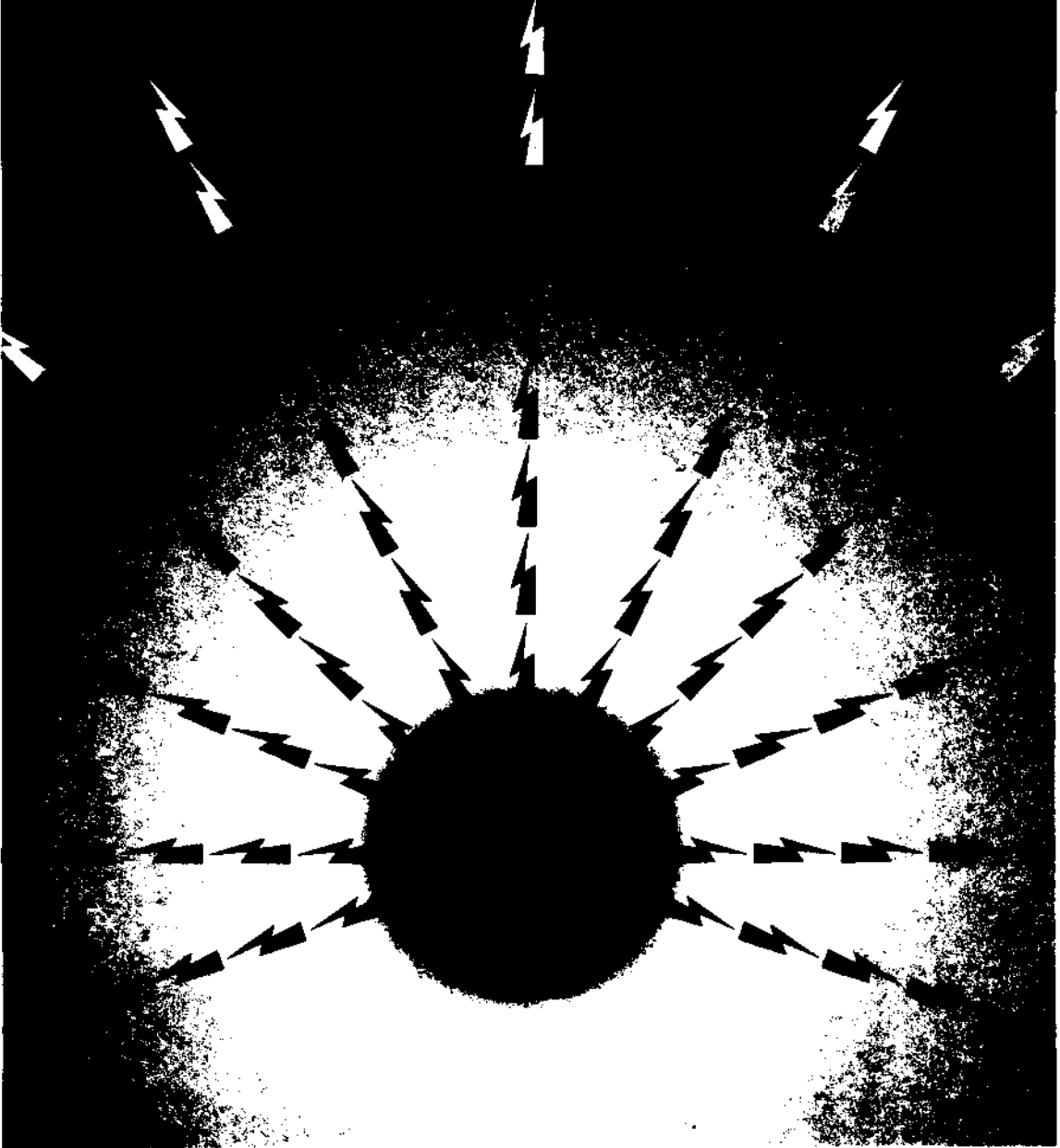


TMMOB ELEKTRİK MÜHENDİSLERİ ODASI

ELEKTRİK - ELEKTRONİK BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ 7. ULUSAL KONGRESİ



TMMOB
ELEKTRİK MÜHENDİSLERİ ODASI
ANKARA ŞUBESİ



ODTÜ
ELEKTRİK -ELEKTRONİK
MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ



TÜBİTAK

ÖNSÖZ

TBMMO Elektrik Mühendisleri Odası Elektrik-Elektronik-Bilgisayar Mühendisliği 7. Ulusal Kongresini ve Sergisini Orta Doğu Teknik Üniversitesi'nde gerçekleştirmiş olmaktan onur ve sevinç duymaktayız. Üniversite olarak kongreye ikinci kez evsahipliği yapmamız bizi fazlasıyla mutlu etmiştir, ama mutluluğumuz asıl geçen süre içinde Odamızın, meslek yaşamımızın ve Üniversitemizin ne kadar gelişmiş olduğunu gözlemekten kaynaklanmaktadır.

Gerçekten de ilgi alanlarımızın çeşitlenmesi, bu alanlarda belli bir beceriye ulaşılmış olması, eskiden güçlü olduğumuz dallarda da gücümüzün sürmesi Elektrik-Elektronik ve Bilgisayar Mühendislerimizin ülke genelinde giderek daha fazla söz sahibi olmaları olgusunu yaratmaktadır. Bireysel basanlarımızın kurumlarımızı da ülke ekonomisi ve gelişmesi bakımından güçlendirmekte olduğu açıktır. Nitekim bu sektörlerde faaliyet gösteren kuruluş sayısı hızla artmaktadır. Bu sayısal gelişmenin nitelik bakımından da aynı hızla sürdüğünü görmek sevindiricidir. Kongremiz ve sergimiz bunun en somut kanıtını oluşturmaktadır.

2000'li yılların Türkiye'sinin ihtiyaçlarını yakahyabilmek için daha çok şeyler yapılması gerekmektedir. Endüstri-Eğitim Kurumları ve Meslek Odaları arasındaki iletişim ve karşılıklı etkileşimi güçlendirmek gerekmektedir. Bu geçmişe oranla daha sevindirici bir düzeyde sürüyor da olsa henüz gelişmiş ülkelerdeki başarılı örneklerin uzağındadır. Önümüzdeki yıllarda bu konuda daha fazla çabaya ihtiyaç vardır.

Tüm katılımcılara Kongre ve Sergimize vermiş oldukları güç için teşekkür ediyorum. Sizleri Üniversitemizde görmeyi kıvancıyla selamlıyor saygılarımı sunuyorum.

