Aktif Manyetik Yatak Elektriksel Dinamik Modeli

Kutlay Aydın¹

Mehmet Timur Aydemir²

¹TUSAŞ – Türk Havacılık ve Uzay Sanayii, Ankara ²Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, Gazi Üniversitesi, Ankara

¹e-posta: kaydin@tai.com.tr

² e-posta: aydemirmt@gazi.edu.tr

Özetçe

Aktif manyetik yataklar (AMB), sürtünme kayıplarının performansı olumsuz yönde etkilediği sistemlerde yaygın olarak kullanılmaya başlanmıştır. Özellikle mekanik batarya sistemlerinin gelişmesinde aktif manyetik yataklar önemli rol oynamaktadır. Aktif manyetik yatak denetleyici tasarımında sistemin dinamik tepkisi önem taşımaktadır. Bu çalışmada AMB'nin elektriksel dinamik modeli oluşturulmuş ve bu modelin sistem denetim benzetimi ile performansı gösterilmiştir.

1. Giriş

Aktif manyetik yatak temelde bir elektrik makinasıdır. Bu elektrik makinasının en temel özelliği, uygulanan akıma ve rotor deplasmanına bağlı olarak doğrusal kuvvetler oluşturmaktır [1, 2]. Rotor deplasmanı çok küçük bir aralıkta gerçekleştiği için genellikle bu deplasmandan kaynaklanan ve doğrusallığı bozan dinamikler AMB kontrolünde dikkate alınmaz. Bu nedenle AMB denetleyici tasarımında dinamik model yerine transfer fonksiyonun veya indirgenmiş modellerin kullanılması tercih edilmektedir [3, 4].

2. Matematiksel Modelleme

Aktif manyetik yatak temelde manyetik bir devredir. Oluşturulan manyetik çekme kuvveti sayesinde yataklanan rotor merkezde tutulmaktadır. Bu çalışmada tek bir radyal manyetik yatağın 1-eksen için modeli oluşturulacaktır (Şekil 1).



Şekil 1: Tek eksen radyal manyetik yatak sembolik gösterimi

 F_1 kuvveti P_1 kutbu tarafından, F_3 kuvveti de P_3 kutbu tarafından oluşturulmaktadır. Sistemin dengede kalabilmesi için dışarıdan uygulanan bozucu kuvvetler ile F_1 ve F_3 kuvvetlerinin bileşkesi sıfır olmalıdır. Bozucu kuvvetler

nedeniyle oluşan rotor deplasmanı x ile gösterilmektedir. Radyal bir yatağın tek eksende kararlılığını sağlamak için P_1 ve P_3 kutuplarını oluşturan manyetik devreler yeterlidir.

Tek bir manyetik devre (kutup) Şekil 2'de gösterildiği gibi analiz edilebilir. Manyetik devrenin doğrusal ve kayıpsız olduğu kabul edilmektedir. Sarıma "v" gerilimi uygulandığında "i" akımının geçtiği kabul edilirse 1. eşitlik yazılabilir.

$$\mathbf{v} = \mathbf{i} * \mathbf{R} + \mathbf{e} = \mathbf{i} * \mathbf{R} + \frac{d\lambda}{dt}$$
(1)
$$\lambda = \mathbf{i} * \mathbf{L}$$

Aktif manyetik yataklarda amaç rotoru merkezde tutmak olduğu için kontrol sisteminde rotor deplasmanına (x) bağlı bir geri besleme mevcuttur. Bu nedenle rotorda bir deplasman söz konusu olduğunda akım değişiminin yanında endüktans değeri de değişmektedir. Sabit hava aralığı için endüktans değeri 2. eşitlikte gösterildiği gibidir. Bu değer "L_o" ile gösterilmektedir.

$$L_o = \frac{N^2 * \boldsymbol{\mu}_0 * S}{2 * \boldsymbol{g}} \tag{2}$$

N : sarım sayısı

 μ_0 : havanın manyetik geçirgenliği (permeability (H/m)) S : kesit alanı (m²)

g : hava aralığı (m)



Şekil 2: Manyetik devre

Hava aralığındaki değişim endüktans değerini de değiştirmektedir. Deplasmana (x) bağlı endüktans değeri L(x) ile gösterilmektedir.

