GÜVENLİ BİLGİ İLETİŞİMİNDE KULLANILABİLECEK YENİ BİR KAOTİK ÇEKİCİ

Bildiri Konusu (3. İletişim Kuramı Ve Teknikleri, Kaotik Sistemler)

İHSAN PEHLİVAN YILMAZ UYAROGLU
Sakarya Üniversitesi, Elektrik Elektronik Müh. Bölümü, Esentepe Kampusü, Sakarya
ihsan333@yahoo.com uyaroglu@sakarya.edu.tr

Özet:

Bu makalede, bilgisayar programları ile yapılan sayısal simülasyonlar ve araştırmalar sonucu bulunan üç boyutlu ikinci dereceden otonom adi diferansiyel denklemler formundaki yeni bir kaotik çekici tanıtılmaktadır. Çok ilginç dört-sarmallı çekiciye sahip, dinamik yapısı zengin, bu yeni kaotik sistem, özellikle güvenli bilgi iletişimi alanında kullanılabileceğini düşündüğümüz orijinal bir sistemdir. Bununla beraber yeni kaotik çekici, kaos tabanlı haberleşme, kaos tabanlı kriptoloji, bilgi kodlama, bilgi sıkıştırma, rastgele sayı üreteci vb. konularda çalışan bilim adamlarının uygulamalarda kullanabileceği potansiyel bir sistemdir.

Anahtar kelimeler: Kaotik sistem, Kaotik çekici, Güvenli haberleşme

1. Giriş

Fizikçiler uzun zamanlar boyunca, dinamik sistemlerin geçici olaylardan sonraki salınımlı davranışlarını tanımlamak için periyodik çözümlerin yeterli olduğuna inandılar. 1892 yılında Fransız matematikçi Henri Poincare yeni ufuklar açan bir araştırma[1] ile basit dinamik kuralların çok karmaşık kararlı-hal davranışlarına yol açabileceğini keşfetti. Şimdi bunlar "kaotik davranışlar" olarak adlandırılmaktadır. Ayrıca Poincare, şimdi kaotik yörünge denilen çok karmaşık yörüngelerin mümkün olduğunu ve başlangıç şartlarına hassas bağlılık gibi kaotik dinamiklerin çok önemli özelliklerini gösterdi.

Elektronik devrelerde DC denge noktası ve periyodik kararlı hal çözümleri, elektronik teknolojisinin gelişmeye başladığı 1920'li yıllardan itibaren doğru bir şekilde tanımlanmış ve sınıflandırılmıştır. Buna karşın elektronik devrelerdeki karmaşık ve doğrusal olmayan davranışlar, özellikle kaos olayının varlığı, son 35 yıl içerisinde anlaşılabilmiştir. Bilim tarihi boyunca elektrik ve elektronik devrelerle gerçekleştirilen pek çok deneysel düzenekte kompleks ve doğrusal olmayan sistem davranışları gözlenmiş, fakat bunların kavramsal olarak tanımı yapılamadığı için bu tip gözlemler hep göz ardı edilmiş ve incelemeye değer bulunmamıştır. Bunun en çarpıcı örneği Hollanda'lı ünlü elektrik mühendisi ve fizikçisi Van der Pol tarafından sinüsoidal kaynakla sürülen bir neon lamba osilatörü üzerinde yapılan deneysel çalışma olmuştur. Van der Pol 1927 yılında Nature Magazine adlı dergide[2] çıkan makalesinde neon tüplü osilatöründeki periyot çoğullama olayını telefon ahizesindeki kulaklığı kullanarak gözlemiştir. Van der Pol, kapasite değerinin değişimi ile, frekanstaki değişmeleri bir değerden sonra sık sık düzensiz bir gürültü şeklinde kulağıyla fark etmiş ve makalesine "Frequency demultiplication" adını vermiştir. Van der Pol, Feigenbaum'un 1975 yılında söyleyeceği periyot çoğullama kaosa götürür tezini kurduğu devrede gözlemiş, fakat o zamanki bilgilerle çıkan sonucu açıklayamadığı için kaosu gürültü sanmıştır. 1986 yılında Kennedy[3], Van der Pol'un çalışmasını tekrar inceleyerek Van der Pol'un gürültü olarak adlandırdığı şeyin aslında kaos olduğunu göstermiştir.