Prof. Dr. Fatik Canatan
Yürütme Kurulu Başkanı

ELEKTRİK-ELEKTRONİK-BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ
7. ULUSAL KONGRESİ

YÜRÜTME KURULU

Fatih CANATAN (Başkan, ODTÜ)

M. Mete BULUT (ODTÜ)
Cengiz BEŞİKÇİ (ODTÜ)
Gönül SAYAN (ODTÜ)
Cemil ARIKAN (TÜBİTAK)
M. Hacim KAMOY (ASELSAN)
Hüseyin ARABUL (BARMEK)
Aydın GÜRPINAR (ENERSİS)

M. Asım RASAN (EMO)
Cengiz GÖLTAŞ (EMO)
H. Ali YİĞİT (EMO)
Kubilay ÖZBEK (EMO)
M. Sıtkı Çiğdem (EMO)
Funda BAŞARAN (EMO)
Mustafa ÖZTÜRK (EMO)

EDİTÖRLER

Fatih CANATAN

Mehmet Mete BULUT

KAPASİTİF YÜKLÜ ÜNİFORM RLC HATLARDA YÜKSELME VE GECİKME ZAMANI HESAPLAMALARI İÇİN PRATİK BİR YAKLAŞIM

Mahmut ÜN Baran TANDER

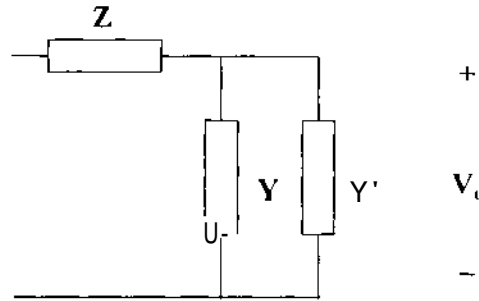
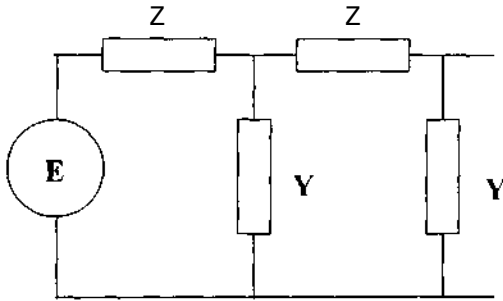
İ.Ü. Mühendislik Fakültesi Elektronik Müh. Bölümü 34850 Avcılar İSTANBUL

Abstract:

In this theoretical paper, simple explicit delay and rise time expressions for RLC ladder networks are presented. Derivation of these expressions are based on Elmore's definitions. Transfer function for an n - celi RLC ladder network with capacitive load is obtained by using transmission parameter matrix for each celi. In calculation of transfer function, transmission line is treated as a lumped parameter ladder network. Explicit delay and rise time formulas are computed from transfer function using Elmore's definitions. Examples are included to exhibit the use of the formulations given for delay and rise times. As a special case proposed expressions are verified with PSpice 5 Circuit Analysis Program for $n = 2,3,5$ - celi ladder netv/orks loaded with capacitance.

Giriş:

Bilindiği gibi dijital devrelerdeki bağlantı hatları gecikme zamanını belirleyen ana etkenlerden biridir. Bu nedenle, bir hat veya bir iç bağlantı devresi için geçici proses ve gecikme zamanı hesaplamaları ile ilgili yayınlara literatürde çok sık rastlanmaktadır [1] - [3]. Hatları



Şekil 1: Üniform dağılım hat modeli.

dağılım parametrelili elemanlarla veya toplu parametrelili merdiven devreleriyle modelleyen çalışmalar bulunmaktadır [4] - [8]. Darbe yayılmasındaki gecikmeler büyük ölçekli devrelerin çalışma hızını sınırlar. Son yıllardaki çalışmalarda, iç bağlantıların üniform dağılım RC hatlarıyla modellendiği RC ağaç devrelerinde sinyal gecikmesinin tahmini özetlenmiştir [9]. Yüklü RC hatları bulunduran devrelerde sinyal gecikmelerinin hesabı için bilinen

yöntemler, ya toplu parametrelili yaklaşımı ya da sınır değerler cinsinden gecikmelerin verilmesini temel almaktadır. Bu çalışmada, toplu parametrelili yaklaşım kullanılarak kapasitif yüklü üniform hat durumunda, yükselme ve gecikme zamanları için yaklaşık analitik çözümler verilmiştir. Çözüm, transfer fonksiyonu ve Elmore tanımlarını esas almaktadır.

Üniform Dağılım Hat Modeli:

Üniform dağılım hat, n - hücreden oluşan merdiven RLC devreleriyle modellenmiştir. Şekil 1' de gösterilen devrenin kapasitif yüklü olduğu ve sinüsoidal gerilim kaynağıyla uyarıldığı varsayılmıştır.

Frekans domeninde Şekil 1' de gösterilen empedans ve admitanslar: $Z = R + sL$, $Y = sC$ ve yük $Y' = sC'$ olarak tanımlanmıştır. Yük kapasitesi $C' = aC$ olarak seçilmiştir ve burada $a < 0$. n , $2n$ olarak düşünülmüştür. Bir tek hücre için transmisyon parametre matrisi

$$\begin{bmatrix} I + ZY & Z \\ Y & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

olarak bulunur, n hücrenin kaskat bağılı olduğu

düşünülerek, devrenin transmisyon matrisi T^n olur. V ile yüklenmiş ve E ile uyarılmış bir devre için bu transmisyon matrisi kullanılarak, $H = V_o / E$ transfer fonksiyonu hesaplanırsa,

$$H = \frac{2^{n+1}}{(a+b)^n + (a-b)^n + \phi \left[(a+b)^n - (a-b)^n \right]} \quad (2)$$

elde edilir. Burada $-a-2 + ZY, -b-4a^2 -4,$
 $\zeta = \frac{ZY(l + 2a)}{b}$ olarak tanımlanmıştır.

Gecikme ve Yükselme Zamanlarının Hesabı:

Verilen bir filtre cevabından gecikme ve yükselme zamanlarının bulunması genelde zordur. Bu hesaplamalar için daha klasik bir yöntem Elmore tarafından önerilmiştir. Basamak cevabında aşım olmadığı veya ihmal edildiği durumlarda Elmore tanımları geçerlidir. Gecikme ve yükselme zamanları sırasıyla,

$$\tau_D = \int_0^{\infty} th(t)dt \quad (3)$$

$$\tau_R = \sqrt{2\pi} \left[\int_0^{\infty} rh(t)dt - r_D^2 \right]^{1/2} \quad (4)$$

eşitlikleriyle tanımlanmıştır. Burada $h(t)$ normalize darbe cevabıdır. Transfer fonksiyonu bir güç serisine aşağıdaki gibi açılabilir:

$$H(s) = \int_0^{\infty} jh(t) e^{-st} + s^2 + \dots dt \quad (5)$$

(3), (4) ve (5) eşitliklerinden aşağıdaki denklem elde edilir:

$$H(s) = 1 - s\tau_D + \frac{s^2}{2!} \left(\frac{\tau_R^2}{2\pi} + \tau_D^2 \right) - \dots \quad (6)$$

