MONOFAZE SABİT MIKNATISLI MOTORLARIN BAZI PARAMETRELERİNİN TASARIM AMACI İLE HESAPLANMASI

H. Bülent Ertan Bülent Dağ

Middle East Technical University Electrical and Electronics Engineering Department 06531 Ankara, Turkey e-mail : <u>ertan@metu.edu.tr</u> Tel : +90 312 210 23 59 Fax : +90 312 210 12 61

Özet: – Bu bildiri Monofaze sabit miknatıslı motorların, tasarım aşamasında, momentinin ve motorun "durma" konumunun motor boyutları cinsinden hesaplanmasını hedeflemektedir. Geliştirilen yöntemlerin bir matematiksel optimizasyon çalışmasında kullanılması bu şekilde mümkün olacaktır. Geliştirilen yöntemler ve yapılan hesaplamalar ölçümlerle karşılaştırılarak, çalışma amaçlarına yetecek hassasiyette sonuç verdikleri gözlenmiştir.

I. GİRİŞ

Monofaze sabit miknatıslı (MSM) motorlar ucuz maliyetleri ile ve seri üretime uygun yapıları ile bir çok ev aletinde uygulama bulabilmektedirler (Şekil 1). Ayrıca verimlerinin aynı amaçla kullanılabilecek diğer motor tiplerinden yüksek olduğu bilinmektedir [1].



 θ_0 = initial position of the rotor at standstill (rest position)

Şekil 1. Tipik bir MSM motorun kesiti

Bu motorun en önemli dezavantajı dönmeye başlamasında ve dönüş yönünün belirlenmesindeki belirsizliktir. Bu tip motorlar mekanik ve elektriksel parametrelere bağlı olarak belli bir kalkış momenti oluşturabilmektedirler [2,3]. Dönüş yönleri ise durdukları konuma ve enerjinin verildiği ana bağlı olmaktadır.

Yukarıda bahsedilen sorunlar küçük bir elektronik devre ilavesi ile çözülebilir. Bu durumda doğal olarak maliyet endişeleri de gündeme gelmektedir. Sözü edilen nedenlerle bu tip motorlar daha çok 100 watt'a kadar güç seviyelerinde uygulama bulabilmişlerdir.

Bir MSM motorun eşdeğer devresi Şekil 2'deki gibi gösterilebilir. Bu şekilde R_{eu} stator sargı direncini, L stator

Gerard Capolino

University of Picardie-Jules Verne Department of Electrical Engineering 33, rue Saint Leu – 80039 Amiens Cedex 1 France e-mail : <u>Gerard.Capolino@u-picardie.fr</u> Tel : +33 3 22 82 78 20 Fax : +33 3 22 82 78 22



Şekil 2 MSM motorun eşdeğer devresi

endüktansını, e rotordaki mıknatıs nedeni ile statorda endüklenen gerilimi ifade etmektedir. Gerektiğinde L endüktansı doyumu da dikkate alacak biçimde kullanılabilir. R_{fe} ise çekirdek kayıplarını ifade etmektedir. Bu model kullanılarak bir MSM motorun performansın doğru olarak hesaplanabileceği bir çok çalışmada gösterilmiştir.

Bu çalışmada motorun şekil 2'deki eşdeğer devre elektriksel parametrelerini, mekanik parametrelerini, boyutlar edebilmek cinsinden veterli hassasiyette ifade amaçlanmaktadır. Böylece moment, ilk duruş konumu, verim gibi performans değerlerini de tasarım aşamasında hesaplamak mümkün olacaktır. Bu motor tipinin kalkış davranışı üzerine de bir çok çalışma mevcuttur [3-6]. Böylece bütün bu bilgilerden yararlanılarak motorun davranışını bir matematiksel optimizasyon problemi olarak ifade edebilmesi imkanı olacaktır. Bu durumda bu kompleks problemin detaylı incelenerek daha büyük güçlerde faydalı bir tasarım ortaya konulmasının olabilirliği araştırılması sağlanacaktır.