1960'ların sonlarında bilimsel toplumun önemli bir kısmı dikkatini bu çeşit olaylara çevirdi. Böylece yeni bir bilim, "Kaos Bilimi" gelişmeye başladı. Edward Lorenz bu ilerlemenin öncüsü olmuştur. 1963 yılında, M.I.T. bilimcisi E. N. Lorenz hava durumunu önceden belirleyebilmek için atmosferdeki akışkan ısı-yayınımını benzetim yaparken, yeni tip düzensiz salınımlar gözlemledi,[4] ve bir model önerdi. Lorenz kullandığı 12 adi diferansiyel denklemi çözdürürken bir kahve arasında eski çözümlerini yuvarlatarak bilgisayarına tekrar verip gittikten sonra döndüğünde çözümlerin daha önceki çözümden oldukça farklı bir noktaya gittiğini fark etti. Yani, sayısal integral alma işlemi, başlangıç şartlarındaki çok az bir farklılıkla tekrarlandığında, kararlı hal durumunun çok farklı görünümde yeni düzensiz salınımlara sahip olduğunu keşfetti.

Lorenz bir meteorolojiciydi, fakat matematiğe olan ilgisi onu son yüzyılımızın konusu olan kaosun kaşifi yaptı. Lorenz elde ettiği sonuçları bir meteoroloji dergisinde yayınladı[4]. Lorenz'in keşfinin önemi, yayınlanmasından çok yıl sonralara kadar anlaşılamadı. Lorenz'in elde ettiği sonuçlar yaklaşık on sene sonra fizikçi ve matematikçilerin eline geçti. Lorenz sistemi geniş ölçüde çalışıldı ve dağıtık sistemlerin kaotik davranışlarını tanımlamak için ilk örnek olarak kabul edildi. O zamana kadar bu konulara girmek bataklığa girmek gibi düşünülüyor ve doktora öğrencilerine hocaları tavsiye etmiyorlardı. Fakat bu konuya olan merak korkuyu yendi ve çeşitli üniversitelerde Dinamik Sistemler klübü kurulmaya başlandı. 1975 yılında M. J. Feigenbaum' un periyot çoğullamayı kaosun bir belirtisi olarak verdiği çalışma[5] bunlardan biridir. 1975 yılında, Li ve Yorke [6] bu çeşit davranışı belirtmek için "kaos" terimini kullanmayı önerdiler.

1976 yılında, Rössler [7] düşük boyutlu dağıtık dinamik sistemlere olan ilgiyi yeniden alevlendiren önemli bir çalışma gerçekleştirdi. İkisi de yedi terimli olmasına rağmen, Rössler sistemi bir adet ikinci dereceden doğrusal olmayan terim içerdiğinden, Lorenz sistemine göre cebirsel olarak daha basittir. Lorenz sisteminde ise iki adet ikinci dereceden doğrusal olmayan terim bulunmaktadır.

1979 yılında yine Rössler'in kendisi[8] cebirsel olarak daha basit olan bir sistemi önerdi. Lorenz, 1993 yılında, Rössler'in 1976'da bulduğu kimyasal reaksiyon modelinin en basit kaotik sistem olduğunu iddia etmişti, halbuki yine Rössler'in 1979 yılında bulduğu modelden habersizdi. Rössler bu modelle kendi rekorunu geliştirmişti.

Elektronik devrelerde kaosun deneysel olarak ilk gözlemleri, otonom olmayan ve harici bir kaynakla sürülen doğrusal olmayan osilatör devrelerinde olmuştur. Bu osilatör devreleri; Van der Pol & Van der Mark [2] ile Kennedy & Chua [3] tarafından çalışılan sinüsoidal bir kaynakla uyarılan neon lamba osilatörü, Ueda & Akamatsu [9] tarafından geliştirilen zorlamalı negatif dirençli osilatör ve yine harici bir kaynakla sürülen seri bağlı direnç , indüktör ve diyot kombinasyonundan oluşan osilatör devresidir[10-11]. Literatürde çok sayıda otonom kaotik devre geliştirilmiş olsa da üzerinde en çok çalışma yapılan ve kaotik dinamikleri en iyi bilinen otonom sistemler Chua osilatörü, Rossler osilatörü ve Lorenz sistemidir [12]. 1984'te geliştirilen otonom Chua devresi [13], basit bir devre yapısına sahip olmasına rağmen kompleks dallanma ve kaos sergilemesi dolayısıyla elektronikteki kaos olayının açıklanmasında model devre olmuştur. Kaos ve kaotik işaretlerle ilgili yapılan uygulamalarda da kaos üreteci olarak genelde Chua devresi kullanılmıştır.

