

Doğrusal Parametre Değişimli Tepe Vinç Sisteminin Kazanç Planlamalı LQR ile Kontrolü Gain Scheduling LQR Control of Linear Parameter Varying Overhead Crane

Ayhan Aktaş¹, Mert Sever², Hakan Yazıcı³

¹Makine Mühendisliği Bölümü
Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul
ayhannaktas@gmail.com

²Mekatronik Mühendisliği Bölümü
Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul
msever@yildiz.edu.tr

³Makine Mühendisliği Bölümü
Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul
hyazici@yildiz.edu.tr

Özet

Bu çalışmada, zamanla değişen parametre sahip bir tepe vinç, Doğrusal Parametre Değişimli (DPD) sistem olarak ifade edilmiştir. Minimum salınım açısı ile konum takibi için Kazanç Planlamalı (KP) kontrolcü tasarımı ele alınmıştır. Planlama Parametreleri (PP) olarak yük ve ip uzunluğuna bağlı fonksiyonlar tercih edilmiştir. PP anlık değerlerine göre kendini ayarlayan DPD LQR kontrolcü Doğrusal Matris Eşitsizlikleri (DME) kullanımı ile tasarlanmıştır. Önerilen DPD LQR kontrolcü yapısının etkinliğini ortaya koymak için sayısal benzetim çalışmaları yapılmıştır. Benzetim çalışmaları göstermektedir ki yük ve ip uzunluğundaki değişiklikler nominal LQR kontrolcünde performans kaybına yol açarken, DPD LQR kontrolcü parametre değişimlerine karşı daha yüksek bir performans sergilemektedir.

Abstract

In this study, an overhead crane having time varying parameters, represented by a Linear Parameter Varying (LPV) state space system. In order to achieve position tracking with minimum sway angle, Gain Scheduling (GS) control approach has been used. Therefore, time varying parameters such as load mass and rope length are treated as Scheduling Parameters (SP). Then, LPV LQR controller is designed with the use of Linear Matrix Inequalities (LMIs). Effectiveness of the proposed controller investigated by

numerical simulation studies. Simulations indicate that proposed controller has superior performance, since the response of nominal controller adversely effected by parameter variations.

1. Giriş

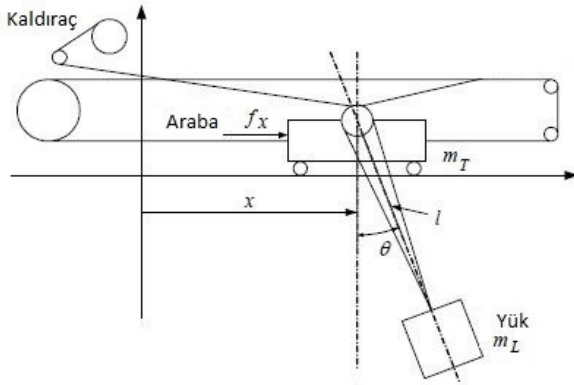
Tepe vinçler ağır ve tehlikeli yükleri taşımada, fabrikalarda, nükleer tesislerde ve inşaat sektörlerinde geniş bir kullanım alanına sahiptir [1]. En temel problemlerden biri ise yükü olabildiğince hızlı bir şekilde düşük salınım hareketi ile konumlamaktır. Bu amaçla kalifiye bir operatöre sahip olmak önemlidir fakat operatörün ataletsel ve bozucu etkilere karşı dikkatli olması sistemi yavaş hareket ettirmesine sebep olmaktadır. Dolayısıyla tepe vinç operasyonlarında verim düşmekte, zaman kaybı ve yüksek operasyon ücretleri oluşmaktadır [2]. Yükün küçük salınım hareketleri ile hassas bir şekilde pozisyonlanması amacıyla kontrol sistemlerinin kullanılması avantaj sağlamaktadır.