$$L(x) = \frac{N^2 * \mu_0 * A}{2 * (g - x)}$$
(3)

Rotor deplasmanı daima hava aralığından daha küçük bir değere sahip olduğu için aşağıdaki seri açılımı kullanılabilir.

$$\frac{1}{(g-x)} = \frac{1}{g} \frac{1}{(1-\frac{x}{g})}$$

$$= \frac{1}{g} * \left[1 + \frac{x}{g} + (\frac{x}{g})^2 + (\frac{x}{g})^3 + \dots \right]$$
(4)

Seri açılımın ilk üç bileşeni deplasmana bağlı endüktans ifadesinde kullanılırsa 5. eşitlik elde edilir.

$$L(x) = \frac{N^2 * \mu_0 * A}{2 * g} * (1 + \frac{x}{g} + \frac{x^2}{g^2})$$

= Lo * (1 + $\frac{x}{g} + \frac{x^2}{g^2}$) (5)

Bu yaklaşımlar altında 1. eşitlik yeniden yazılabilir.

$$v = i * R + \frac{d}{dt}(i * L(x)) = i * R + L(x)\frac{di}{dt} + i\frac{dL(x)}{dt}$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{i} * \mathbf{R} + L(\mathbf{x})\frac{d\mathbf{i}}{dt} + \mathbf{i}\frac{dL(\mathbf{x})}{dx}\frac{d\mathbf{x}}{dt}$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{i} * \mathbf{R} + \mathbf{Lo} * (1 + \frac{\mathbf{x}}{g} + \frac{\mathbf{x}^2}{g^2}) * \frac{d\mathbf{i}}{dt}$$

+ $\mathbf{i} * \mathbf{Lo} * (\frac{1}{g} + \frac{2 * \mathbf{x}}{g^2}) * \frac{d\mathbf{x}}{dt}$ (6)

Eşitliklerde kullanılan (dx/dt) çarpanı rotorun doğrusal hızını ifade etmektedir. Devreden akan akım değerini (*i*) elde etmek için 6. eşitlik kullanılır.

$$\mathbf{i} = \int \frac{1}{\mathbf{L}(\mathbf{x})} \left[\mathbf{v} - \mathbf{i} * \mathbf{R} - \mathbf{i} * \mathbf{Lo} * \left(\frac{1}{\mathbf{g}} + \frac{2 * \mathbf{x}}{\mathbf{g}^2}\right) * \frac{d\mathbf{x}}{dt} \right] dt \quad (7)$$

Tek bir radyal yatakta 1-eksende kararlılık için en az 2kutuplu bir yapı kullanılmaktadır (Şekil 1). Bu nedenle 1eksende kararlılık için sistemde iki akım değeri mevcuttur (i₁ ve i₃). Akım değerlerine bağlı olarak doğrultuları farklı iki çekme kuvveti oluşmaktadır. Aynı zamanda rotorda xyönünde meydana gelen deplasman her iki kutup için aynı genlikte olup P₁ kutbu için (+x), P₂ kutbu için ise (-x) değerindedir. Bu bilgiler ışığında her iki manyetik devreye ait akım değerleri aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$i_{1} = \int \frac{1}{L(x_{1})} \begin{bmatrix} v_{1} - i_{1} * R \\ -i_{1} * Lo * (\frac{1}{g} + \frac{2 * x_{1}}{g^{2}}) * \frac{dx_{1}}{dt} \end{bmatrix} dt$$

$$i_{3} = \int \frac{1}{L(x_{3})} \begin{bmatrix} v_{3} - i_{3} * R \\ -i_{3} * Lo * (\frac{1}{g} + \frac{2 * x_{3}}{g^{2}}) * \frac{dx_{3}}{dt} \end{bmatrix} dt$$
(8)

Manyetik devrelerden akan akımlar nedeniyle rotor üzerinde manyetik çekme kuvvetleri oluşmaktadır. Manyetik devrenin doğrusal olduğu kabul edildiğinde manyetik alanda depolanan enerji (W_f) 9. eşitlik ile ifade edilebilir. Manyetik kuvvet, enerjinin deplasmana bağlı değişimi ile ifade edilmektedir (10. eşitlik).

