerdir. Alanlar, 0 polarizeli gelen bir düzlemsel dalga için;

$$\underline{\mathbf{E}}^{i} = \underline{\mathbf{U}}_{\theta}^{t} \mathbf{k} \mathbf{n} e^{-\mathbf{j}\mathbf{k}.\mathbf{r}}$$

$$\underline{\mathbf{H}}^{i} = (\underline{\mathbf{k}}_{i} \times \underline{\mathbf{U}}_{\theta}^{t}) e^{-\mathbf{j}\mathbf{k}.\mathbf{r}}$$
(1)

şeklinde benzer biçimde ϕ polarizeli gelen bir düzlemsel dalga için;

$$\underline{\mathbf{E}}^{i} = \underline{\mathbf{U}}_{\phi}^{t} \mathbf{k} \mathbf{n} e^{j\underline{\mathbf{k}}\cdot\mathbf{r}}$$

$$\underline{\mathbf{H}}^{i} = (\underline{\mathbf{k}}_{t} \times \underline{\mathbf{U}}_{\phi}^{t}) e^{j\underline{\mathbf{k}}\cdot\mathbf{r}}$$
(2)

şeklindedir. Burada \underline{E}^{i} gelen elektik alanı, \underline{H}^{i} gelen mağnetik alanı (alt çizgiler fazör olduğunu)

göstermektedir. Yarıçap vektörü (orjinden) r, yayılım sabiti k ve karakteristik empedans n'dir.

Düzlemsel dalga, hem S üzerindeki t ve ϕ yönlerinde yönlendirilmiş elektrik yüzey akımlarındaki hem de θ_r ve ϕ_r yönlerinde yönlendirilmiş uzak yayılan alanlardaki yükselmeyi vermektedir [10].



Şekil 1. BOR ve koordinat sistemi



Şekil 2. İletken BOR'un düzlemsel dalga yayılımı

3. EAİE FORMÜLASYONU

 E^{i} gelen alan, E^{s} anten yüzeyleri ve kirişlerinden yayılan alan olmak üzere, toplam alan

$$\underline{\mathbf{E}} = \underline{\mathbf{E}}^{1} + \underline{\mathbf{E}}^{s} \tag{3}$$

olarak ifade edilir [11]. Yayılan alan, S üzerinde yüzey akımı J ve S üzerinde yüzey şarjı σ terimlerinde ifade edilebilir. Manyetik vektör potansiyel <u>A</u> ve skalar potansiyel Φ olmak üzere;

$$\underline{\mathbf{E}}^{\mathrm{s}} = -\mathbf{j}\mathbf{w}\underline{\mathbf{A}} - \nabla\Phi \tag{4}$$

$$\underline{\mathbf{A}} = \mu \int \int_{\mathbf{s}} \underline{\mathbf{J}} e^{j\mathbf{k}\mathbf{r}} / (4\pi \mathbf{R}) \, \mathrm{ds}$$
 (5)

$$\Phi = 1/\epsilon \iint_{s} \sigma e^{-jkr} / (4\pi R) \, ds \tag{6}$$

akım ve süreklilik eşitliği ile bağımlıdırlar.

$$\sigma = -\nabla \cdot \underline{J}/(j\omega) \tag{7}$$

ortamın ε iletkenlik, μ geçirgenlik ve ω açısal frekansıdır. Harmonik zaman faktörü e^{j ω t}, R yayıcı yüzey S üzerinde alan noktasından kaynak noktasına olan uzaklıktır.

Yansıtıcı bir iletkendir, bu nedenle toplam alanın teğetsel bileşeni sıfır olmalıdır.

$$\underline{\underline{E}}^{i}\big|_{tan} = \underline{\underline{E}}^{s}\big|_{tan} \tag{8}$$

Operatör tanımından;

$$L(\underline{J}) = (j\omega \underline{A} + \nabla \Phi) \big|_{tan}$$
⁽⁹⁾

olur. Bu durumda EAİE kısaca aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$L(\underline{J}) = \underline{E}^{i} \big|_{tan} \tag{10}$$

Herhangi bir yönde hesaplanabilen yayılan alan <u>J</u> akımı için eşitlik (10)'dan çözülebilir.