$s = 0$ noktası civarında $H(s)$ ' in Taylor serisine açılımı,

$$H(s) = H(0) + H'(0)s + H''(0) \frac{s^2}{2!} + \dots \quad (7)$$

olur (5) ve (6) eşitlikleri karşılaştırılırsa,

$$r_n = -H(0) \quad (8)$$

$$\tau_R = \left[2\pi(H''(0) - \tau_D^2) \right]^{1/2} \quad (9)$$

elde edilir. (2) eşitliğinden $H'(0)$ ve $H''(0)$ değerleri bulunarak, (8) ve (9)' da yerlerine konursa,

$$\tau_D = \frac{nRC}{2} (n+1+2a) \quad (10)$$

$$\tau_R = \sqrt{2\pi \left\{ \frac{C^2 R^2}{4} \left[n^4 - \frac{n^3}{3} + 4n^2 - \frac{2n}{3} + \alpha \left(\frac{10}{3} n^3 + 2n^2 + \frac{8n}{3} \right) + 4na \right] - LCrin + 1 + 2a \right\}} \quad (11)$$

elde edilir. Yukarıda verilen formülasyonlara göre, gecikme zamanı n, R, C ve a parametrelerine; yükselme zamanı ise n, R, L, C ve a parametrelerine bağlıdır. Gecikme ve yükselme zamanları için önerilen genel formülasyon, $n = 2, 3, 4, 5$ hücreli kapasitif yüklü daha basit devreler için

ayrı ayrı test edilmiştir, önce bu basit devreler için transfer fonksiyonları hesaplanmış ve Elmore tanımları kullanılarak transfer fonksiyonlarından gecikme ve yükselme zamanları elde edilmiştir. Bu basit durumlar için bulunan gecikme ve yükselme zamanlarının, önerilen genel formülasyondan elde edilen değerlerle aynı olduğu görülmüştür. Böylece önerilen formülasyon doğrulanmıştır.

Sayısal Örnekler:

Tablo 1: Teorik ve simüle edilmiş gecikme zamanı değerleri.

n	C_L (nF)	T_D (ns) (Teorik)	T_D (ns) (Simülasyon)
2	0	0.3	0.295
2	20	0.7	0.539
2	40	1.1	0.824
3	0	0.6	0.495
3	30	1.5	1.120
3	60	2.4	1.740
5	0	1.5	1.150
5	50	4	2.930
5	100	6.5	4.720

Tablo 2: Teorik ve simüle edilmiş yükselme zamanı değerleri.

n	C_L (nF)	T_R (ns) (Teorik)	T_R (ns) (Simülasyon)
2	0	0.25	0.326
2	20	1.349	1.177
2	40	2.364	2.067
3	0	0.954	0.816
3	30	3.214	2.766
3	60	5.471	4.746
5	0	2.965	2.410
5	50	9.089	7.730
5	100	15.329	13.126

Çeşitli kapasitif yüklerle yüklenmiş 2,3 ve 5 hücreli RLC merdiven devrelerinin basamak cevapları SPICE devre simülasyon programıyla elde edilmiştir. Devrelerin gecikme ve yükselme zamanları simülasyonla elde edilen basamak

cevaplarından bulunmuştur. Aynı devreler için, önerilen formülasyonla hesaplanan teorik gecikme ve yükselme cevaplarıyla simülasyonla bulunan nümerik sonuçlar karşılaştırılmıştır. örnek olarak alınan RLC merdiven devresinin $\{R = 10 \text{ n}, L = 1 \text{ nH}, C = 10 \text{ pF}\}$ $n = 2, 3$ ve 5 için basamak cevabı,

gecikme ve yükselme zamanları tablo 2 ve 3' de gösterilmiştir.

Çeşitli yük ve hücre sayısı durumları için düzenlenen tabloların incelenmesi sonucunda gecikme zamanlarının doğruluklarının hücre sayısı ve yük kapasitesi arttıkça azaldığı, yükselme zamanlarının doğruluklarının ise yük arttıkça arttığı, hücre sayısı azaldıkça azalmakta olduğu yorumu yapılabilir.

Sonuçlar:

Bu çalışmada, en genel durumda kapasitif yüklü üniform dağılmış RLC merdiven devrelerinde gecikme ve yükselme zamanlarının pratik hesaplamaları için basit açık formülasyonlar önerilmiştir. Formüllerin elde edilmesinde Elmore tanımları ve n - hücreli üniform dağılmış RLC merdiven devresinin transfer fonksiyonu kullanılmıştır. Transfer fonksiyonunun hesabında, devrenin transmisyon parametre matrisinden yararlanılmıştır. Gecikme ve yükselme zamanları için önerilen eşitlikler, hücre sayısı n ve R , L , C devre parametreleri ve yük kapasitesi cinsinden hesaplanabilmektedir. $n = 2, 3, 5$ özel durumları için önerilen formülasyonların doğruluğu ayrı ayrı test edilmiştir. Gecikme zamanlarının doğruluklarının hücre sayısı ve yük kapasitesi arttıkça azalmakta olduğu, yükselme zamanlarının doğruluklarının ise yük arttıkça artarken hücre sayısı arttıkça azalmakta olduğu gözlenmiştir.

Kaynaklar:

- [1] R.C. Saraswat, F. Mohammadi "Effect of Scaling of Interconnection on the Time Delay of VLSI Circuit", IEEE Trans. Electron Dev., Vol. ED - 29, pp. 645-50, 1982,
- [2] H.B. Bakoğlu, J.D. Meindi, "Optimal Interconnection Circuit,* for VLSI", IEEE Trans. Electron Dev., Vol. ED - 32, pp. 903 - 909, 1985,
- [3] C.A. Marinov, P. Neittaanmaki, "Mathematical Models in Electrical Circuits: Theory and Applications", Boston, MA, Kluwer Academic, 1991,
- [4] M. Cases, D.M. Quinn, "Transient Response of Uniformly Distributed RLC Transmission Lines", IEEE Trans. Circuits and Syst., Vol. 27, pp. 200 - 207, 1980,
- [5] M.G. Harbour, J.M. Drake, "Calculation of Signal Delay in Integrated Interconnections", "IEEE Trans. Circuits and Syst., Vol. 36, pp. 272 - 276, 1989,
- [6] C.A. Marinov, "The Delay Time for a RCG Line", Int. J. of Circuit theory Appl., Vol. 15, pp. 79 -83, 1987,
- [7] C.A. Marinov, P. Neittaanmaki, "A Theory of Electrical Circuits with Resistively Coupled Distributed Structures Delay Time Predicting",

IEEE Trans. Circuits and Syst., Vol. 35, pp. 173 .. 183, 1988,

[8] J. M. Zanade, T. Lin, "Equivalent Dominant Pole Approximation of Capacitively Loaded VLSI Interconnection", IEEE Trans. Circuits and Syst., Vol. CAS - 34, pp. 205 - 207, 1987,

[9] J. Rubinstein, P. Penfield Jr., MA Horowitz, "Signal Delay in RC Tree Networks", IEEE Trans. Computer Aided Design, Vol. CAD - 2, pp. 202 - 211, 1983.

ÇOK DEĞİŞKENLİ SİSTEMLERDE KARESEL İNDİRGEME

N. KARAYILANOĞLU , A. URAZ

Hacettepe Üniversitesi

Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü

06532 Beytepe - ANKARA

ABSTRACT

The aim of this work is to obtain the desired squared down plants in multi input multi output control systems. In order to square down non - square systems, post and pre compensators are introduced such that the resulting system has an equal number of inputs and outputs. The first design technique that is used in this work, is based on the iterative construction of a special coordinate basis (SCB) which involves a certain regrouping of the input-output variables by defining new state variables. By using SCB method; dynamic, asymptotically stable compensators can be designed. The second design technique that is used in this work, is based on rational matrix greatest common divisors (GCD). By using this method, it is possible to design stable minimum - phase squaring down compensators for multivariable plants.