$$W_f = \frac{1}{2} \boldsymbol{i}^2 \boldsymbol{L}(\boldsymbol{x}) \tag{9}$$

$$F = \frac{dW_f}{dx} = \frac{1}{2}i^2 \frac{dL(x)}{dx}$$

$$F = \frac{1}{2}i^2 * Lo * (\frac{1}{g} + \frac{2 * x}{g^2})$$
(10)

Akım ve deplasmana bağlı P_1 ve P_3 kutuplarının oluşturduğu manyetik kuvvetler aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$F_{1} = \frac{1}{2}i_{1}^{2} * Lo * (\frac{1}{g} + \frac{2 * x_{1}}{g^{2}})$$

$$F_{3} = \frac{1}{2}i_{3}^{2} * Lo * (\frac{1}{g} + \frac{2 * x_{3}}{g^{2}})$$
(11)

11. eşitlikte verilen F_1 ve F_3 kuvvetleri, Şekil 1'deki yapı için geçerlidir. Gerçekte, radyal yatakların kutup çıkıntıları silindirik rotor yüzeyine dik olacak şekilde konumlandırılır (Şekil 3). Bu nedenle üretilen manyetik kuvvetin, kutup çıkıntısının eğiklik açısına (kutup açısı, θ) bağlı değeri *x*-ekseninde rotora etki eder (12. eşitlik).



Şekil 3: Radyal manyetik yatak

$$F_{1} = \frac{1}{2}i_{1}^{2} * Lo * \left(\frac{1}{g} + \frac{2 * x_{1}}{g^{2}}\right) * \cos(\theta)$$

$$F_{3} = \frac{1}{2}i_{3}^{2} * Lo * \left(\frac{1}{g} + \frac{2 * x_{3}}{g^{2}}\right) * \cos(\theta)$$
(12)

 F_1 kuvvetinin yönü için (+) işareti alındığında F_3 kuvvetinin yönü için (-) işareti alınmalıdır. Dışarıdan sisteme etki eden bozuntu kuvvetleri ve bu kuvvetlere karşı oluşturulan manyetik kuvvetlerin toplamı, merkezde dengede olan bir rotor için (x=0) sıfıra eşit olmalıdır. Uygulamada herzaman bozuntu kuvvetlerine maruz kalan bir rotor için deplasman sıfırdan farklıdır (13. eşitlik).

$$\boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_3 + \boldsymbol{F}_d = \boldsymbol{m} \ast \boldsymbol{a} \tag{13}$$

F₁: P₁ kutbu tarafından oluşturulan manyetik kuvvet

- F₂ : P₃ kutbu tarafından oluşturulan manyetik kuvvet
- F_d : bozuntu kuvveti
- m : rotor kütlesi
- a : rotor ivmesi

Rotor ağırlığı, sisteme sürekli etki eden bir bozuntu kuvvvetidir. Rotor ağırlığı, 13. eşitliğe eklenirken yerçekim ivmesinin x-ekseni ile yaptığı açı (yerçekim açısı, O) dikkate alınmalıdır (14. eşitlik).

$$F_1 + F_3 + F_d + m * G * \cos(\phi) = m * a$$
(14)

G : yerçekim ivmesi

 \emptyset : yerçekim açısı

3. Benzetim Modeli

Bu çalışmada radyal manyetik yatağın 1-eksen modelinin oluşturulması amaçlanmaktadır. Bunun için "Matematiksel Modelleme" başlığı altında elde edilen elektriksel ve mekanik denklemler kullanılacaktır. Benzetim, Simulink ortamında gerçekleştirilecektir.

Manyetik yatağa konum kontrolü uygulanmaktadır. İstenilen konumu elde etmek için manyetik devre akımla sürülür. Manyetik yatak akımı, girişine uygulanan değişken gerilimle sağlanır. Değişken giriş geriliminden manyetik yatak akım değerini bulmak için 8. eşitlik kullanılır. Manyetik yatağın elektriksel modeli Şekil 4'te görülmektedir.