Bu bildirinin konusunu ise motorun başlangıçta durduğu konumun belirlenmesi ve çıkık kutupların neden olduğu relüktans momentinin hesabının nasıl yapılabileceğini belirlemektir

II. RELÜKTANS MOMENTİNİN HESABI

Bir MSM motor momentinin, relüktans momenti (stator akımı yok iken de mevcuttur) ve eşdeğer devreden hesaplanabilen stator manyetik alanı ile (stator akımı mevcut iken) mıknatısın etkileşiminden oluşan, iki moment bileşeni vardır. Bu bölümde stator akımı yok iken de oluşan relüktans momenti bileşeninin fiziksel boyutlar cinsinden nasıl hesaplanabileceği ele alınacaktır.

Stator uyartımı olmadığında motorun manyetik eşdeğer devresi Şekil 3'te gösterildiği gibi olacaktır. Bu eşdeğer devrede \Im_o rotordaki mıknatısın yarattığı magnetomotor kuvvetini (MMK), Λ_r rotor devresinin permeansını, $\Lambda_g(\theta)$ hava aralığının, rotor konumunu θ 'ya bağlı permeansını, Λ_{re} ise stator manyetik devresinin permeansını ifade etmektedir.

$$\Lambda_r = \frac{\mu_p \cdot A_m}{\lambda_m} \tag{1}$$

Bu eşitlikte μ_p Şekil 4'teki gibi tanımlanmıştır. A_m rotor mıknatısının alanı, λ_m mıknatıs içindeki ortalama akı yolu, \mathfrak{I}_a ise rotor MMK'sidir.

$$F_o = H_c \cdot \lambda_m \tag{2}$$

H_c Şekil 4'teki gibi tanımlanmıştır.

Hava aralığı permeansının Λ_g 'nin temel bileşen ve DA bileşeninden ibaret olduğu varsayılırsa,

$$\Lambda_{g}(\theta) = \Lambda_{g0} + \Lambda_{g1} \cos 2\theta \tag{3}$$

ifadesi yazılabilir.

Relüktans momentinin "coenergy" W_{co} cinsinden hesaplanması mümkündür.

$$T_{re} = \frac{dW_{co}}{d\theta} \tag{4}$$

Diferansiyel "coenergy" ise eşitlik (5) ten bulunabilir



Bu denklemde \mathfrak{T}_o Bölüm III'teki gibi boyutlar cinsinden hesaplanabilir. Benzer şekilde eşdeğer rotor permeansı $d\Lambda_{re}$ de Eşitlik 9 da olduğu gibi boyutlar cinsinden yazılabilir.

A. Diferansiyel Rotor Permeansı

Şekil 5'te dx ile işaretli bölüm için rotor diferansiyel permeansı (8)'deki gibi yazılabilir.

$$x = r \sin \theta_s \qquad dx = r \cos \theta_s d\theta_s \qquad (7)$$

$$d\Lambda_r(\theta_s,\theta) = \frac{dA_m}{\lambda_m} = \mu_p \frac{z_g dx}{r \cos \theta_s} = \mu_p z_g d\theta_s \qquad (8)$$

Bu denklemde z_g motorun z yönündeki uzunluğudur. Şekil 2'deki eşdeğer devreden rotorun gördüğü diferansiyel permeans Eşitlik 9'daki gibi yazılabilir.

$$d\Lambda_{re}(\theta_s,\theta) = \frac{d\Lambda_r(\theta_s)d\Lambda_g(\theta_s,\theta)}{d\Lambda_r(\theta_s) + d\Lambda_g(\theta_s,\theta)}$$
(9)

Bu durumda (9) vdenklemi ve rotor MMK 'sı boyutlar cinsinden yazılırsa maca ulaşılmış olacaktır.

B. Hava Aralığı Permeansı

Eşitlik 9'da hava aralığı permeansı Λ_g 'de boyutlar cinsinden yazılırsa relüktans momenti eşitliği (4) de boyutlar cinsinden yazılmış hale gelecektir. $\Lambda_g(\theta)$ nin hesabında "kaçak akı"nın da dikkate alınması gereklidir. Bu gereksinim doğal olarak hesabı zorlaştırmaktadır. Kaçak akının dağılımını belirlemek amacı ile rotorun çeşitli konumları için alan çözümleri yapılmıştır. Bu çözümlerden bazıları şekil 6'da verilmektedir. Bu şekiller incelendiğinde "kaçak" akının Şekil 7'de verildiği gibi motor boyutları y_g ve x₁ cinsinden yazılabileceği kanısına varılmıştır.