SİMGELER

tR ; gerçel sayılar alanı,
 R ; rasyonel s işlevlerinin bir halkası,
 R_p ; rasyonel s işlevlerinin bir alt halkası,
 R_{pu} ; karmaşık s-düzleminin LI bölgesinde, rasyonel s işlevlerinden oluşan R_p ' nin bir alt halkası,
 $M(R_{ps})$; öğeleri R_{pu} ' a ait olan matrisler kümesi,
 $U(R_{ps})$; öğeleri R_{pu} ünimodüler matrislerinden oluşan $M(R_{ps})$ ' nin alt kümesi,
Uzun (geniş) matris ; satır (sütun) sayısı sütun (satır) sayısından fazla olan matris,
 A' ; A matrisinin devriği,
 $X(A)$; A matrisinin özdeğerleri kümesi,
 I ; birim matris,
 D ; D matrisinin dikdüzgün tümler matrisi olarak tanımlanmıştır.

1. GİRİŞ

Çok girişli çok çıkışlı denetim sistemlerinde karesel bir yapının olmayışı denetleç tasarımında zorluklar yaratmaktadır. Kareselleştirme şu şekilde açıklanabilir; çok değişkenli sistemlerde ölçülen çıkış değişkenleri denetim girişlerinin sayısından fazla ise veya denetim girişlerinin sayısı çıkış değişkenlerinden fazla ise; ya çıkışları birleştirip yeni bir çıkışlar kümesi oluşturulur ve bu kümedeki çıkışların sayısı da denetim girişlerine eşit tutulur ya da denetim girişlerinin sayısını azaltacak şekilde düzeltmeler tasarlanabilir. Böylece kareselleştirme yapılmış sistemler, yaygın kullanılan geri beslemeli tasarım yöntemlerine uygun hale getirilmiş olur.

Karesel indirgeme probleminin duruk (static) ön ve arka düzeltmeler ile çözümü birçok araştırmacı tarafından irdelenmiştir. Bunlar arasında Davison [6], Karcanias ve Giannakopoulos [7], Kouvaritakis ve MacFarlane [8] ve Vardoulakis [9] sayılabilir. Karesel indirgenmiş bir sistemde, özgün sistemde var olan sonlu sıfırlar yanında, eklenen birtakım sıfırlar kümesi söz konusudur. Eklenen bu sıfırlar ön ve arka düzeltmeler aracılığıyla açık sol yarı karmaşık s-düzleminde istenilen yerlere yerleştirilir. Ancak bu işlemi gerçekleştirmek, duruk düzeltmeler kullanıldığında her zaman olanaklı değildir. Sol evrilebilir sistemlerde Vardoulakis [9], sağ evrilebilir sistemlerde Davison [6], duruk düzeltmeler kullanılarak elde edilen karesel indirgenmiş sistemlerin istem dışı olarak en küçük evreli (nonminimum phase) olmadıklarını göstermişlerdir.

Bu çalışmada Matlab ortamına uygun olarak ön ve arka devingen (dynamic) düzeltmeler tasarlanmış ve sistemin karesel yapıya getirilmesi sağlanmıştır, ilk tasarım tekniği olarak, Saberi ve Sannuti' nin M, 21, önerdikleri özel koordinat tabanlı dönüşümler (SCB) kullanılarak, önce sistem alt sistemlere ayrılmaktadır. Bu alt sistemlerde ise, çıkış geri beslemesi kullanılarak kutup yerleştirme işlemi yerini eklenen sıfırların karesel indirgenmiş sisteme yerleştirilmesine bırakılmaktadır. Arkasından karesel indirgeme sorununun çözümü için ön ve arka düzeltmeler tasarlanmakta ve böylece eklenen sonlu sıfırlar açık sol yarı karmaşık s-düzlemine yerleştirilmiş olmaktadır, ikinci tasarım tekniği olarak, Safonov ve Le'nin [11] çalışmaları temel alınarak, rasyonel aktarım matrislerinin rasyonel matris en büyük ortak böleni (GCD) için durum uzayı yapısı verilmiştir. Ayrıca GCD sonuçlarının çok değişkenli sistemlerde kararlı ve en küçük evreli karesel indirgeme düzeltmelerinin tasarımı probleminin çözümünde nasıl kullanıldığı da gösterilmiştir. Bu tür düzeltmeler için bir uygulama olarak, H_r ; denetim problemleri verilebilir. Matris GCD'nin sistem teoremindeki önemi daha önce Rosenbrock [3], Wolovich [4], ve Kailath'ın [5] çalışmalarında vurgulanmış olmasına karşın bütün yararlılıkları ve tasarım yaklaşımlarındaki rolü tanıtılmamıştır. Bu durumun olası nedeni matris GCD'nin hesaplanabileceği güvenilir bir algoritmanın eksikliğidir. Yazında var olan algoritmalar, çokterimli matrislerin basit satır ve sütun işlemleri temeline dayanmaktadır. Bu algoritmalar ise bilgisayar ortamında uygulanması zor olan algoritmalarlardır.

2. TASARIM YÖNTEMLERİ

2.1 Özel Koordinat Tabanlı Sistemlerde Karesel İndirgeme

Bir \hat{t} sistemi ele alınsın;

$$\dot{\hat{v}} = \hat{A}\hat{v} + \hat{B}\hat{u}, \quad \hat{y} = \hat{C}\hat{v}$$

Burada $x \in \mathbb{R}^n$, $y \in \mathbb{R}^r$, $u \in \mathbb{R}^m$, B ve C ise dolu kerteğe (full rank) sahip matrislerdir. Özel koordinat tabanlı sistemlere göre bu gösterimin yeni dönüşümü aşağıdaki gibi olur [1, 2];

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} \hat{x}_a \\ \hat{x}_b \\ \hat{x}_c \\ \hat{x}_f \\ \hat{x}_j \end{bmatrix}, \quad \hat{v} = \begin{bmatrix} \hat{v}_a \\ \hat{v}_b \\ \hat{v}_c \\ \hat{v}_f \\ \hat{v}_j \end{bmatrix}, \quad \hat{u} = \begin{bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \\ \hat{u}_3 \\ \hat{u}_4 \\ \hat{u}_5 \end{bmatrix}$$

$$\dot{\hat{x}}_a = A_{aa}\hat{x}_a + L_{ab}\hat{v}_b + L_{af}\hat{v}_f, \quad \dot{\hat{x}}_b = A_{bb}\hat{x}_b + i-hj-y/$$

$$\dot{\hat{x}}_c = L_{cb}\hat{v}_b + L_{cc}\hat{x}_c + L_{cf}\hat{v}_f + B_c[V + E_{ca}\hat{x}_a]$$

$$\dot{\hat{x}}_f = B_f E_{fa}\hat{x}_a + B_f E_{fb}\hat{x}_b + B_f E_{fc}\hat{x}_c + A_{ff}\hat{x}_f + B_f u$$

$$\hat{v}_f = C_f \hat{x}_f, \quad \hat{v}_b = C_b \hat{x}_b$$

Yukarıdaki eşitliklerde G_1, G_2, G_3 tekil olmayan (non singular) dönüşüm matrisleridir. Burada, $x_a \in \mathbb{R}^{n_a}$, $x_b \in \mathbb{R}^{n_b}$, $x_c \in \mathbb{R}^{n_c}$, $x_f \in \mathbb{R}^{n_f}$, $x_j \in \mathbb{R}^{n_j}$ olarak tanımlıdır.