Sekil 4: Manyetik yatak elektriksel modeli

Devreden akan akım elde edildikten sonra 12. eşitlik kullanılarak akım, rotor deplasmanı ve kutup açısına bağlı olan manyetik kuvvetin değeri hesaplanır. Manyetik kuvvet hesabı için Şekil 5'te görülen modül oluşturulmuştur.



Şekil 5: Manyetik kuvvet modülü

Şekil 4 ve Şekil 5'te oluşturulan modeller P_1 kutbu ve P_3 kutbu için oluşturulmuştur. Bu modeller her iki kutup için tamamen aynıdır (8. ve 12. eşitlikler). Her iki kutup için deplasman ve kuvvet yönleri zıt olduğu için P_1 kutbu için elde edilen değerler (+), P_3 kutbu için elde edilen değerler (-) işaretli olarak alınmıştır. Bileşke kuvvetten rotor deplasmanını hesaplamak için 14. eşitlik kullanılmıştır.

$$x = \iint a * dt = \iint \left[\frac{F_1 + F_3 + F_d + m * G * \cos(\phi)}{m} \right] dt \quad (15)$$

15. eşitliğin kullanılarak bileşke kuvvetten rotor deplasmanın elde edildiği benzetim modeli Şekil 6'da görülmektedir. Manyetik yatağın arızalanması veya enerjisinin kesilmesi durumunda sistemin sorunsuz çalışması için emniyet yatakları kullanılmaktadır. Yatak enerjilenmeden önce rotor emniyet yataklarının üzerindedir ve merkezden " x_0 " kadar uzaktadır. " x_0 " büyüklüğü daima hava aralığından daha küçüktür. Bu büyüklük modele ofset olarak eklenmiştir (x_0). Dolayısıyla manyetik yatak deplasman kontrol aralığını, emniyet yatağın boşluğu belirler. Rotorun hareket edebileceği aralık emniyet yatağın boşluğu kadardır. Bu da "Touchdown Bearing" bloğu ile modellenmiştir.



Şekil 6: Mekanik modül

Radyal manyetik yatağın tek eksen için oluşturulmuş tüm modeli Şekil 7'de görülmektedir. "e1" ve "e3" çıkışları endüktans gerilimleri olup Şekil 4'te "e" ile gösterilmektedir.



Şekil 7: Manyetik yatak modeli

Modelde, rotorun merkezde olması durumundaki sarım endüktansı (L_o), sarım direnci, hava aralığı, rotor kütlesi, rotorun başlangıç konumu, kutup açısı ve yerçekim açısı parametreleri değiştirilebilmektedir.

4. Benzetim Çalışması

Manyetik yatağın benzetim çalışmasını yapmak için geri beslemeli bir denetim döngüsü oluşturmak gerekmektedir. Manyetik yatağın P_1 ve P_3 kutupları için bir PID denetleyici kullanılmaktadır. Kapalı döngü denetim modeli Şekil 8'de görülmektedir.



Sekil 8: Manyetik yatak kontrol modeli

Her iki kutup için de rotor deplasman referansı olarak sıfır girilmektedir. Denetleyici katsayılarını çok fazla artırmamak için geri besleme kazancı olarak 200 alınmıştır. PID denetleyicinin çıkışı, kontrol akım referansını oluşturmaktadır. Akım denetleyicilerinin çıkışı, sisteme uygulanan kontrol gerilim değerini ifade etmektedir. Kontrol gerilimleri harici bozuntulara karşı kontrol akımı üretmek için uygulanır. P₁ ve P₃ kutup sarımları denetleyici çıkışlarına bağlı olarak gerilim

seviyesini değiştiren sürücüler (Driver_x1_1 ve Driver_x1_3) ile enerjilendirilmektedir.