Tepe vinç dinamiklerinin modellenmesi ve kontrolüne yönelik çalışmalar zamanla artmaktadır. Literatüre göz attığımızda, doğrusal olmayan denklemlerin Lagrange yöntemi kullanılarak elde edildiği temel çalışmalardan biri Mohammed F. ve Ziyad N. [3] tarafından gerçekleştirilmiştir. İlgili çalışmada taşıma esnasında oluşan yük salınımlarını azaltmak için açık çevrim tekniklerinden olan referans şekillendirme ile beslemeli kontrol yapıları bir arada kullanılmıştır. Referans şekillendirme yaklaşımı tepe vinçlerinin kontrolünde önemli

Açık çevrim kontrol uygulamalarının sadeliği ve performansı uygulamada kendini gösterse de bozucu etkilere, halat uzunluğu ve yük gibi sistem parametrelerinin değişimlerine karşı yeteri kadar dayanıklı değildirler [2]. Bu doğrultuda araştırmacıların bulanık mantık, dayanıklı ve optimal kontrol gibi kapalı çevrim tekniklere yönelmesi kaçınılmaz olmuştur. Jaroslaw S. Solihin vd. ip uzunluğundaki ve yükteki değişimlere göre kazançlarını güncelleyen bulanık mantık ayarlamalı PID kullanmışlardır [5]. LQR ile optimal kontrolör tasarımı ise Jafari vd. tarafından tepe vincin pozisyon kontrolü için uygulanmıştır [6]. Moradi ve Vossoughi tarafından bir durum gözleyici tabanlı kontrol ile D-K iterasyon temelli H_∞ kontrol yaklaşımları bir arada kullanılarak sistemdeki parametrelerdeki belirsizliklerle baş edilmiştir [7]. Parametre değişimlerine kazançlarını güncelleyerek uyum sağlayan LQR yaklaşımı Corrigan vd. tarafından tercih edilmiştir [8]. Bu çalışmada ise ele alınan tepe vinc sistemi halat uzunluğu ve yük değişimlerine göre kazançlarını ayarlayan bir LQR tasarımı gerçekleştirilmiştir. Sistemin Doğrusal Parametre Değişimli (DPD) model olarak ele alınması sonucu Doğrusal Matris Eşitsizlikleri (DME) tabanlı DPD LQR tasarımı yapılmıştır. Önerilen kontrolörün sabit kazançlı yapıları karşı olan üstünlüğünü ortaya koymak için nominal LQR kontrolör ile karşılaştıran benzetim çalışmaları yapılmıştır. Benzetim sonuçları önerilen kontrolörün parametre değişimlerinden kaynaklanan performans kayıplarını azalttığını açıkça ortaya koymaktadır.

2. Tepe Vinçin Matematiksel Modeli

Tepe vinç sistemine ait fiziksel model Şekil 1 de görülmektedir. Ele alınan bu tepe vincin kontrole yönelik matematiksel modeli Kim vd. tarafından elde edilmiştir [9].



Şekil 1: Tepe vinç fiziksel modeli [9].

Burada x arabanın yataydaki konumunu, θ yükün salınım açısını, ℓ ise ip uzunluğunu göstermektedir. f_x ise arabaya x yönünde uygulanan kuvveti, m_L yükün kütlesini, m_T arabaya ait kütleyi, g yer çekimi ivmesini göstermektedir. Sisteme ait durum uzay denklemleri,

$$\dot{x}_p = A(m_L(t), \ell(t))x_p(t) + B_p u(t) \quad (1)$$

şeklinde yazılabilir. Burada,

$$x_p(t)=[x \quad \dot{x} \quad \theta \quad \dot{\theta}]^T \quad (2)$$

sistemin durum vektörünü,

$$u(t) = f_x \quad (3)$$

sistemin kontrol girişini vermektedir ve $A(m_L(t), \ell(t)) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ durum matrisi ile $B_p \in \mathbb{R}^{n \times m}$ kontrol giriş matrisini ifade etmektedir. DPD formatındaki matrislerin genel gösterimi

$$X(\alpha) = X_0 + \alpha_1 X_1 + \dots + \alpha_n X_n \quad (4)$$

şeklinde. Burada $n = 1, \dots, k$ ve k zamanla değişen parametre sayısıdır. Burada Planlama Parametreleri (PP) alt ve üst değerleri önceden bilindiği varsayılan ve

$$v := \left\{ (\alpha_1, \dots, \alpha_k) : \alpha_i \in \{\alpha_i, \overline{\alpha_i}\} \right\} \quad (5)$$

ile verilen küme içinde değer alan değişkenlerdir. Tepe vinç sistemine ait PP vektörü elemanları

$$\alpha = \begin{bmatrix} m_L(t) & \frac{m_T + m_L(t)}{l(t)} \end{bmatrix} \quad (6)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Sistemimiz için verilmiş olan $A(m_L, \ell)$ matrisi,

$$A(m_L(t), \ell(t)) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_L(t)g}{m_T} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{(m_T + m_L(t))g}{m_T \ell(t)} & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