Kaos kavramının ve kaotik sistem özelliklerinin ortaya konmasıyla literatürde kaos olayıyla ilgili çalışmalar iki ana bölümde odaklanmıştır. Bunlardan ilki, kaosun ve kaotik davranışın olumsuz olarak algılandığı ve bu tür davranışların görülmemesi arzulanan sistem yapılarında kaotik kontrol çalışmalarıdır [14].

Kaos ve kaotik sistem dinamiği ile ilgili ikinci ana çalışma alanı ise; bu derece ilginç özelliklere sahip kaotik işaretler ve sistemlerden olumlu yönde yararlanma fikri doğrultusunda yapılan çalışmalar olmuştur. Bu çalışmalar özellikle kaotik işaretlerin ve sistemlerin senkronizasyonu ile bu senkronize kaotik sistemlerin güvenilir ve gizli haberleşme amaçlı tasarım ve uygulamalarda kullanılabilme olasılığını kapsamaktadır. Kaotik işaretlerin yayılı spektruma sahip olması, mühendisleri bu işaretleri haberleşmede kullanmanın haberleşme açısından güvenli ve gürültüye bağışık kılacağı fikrine itmiştir[15]. Fakat ilk başlarda kaotik sistemlerin bu tür haberleşme uygulamalarında kullanılabilmeleri için senkronizas yonlarının sağlanması, bu konunun önündeki en büyük engel olarak görülüyordu. Pecora ve Carroll'un [16] yapacakları bir çalışmaya kadar, başlangıç şartları ve sistem parametrelerine hassas bağımlı olmalarından dolayı iki yada daha fazla kaotik sistemin senkronize olamayacağı düşünülüyordu. Pecora ve Carroll bu düşünceyi ortadan kaldıran çalışmalarında [16-17], ele aldıkları orijinal bir kaotik sistemi keyfi olarak iki ayrı kısma ayırıp bunları sürücü ve cevaplayıcı alt-sistemler olarak adlandırmışlardır. Alıcı modülde cevaplayıcı alt-sistemin aynısı oluşturularak bu alt-sistemin orijinal sistemin sürücü kısmıyla sürülmesi durumunda, kaotik senkronizasyonun sağlanabile ceğini yani, alıcı modülde üretilen kaotik işaretin orijinal sistemden gelen kaotik işarete yakınsayacağını gerek teorik gerekse deneysel olarak göstermişlerdir.

Kaotik sistemlerin senkronizasyonuyla ilgili çalışmalar, kaotik devre ve dinamikler kullanılarak güvenilir ve gizli haberleşme amaçlı elektronik sistem tasarımı ve gerçekleştirilmesi ile ilgili çalışmalar için bir dönüm noktası olmuştur. Cuomo ve Oppenheim'ın [18-19] bir bilgi işaretine kaotik işaret ekleyerek, senkronizasyon kavramının bildiri işaretinin maskelenmesinde nasıl kullanılabileceğini göstermesi, kaotik haberleşme sistem tasarımında ilk uygulamalar olması açısından önemlidir. Cuomo ve Oppenheim'ın Lorenz devresini kullanmalarına karşın, aynı kavramsal yaklaşımı Kocarev ve arkadaşları[20] kaotik sistem olarak Chua devresini kullanarak gerçekleştirmişlerdir. Bu ilk çalışmalardan sonra son onbeş yılda kaotik sistemlerin senkronizasyonu ve senkronize kaotik sistemlerin güvenilir haberleşme amaçlı kullanımı ile ilgili çok sayıda çalışma yapılmıştır [21-24].

Literatürdeki, kaotik sistemlerin senkronizasyonu ve senkronize kaotik sistemlerin güvenilir haberleşme amaçlı kullanımı ile ilgili yapılan çalışmalara bakıldığı zaman Chua, Lorenz, Rossler, Duffing gibi sistemlerin daha fazla kullanıldığı görülmektedir. Bu sistemler, bu alanda çalışan kimselerin çok iyi bildikleri, üzerinde çok uzun yıllar çalışılmış olan sistemlerdir. Örneğin Chua devresinin kaşifi Leon Chua'nın kendi internet sayfasında [25] verdiği bilgilere göre 2004 senesine kadar Chua devresi ile ilgili 767 adet uluslararası bilimsel yayın yapılmıştır.