Yeni giriş ve çıkış değişkenleri $u, v \in \mathbb{R}^m \setminus \mathbb{R}^{n-1}$, $y_b \in \mathbb{R}^{r_b}$ ve yeni durum değişkenleri x_{if} ve x_{ib} şu şekilde verilebilir;

$$\hat{x}_f = \begin{bmatrix} \hat{x}_{f1} \\ \hat{x}_{f2} \\ \hat{x}_{f3} \\ \hat{x}_{f4} \\ \hat{x}_{f5} \end{bmatrix}, \quad \hat{x}_b = \begin{bmatrix} \hat{x}_{b1} \\ \hat{x}_{b2} \\ \hat{x}_{b3} \\ \hat{x}_{b4} \\ \hat{x}_{b5} \end{bmatrix}, \quad \hat{v}_f = \begin{bmatrix} \hat{v}_{f1} \\ \hat{v}_{f2} \\ \hat{v}_{f3} \\ \hat{v}_{f4} \\ \hat{v}_{f5} \end{bmatrix}, \quad \hat{v}_b = \begin{bmatrix} \hat{v}_{b1} \\ \hat{v}_{b2} \\ \hat{v}_{b3} \\ \hat{v}_{b4} \\ \hat{v}_{b5} \end{bmatrix}$$

Burada, $j=1, 2, \dots, i$ olmak üzere $x_{ij} \in \mathbb{R}^{n_{ij}}$, $x_{bij} \in \mathbb{R}^{n_{bij}}$ olarak verilmiştir, $k < n$ olan bir artı tamsayı, q, v ve r , ise $i = 1, 2, \dots, k$ olmak üzere tamsayı indeksleridir.

Sol Evrilebilir Sistemler

Ele alınan \hat{t} sistemi, SCB sistem yapısına uygun hale getirilmektedir. Bir sistemin sol evrilebilir olması için x_c durumunun ve v girişinin sistemde olmaması gerekir, böyle bir sistem ise bozulmamış (nongenerate) sistem olarak tanımlanır. Bu sistemlerde çıkış değişkenlerinin sayısı denetim girişlerinin sayısından fazladır. Burada, çıkış değişkenlerini karesel indirgeyebilmek için devingen A_{aa} arka düzelterleri tasarlanmaktadır.

Yukarıda verilen kararlılaştırılabilir (stabilizable) ve algılanabilir (detectable) bir sistem ele alınsın, $u = -Fx + u_0$ istenilen durum geri besleme denetim kuralıdır ve $A(A-BF)$ sol yarı s-düzleminde yer almaktadır. Burada u_0 yeni açık döngü denetimdir. Bu durumda en küçük dereceli gözetleç; $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$ matrisleri

ile gösterilebilir. Şu eşitlikler sağlanırsa;

i- $WA = -\lambda W + MC$,

ii- $\text{ker}(WC) = n$,

iii- $\lambda(N)$ sol yarı s-düzleminde olmalı,

arka düzelter eşitlikleri $[0, \lambda] = [c \quad \dots]'$ olmak üzere aşağıdaki gibi olur [1];

$$y = y_f + Jv_b + Gv$$

$$\dot{z} = Nz + Mv_b + H L_b f v_f$$

Sol evrilebilir, kararlılaştırılabilir ve algılanabilir sistem \hat{t} ve aktarım işlevi $H(s)$ elimizde iken karesel indirgenmiş sisteme Z_{opt} ve aktarım işlevine $H_{kate}(s)$ denirse, $H_{kate}(s)$ şu şekilde elde edilir; $H_{kate}(s) \sim \hat{K}(s) \hat{A}(s)$ özellikleri taşır;

i- Z_{opt} evrilebilirdir,

ii- T_{kate} in değişmeyen sıfırları $= f$ in değişmeyen sıfırları + $A(N) + A(A_{hh} - L_h F)$ dir. Bu durumda Z_{opt} in değişmeyen sıfırlarının sayısı $n_a + 2n_b - p_b$ olur,

iii- $L_{(pc)}$ in devingen derecesi $n + n_b - p_b$ dir,

iv- $L_{(pc)}$ in kutupları $= \hat{X}$ in kutupları + $\lambda(A)$ dir.

Devingen düzelter tasarımı için $e = W x_b - z$, $\hat{x}_b \sim [L, -x'h]$ olarak seçilirse, yukarıda verilen eşitlikler kullanılarak Y_{kate} için aşağıdaki devingen denklemler yazılabilir;

$$\dot{\hat{x}}_a = \tilde{A}_{aa}\hat{x}_a + \tilde{L}_{af}\hat{v}_f$$

$$\dot{\hat{x}}_f = B_f \tilde{E}_{fa}\hat{x}_a + B_f \tilde{E}_{fb}\hat{x}_b + B_f \tilde{E}_{fc}\hat{x}_c + A_{ff}\hat{x}_f + B_f u$$

$$\hat{v}_b = G\hat{x}_b - Gv$$

ve burada,

$$\tilde{A}_{aa} = \begin{bmatrix} A_{aa} & L_{ab}C_b - L_{af}F & L_{af}G \\ 0 & A_{bb} - L_{bf}F & L_{bf}G \\ 0 & 0 & N \end{bmatrix}, \quad \tilde{L}_{af} = \begin{bmatrix} L_{af} \\ L_{bf} \\ 0 \end{bmatrix}$$

olmaktadır.

Sağ Evrilebilir Sistemler

Sağ evrilebilir sistemlerde, x_b ve y_b sistemde yer almaz. Bu sistemlerde denetim girişlerinin sayısı çıkış değişkenlerinden fazladır. Bu çalışmada denetim girişlerini karesel indirgeyebilmek için K_{on} ön düzelterleri tasarlanmıştır, iki ayrı sorun olan, sağ evrilebilir sistemler için ön ve sol evrilebilir sistemler için arka düzelter tasarlamak, cebirsel olarak

birbirinin çiftesi olan işlemlerdir. K_{on} tasarlanırken şu basamaklar uygulanır;

- i - sağ evrilebilir sistemin çiftesi alınır,
- ii - çiftleş sistem SCB sistemlere uygun hale getirilir,
- iii - (A_{bb}, L_{bf}, C_b) ' nin çiftesi ile A''_{arka} ' nin çiftesi tasarlanır ve devriği alınır, böylece K_{on} tasarlanmış olur.