Şekilde "i" işaretli tüpün alanına A_i , ortalama akı yoluna g_{ri} sembolleri atanırsa,

$$g_{r1} = g_2 + \frac{\pi y_g}{4}$$
(10)



Şekil 5 Diferansiyel hava aralığı permeansı hesabı





Fig. 6 Magnetic field solution results for several rotor positions



Fig. 7 Hava aralığı permeansının hesabı



 $\theta_{s}, rad \label{eq:theta_s}$ Fig. 8 Hava aralığı permeansının değişimi

$$g_{r2} = g_1 + \frac{\pi y_g}{4} + (r_1 + \frac{y_g}{2} - r_1 \cos \theta_2 - x_1) \frac{\pi}{2}$$
(11)

$$g_{r3} = g_1 + x_1(\pi/2 + \theta_3/2 - \theta_2) \tag{12}$$

Bu aşamada iki basamaklı motor hava aralığının küçük değerli (g_i) alanı cinşinden hava aralığının permeansını yazmak mümkün olacaktır. Normalize edilmiş hava aralığı permeansı Şekil 8'deki gibi bir değişim gösterecektir. Bu değişkenin DA bileşen ve temel bileşen cinsinden ifadesi (13) denklemindeki gibidir.

$$\frac{g_1}{g_r}(\theta_s) = 0.75 + 0.32 \cos \theta_s$$
(13)

Diferansiyel permeans denklemi bu durumda (14) eşitliğindeki gibi olacaktır.

$$d\Lambda_g(\theta_s,\theta) = (0.75 \frac{\mu_0 z_g r_g}{g_1} + 0.32 \frac{\mu_0 z_g r_g}{g_1} \cos 2(\theta_s + \theta))d\theta_s \quad (14)$$

Momentin hesaplanabilmesi için rotorun uyguladığı MMK'sının ifadesi gereklidir. Ortasında şaft deliği bulunan rotorun sematik gösterimi şekil 9'da verilmiştir. Şaft deliği akının mıknatıs içindeki yolunu kısaltmaktadır, böylece rotor MMK'sının mıknatıs boyunce gi anlaşılmaktadır. Şekil 9 incelenirse θ_{sh} ve mıknatıs içindeki akı yolu için aşağıdaki denklemler yazılabilir.

$$\theta_{sh} = \theta_s \frac{\pi/2}{\theta_h} \qquad -\theta_h < \theta_s < \theta_h \tag{15}$$

Burada,
$$\theta_h = \sin^{-1} (r_h/r)$$
 (16)

$$\operatorname{ve}_{h}, \lambda_{m} = r \cos \theta_{s} - r_{h} \cos \theta_{sh} \tag{17}$$

Böylece şaft deliğinin bulunduğu bölge için MMF ifadesi (5), (6) and (9), numaralı denklemlerden yararlanarak, (18) denklemindeki gibi yazılabilir.

$$F_{ot}(\theta_s) = H_c(r\cos\theta_s - r_h\cos\theta_{sh})$$
(18)

Bu durumda relüktans momenti ifadesi denklem (23)'teki gibi olur.

$$T_r(\theta) = \int_{-\pi/2}^{-\theta_h} \mathfrak{T}_0^2 d\Lambda'_{re} + \int_{-\theta_h}^{\theta_h} \mathfrak{T}_{0h}^2 d\Lambda'_{re} + \int_{\theta_h}^{\pi/2} \mathfrak{T}_0^2 d\Lambda'_{re}$$
(19)

Bu denklemde ki $d\Lambda'_{re}$ ifadesi denklem (20)'te verilmiştir.

$$d\Lambda'_{re} = -2 \frac{c^2 b \sin 2(\theta_s + \theta)}{[c + a + b \cos 2(\theta_s + \theta)]^2} d\theta_s$$
(20)

C. Ölçümlerle Karşılaştırma

Elde edilen denklemlerin doğruluğunu denetlemek için 23 denkleminden hesaplanmış relüktans momenti ile bir test motoru üzerinde yapılan ölçümler karşılaştırılmıştır. Şekil 10'dan izlenebileceği gibi hesaplanan (2.57 Ncm) ve ölçülen (2.62 Ncm) tepe değerleri çok yakındır. Ancak, momentin tepe değerinin yeri hava aralığı permeansı ifadesinin basitleştirilmiş olması nedeni ile doğru değildir. Bu nedenle başka bir ifade ile "durma" konumunun başka bir yöntemle belirlenmesi gerekmektedir.