Konu, güvenli ve gizli haberleşme olunca da, dinamik yapıları çok iyi bilinen üzerinde çok fazla çalışılmış sistemlerin bu amaçla kullanılması güvenlik açısından dezavantaj oluşturabilecektir. Güvenli haberleşmede alternatif olarak kullanılabilecek olan yeni kaotik sistemlerin bulunması çalışmaları son yirmi yılda popülerliğini hiç kaybetmemiştir.

Bu arayışlarla Sprott, 1994 yılında sağ tarafda 7'den az terim bulunan üç boyutlu otonom(bağımsız) kaotik sistemleri bulmak için geniş çaplı bir araştırma yaptı[26] ve 'A'–'S' arası isimlendirdiği 19 adet kaotik denklem sistemi buldu. Chen 1999'da yeni bir kaotik sistem kurdu[27]. Bunu Lü sistemi[28] ve benzerleri[29] [30] takip etti.

Bu makalenin ikinci bölümünde, kaos ve kaotik sistemler hakkında bilgi verilecek ve çok iyi bilinen bazı örnek kaotik sistemler anlatılacaktır. Üçüncü bölümde, bulunan yeni kaotik sistem tanıtılacak ve analiz edilecektir. Son bölüm sonuçları içermektedir.

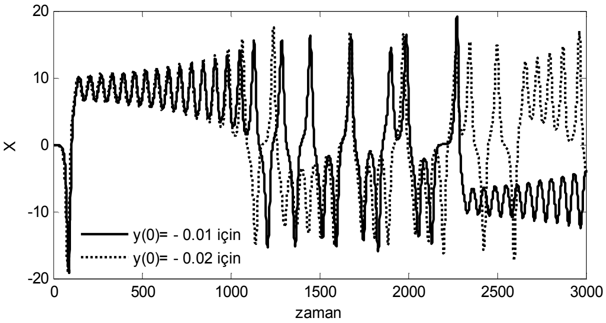
2. Kaos ve Kaotik Sistemler

Kaos, en kısa tarifiyle, düzensizliğin düzeni şeklinde tanımlanan, doğrusal olmayan olayları açıklamaya yarayan bir bilim dalıdır. Karmaşık, ama kendi iç düzenine sahip bir süreçtir. Özellikle dikkat edilmesi gereken bir nokta, kaos'un rastgelelik olmadığıdır. Kaos, karmaşık davranışlar gösteren kendine has bir "düzen" dir. Dinamik sistemlerde bilinen en karmaşık kararlı hal davranışı "kaos" dur.

Kaosun ve kaotik işaretlerin başlıca önemli özellikleri; zaman boyutunda düzensizliği, başlangıç şartlarına hassas bağımlılığı, sınırsız sayıda değişik periyodik salınımlar içermesi, gürültü benzeri geniş güç spektrumuna sahip olması, limit kümesinin parçalı(fraktal) boyutlu olması, genliği ve frekansı tespit edilemeyen, ancak sınırlı bir alanda değişen işaretler içermesidir.

Kaos bilimindeki, determinizmin kaotik sistemleri önceden tahmin edemeyeceği keşfi bilimin deterministik bakış tarzlarını değiştirmiştir. Kaos'taki bu buluş bilimlerde ve mühendislik sistemlerinde geniş olarak karşılaşılan karmaşık ve önceden kestirilemeyen olayların daha iyi anlaşılmasını sağlamaktadır. Düzenli bir hareketten, kaotik bir davranışa geçiş olayı, teorik ve deneysel olarak her iki alanda da geniş olarak çalışılmaktadır. Doğrusal olmayan sistem teorilerindeki ilerleme, yeni deneysel teknikler, pahalı ve işlem gücü yüksek bilgisayarların ucuzlayıp yaygınlaşması, karmaşık ve doğrusal olmayan davranışları daha iyi analiz etmeye ve anlamaya sebep olmuş ve sonuç olarak Kaos Bilimi gelişmiştir. Kaos ve karmaşıklıkla ilgili gözlemlere paralel olarak, bu olayın mekanizmasının anlaşılması, kaotik davranışın nitelendirilmesi, özelliklerinin belirlenmesi, deneysel verilerin ölçülmesi ve analizinin yapılması ile ilgili araştırmalarda çok hızlı gelişmeler kaydedilmiştir.

Bir dinamik sistemin kaotik davranabilmesi için başlangıç şartlarına çok duyarlı olması gerekmektedir. Lorenz sisteminde, sabit parametre değerleri için, başlangıç değerlerindeki çok küçük bir farklılığın, daha sonra sistemin gelişimini nasıl etkilediği Şekil 1.'de görülmektedir.