4. EAİE'NİN MM İLE ÇÖZÜMÜ

EAİE herhangi bir iletken cisme uygulanabilir. Bundan dolayı bütün yansıtıcı problemi, bütün açıların ve frekansların geçerli olduğu basit bir metot ile çözülebilir. MM [12] formülasyonu yansıtıcı antenlerde yayılımı bulmak için birinci gerçek çözümü tayin eder. Metot, herhangi bir geometriye uygulanabilir olmasına rağmen bazı problemler için, çözümün karmaşıklığını azaltmak için bir çok kısıtlamalar getirir.

Bu çalışma için, yansıtıcı yüzeyler eksenel olarak simetrik alınmıştır.

MM [13] lineer cebirsel eşitlikler, eşitlik (10) için kullanılır. Elemanları ile bir <u>Z</u> empedans matrisi;

$$Z_{ij} = \langle \underline{W}_i, L(\underline{J}_j) \rangle \tag{11}$$

olarak tanımlanır. Benzer biçimde elemanları ile bir \underline{V} voltaj vektorü;

$$\mathbf{V}_{i} = \langle \underline{\mathbf{W}}_{i}, \underline{\mathbf{E}}^{i} \big|_{tan} \rangle \tag{12}$$

$$\underline{\mathbf{I}} = \underline{\mathbf{Z}}^{-1} \, \underline{\mathbf{V}} \tag{13}$$

Akımın kesin hesabı için, akımın akacağı yüzey üzerindeki bütün noktalardan temel fonksiyonlar geçmelidir. Eşitlik (10)'nun çözümünde (11) eşitliğindeki iç çarpımın alınması gerekir. Bu da empedans elamanı \underline{Z}^{ss} elde edilmesini sağlar. İndis s yüzeyi ifade eder.

5. ANTEN GEOMETRİSİ İÇİN YÜZEY EMPEDANSI HESABI

Yansıtıcı yüzeylerinin BOR olduğu farzedilip koordinat sistemi (t, ϕ) tanımlanır (Şekil 1). Burada t çizilen eğri boyunca değişen yayboyu (arclength) ve ϕ azimuthal açıdır.

Herhangi bir gelişigüzel akım için, iki bağımsız temel fonksiyon aşağıdaki gibi yazılır.

 $\underline{J}_{nj}^{t} = \underline{t}T_{j}(t) \ e^{jn\phi} / \rho , \quad j=1,2,3,...,NP-2$ (14)

$$\underline{J}^{\phi}_{nj} = \underline{\phi} P_j(t) \ e^{jn\phi} /\rho j \ , \ j=1,2,3,\dots, NP-1$$
(15)

Burada n=0, ±1, ±2,...∞, t ve ϕ Şekil 1'de tanımlandığı gibi sırasıyla t ve ϕ yönlerinde birim vektörlerdir. T_j(t) üçgen fonksiyon ve P_j(t) darbe fonksiyondur. Alt indis j açılım fonksiyonun indeksidir ve 1'den ya NP-2'ye yada NP-1'e kadar değişen değerler alır (çizilen eğri boyunca bütün noktaların sayısıdır). j karmaşık sabit (-1)^{1/2} dir. Eşitlik (15)'de pj, t=t_j noktasında hesaplanan p'dur (darbenin merkez noktasıdır). Bu açılım fonksiyonları kenarlı cisimlerin sonlarında da geçerlidir. Çünkü t-yönüne yönlendirilmiş akımlar sıfıra yanaşır, ϕ -yönüne yönlendirilmiş akımlar giderek büyürler. BOR akımı aşağıdaki ifadeyle verilir.

$$\underline{\mathbf{J}} = \Sigma_{n} \Sigma_{j} \left(\mathbf{I}_{nj}^{t} \, \underline{\mathbf{J}}_{nj}^{t} + \mathbf{I}_{nj}^{\phi} \, \underline{\mathbf{J}}_{nj}^{\phi} \right)$$
(16)

Test fonksiyonları, akımların karmaşık eşlenikleri olarak tanımlanırlar.