2.2 Rasyonel Matris GCD ve Karesel İndirgeme Düzeltcinin Durum Uzayı Gösterimi Kullanılarak Tasarımı

Bir sistem için verilen durum uzayı yapısı; uzun, dolu kerte, ka:arılıştırılabilir, rasyonel ve uygun bir aktarım matrisi $G(s)$ e $M(R_{p0})$ ' e sahip olsun. En küçük boyutlu olması gerekmeyen bu sistem, aşağıdaki gibi gösterilebilir;

$$G(s) = \begin{bmatrix} -si + A & B \\ \hline C & D \end{bmatrix}$$

Burada $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$, $D \in \mathbb{R}^{p \times m}$, $p > m$ ' dir. Bu sistemlerde, çıkış değişkenlerinin sayısı denetim girişlerinden fazladır. $G(s)$ dolu kerte, D ise dikdüzgün sütunlara sahip matrisler olmalıdır. $G(s)$ sistemine çıkış geri beslemesi D' ve denetlenebilir ve gözlenebilir özbiçim dönüşüm matrisi \tilde{T} uygulandıktan sonra elde edilen yeni sistem aşağıdaki gibi olmaktadır;

$$\begin{bmatrix} -si + \tilde{1} & \tilde{B} \\ \hline \tilde{C} & \tilde{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -si + \tilde{T}(A-BD'C)\tilde{T}^{-1} & \tilde{T}B \\ \hline D_1 D_1' C \tilde{T}^{-1} & D \end{bmatrix}$$

Bu çalışmada $G(s)$ gerçekleştirme, Hankel model indirgeme yöntemi kullanılarak en küçük evreli, denetlenebilir ve gözlenebilir bir alt gerçekleştirme indirgenmektedir [10]. Yeni sistem $(\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C}, \tilde{D})$;

$\tilde{F}, e^{\tilde{A}t}$, durum geri beslemesi, $\tilde{H}, e^{\tilde{A}t}$, çıkış içeri atması (output injection) olmak üzere, $A(\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C})$ ve $(\tilde{H}, \tilde{A}, \tilde{C})$, sol yarı karmaşık s-düzleminde yer alacak şekilde tasarlanmıştır [11].

Karesel indirgeme sorununun çözümü için tasarlanan devingen karesel indirgeme arka düzeltci $U_o(s)$, aşağıdaki özelliklere sahiptir;

- i- $U_o(s)$ kararlı ve en küçük evrelidir,
- ii-Karesel indirgenmiş sistem $\tilde{G}(s) = U_o(s)G(s)$ ' in, sağ yan karmaşık düzlemde sıfırları yoktur.
- iii- Karesel indirgenmiş sistem $\tilde{G}(s)$, özgün sistem $G(s)$ ile aynı A matrisine sahiptir.

Bunun sonucu olarak, devingen derecesi ve öz denklemleri aynıdır.

Tasarlanacak arka düzeltçe aşağıdaki gibi verilmiş olsun;

$$\tilde{U}_o(s) = \begin{bmatrix} U_{o1}(s) \\ U_{o2}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -si + A & -\tilde{H}\tilde{C} & \tilde{B} & \tilde{D} \\ \hline \tilde{F}_1 & & & D' \\ -iy_1 & \tilde{c}_1 & & D_1' \end{bmatrix}$$

Yukarıda verilen gerçekleştirme, $D_1(s)$ arka düzeltcinin en küçük gerçekleştirmesidir. Aktarım matrisi $D_a(s)$,/?₁₀-ünimodülerdir.Karesel indirgenmiş sistem $\tilde{G}(s)$, $G(s)$ sisteminin $U_o(s)$ arka düzeltci ile ardarda bağlanması sonucu aşağıda görüldüğü gibi elde edilmektedir;

$$\tilde{G}(s) = U_o(s).G(s) = \begin{bmatrix} -si + A & B \\ \hline \tilde{F}_1 \tilde{T}_1 + D_1' C & I \end{bmatrix}$$

Burada, \tilde{T} , Hankel model indirgemesinde kullanılan, tekil olmayan dönüşüm matrisidir. $\tilde{G}(s)$ kare bir sistemdir ve $G(s)$ sisteminin en büyük ortak sağ bölenidir (GCRD). Böylece özgün sistem, karesel indirgenmiş en küçük evreli sistem haline gelmiş olur. Geniş matrislerde karesel indirgeme konusu da, uzun matrislerin çiftesi olan işlemlerdir.

3.ÖRNEKLER

3.1 SCB Tasarımı

4 durumlu,1 girişli, 2 çıkışlı aşağıda verilen sistem ele alınsın;

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad \bullet \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} y$$

Bu sistem sol evrilebilir, denetlenebilir, gözlenebilir ve en küçük evreli bir sistemdir. Eğer eklenecek sıfırlar $\{-1, -2, -3, -4, -5\}$ olarak girilirse ve

$U = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ seçilirse tasarlanan arka düzeltçe ve karesel indirgenmiş sistem aşağıdaki gibi elde edilir;

$$K_{indirgen}(s) = \frac{1}{s^2 + 3s + 2} \begin{bmatrix} s^2 + 15s + 120 & -61.1s + 388 \\ -61.1s + 388 & s^2 + 3s + 2 \end{bmatrix}$$

$$\dot{\tilde{x}}_a = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -47 & -12 & 60 & -59 & 12 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix} \tilde{x}_a + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.5774 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tilde{y}$$

$$j\tilde{y} = [-873 \quad -168 \quad 1247 \quad -1247 \quad 0] \tilde{x}_a + u$$

$$\tilde{y} = y_f - 6l y_b + [U2 \quad 21 \quad -102 \quad 102 \quad -21] \tilde{x}_a$$

3.2 GCD Tasarımı

Yukarıda verilen örneğin çiftesi (dual) olan sistem ele alınsın [6];

Bu sistem sağ evrilebilir, denetlenebilir, gözlenebilir ve en küçük evreli, geniş bir sistemdir. Durum geri beslemesinin kutupları {-2.5, -4, -5}; çıkış içeri atmasının kutupları {-2.75, -3, -3.5} olarak girilirse, tasarlanan ön düzeltiç ve karesel indirgenmiş sistem aşağıdaki gibi elde edilir;

$$\tilde{K}_{on}(s) = \begin{bmatrix} -5+16.9393 & -29.2299 & 16.0702 & 111.2585 \\ 17.7299 & -28.4393 & 16.0702 & 112.3475 \\ 1.3774 & -1.3774 & -s & 7.3750 \\ -12.5846 & 20.9333 & -11.3333 & -79.2083 \\ -0.4591 & 0.4591 & 0.0000 & 0.0417 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{G}(s) = \begin{bmatrix} -j & 1 & 0 & 0 & 0.0417 \\ 0 & -5 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 1 & -79.2083 \\ 0 & 0 & 0 & -s & 0.0417 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Görüldüğü gibi, Davison [6] tarafından duruk düzeltiçler ile karesel yapıya indirgenemeyen bu sistem, devingen düzeltiçler ile karesel yapıya kavuşturulmuştur.