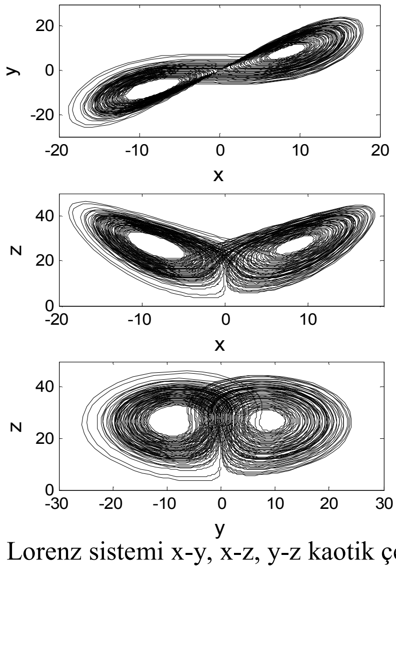
Şekil 1. Kaotik sistemlerin başlangıç şartlarına hassas bağlılığına bir örnek (Lorenz sistemi)

Kaotik bir davranışı diğer davranışlardan ayıran diğer göstergeler, faz resmi görünümü ve frekans spektrumudur. Kaotik yapıya sahip sistemlerde faz resminin zaman gelişimi, dinamik sistemin yapısının belirlediği faz uzayı bölgesinde, sayılamayacak kadar yörüngeyle dolması şeklinde olur. Zaman ilerledikçe, yörüngeler faz uzayını doldurmaya başlar ve hiçbir zaman üzerine kapanmaz, tekrar eder. Faz uzayının bu şekilde dolması kaotik işaretlerden biridir.

Lorenz'in önerdiği otonom kaotik denklem sistemi, (1) denkleminde verilmiştir.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \sigma \cdot (y - x) \\ \dot{y} &= -x \cdot z + r \cdot x - y \qquad (1) \\ \dot{z} &= x \cdot y - b \cdot z \end{aligned}$$

Sistem, iki adet ikinci dereceden doğrusal olmayan terim(xz ve xy) olmak üzere toplam yedi terim içermektedir. $\sigma = 10$, $r = 28$ ve $b = 8/3$ parametreleri ve $x_0 = 0$, $y_0 = -0.1$, $z_0 = 9$ başlangıç şartları için Şekil 2.'deki kaotik çekiciler elde edilmiştir.

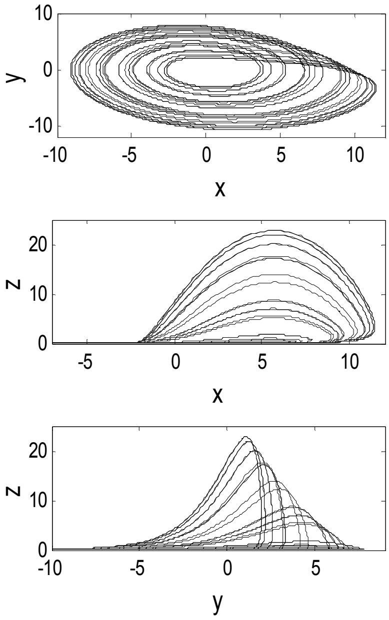


Şekil 2. Lorenz sistemi x-y, x-z, y-z kaotik çekicileri

Çok iyi bilinen diğer bir kaotik sistem olan Rossler sistemi, (2) denkleminde verilmiştir.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -y - z \\ \dot{y} &= x + a \cdot y \\ \dot{z} &= b + z \cdot (x - c) \end{aligned} \tag{2}$$

Sistem, bir adet ikinci dereceden doğrusal olmayan terim(xz) olmak üzere toplam yedi terim içermektedir. $a = 0.2$, $b = 0.2$ ve $c = 5.7$ parametreleri ve $x_0 = -9$, $y_0 = 0$, $z_0 = 0$ başlangıç şartları için Şekil 3.'deki kaotik çekiciler elde edilmiştir.