$$\underline{W}_{mi}^{t} = \underline{t}T_{i}(t) e^{-jm\phi} / \rho, \quad i=1,2,\dots, NP-2$$
(17)

$$\underline{W}^{\phi}_{mi} = \underline{\phi} P_{i}(t) e^{-jm\phi} /\rho i, i=1, 2, \dots, NP-1$$
(18)

Akım durumda azimuthal indeks $m=0, \pm 1, \pm 2, ..., \infty$ değerlerini alır.

$$(Z^{pq}_{mn})_{ij} = \int_{s} \underline{W}^{p}_{mi} \cdot [j\omega \underline{A} (\underline{J}^{q}_{nj}) + \nabla \Phi (\underline{J}^{q}_{nj})] ds \qquad (19)$$

ifadesiyle tanımlanır. Burada p ve q, t veya ϕ olabilirler. Bu sonuçlar yüzey empedansı (Z^{ss}) elemanlarının dört tipini verir; Z^{tt} , $Z^{t\phi}$, $Z^{\phi t}$ ve $Z^{\phi \phi}$. Yüzey diverjans teoreminin kullanılmasıyla gradyent işlemi ortadan kaldırılır.

$$(Z^{pq}_{mn})_{ij} = j\omega \int \int_{s} \left[\underline{W}^{p}_{mi} \cdot \underline{A}(\underline{J}^{q}_{nj}) - 1/(j\omega)(\nabla_{s} \cdot \underline{W}^{p}_{mi})\Phi(\underline{J}^{q}_{nj}) \right] ds$$
(20)

Hem <u>A</u> hem de Φ yüzey integrali içerirler. Böylece eşitlik (20)'nin hesabı dört kat integralle gerçekleşir. Temel fonksiyonlarda üstel faktörlerin diklik özelliğinden dolayı empedans elemanları m≠n için sıfırdır [14]. Akımın ve test fonksiyonlarının bütün kombinasyonları için eşitlik (20)'nin hesaplanması gerekir.

6. PARABOLİK YANSITICI

Çok iyi bilinen tek yüzlü yansıtıcı anten, dönel simetrik paraboliktir. MM'u parabolikleri analiz etmek için genellikle kullanılmaz. Çünkü bir çok pratik tasarım için parabolikler dalga boyu terimlerinde oldukça büyüktürler. Örneğin 100 λ çaplı bir parabolik yaklaşık 500 üretilen eğri noktası ve 1000×1000'lik matris çözümüne gereksinim duyar. Bu da işlem yükü gerektirir. Şekil 3'de parabolik yansıtıcı geometrisi görülmektedir. Şekilde, D açıklık çapı, f odak uzunluğu ve ψ_v kenar açısıdır. Yüzey sanki ana ışın $\theta=0^\circ$ yönünde yayılıyormuş gibi ortalanmıştır. Çünkü z-yönünde verilmiş besleme darbe işareti yansıtıcı antenler için küresel dalga biçiminin kullanılmasını gerektirir.

$$\underline{\mathbf{E}}^{i} = \{\underline{\boldsymbol{\theta}} \cos \phi \, \mathbf{F}_{\mathrm{E}}(\boldsymbol{\theta}) + \underline{\phi} \sin \phi \, \mathbf{F}_{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\theta})\} \, \mathrm{e}^{\mathrm{j} \mathrm{k} \mathrm{R}} / \, \mathrm{R}$$
(21)

Burada θ =90° ve 180° 'dir. F_E ve F_H fonksiyonları sırasıyla ϕ =0 ve ϕ =90° düzlemlerindeki besleme örüntüsünü ifade eder. Küresel kaynağın +z yönünde ışıma yaptığı ve anten koordinat sisteminin ortasında olduğu kabul edilir.

Şekil 4 MM ile hesaplanmış 10 λ çaplı bir parabolik antenin E-düzlemi ışıma örüntüsünü göstermektedir. Karşılaştırma için Şekil 5 FO ile hesaplanmış 10 λ çaplı bir parabolik antenin E-düzlemi ışıma örüntüsünü göstermektedir [15]. Her iki şekil için ϕ =0, F_E = F_H =cos θ , D=10 λ , f/D=0.4, olarak alınmıştır. Işıma

örüntüsü $0 \le \theta \le 90^{\circ}$ sadece yansıtıcı çanak içindir.

