DARBE ŞEKİLLENDİRİCİ FİLTRE TASARIMINDA YENİ BİR YAKLAŞIM

Selva Muratoğlu ÇÜRÜK[1], Yalçın TANIK[2]

Elektrik Elektronik Mühendisliği Bölümü

Orta Doğu Teknik Üniversitesi, 06531 Ankara

[1]e-posta: cselva@metu.edu.tr [2]e-posta: tanik@metu.edu.tr

ÖZET

Bu çalışmada, PAM temelbant veya darbant iletişim sistemleri almaçlarının zaman seyirme duyarlılığına dayanan yeni bir ölçüt önerilmiştir. Bu ölçüt, zaman seyirme varyansının ve göz kapanma oranı rms değerinin çarpımı olarak tanımlanmıştır. Ölçüt kullanılarak, "duobinary", "modified duobinary" ve "dicode" gibi bilinen bazı işaretleşme yöntemlerinin karşılaştırılması yapılmıştır. Bu karşılaştırma için yükseltilmiş kosinüs, değiştirilmiş yükseltilmiş kosinüs, doğrusal ve değiştirilmiş doğrusal süzgeçler kullanılmıştır. Buna ek olarak, iletişim sistemlerinin zaman seyirme duyarlılığını en aza indirgeyecek, kolay gerçeklenebilir bir darbe tasarım yöntemi geliştirilmiştir. Tasarlanan yeni darbe şekillerinin, özellikle yüksek düşme faktörleri için, diğer geleneksel süzgeçlere kıyasla daha iyi bir başarıma sahip oldukları gösterilmiştir.

Anahtar sözcükler: *Göz Kapanma Oranı, Zaman Seyirme Varyansı, Kısmi Yanıt Sinyali*

1. GİRİŞ

Sayısal telekomünikasyon sistemlerindeki temel sınırlamalardan biri almaçlarda geri kazanılan saat işaretindeki zaman seyirmesi ve buna bağlı olarak hata başarımındaki kötüleşmedir. Bu nedenle, literatürde seyirme varyansı teorik sınırlara yakınlaşan başarılı eşzamanlama yöntemleri önerilmiştir. Eşzamanlama hataları örnekleyici çıkışında da kötüleşmeye sebep olur. Örnekler, kaçınılmaz zamanlama hatasının doğuracağı simgelerarası girişimden etkileneceklerdir. Bu etkiyi azaltmanın en kolay yolu, iletişim spektral verimliliğini azaltma pahasına, örnekleme öncesi bant genişliğini arttırmaktır. Bir diğer yöntem, optimum örnekleme noktasında göz kapanma oranını azaltarak simgelerarası girişimi kabul edilebilir bir seviyenin altında tutacak bir darbe şekli tasarlamaktır.

Bu bildiride, iki etkiyi birleştiren yeni bir ölçüt önermekteyiz: Bu ölçüt, [1, 2] de tanımlanan, zaman seyirme varyansının Cramer-Rao sınırı ve göz kapanma oranı rms değerinin çarpımı olarak tanımlanmıştır. Biz bu ölçütü azaltmanın iyi bir almaç başarım göstergesi olmasını beklemekteyiz. Basit bir ölçüt tanımlamamızdaki amaç, bu ölçütün iletişim sistemlerinde kullanılacak darbe şekillerinin tasarımında kullanılabilmesidir. Çalışmamızın matematiksel gelişiminde, kullanılan pek çok iletişim yolunu gösterebilen PAM tipi sistem modelini kullandık.

2. SİSTEM

PAM tipi işaretleşme sistemlerinde, toplanır gürültüyü ihmal edersek, alınan işaretin formu

$$r(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} a_k h(t - kT) \qquad (1)$$

şeklindedir. Burada veri sembolleri a_k'ların sıfır ortalamalı, varyansı bir, bağımsız özdeşçe dağılmış oldukları varsayılmaktadır. Uygulamaya Kısmi Yanıt Sinyali (KYS) [3] de eklenirse, *h(t)* nin Fourier dönüşümünü şöyle ifade ederiz:

$$H(f) = C(f)G(f) \qquad (2)$$

Burada *G(f)* in Nyquist-I kriterini sağlayan, *(1+θ)/2T* ile sınırlı, θ düşme faktörü ($0 \le \theta \le 1$), gerçek ve simetrik bir darbe olduğu varsayılmaktadır. Kullanılan darbelere ait *G(f)* bağıntısı aşağıda verilmiştir.

$$G(f)=\begin{cases} 1 & |f|\le \frac{1-\theta}{2T} \\ G_i(f) & \frac{1-\theta}{2T}\le |f| \le \frac{1+\theta}{2T} \\ 0 & |f|\ge \frac{1+\theta}{2T} \end{cases} \tag{3}$$