Fig. . 9 Mıknatıs içinde akı yolunun hesabı

III. ROTORUN "DURMA" KONUMU

Herhangi bir uyartma yok iken rotor, relüktansın minimum ve rotor akısının maksimum olduğu konumda duracaktır. Bu akımdan hava aralığı relüktansının "durma" konumu civarında yeterli hassasiyetle ifadesi yeterli olacaktır. Bu denklemin türevinden durma konumu bulunabilir. Şekil 11'deki test motorunun büyütülmüş resmi incelenirse rotor relüktansının



Fig. 10 Relüktans momenti



Fig. 11 "Durma" konumunda permeans hesabı

hava aralığı g_1 ve g_2 olan iki bölge, g_1 ile g_2 hava aralığı arasındaki geçiş bölgesi ve kaçak akının oluşturduğu bölgelerin katkıları ile belirlendiği anlaşılır.

Kaçak akının katkısının önemli olabileceği Şekil 6'dan izlenmektedir. Bu nedenle kaçak akının belirgin olduğu küçük hava aralığına yakın bölümdeki kaçak akı dikkate alınmıştır. Şekil 6'dan yola çıkılarak kaçak akı Şekil 12'deki akı tüpleri ile temsil edilmiştir. Boyutlar cinsinden kaçak akının oluştuğu açı θ_f denklem 21'ten hesaplanabilir.

$$\theta_{\rm f} = 2\sin^{-1} \frac{x_1}{r_f} \quad \theta_t = \cos^{-1}(\frac{r_1}{r_2})$$
(21)

Bu bölüm için kaçak akı yolu şöyle tariflenebilir.

$$g_f = \theta_{s1} = \cos^{-1}(\frac{y_g}{2r_1})$$
 (22)

Ancak, çalışmanın optimizasyon amaçlı geliştirildiği, göz önüne alınarak kaçak akının oluştuğu bölümü hava aralığının g₁ olduğu bölümü, eşdeğer permeansı aynı mitarda artıracak şekilde genişleterek hesaba katmak uygun bulunmuştur. Uzatma θ_{fe} açısı ile ifade edilirse,

$$\theta_{fe} = \theta_{s2} = \cos^{-1}(\frac{y_g}{2r_2}) - \theta_t$$
(23)

bulunur. Şekil 11 incelenirse hava aralığının g2 olduğu bölge



Fig.12 "kaçak akı" nın "durma" konumunda temsil edilmesi

 θ_{s2} , g₁ olduğu bölge θ_{s1} ve iki hava aralığı arasındaki geçiş bölgesi de θ_t açısı ile gösterilebilir. Böylece (24), (25), (26) denklemleri bulunur.

$$\theta_f = 2\sin^{-1}(\frac{x_1}{r_1})$$
 (24)

$$g_{f} = g_{1} + 2x_{1}(\pi/2 + \theta_{f}/2 - \theta_{2}) + x_{1}\pi/2$$
(25)

$$\theta_{fe} = \frac{\theta_f}{2} \left(1 + \frac{g_1}{g_r} \right) \tag{26}$$

Hesaplamaları basitleştirmek için geçiş bölgesi ikiye bölünüp, hava aralığı g_1 ve g_2 olan bölgelere katılmıştır.

Böylece her bir bölümün alanı yazılabilir.

1. bölüm hava aralığı g₁ Alan = $r_{g1} \cdot (\theta_{s1} + \frac{\theta_t}{2} + \theta_{fe}) \cdot Z_g$ 2. bölüm hava aralığı g₂ Alan = $r_{g2} \cdot (\theta_{s2} + \frac{\theta_t}{2}) \cdot Z_g$

Bu bölümlerin permeansı ise aşağıdaki gibi olur.

$$\Lambda_{g1} = \mu_0 \frac{r_{g1} z_g \theta_{g1}}{g_1} \quad \Lambda_{g2} = \mu_0 \frac{r_{g2} z_g \theta_{g2}}{g_2}$$
(27)

Böylece, toplam permeans $\Lambda_t = \Lambda_{g1} + \Lambda_{g2}$ olacaktır.