şeklinde yazılmaktadır. Verilen bu $A(m_L, \ell)$ matrisini DPD formatında

$$A_P(\alpha) = A_{p_0} + \alpha_1 A_{p_1} + \alpha_2 A_{p_2} \quad (8)$$

olarak yazabiliriz. Buradaki sabit değerli matrisler

$$\begin{aligned}
A_{p0} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, A_{p1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{g}{m_T} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\
A_{p2} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{g}{m_T} & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{9}$$

olarak belirlenmiştir ve kontrol girişi matrisi ise

$$B_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ m_T \\ 0 \\ 1 \\ -m_T \end{bmatrix} \quad (10)$$

şeklinde yazılmaktadır.

3. DPD LQR ile Referans Takibi

Bu bölümde zamanla değişen parametreleri olan bir sistemin DPD modeli için integral etkili LQR sentezi elde edilmiştir. Kontrolcü tasarımı DME sayesinde bir dış büyü optimizasyon problemi olarak ifade edilmiştir. Zamanla değişen parametrelere sahip sistem (1), daha önce belirlenmiş olan PP (6) ve parametre bağımlı sistem matrisleri (8-9) yardımı ile

$$\dot{x}_p(t) = A_p(\alpha)x_p(t) + B_p u(t) \quad (11)$$

şeklinde yazıldığında, DPD yapısında ifade edilmiştir. Burada $x_p(t) \in \mathbb{R}^n$ durum vektörü, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ kontrol girişi vektörü, $A_p(\alpha) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ durum matrisi ve $B_p \in \mathbb{R}^{n \times m}$ kontrol girişi matrisidir. Referans takibi amaçlandığında arttırılmış bir durum uzay modeli

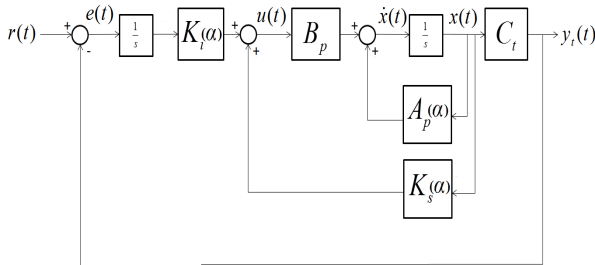
$$\dot{x}(t) = A(\alpha)x(t) + Bu(t) + B_r r(t) \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_p(t) \\ e_i(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_p(\alpha) & 0 \\ -C_i & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p(t) \\ \int e_i(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_p \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} r(t) \quad (13)$$

olarak oluşturulabilir. Burada $r(t) \in \mathbb{R}^p$ referans girişlerini, $e_i(t) \in \mathbb{R}^p$ referans takip hatası vektörünü, $A(\alpha)$ arttırılmış durum matrisini, B_r referans giriş matrisini ve B arttırılmış kontrol giriş matrisini göstermektedir. Referans takip hatası vektörü

$$e_i(t) = r(t) - C_i x_p(t) \quad (14)$$

ile gösterilmektedir.



Şekil 2: Durum geri beslemesi ile referans takibi blok diyagramı.