Kutuplama (bias) akımı (i_b) devreye sürekli uygulanmakta ve rotor ağırlığına göre hesaplanmaktadır. Ağırlığı 3 kg olan rotor için kutuplama akımı 16. eşitlik kullanılarak hesaplanmış ve yaklaşık 4 A değeri elde edilmiştir (yerçekim ivmesi (g) 10 m/s^2 alınmıştır). Bu akım değerini elde etmek için devreye sabit 2 V uygulanmıştır. P₁ kutbu sürülürken kontrol akımı ile kutuplama akımı toplanmakta, P₃ kutbu sürülürken kutuplama akımından kontrol akımı çıkarılmaktadır.

$$F = m * G = \frac{1}{2} i_b^2 \frac{Lo}{g} \implies i_b = \sqrt{\frac{2 * g * m * G}{Lo * \cos \theta}} \quad (16)$$

Yatak parametreleri aşağıda verilmektedir;

Kutup Endüktansı : 2 mH Kutup Direnci : 0.5 ohm Hava Aralığı : 0.5 mm Rotor Başlangıç Deplasmanı : 0.1 mm Rotor Kütlesi : 3 kg Kutup Açısı (θ) : 22.5° Yerçekim Açısı : 0°

5. Tartışma

Yukarıdaki parametrelere sahip manyetik yatak sisteminin 50 saniye süreyle benzetim çalışması yapılmıştır. Bu süre boyunca rotor kütlesinden kaynaklanan 30 N'luk yük daima manyetik yatağa etkimektedir. Bunun dışında 10. saniyeden itibaren 10 N, 20. saniyeden itibaren -10 N, 30. saniyeden itibaren -20 N ve 40. saniyeden itibaren de -20 N'luk bozuntu kuvvetleri rotora uygulanmaktadır. Bozuntu kuvvetlerine karşı yatak akımları, elektromanyetik kuvvetler ve rotor deplasmanı Şekil 9'da görülmektedir.



Şekil 9: Bozuntu kuvvetlerine karşıelde edilen yatak akımları, elektromanyetik kuvvetler ve rotor deplasmanları

Bozuntu kuvvetinin değişimi bir kutupta akım artışına neden olurken diğer kutupta akım düşüşüne neden olmaktadır. Akım değişimine benzer şekilde elektromanyetik kuvvetler de üretilmektedir. Bozuntu kuvvetinin uygulandığı andaki rotor deplasmanlarının hiçbir zaman 0.1 mm değerine ulaşmadığı görülmektedir. Rotor bozuntu kuvveti uygulandığı andan itibaren yaklaşık 0.2 saniyede sıfır konumuna geri dönmektedir (Şekil 10).



Şekil 10: Bozuntu kuvveti sonucunda oluşan rotor deplasmanı

6. Sonuçlar

Aktif manyetik yatak temelde bir elektrik makinası olup doğrusal manyetik kuvvetler oluşturarak işlevini yerine getirmektedir. Aktif manyetik yatakların çıkışı olarak kabul edilen manyetik kuvvetlerin oluşması, iki etken sayesinde gerçekleşmektedir. Bu etkenlerden birisi giriş akımı, ikincisi ise rotor deplasmanıdır. Rotor deplasmanı, etkisini endüktans değişimi ile gösterir. Rotor deplasmanı ile endüktans değişimi arasında doğrusal olmayan bir ilişki vardır. Basitleştirmek amacıyla çalışma noktası etrafında doğrusallaştırma yapılır. Sistemin gerçek dinamik tepkisini görmek için sistem parametrelerinin değişim ifadeleri bilinmelidir. Oluşturulan dinamik model, tüm harici bozuntulara karşı sistem davranışının tamamen elde edilmesini sağlamaktadır.

7. Teşekkür

Yazarlar, oluşturulan çalışma ortamından dolayı TUSAŞ'a teşekkür eder.

8. Kaynakça

- [1] Chiba, A., Fukao, T., Ichikawa, O., Oshima, M., Takemoto, M., and Dorrel, D. G., *Magnetic Bearings and Bearingless Drives*, ELSEVIER, Oxford, 2005.
- [2] Schweitzer, G., and Maslen, E.H., *Magnetic Bearings*, Springer, Virginia, 2009.
- [3] Sahinkaya, M. N., and Hartavi, A. E., "Variable Bias Current in Magnetic Bearings for Energy Optimisation", *IEEE Trans. on Magnetics*, 43(3):1052-1060, 2007.
- [4] Matsumura, F., and Yoshimoto, T., "System Modeling and Control Design of a Horizontal-Shaft Magnetic-Bearing System", *IEEE Trans. on Magnetics*, 22(3):196-203, 1986.