Yükseltilmiş kosinüs, değiştirilmiş yükseltilmiş kosinüs, doğrusal ve değiştirilmiş doğrusal darbelere ait bağıntılar sırasıyla verilmiştir:

$$\begin{aligned} G_{i_YK}(f) &= \cos^2 \frac{\pi}{2\theta}\left(fT-\frac{1-\theta}{2}\right) \\ G_{i_DYK}(f) &= \cos^2 \frac{\pi}{2} fT \\ G_{i_D}(f) &= 1-\frac{1}{\theta}\left(fT-\frac{1-\theta}{2}\right) \\ G_{i_DD}(f) &= 1-fT \end{aligned} \tag{4}$$

KYS polinomunu gösteren sayısal süzgeç

$$\begin{aligned} C(f) &= c(D)\,|_{D=\exp(-j2\pi fT)} \\ c(D) &= \sum_{n=0}^{m} c_n D^n \end{aligned} \tag{5}$$

şeklinde tanımlanmıştır. Burada $\{c_n\}$ sıfır olmayan örnek değerlerini simgelemektedir ve $\{m+1\}$ sıfırdan farklı tüm örnekleri kapsayan sürekli örneklerin en küçük sayısıdır. Bu bildiride kullanılan KYS lere ait polinomlar Tablo 1 de verilmiştir.

Tablo 1. Kısmi Yanıt Sinyallere ait polinomlar

Sinyaller	**Polinomlar**
Tüm Yanıt	$c(D) = 1$
"Duobinary"	$c(D) = 1 + D$
"Modified Duobinary"	$c(D) = 1 - D^2$
"Dicode"	$c(D) = 1 - D$

3. ÖLÇÜT

Alınan sinyal *r(t)* nin güç spektral yoğunluğu $N_0/2$ olan toplanır beyaz Gauss gürültüsü ile karıştığını göz önüne alarak, ulaşılabilir en düşük zaman seyirme varyansı Cramer-Rao sınırıyla verilmiştir:

$$\sigma_\tau^{\,2} \ge \frac{1}{J_{nn}} \tag{6}$$

J_{nn}, köşegen elementleri aşağıda verilen Fisher enformasyon matrisidir:

$$J_{nn} = \frac{2}{No}\int_{nT}^{(n+M)T} E\{|\frac{\partial s(t-\tau,a_k)}{\partial t}|^2\}dt\cdot \tag{7}$$

MT, *nT* ile başlayan gözlem aralığının boyudur. Veri sembolleri a_k lar bağımsız ve varyansları bir olduklarından, kolaylıkla gösterilebilir ki

$$J_{nn} = \frac{2}{No}\int_{nT}^{(n+M)T}\sum_k |h'(t-kT-\tau)|^2\, dt \tag{8}$$

$$J_{nn} = \frac{2M}{No}\int_{-\infty}^{\infty}|h'(t)|^2 dt \tag{9}$$

Parseval ilişkisi ile

$$J_{nn} = \frac{2M}{No}(2\pi)^2\int_{-\infty}^{\infty}|fC(f)G(f)|^2 df \tag{10}$$

bağıntısını elde ederiz.

Faz seyirmesine karşı dirençli olabilmek için, göz diyagramının örnekleme anında kapanma oranının yavaş olması gerekmektedir. Göz kapanma oranı için uygun bir ölçüt [1] de verilmiştir:

$$\beta(\theta) = \sum_{k=-\infty}^{\infty}(h'(kT))^2\cdot \tag{11}$$

Bu ifadede, β nın küçük olması örnekleme anında kapanma oranının düşük olduğunu göstermektedir. [1] de verilen basamakları takip edersek, aşağıda verilen eşitliğe ulaşırız:

$$\beta(\theta) = \frac{8\pi^2}{T}\int_0^{1/2T}\left[\begin{array}{c} G(f)|fC(f)|- \\ G(1/T-f)\phi_\theta(1/T-f)|(1/T-f)C(1/T-f)| \end{array}\right]^2 df$$

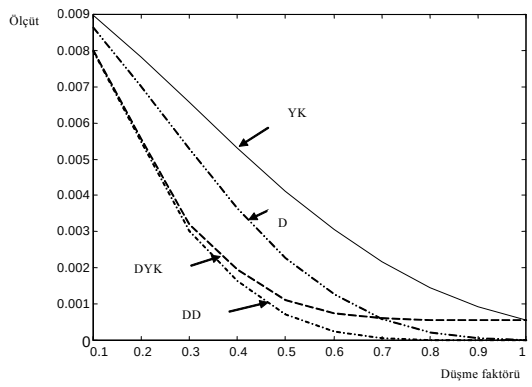
$$\phi_\theta(f) = \begin{cases} 1 & 0\le |f| \le \frac{1+\theta}{2T} \\ 0 & elsewhere \end{cases} \tag{12}$$