Referans takibini amaçlayan durum geri beslemeli kontrol kanunu

$$u(t) = K(\alpha)x(t) = [K_s(\alpha) \ K_I(\alpha)]x(t) \quad (15)$$

biçimindedir. Burada $K(\alpha) \in \mathbb{R}^{m \times (n+p)}$ kontrolör kazanç matrisidir. Durum geri beslemeli kontrol kanunu ile kapalı çevrim sistem

$$\dot{x}(t) = (A(\alpha) + BK(\alpha))x(t) \quad (16)$$

iç kararlı kılındığında referans takip hatası (14) da kararlı kılınacağı için kalıcı hal hatasını ortadan kaldırmaktadır. Söz konusu kontrolcünün tasarımında

$$J = \int_0^\infty x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)dt \quad (17)$$

ile verilen maliyeti minimum kılındığında, optimal kontrolcü elde edilmektedir. Maliyet fonksiyonu (17) içinde, kontrol kanunu (15) yerine konulduğunda

$$J = \int_0^\infty x^T(t)(Q + K(\alpha)^T RK(\alpha))x(t)dt \quad (18)$$

elde edilir. Bu aşamada maliyet fonksiyonunu hesaplayabilmek için durum yörüngelerinin çözümü, (18) ifadesine yerleştirildiğinde

$$J = x_0^T \left[\int_0^\infty e^{(A(\alpha) + BK(\alpha))^T t} (Q + K(\alpha)^T RK(\alpha)) e^{(A(\alpha) + BK(\alpha)) t} dt \right] x_0 \quad (19)$$

$$J = x_0^T X(\alpha) x_0 \quad (20)$$

elde edilir. Burada, maliyet fonksiyonunu (20) minimum kılan çözüm

$$(A(\alpha) + BK(\alpha))^T X(\alpha) + X(\alpha)(A(\alpha) + B(\alpha)K(\alpha)) + Q + K(\alpha)^T RK(\alpha) = 0 \quad (21)$$

ile verilen Lyapunov eşitliğinden elde edilir. Bu aşamada $Y(\alpha) := Y(\alpha)^T > X(\alpha)$ değişken tanımlaması ile

$$(A(\alpha) + BK(\alpha))^T Y(\alpha) + Y(\alpha)(A(\alpha) + BK(\alpha)) + Q + K(\alpha)^T RK(\alpha) < 0 \quad (22)$$

doğrusal olmayan matris eşitsizliği elde edilir. Burada karar değişkenleri olan $Y(\alpha)$ ve $K(\alpha)$ matrislerinin çarpım halinde olması dış büyü optimizasyon tekniklerinin kullanımını engellemektedir. Schur tümleyen [10] dönüşümü ile,

$$\begin{bmatrix} \underbrace{(A(\alpha)^T Y(\alpha) + K(\alpha)^T B^T Y(\alpha)) + Q + K(\alpha)^T RK(\alpha)}_{\Omega} & K(\alpha)^T \\ * & -R^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (23)$$

elde edilir. Ardından uyumluluk dönüşümü [10] uygulamak için eşitsizlik (23) sağından ve solundan,

$$\begin{bmatrix} Z(\alpha) & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (24)$$

ile çarpılmalıdır. Burada $Z(\alpha) = Z(\alpha)^T = Y(\alpha)^{-1}$ olarak seçilmiştir ve uyumluluk dönüşümünün ardından

$$\begin{bmatrix} \underbrace{(A(\alpha)Z(\alpha) + BK(\alpha)Z(\alpha)) + \Pi^T}_{\Pi} & Z(\alpha)K(\alpha)^T \\ * & -R^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (25)$$

kısıtı elde edilir. Bu aşamada $W(\alpha) := K(\alpha)Z(\alpha)$ değişken dönüşümünü ve Schur tümleyen [10] uygulandığında

$$\begin{bmatrix} \underbrace{(A(\alpha)Z(\alpha) + BW(\alpha))}_{\Psi} & W(\alpha)^T & Z(\alpha) \\ * & -R^{-1} & 0 \\ * & * & -Q^{-1} \end{bmatrix} \prec 0 \quad (26)$$