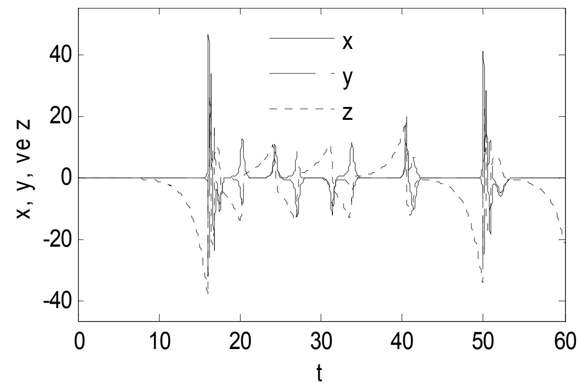
Şekil 3. Rossler sistemi x-y, x-z, y-z kaotik çekicileri

3. Dört-Sarmallı Yeni Kaotik Sistem

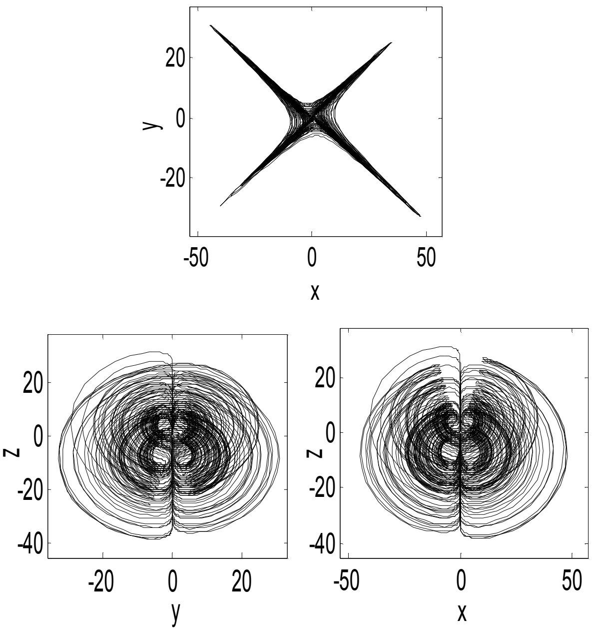
Bilgisayar programları ile yapılan sayısal simülasyonlar ve araştırmalar sonucu bulunan, otonom doğrusal olmayan birinci dereceden adi diferansiyel denklemler şeklindeki dört-sarmallı yeni kaotik çekici aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -a \cdot x + y + y \cdot z \\ \dot{y} &= x - a \cdot y + b \cdot x \cdot z \\ \dot{z} &= c \cdot z - b \cdot x \cdot y \end{aligned} \tag{3}$$

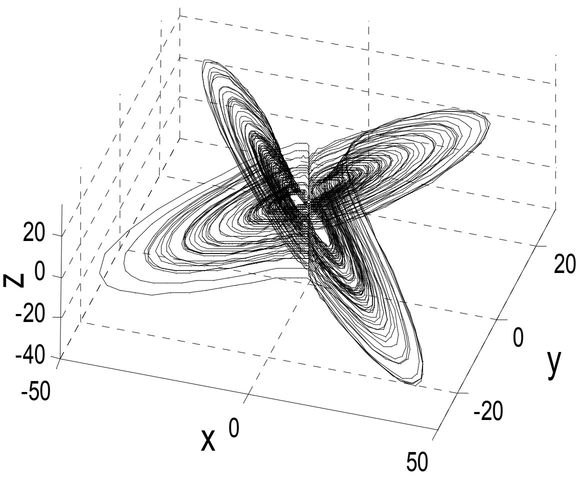
Yeni kaotik sistemin, $a = 4$, $b = 0.5$, $c = 0.6$ parametreleri, ve $x_0 = 0.6$, $y_0 = 0$, $z_0 = 0$ ilk şartları için elde edilen x, y, z kaotik durum değişkenlerinin zamana göre değişimi Şekil 4.'de, x-y, x-z, ve y-z kaotik faz portreleri Şekil 5.'de, üç-boyutlu dört-sarmallı kaotik çekicisi ise Şekil 6.'da görülmektedir.



Şekil 4. Yeni kaotik sistemin x, y, z kaotik durum değişkenlerinin zamana göre değişimi