(9) ve (11) u kullanarak tanımladığımız, zaman seyirme varyansı ve göz kapanma oranının bileşik etkisi için önerdiğimiz ölçütü aşağıda vermekteyiz:

$$F = \frac{1}{J_{nn}}\beta \le \sigma_\tau^{\,2}\beta \tag{13}$$

$$F = \frac{No\sum_k |h'(kT)|^2}{2M\int_{-\infty}^{\infty}|h'(t)|^2 dt} \tag{14}$$

Tanımlanan ölçütü kullanarak yükseltilmiş kosinüs, değiştirilmiş yükseltilmiş kosinüs, doğrusal ve değiştirilmiş doğrusal süzgeçlerin Tüm Yanıt ve KYS sistemlerde başarımlarını inceledik. Şekil 1 de, "dicode" için farklı darbelere ait düşme faktörüne bağlı ölçüt grafikleri kıyaslama amaçlı verilmiştir. Bütün sistemlerde, değiştirilmiş süzgeçlerin sürekli süzgeçlere kıyasla daha iyi başarım gösterdikleri ve doğrusal süzgeçlerin yükseltilmiş kosinüs süzgeçlerinden daha düşük ölçüt değerine sahip oldukları görülmüştür.



Şekil 1. "Dicode" için düşme faktörüne bağlı ölçüt grafikleri.

4. YENİ DARBE ŞEKİLLERİ

Değiştirilmiş süzgeçler daha başarılı olsa da, spektrumlarındaki süreksizlik, gerçekleştirilmelerini zorlaştırır. Bu nedenle, bizim amacımız, bilinen sürekli darbelere kıyasla daha iyi zaman seyirme başarımına sahip gerçeklenebilir bir darbe tasarlamaktır.

G(f) darbesinin, daha önce belirtildiği gibi, gerçek, simetrik ve *(1+θ)/2T* ile sınırlı, Nyquist-I kriterini sağladığı varsayılmaktadır. Düzgün köşeler için bu noktalardaki türevin sıfır olması gerekmektedir. Daha fazla pürüzsüzlük istenirse yüksek dereceli türevlerin de sıfır olması sağlanmalıdır. Ancak, bu özgürlük derecesini azaltacaktır, bu nedenle çalışmamızda sadece ilk türev şartını sağladık.

Darbe (1/2T, 1/2) noktasında tek simetrikdir, bu nedenle Taylor serisini kullanırken, sadece tek güçlerini kullandık. Böylece darbe spektrumunun ifadesi

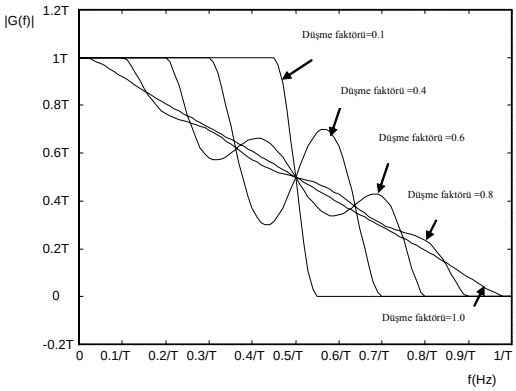
$$G(f)=\begin{cases} 1 & |f|\le \dfrac{1-\theta}{2T} \\ \sum\limits_{i=odd} c_i (f-1/2T)^i + 1/2 & \dfrac{1-\theta}{2T}\le |f| \le \dfrac{1+\theta}{2T} \\ 0 & |f|\le \dfrac{1+\theta}{2T} \end{cases} \tag{15}$$

şeklindedir. Daha yüksek terimlerin ölçüt üzerindeki etkisinin ihmal edilecek kadar küçük olduğu saptandığından, polinom derecesi 11 olarak seçilmiştir.

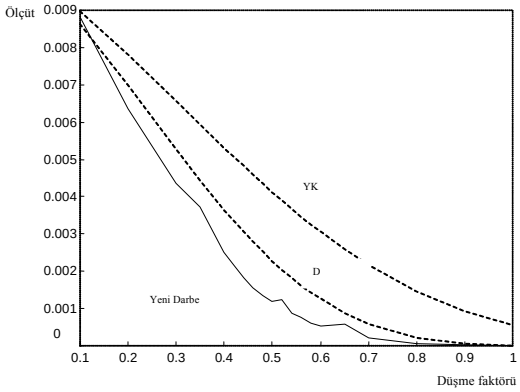
Birleşimsel optimizasyon problemleri için kullanılan yöntemler genelde yerel komşu aramalarına dayanmaktadır. Bu nedenle bu metodlar yerel bir optimuma saplanma eğilimindedirler ve sonuç başlangıç noktasına çok bağlıdır. Kullandığımız "Simulated Annealing" ise, sonucu kötüleştiren değişmelere kontrollü ve olasıksal şekilde izin vererek bu tür problemleri engellemeye çalışmaktadır [5, 6]. Bu metod, darbe tasarımında ölçütü minimize edecek Taylor serisi açılım katsayılarını bulmak için kullanılmıştır. Daha önce belirtilen sınırlamalar, iterasyonlar sırasında bağımsız değişkenlerin sayısının azaltılmasında etkin olmuşlardır.