DME kısıtı elde edilmiş olunur. DPD LQR tasarımının maliyet fonksiyonunu minimum kılmayı amaçladığını hatırlayarak

$$iz(x_0^T X(\alpha) x_0) < iz(x_0^T Y(\alpha) x_0) \quad (27)$$

yazabiliriz. Maliyet fonksiyonunun üstten sınırlamak için yeni bir $S(\alpha) = S^T(\alpha) \succ Y(\alpha)$ değişkeni tanımlayarak

$$S(\alpha) \succ Y(\alpha) \Leftrightarrow \begin{bmatrix} S(\alpha) & I \\ I & Z(\alpha) \end{bmatrix} \succ 0 \quad (28)$$

kısıtı elde edilmiş olur. Artık $iz(S(\alpha))$ skalerinin minimizasyonu ile kontrolcünün optimal çözümü elde edilebilir. Bu aşamada DPD LQR tasarımı için gerekli kısıtlar (26, 28) elde edilmiştir. Fakat ilgili kısıtların PP ait her değer için sağlandığını garanti etmek sonsuz sayıda DME kısıtı yazılmasını gerektirir. Söz konusu problemi sonlu sayıda DME ile çözebilmek için Apkarian vd. tarafından literatüre sunulmuş olan çoklu dış büyüklük yardımcı teoremi kullanılacaktır [11].

Yardımcı Teorem (Çoklu Dışbükey Argümanı):

$f(\alpha_1, \dots, \alpha_k)$, $\alpha \in \mathbb{R}^q$ değişkenlerine bağlı karesel bir fonksiyon olsun

$$f(\cdot) = \delta_0 + \sum_i \delta_i \alpha_i + \sum_{i < j} \beta_{ij} \alpha_i \alpha_j + \sum_i \gamma_i \alpha_i^2 \quad (29)$$

şeklinde tanımlansın. Ayrıca $f(\cdot)$

$$2\gamma_i = \frac{\partial^2 f}{\partial \alpha_i^2}(\alpha) \geq 0, \quad \forall i = 1, \dots, q \quad (30)$$

koşulu sağlansın. Bu özelliklere sahip $f(\cdot)$, çoklu dışbükey fonksiyonu olarak adlandırılır.

Yardımcı teoremin (25) üzerinde uygulanmasıyla

$$A_i^T X_i + X_i A_i + M_i > 0, \quad i = 1, \dots, k \quad (31)$$

haline gelecektir.

Teorem: Verilen Q ve R matrisleri için, kapalı çevrim DPD sistemin (16) kararlılığını ve maliyet fonksiyonunun (17) optimal değerini veren DPD LQR kontrolcü aşağıda verilen optimizasyon probleminin çözülmesiyle

$$\min iz(S(\alpha))$$

kısıtlar:

(5) kümesinin her köşe noktası için (26), (28)

$i = 1, \dots, k$ için (31)

hesaplanan $W(\alpha)$ ve $Z(\alpha)$ karar değişkenleri cinsinden PP anlık değerlerine bağlı olarak $u(t) = K(\alpha) = W(\alpha)Z(\alpha)^{-1}x(t)$ şeklinde hesaplanır.

4. Benzetim Çalışmaları

Bu bölümde, bir tepe vincin minimum salınım açısı ile konum kontrolü için DPD LQR tasarımı ve nominal LQR ile performans kıyaslaması ele alınmıştır. Tüm benzetim çalışmaları ve hesaplamalarda Matlab&SIMULINK programı kullanılmıştır. Önceki bölümde verilen teoremin çözümünde ise YALMIP ayrıştırıcısı ve SEDUMI çözücüsü kullanılmıştır [12], [13].

Sistem parametreleri, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, $m_T = 32 \times 10^3 \text{ kg}$, $m_L \in [12.2 \times 10^3 \text{ kg}, 42.2 \times 10^3 \text{ kg}]$, $\ell \in [8 \text{ m}, 20 \text{ m}]$ olarak alınmıştır [9]. PP ait alt ve üst değerler yük ve ip uzunluğun alt ve üst değerleri yardımı ile

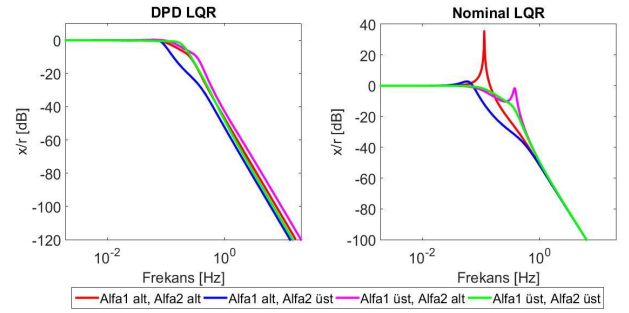
$$\begin{aligned} \alpha_1 &\in [12.2 \times 10^3 \text{ kg}, 42.2 \times 10^3 \text{ kg}] \\ \alpha_2 &\in [2210 \text{ kg/m}, 9275 \text{ kg/m}] \end{aligned} \quad (32)$$

olarak belirlenmiştir. Q ve R ayar parametreleri ise

$$\begin{aligned} Q &= \text{diag}(0.1 \quad 0.1 \quad 50 \quad 1 \quad 2) \\ R &= 5 \times 10^{-9} \end{aligned} \quad (33)$$