 $90^{o} \le \theta \le 180^{o}$ açılarda ise, yansıtıcının ileri yönde saçılımını ve birincil alanın toplamını içeren bir ışıma örüntüsüdür.



Şekil 3. Parabolik yansıtıcı geometrisi

Benzer sonuçlar 20 λ çaplı bir parabolik anten için Şekil 6 ve Şekil 7 'da verilmiştir ($\phi=0^{\circ}$, $F_E=F_H=\cos\theta$, D=20 λ , f/D=0.4). H- düzlemi ışıma örüntüleri 10 λ çaplı anten için Şekil 8 ve Şekil 9'da, 20 λ çaplı anten için Şekil 10 ve Şekil 11'de verilmiştir ($\phi=90^{\circ}$, $F_E=F_H=\cos\theta$, D=10 λ , f/D=0.4). Bütün durumlarda f/D=0.4 ve besleme fonksiyonları $F_E=F_H=Cos\theta'$ dır. E_{θ} , E-düzleminde ($\phi=0^\circ$) ve E_{ϕ} , H-düzleminde ($\phi=90^\circ$) çizilir. Toplam alan ise yansıtıcıdan yayılan ve besleme tarafından ışınlanan alanların toplamı olarak çizilir. Kazancın tepe değeri her iki metot içinde aynıdır (0.075dB). En önemli fark, ileri yarıkürede E-düzleminde yan hüzme zarfındaki azalma oranıdır. Arka yarıkürede besleme yansıtıcının gölgesindedir. MM'nun şeklin yapısını iyi tahmin ettiği fakat FO edemediği (FO yansıtıcı kenarları için doğrudüzgün hesaplama yapamadığı) görülmektedir. Oysa kenar akımları, bu bögede alanı elde etmek için kullanılır [16]. Bilhassa arka hüzme seviyesi olmak üzere, seviyeler oldukça doğrudur.



Şekil 4. MM ile hesaplanmış 10 λ parabolik yansıtıcı için E-alan örüntüsü (E_{max}= 11.76 v/m)



Şekil 5. FO ile hesaplanmış 10 λ parabolik yansıtıcı için E-alan örüntüsü , (E_{max}=11.66v/m)



Şekil 6. MM ile hesaplanmış 20 λ parabolik yansıtıcı için E-alan örüntüsü (E_{max} = 23.32 v/m)



Şekil 7. FO ile hesaplanmış 20λ parabolik yansıtıcı için E-alan örüntüsü (E_{max} = 23.33 v/m)



Şekil 8. MM ile hesaplanmış 10 λ parabolik yansıtıcı için H-alan örüntüsü (E_{max} = 11.76 v/m)



Şekil 9. FO ile hesaplanmış 10 λ parabolik yansıtıcı için H-alan örüntüsü (E_{max} = 11.66 v/m)



Şekil 10. MM ile hesaplanmış 20 λ parabolik yansıtıcı için H-alan örüntüsü (E_{max} = 23.32 v/m)



Şekil 11. FO ile hesaplanmış 20λ parabolic yansıtıcı için H-alan örüntüsü (E_{max} =23.33v/m)

7. SONUÇ

Daha önce yapılan çalışmalarda, empedans matrislerinin çözümü bilgisayar kapasitesini zorlaması söz konusu idi. Matrislerinin çözümü için farklı bir yöntem kullanıldı. Bu yöntemle çözüm için matris sayısı azaltıldı ve önceki çalışmalarla benzer sonuçlar elde edildi.

MM ve FO kullanılarak hesaplanan ışıma örüntülerinin karşılaştırılmış, her iki metot da küçük vansıtıcılar icin uvgun ve benzer sonuclar vermistir. Kücük vansıtıcılar icin FO metodunun doğruluğu önemli bir husustur. Çünkü MM bile dönel simetrik vansıtıcıların örüntülerinin hesaplanmasında FO ile rekabet durumundadır. Bu çalışma, FO metodunun küçük antenlerin analizi için rahatlıkla kullanılabilir olduğu göstermiştir. Ayrıca bir çok mühendislik uygulamalarında da kullanılabilen bir metottur. Sonuç olarak, parabolik yansıtıcı antenlerin analizi [17,18] için ortak olarak kullanılan asimptotik metotların, düşük frekanslarda da kullanılabilinir olduğu gözlenmiştir.