Toplam permeans ifadesinin türevi alınarak, rotorun "durma" konumu θ_0 aşağıdaki ifadeden belirlenebilir.

$$\frac{\sin(\frac{\theta_{g_1} - \theta_t}{2} - \theta_0)}{\sin(\frac{\theta_{g_2} + \theta_t}{2} + \theta_0)} = \frac{\Lambda_2}{\Lambda_1} = \frac{g_1 r_{g_2} \sin(\theta_{g_2}/2)}{g_2 r_{g_1} \sin(\theta_{g_1}/2)}$$
(28)

A. Ölçümlerle Deney Sonuçlarinin Karşilaştirilmasi

Bu çalışmada kullanılan test motorunun boyutları 32 no'lu denkleme konulduğunda 6,8° bulunmuştur. Motor üzerinde yapılan ölçümler ise 6°'de rotorun durduğunu göstermektedir. Böyle küçük bir motor üzerinde ölçüm yapılırken ortaya çıkabilecek hatalar dikkate alındığında bu hesaplama hassasiyetinin yeterli olduğu sonucuna varılmıştır.

IV. SONUÇ

Bu bildiride monofaze daimi mıknatıslı bir motorun relüktans momentinin ve "durma" konumunun motor boyutları cinsinden nasıl hesaplanabileceği gösterilmiştir. Elde edilen denklemler bir optimizasyon yazılımı içinde kullanılacağından analitik ve kolay hesaplanan ifadeler bulunması çok önemlidir. Çünkü böyle bir yazılım hesapların yüzlerce kere tekrarlanmasını gerektirmektedir. Bu nedenle denklemler elde edilirken kimi basitleştirmeler yapılması uygun bulunmuştur.



Fig.13 Geciş bölgesi paylaştırıldığında rotorun görünümü

Yapılan basitleştirmelere karşın denklemlerin verdiği sonuçların ölçümlerle çok iyi bir uyum gösterdiği belirlenmiştir.

Bu bildiride elde edilen denklemlere ilaveten stator resistansı ve endüktansınında hesaplanmasına ihtiyaç vardır. Bu konu başka bir raporda ele alınmıştır [7].

KAYNAKLAR

- E. C. Protas, "Energy saving by means of a new drive conception", Proceedings of International Aegean Conference on Electrical Machines and Power Electronics (ACEMP 95), 5-7 June 1995, Kusadasi (Turkey), pp.303-308.
- [2] W. Teppan, E. Protas, "Simulation, Finite Element Calculations and Measurements on a Single Phase Permanent Magnet Synchronous Motor", Proceedings of International Aegean Conference on Electrical Machines and Power Electronics (ACEMP 95), 5-7 June 1995, Kuşadasi (Turkey), pp.609-704.
- [3] G. Altenbernd, J. Mayer, "Starting of Fractional Horse-Power Single-Phase Synchronous Motors with Permanent Magnetic Rotor", Electrical Drives Symposion Capri (Italy) Sept. 1990, Proceeding pages 131-137.
- [4] G. Altenbernd, "Actual Aspects of the Development of Fractional Horse-Power Single Phase Synchronous Motors with Permanentmagnetic Rotor". Proceedings Int. Conf. on the Evolution and Modern Aspects of Synchronous Machines, August 1991, Zurich.
- [5] H. Schemmann, "Stability of small single-phase synchronous motors", Philips tech. Rev. 33, 235-243, 1973, No. 8/9.
- [6] G. Landolfi, M. Pasquali, E. Santini, "Single-Phase PM Synchronous Machine: Evaluation of Parameters and Dynamic Analysis", proc. 3rd International Symposium on advanced Electromechanical Motion Systems.Patras, 1999, pp. 107-112.
- [7] H. Bülent Ertan, Bülent Dağ, Gerard Capolino; "An Accurate Model for the Calculation of Some Parameters of Single-Phase Permanent Magnet Motors"; International Conference on Electrical Machines; 25-28 August 2002; Brugge - Belgium; Proceeding