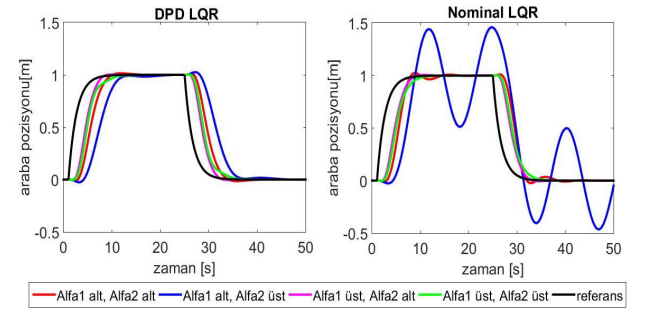
olarak seçilmiştir.

Parametre değişimlerine karşı kontrolcü performansını incelemek için referans girişinden arabanın yataydaki konumuna olan frekans yanıtları Şekil 3 ile incelenebilir.



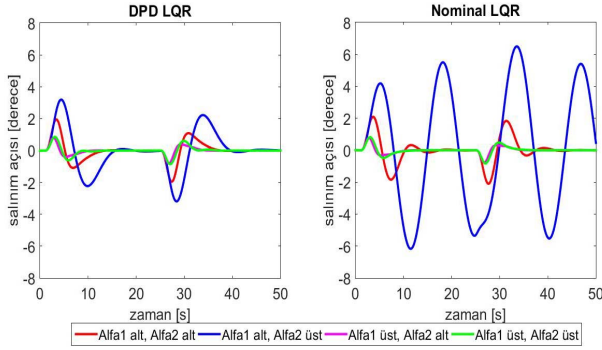
Şekil 3: Frekans Cevabı yerleşimi

Verilen frekans cevapları açıkça ortaya koymaktadır ki nominal LQR tasarımı parametre değişimlerine göre kritik sönümlü karakterden az sönümlü karaktere geçiş gösterebilirken, DPD LQR tasarımı kritik sönümlü veya birinci mertebeden sistem benzeri davranışını korumaktadır. Arabanın konum takibi cevapları DPD ve nominal LQR için Şekil 4 ile verilmiştir.



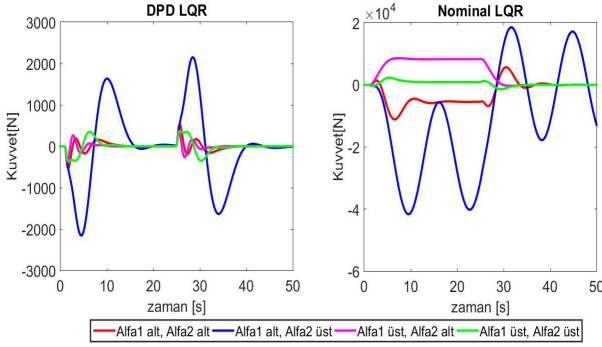
Şekil 4: Araba pozisyon değişimi

Açıkça görüldüğü üzere DPD kontrolcünün performansı nominal olana göre parametre değişimlerine daha duyarlıdır. Arabanın konum takibi sırasında oluşan yük salınımları ise Şekil 5 ile görülebilir.



Şekil 5: Yük salınım açısı

Yük salınımı yanıtları da DPD kontrolcünün üstünlüğünü ortaya koymaktadır. Her iki kontrolcünün performansını karşılaştırırken kontrol sinyallerinin boyutları da büyük önem teşkil etmektedir ve şekil 6 aracılığı ile incelenebilmektedir.