4. SONUÇ

Her iki yöntemde de karesel indirgeme problemi, sonuç olarak kutup yerleştirme problemine dönüşmüştür, ikisi de son derece verimli yöntemlerdir. Her iki yöntemde de en küçük evreli, kararlılaştırılabilir ve algılanabilir sistemler elde edilmiştir. Ancak Saberi ve Sannuti' nin ilk olarak çalıştıkları özel koordinat tabanlı sistemlerde özgün sistemin giriş çıkış değişkenleri belli yeni gruplara ayrılıp, yeni değişkenleri tanımlanmaktadır. Bu nedenle anlaşılması ve uygulanması biraz daha zor olarak yorumlanabilir. Ayrıca SCB yönteminde sistemin derecesi artmaktadır. GCD yöntemi ise sistemin derecesi ve öz denklemi aynı kalmaktadır.

Teşekkür: Yazarlar, SCB Toolbox' ını sağlamasından dolayı Doç. Dr. Kurtuluş Özçetin' e teşekkür ederler.

5. KAYNAKÇA

- [1] A.Saberi ve P.Sannuti , " Squaring Down by Static and Dynamic Compensators," IEEE Trans. Auto.Contr., vol.33, no.4, pp.358-365, 1988.
- [2] H.K.Özçetin, A.Saberi ve P.Sannuti "Special coordinate basis for order reduction of linear..." Int.J.Contr., vol.52, no.1, pp.191-226, 1990.
- [3] H.H.Rosenbrock, "State space and Multivariable Theory." London, U.K.: Nelson, 1970.
- [4] W.Wolovich, "Linear Multivariable Control ." New York:Springer-Verlag, 1974.
- [5] T.Kailath, "Linear Systems." Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1980.
- [6] E.J.Davison, " Some properties of minimum phase systems and 'squared-down' systems," IEEE Trans.Auto. Contr.,vol.AC-28, pp.221-222, 1983.
- [7] N.Karcanias ve C. Giannakopoulos, "Grassman invariants, almost zeros and the determinantal zero, ..." Int.J.Contr.,vol.40, no.5, pp. 673-698, 1984.
- [8] B. Kouvaritakis ve A.G.J.MacFarlane , "Geometric approach to analysis and synthesis of system zeros:Part 2, Nonsquare systems" Int.J.Contr.,vol.23, pp. 167-181, 1976.
- [9] A.I.G.Vardulakis, " Zero placement and the 'squaring down' problem : A polynomial matrix approach," Int.J.Contr., vol.31, pp. 821-832, 1980.
- [10] R.Y.Chiang , M.G.Safonov , " Robust Control Toolbox," South Natick , MA: Mathworks,1988
- [11] Viet X. Le ve Michael G. Safonov, " Rational Matrix GCD's and the Design of Squaring Down Compensators - A State Space Theory - ," IEEE Trans.Auto. Contr., vol.37,no.3, pp.384-391, 1992.

Nida KARAYILANOĞLU, 1990' da Hacettepe Üniversitesi Elektrik ve Elektronik Mühendisliği bölümüne girdi. 1994' de bu bölümden elektronik mühendisi olarak mezun oldu. Aynı yıl aynı bölüme araştırma görevlisi olarak alındı. Halen aynı bölümün denetim sistemleri anabilim dalında yüksek lisans yapmakta ve araştırma görevlisi olarak görevine devam etmektedir.

Alper URAZ , 1965-1975 yılları arasında İngiltere' de Salford Üniversitesi'nde mühendislik ve lisansüstü öğrenimi gördü. 1970' de elektronik mühendisi, 1971' de elektronik denetim dalında yüksek mühendis ve 1973' de ise denetim sistemleri dalında doktora unvanlarını aldı. 1973-1975 arası Salford Üniversitesi' nde araştırma uzmanı olarak doktora sonrası çalışmalarda bulundu. 1976'da öğretim görevlisi olarak girdiği Hacettepe Üniversitesi' nde 1979 ' da devreler ve sistemler dalında doçent oldu. 1984-1991 yılları arasında Malezya Teknoloji Üniversitesi' nde öğretim üyesi olarak çalıştı. 1988 'de profesör oldu. 1991'de yurda dönerek yine Hacettepe Üniversitesi, Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü' ne katıldı. Ulusal ve uluslararası dergilerde yayınlanmış ve bilimsel toplantılarda sunulmuş 40' in üzerinde bilimsel eseri bulunmaktadır.

Yeni Bir Anahtar Tanımlı Bond Graf Modelini Kullanarak Lineer Olmayan Sistemlerin Analizi

Mustafa POYRAZ, Yakup DEMİR ve Arif GÜLTEN
Fırat Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
23279-ELAZIĞ

ABSTRACT

In this article, the analysis of nonlinear systems are presented by using the bond graph model with a new switch definition. For this purpose, the computer program BONDAN is written. The most important feature of this study is that a new switch definition which is more simple and more appropriate to the physical system, is used.

1. Giriş

Bond graf tekniği sistemlerin modellenmesi amacıyla geliştirilen son yöntemlerden birisidir [1,2]. Klasik anlamda bilinen graVIT ile bond graf tekniği arasında sıkı bir benzerlik vardır. Bond graf tekniğinin klasik topolojik düzlemsel graflarla yapılan sistem analizine göre üstünlüğü, herhangi bir karmaşık yapıyı fiziksel sistemin modelinin geometrik ve gözleme dayanan bir yolla doğrudan sisteme bakılarak elde edilebilmesidir. Ayrıca enerji kapılarının bir başka kapı ile kontrol edilmesi durumunda da bond graf yöntemi avantajlıdır. Bond graf tekniğinin en önemli özelliklerinden birisi de, bond graf modelinin elde edilmesi ile değişik enerji modundaki sistemlerin (karmaşık yapıli sistemler) tek bir modele dönüşmesi ve bu model üzerinde işlem görmeleridir. Ayrıca sistemdeki enerji alış verişli model üzerinde ilk bakışta açıkça görülür, bu da tasarımcıya kolaylıklar sağlar. Son yıllarda bir çok yazar bond graf metodunu kullanarak elektrik devrelerinin ve sistemlerin analizi için çalıştı [3-4].

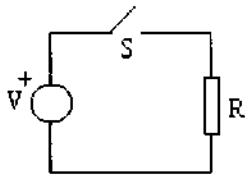
Elektrik devrelerinin ve sistemlerin analizi için bir çok yöntem vardır [5-7]. Günümüzde anahtarlar özellikle elektronik ve güç elektroniği endüstrisinde oldukça fazla kullanılan devre elemanlarından birisidir. Özellikle lineer olmayan sistemlerin, parça-parça lineerlik yaklaşımı yapılarak lineer sistemlere dönüştürülmesi sonucu ve son yıllarda bu yaklaşımın öneminin artması nedeniyle anahtarlar vazgeçilmez devre elemanlarından birisi olmuştur [8,9]. Bond graf tekniğinde anahtar tanımı MTF (Modula-TransFormator)¹ ye seri bağıli bir dirençle yapılır. Bu tanım anahtarların açık ve kapalı durumları için farklı direnç değerleri gerektirmektedir. Bazı yazarlar bond graf tekniğinde anahtarı, ideal akım (anahtar açık) ve gerilim (anahtar kapalı) kaynağı kullanarak modellemişlerdir, fakat bazı elemanların kozalitelilerini garanti etmek için ilave bir 0-kapısı ve bu kapıya bağıli ilave bir direnç eklemek zorunda kalmışlardır [10]. Dolayısıyla bu ilaveler modeli daha karmaşık hale getirmektedir. Yukarıdaki tanıma göre, modelleme ve simulasyonda anahtarların farklı her pozisyonu için farklı bond graf modeli kullanılması zorunludur. Bunların sonucu olarak hem bilgisayar zamanı artmaktadır hem de bellek gereksiz yere işgal edilmektedir.