Şekil 5. Yeni kaotik sistemin x-y, x-z, ve y-z kaotik faz portreleri

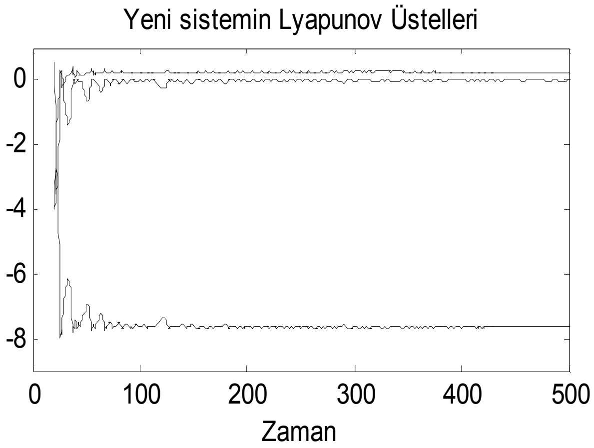


Şekil 6. Yeni kaotik sistemin üç-boyutlu dört-sarmallı kaotik çekicisi

Denge(kritik) noktalarını bulmak için (3) denkleminde $\dot{x} = \dot{y} = \dot{z} = 0$ yapılırsa,

$$
\begin{aligned}
0 &= -a \cdot x^* + y^* + y^* \cdot z^* \\
0 &= x^* - a \cdot y^* + b \cdot x^* \cdot z^* \\
0 &= c \cdot z^* - b \cdot x^* \cdot y^*
\end{aligned}
\tag{4}
$$

elde edilir. Bu denklem sistemi $a = 4$, $b = 0.5$, $c = 0.6$ parametreleri altında x^*, y^*, z^* için çözülürse $(x^*, y^*, z^*) = (0, 0, 0)$, $(\pm 3.648, \mp 2.361, -7.179)$, $(\pm 2.548, \pm 1.968, 4.179)$ şeklinde beş denge noktasına sahip olduğu görülür. Sistemin Lyapunov üstelleri Şekil 7.'de görülmektedir. Üsteller $\lambda_1 = 0.1871$, $\lambda_2 = 0$ ve $\lambda_3 = -0.6891$ olarak bulun muştur. Buradan kaotik davranışın oluşması için gereken (+, 0, -) durumunun sağlandığı ve sistemin kaotik olduğu görülmektedir.



Şekil 7. Yeni kaotik sistemin Lyapunov üstelleri

5.Sonuçlar

Kaos ve kaotik sistemlerin popüler ve pratik uygulama alanlarından biri de kaos ile güvenilir haberleşmedir. Kaotik işaretler, başlangıç şartlarına hassas bağımlıdırlar, tahmin edilemez özelliklere ve gürültü benzeri geniş yayılı spektruma sahiptirler. Bu yüzden, kaotik işaretlerin bilgi işaretini gizleme ve gürültüye bağışık kılma özelliğinden yararlanılarak değişik haberleşme uygulamalarında kullanılmaktadır. Kaos tabanlı güvenilir haberleşme sistemleri, iletilecek bilgi işaretlerinin spektrumunu geniş bir sahaya yayabilmeleri, eşzamanlı olarak bildiri işaretlerini kodlayabilmeleri ve bu işlemleri basit ve pahalı olmayan kaotik devre düzenekleriyle gerçekleştirebilmeleri sebebiyle, literatürdeki standart geniş spektrumlu haberleşme sistemlerine alternatif olmuşlardır. Bu makalede, bilgisayar programları ile yapılan sayısal simülasyonlar ve araştırmalar sonucu bulunan üç boyutlu ikinci dereceden otonom adi diferansiyel denklemler formundaki yeni bir kaotik çekici tanıtılmaktadır. Çok ilginç dört-sarmallı çekiciye sahip, dinamik yapısı zengin bu yeni kaotik sistem, güvenli bilgi iletiminde Lorenz, Chua, Rossler, Duffing gibi yaygın olarak kullanılan klasik kaotik sistemlere alternatif olabileceğini düşündüğümüz orijinal bir sistemdir. Bununla beraber yeni kaotik çekici, kaos tabanlı haberleşme, kaos tabanlı kriptoloji, bilgi kodlama, bilgi sıkıştırma, rastgele sayı üreteci vb. konularda çalışan bilim adamlarının uygulamalarda kullanabileceği potansiyel bir sistemdir.

Kaynaklar

[1] Holmes P. J., 1990, “Poincare celestial mechanics, dynamical-systems theory and “chaos” ”, Phys. Rep., 193(3):138-163.

[2] Kennedy, MP., 1995, “Experimental Chaos from Autonomous Electronic Circuits.”, Phil. Trans. R. Soc., London, A(353):13-32.

[3] Kennedy MP., Chua LO, 1986, “Van Der Pol and Chaos”, IEEE Tran. Cir. Sys., CAS-33:974-980.

[4] Lorenz E. N., 1963 , “Deterministic nonperiodic flow”, J. Atmos. Sci., 20:130–141.