KAYNAKLAR

- [1] Harrington R. F., Field computation by Moment methods, MACMILLAN, NewYork, 1968.
- [2] Mittra R., Computer tecniques for electromagnetics, OXFORD: Pergamon, 1973.
- [3] Chao H. H. and Strait B. J., Computer programs for radiation and scattering by arbitrary configurations of the bent wires., AFCRL-70-0374, Syracuse, NY, 1970.
- [4] Wang N. N., Richmond J. H., and Gilreath M. C., "Sinusoidal reaction formulation for radiation and scattering from conducting surfaces., IEEE TRANS. ANTENNAS PROPAGAT., Vol.AP-37 No.3, pp.376-382, 1975.
- [5] Mautz J. R. and Harrington R. F., "Radiation and scatterring from bodies of revolution.", APPL. SCI. RES., Vol.20, pp.405, 1969.
- [6] Mautz J. R. and Harrington R. F., H-field, E-field and combined field solutions for body of revolution, SYRACUSE UNIV. Syracuse, NY, Tech. Rep. TR-77-2, 1977.

- [6] Barclay M. R. and Rusch W. V. T., "Moment method analysis of large, axially symmetric reflector antennas using entire-domain functions., IEEE TRANS. ANTENNAS PROPAGAT., AP-39, No.6, pp.491, 1991.
- [7] McCowen A., The modelling of small reflector antennas using a 3D Moment method analysis, NATIONAL CONFERENCE ON ANTENNAS AND PROPAGAT. Conf. Publ. No.461, pp.324-327, 1999.
- [8] McCowen A., Efficient 3D Moment method analysis for reflector antennas using a far-field approximation technique, IEE PROC. MICROW. ANTENNAS PROPAGAT, Vol.146, No.1, pp.7-12, 1999.
- [9] Shaeffer J. R. and Medgyesi-Mitschang L. N., Radiation from wire antennas attached to bodies of revolution: The junction problem., IEEE TRANS. ANTENNAS PROPAGAT., Vol.AP-29, No.3, pp.479, 1981.
- [10] Sun E. Y. and Rusch W. V. T., EFIE timemarching scattering from bodies of revolution and its aplications, IEEE TRANS. ANTENNAS PROPAGAT., Vol.42 No.3, pp.418, 1993.
- [11] Harrington R. F., Matric methods for field problems, PROC. IEEE, Vol.55, No.2, pp.136, 1967.
- [12] Jenn D. C., Application of integral equation theory to reflector antenna analysis., A DISSERTATION Presented to the Faculty of the Graduate Scholl University of South California, 1987.
- [13] Bancroft R., Understanding electro-magnetic scattering using the Moment method, ARTECH HOUSE, 685 Canton Street Norwood, MA, 020602, 1996.
- [14] Rusch W. V. T. and Potter P. D., Analysis of reflector antennas., ACADEMIC PRESS, New York, 1970.
- [15] Rusch W. V. T., Modified ring currents to treat axial caustics and slope diffraction in edge diffraction analysis, ELECTRONICS LETTERS, Vol.17, No.21,pp.801, 1981.
- [16] Jenn D. C. and Rusch W. V. T., An E- field integral equation solution for the radiation from reflector antennas with struts., IEEE TRANS. ANTENNAS PROPAGAT., Vol.37, No.6, pp.683 1989.
- [17] Hasselmann F. J. V. and Felsen L. B., Asymptotic analysis of parabolic reflector antennas, IEEE TRANS. ANTENNAS PROPAGAT., Vol.AP-30, No.4, pp. 667, 1982.
- [18] Jenn D. C. and Rusch W. V. T., Low side lobe reflector synthesis and design using resistive surface., IEEE TRANS. ANTENNAS PROPAGAT., Vol.AP-39, No.9, p.1372, 1991.