5. BULGULAR

Belirtilen tüm sistemler için tasarlanan darbe şekilleri benzerlik göstermiştir. Şekil 2, "duobinary" sistemler için farklı düşme faktörlerine ait bulunan darbelerin spektrumlarını göstermektedir. 0.3 den büyük düşme faktörleri için spektrumun geçiş kısmının oldukça salınımlı olması dikkat çekicidir. Şekil 3 ise, "dicode" sistemler için ölçütün düşme faktörüne göre grafiğini göstermektedir. Görüldüğü gibi, özellikle orta ve yüksek düşme faktörleri için yeni darbe diğerlerine göre oldukça iyi başarıma sahiptir. Tablo 2 de "dicode" için zaman seyirme varyansı, göz kapanma oranı ve ölçüt değerleri farklı düşme faktörleri için verilmiştir. Ölçütte görülen azalmadaki başlıca etkenin düşük β değeri, yani düşük göz kapanma oranı olduğu gözlemlenmiştir. Yeni darbe için seyirme varyansında da bir düşüş vardır, ancak bu pek önemli değildir. Ancak, bu gözlem β nın tek başına en aza indirgenebileceği anlamına gelmemektedir. Seyirme varyansını göz önüne alınmadan yapılacak bir optimizasyon, bu parametrenin yüksek olduğu darbeler doğurabilir.



Şekil 2. Duobinary için bulunan darbenin spektrumları, G(f).



Şekil 3. "Dicode" için yükseltilmiş kosinüs, doğrusal ve yeni darbenin düşme factörüne bağlı ölçüt grafiği.

Tablo 2. "Dicode için" zaman seyirme varyansı, göz kapanma oranı ve ölçüt değerleri.

Roll-off factor		0.2	0.5	0.8
σ^2	YK	0.00001122	0.00001328	0.00001398
	D	0.00001177	0.00001383	0.00001359
	Yeni Darbe	0.00001190	0.00001311	0.00001301
β	YK	697.5362	310.3334	104.2590
	D	593.8956	164.6250	15.5852
	Yeni Darbe	534.7113	90.9277	3.4131
F	YK	0.007825	0.004199	0.001457
	D	0.006992	0.002276	0.000211
	Yeni Darbe	0.006362	0.001191	0.000044

6. SONUÇ

Bu çalışmada zaman seyirme varyansının Cramer-Rao sınırı ve göz kapanma oranı rms değerinin çarpımı olarak tanımlanmış yeni bir ölçüt önerdik. Önerilen ölçüt kullanılarak yeni darbeler tasarlanmıştır. Bu yeni sınıf darbeler, kolayca gerçeklenebilir ve zamanlama hatalarına daha dirençli olma özelliğine sahiptirler. Buradaki ana gelişmenin düşük göz kapanma oranından kaynaklandığı gözlemlenmiştir, bu azalmanın da darbe spektrumlarındaki salınımlı geçişten kaynaklandığına inanmaktayız.

KAYNAKLAR

[1] A. Grami and S. Pasupathy, "Pulse shape, excess bandwidth, and timing error sensitivity in PRS Systems", *IEEE Transaction on Communication*, vol.35, pp. 475-480, April 1987.

[2] T. Alberty, "Frequency domain interpretation of the Cramer-Rao Bound for carrier and clock synchronization", *IEEE Transaction on Communication,* vol.43, pp. 1185-1191, April 1995.

[3] S. Haykin, *Communication Systems,* 4th ed., John Wiley & Sons, New York, 2000.

[4] H. L. van Trees, *Detection, Estimation and Modulation Theory,* Part I. John Wiley & Sons, New York, 1968.

[5] P. J. M. van Laarhoven and E. H. L. Aarts, *Simulated Annealing: Theory and Applications,* D. Reidel, Lancaster, 1987.

[6] E. Aarts and J. Korst, Simulated Annealing and Boltzmann Machines: A Stochastic Approach to Combinatorial Optimization and Neural Computing, Wiley, New York, 1989.