Şekil 6: Kontrol Kuvvetlerindeki Değişim

Elde edilen kontrol cevaplarını da karşılaştırdığımızda DPD olarak tasarlanan kontrol sisteminin daha yüksek bir performansı daha düşük kontrol kuvvetiyle sağladığı ortaya konmaktadır.

Zaman ve frekans alanında yapılan analizler açıkça ortaya koymaktadır ki sistemdeki parametre değişimlerinin nominal LQR performansı üzerinde oluşturduğu kayıpların önüne geçmek için DPD LQR tasarımı uygun bir çözüm olarak öne çıkmaktadır.

5. Sonuçlar

Bu çalışmada, yük ve ip uzunluğu parametreleri zamanla değişen bir tepe vincin minimum salınım ile konum kontrol problemi ele alınmıştır. Yük ve ip uzunluğundaki değişimleri ifade etmek için sistem DPD yapısında modellenmiştir. Ardından ortak performans kriterleri ile nominal ve DPD LQR kontrolcü tasarımları yapılmıştır. Tasarımın en önemli aracı dış büyükey optimizasyon temelindeki DME olmuştur. Yapılan benzetim çalışmaları nominal LQR performansının parametre değişimlerine karşı son derece hassas olduğunu göstermiştir. DPD LQR ise aynı parametre değişimlerine karşı performans

kayıplarını azaltırken daha düşük kontrol sinyali üretmiştir. Sonuç olarak, önerilen bu kontrolcü yapısının tepe vinçlerin düşük salınım hareketi ile konum kontrolüne yönelik yüksek bir potansiyele sahip olduğu görülmektedir.

6. Kaynaklar

- [1] H.M, "Control of gantry and tower cranes". Ph.D. Thesis, M.S.Virginia Tech, 2003.
- [2] Abdel-Rahman, Eihab M., Ali H. Nayfeh, and Ziyad N. Masoud. "Dynamics and control of cranes: A review." J. Vib. Control 9.7: 863-908, 2003.
- [3] Daqaq, Mohammed F. , Masoud, Ziyad N. Nonlinear input-shaping controller for quay-side container cranes. Nonlinear Dynam, 2006, 45.1-2: 149-170.
- [4] Singhose, William, et al. "Effects of hoisting on the input shaping control of gantry cranes." Control Eng. Prac. 8.10: 1159-1165,2000.
- [5] Solihin, Mahmud Iwan, and Ari Legowo. "Fuzzy-tuned PID anti-swing control of automatic gantry crane." J. Vib. Control, Vol. 16, No. 1, pp. 127-145, 2010.
- [6] Jafari, J.; Ghazal, M.; Nazemizadeh, M. A LQR Optimal Method to Control the Position of an Overhead Crane. IAES International Journal of Robotics and Automation, 2014, 3.4: 252.
- [7] Moradi, Hamed, and Gholamreza Vossoughi. "State estimation, positioning and anti-swing robust control of traveling crane-lifter system." Appl. Math. Modell. 39.22: 6990-7007, 2015.
- [8] Corrigo, Giorgio; Gua, Alessandro; Usai, Giampaolo. An implicit gain-scheduling controller for cranes. IEEE Trans. on Control Syst. Technol., 1998, 6.1: 15-20.
- [9] Kim, Yong-Seok, Keum-Shik Hong, and Seung-Ki Sul. "Anti-sway control of container cranes: inclinometer, observer, and state feedback." Int. J. Control. Autom. Syst. 2.4: 435-449, 2004
- [10] Boyd S., Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory, SIAM, Philadelphia, 1994.
- [11] Gahnet, Pascal; Apkarian, Pierre; Chilali, Mahmoud. Affine parameter-dependent Lyapunov functions and real parametric uncertainty. IEEE Trans. on Autom. Cont., 1996, 41.3: 436-442.
- [12] J. Löfberg, "Yalmip: a toolbox for modelling and optimization in Matlab", in IEEE International Symposium on Computer Aided Control System Design, Taipei, pp. 284-289, 2004.
- [13] J. F. Strum, "Using SeDuMi 1.02, a Matlab toolbox for optimization over symmetric cones", Optim Method Softw, vol. 11, no. 1-4, pp. 625-653, 1999.