[5] Moon F. C., 1987, “Chaotic Vibrations: An Introduction for Applied Scientists and Engineers”, John Wiley & Sons, New York,

[6] Li T., Yorke JA., 1975, “Period three implies chaos”, Amer. Math. Monthly, 82:985–992.

[7] Rossler O. E., 1976, “An equation for continuous chaos”, Phys. Lett. A, 57:397–398.

[8] Rössler OE., 1979, “Continuous Chaos – Four Prototype Equations, Ann. N.Y. Acad. Sci., 316:376-392.

[9] Ueda Y., Akamatsu K., 1980, “Chaotically Transitional Phenomena in The Forced Negative-Resistance Oscillator, IEEE Trans. Circuits &Systems-I, CAS-28:217-226.

[10] Linsay P., 1981, “Period Doubling and Chaotic Behaviour in a Driven Anhormonic Oscillator”, Phys. Rev. Lett., 47:1349-1392.

[11] Testa J., Perez J., Jeffries C., 1982, “Evidence for Universal Chaotic Behaviour of a Driven Non linear Oscil1ator”, Phys. Rev. Lett., 48:716-717

[12] Lakshmanan M., Murali K., 1996, “Chaos in Nonlinear Oscillators, Controlling and Synchroni Zation”, World Scientific.

[13] Chua LO., Wu C.W., Huang A., Zhong G., 1993, A Universal Circuit for Studying and Generating Chaos-Part I: Routes to Chaos, IEEE Trans. Circuits&Systems-I, 40:732-761.

[14] Murali K., Lakshmanan M., Chua LO., 1995, “Controlling and Synchronization of Chaos in The Simplest Dissipative Nonautonomous Circuit, International J. of Bifurcation&Chaos, 5:563-571.

[15] Ogarzalek M. J., 1993, “Taming Chaos Part-I Synchronization”, IEEE Tran. Cir. Sys. CAS I, 40(10):693-699.

[16] Pecora L. M., Carroll T. L., 1990, "Synchronization in Chaotic Systems", Phys. Rev. Lett., 64:821-824.

[17] Pecora L. M., Carroll T. L., 1991, "Driving systems with chaotic signals", Physical Rev. A , 44:2374-2383

[18] Cuomo K. M., Oppenheim A. V., 1993, "Circuit Implementation of Synchronized Chaos with applications to Communication", Phys. Rev. Lett., 71:65-68.

[19] Cuomo K.M., Oppenheim A.V., Strogatz S.H., 1993, "Synchronization of Lorenz-based chaotic circuits with applications to communi cations", IEEE Trans. Circuits Syst., 40(10):626–633.

[20] Kocarev L., Halle KS., Eckert K., Chua L.O., Parlitz U., 1992, "Experimental Demonstration of Secure Communications via Chaotic Synchroni zation, Int. J. of Bifur.&Chaos, 2:709-713.

[21] Alexeyev A. A., Green M. M., 1997, "Secure Communications Based on Variable Topology of Chaotic Circuits", Int. J. of Bifurcation and Chaos, 7:2861-2869.

[22] Itoh M., 1999, "Spread Spectrum Communication via Chaos", International J. of Bifurcation and Chaos, 9:155-213.

[23] Pehlivan İ, Uyaroglu Y., 2007, "Rikitake Attractor and its synchronization application for secure communication systems",Jour. of Applied Sciences, 7(2):232-236

[24] Pehlivan İ, Uyaroglu Y, (In press ,October 2007), "Simplified Chaotic Diffusionless Lorenz Attractor and its Application to Secure Commu nication Systems", IET Communications.

[25] Chua LO., "Chua's Circuit and Chua's Equation", www.eecs.berkeley.edu/~chua/circuitrefs.html

[26] Sprott, JC., 1994, "Some Simple Chaotic Flows", Physical Review E, 1994;50(2):647-650.

[27] Chen G., Ueta T., 1999, "Yet another chaotic attractor", Int. J. Bifurc. & Chaos, 9:1465-1466.

[28] Lü J., Chen G., 2002, "A new chaotic attractor coined", Int. J. Bifurc. & Chaos, 12:659-661.

[29] Lü J., Chen G, D. Cheng and S. Celikovsky, 2002, "Bridge the gap between the Lorenz system and the Chen system", Int. J. Bifurcation and Chaos, 12:2917-2926.

[30] G. Qi, S. Du and G. Chen, 2005, "On a four-dimensional chaotic system", Chaos, Solitons and Fractals, 23:1671-1682.