Bond graf modelinde hem modeli karmaşıklaştırmayan hem de formülasyon ve çözüm aşamasında bilgisayar belleği ve zamanının ekonomik biçimde kullanılmasını sağlayan yeni bir anahtar tanımı ve anahtarlar içeren sistemlerin formülasyonu [11]' de verilmiştir. Bu amaçla hazırlanan bilgisayar yazılımına

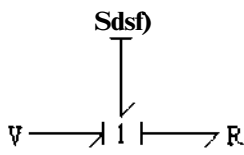
ilişkin bilgiler ve akış diyagramı [12]'de, bu yaklaşımın güç elektroniği devrelerine uygulanması da [13]'de ele alınmıştır. Bu bildiriye yukarıda bahsolunan bond graf modelinde yeni anahtar tanımı kullanılarak lineer olmayan sistemlerin analizi ele alınmıştır. Bu amaçla hazırlanan BONDAN isimli bilgisayar programına ait bazı sonuçlar verilmiştir.

2. Modelleme, Formülasyon ve Çözüm

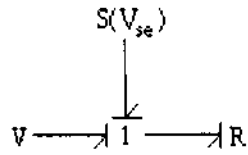
Bu çalışmada anahtarlar, ilave bir 0-kapısı ve bu kapıya bağlı ilave bir direnç eklemeksizin değerleri sıfır olan ideal akım ve gerilim kaynağı kullanılarak modellendi [11]. Anahtarlara ilişkin bond graf modeli, anahtarların açık ve kapalı pozisyonları için Şekil: 1 'de verilmiştir, sistemin bond graf modeli sistemdeki anahtarların hepsinin açık olduğu tek bir sistem durumu için elde edilir. BONDAN programı SDAP (Sistem Durumu-Anahtar Pozisyonu) matrisini kullanarak ilk bond graf modelinden, anahtarların konum değiştirmesi ile oluşan diğer bond graf modellerine geçişi sağlar. Kozaliteler formülasyon aşamasında program içerisinde göz önüne alınır.



(a)



(b)



(c)

ŞEKİL: 1" a) Anahtarlı bir elektrik devresi ve bond graf modelleri; b) anahtar açık, c) anahtar kapalı"

Bond graf modeli bilinen metodlar kullanılarak elde edilir [12]. Elde edilen bond graf modelinde 0-kapıları numaralandırılır. Bond graf modeli oluşturulduktan ve numaralandırma yapıldıktan sonra bu modele bakarak hazırlanan programa data olarak girecek

değişkenlerin tanımı [11,12]'de verilmiştir. Bildin uzunluğunun sınırlı tutulması nedeniyle anılan değişkenlere ilişkin daha açık bazı bilgiler Bolum 3' deki örnekte verilecektir.

Bond graf modelinde 0 ve 1 kapıları ve bunlara bağlı elemanlar bulunmaktadır. Programın mantığı; 0-kapılarındaki elemanları ve geri kalan 1-kapılarındaki elemanlarında her birini bağımsız birer 0-kapısı varsayan bir tanımlamayla düğümler matrisi oluşturmaktadır. Bu oluşumda N eleman sayısı, N_0 yukarıdaki tanımlamaya göre program içerisinde elde edilen ve sistemdeki bağımsız düğüm sayısına karşı düşmek üzere 0-kapısı sayısı ise satır sayısı N_0 ve kolon sayısı N olan düğümler matrisi:

$$PI = \left[(pi)_{i,j} \right]_{N_0, N}$$

şeklinde yazılır ve aşağıdaki gibi tarif edilir.

$$(pi)_{i,j} = \begin{cases} 1. j. \text{ eleman } i \text{ A} - \text{ kapısına } htij.li \text{ ve } sc \text{ çilmrş ener/i} \\ \text{akış yönü } i \text{ A} - \text{ kapısından } gnlyt/r.sc \\ 1. j. \text{ eleman } i.O - \text{ kapısına } hqili \text{ ve } se \text{ çiltuüş ener/i} \\ \text{akif yönü } i \text{ A} \sim \text{ kapısına } geliyorsa \\ 0. i. \text{ eleman } i \text{ A} \sim \text{ kapısına } htiaq.litlea.il.se \end{cases}$$

Böylece bond graf modelinden süreklilik matrisine geçiş gerçekleştirilir. Süreklilik matrisi, elemanlara ilişkin tanım bağıntıları ve istenilen çıkışlara ilişkin tanımlar kullanılarak durum ve çıkış denklemlerine geçiş [12]'de verildiği gibi olup

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ C \end{bmatrix} \cdot \mathbf{N} + \sum_{i=0}^l \begin{bmatrix} B_i \\ D_i \end{bmatrix} \cdot \frac{d^i u}{dt^i}$$

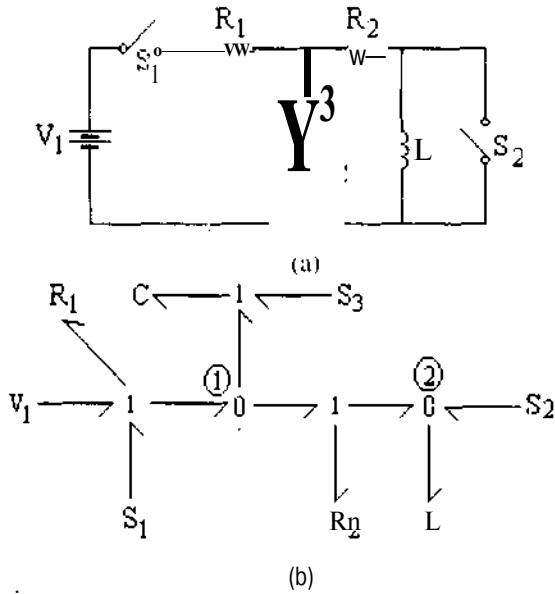
şeklinde elde edilir.

Durum ve çıkış denklemleri 4-adımlı Runge-Kutta metodu kullanılarak çözdürülür. Çözümde SDAP matrisindeki sistem durumu sırası gözönüne alınır. Sistem durumları arasındaki geçiş zamanları TM vektörü ile, ilk sistem durumuna ilişkin başlangıç değerleride BD vektörü ile girilir. Çözüm esnasında bir önceki sistem durumunun son değerleri BD' de

depolanır ve bir sonraki sistem durumuna başlangıç değerleri olarak aktarılır. Anılan değişkenlere ilişkin daha açık bilgiler Bölüm 3' deki örnekte verilecektir, istenilen çıkış değişkenleri GRAPHER alt programı kullanılarak zamanın fonksiyonu olarak çizdirilir

3. Örnek

Bu örnekte Şekil: 2 a ve b' de görülen devre ve bond graf modeli ele alınmıştır. Burada $R_1=1$ ohm, $R_2=2$ ohm, $C=0.05$ F., $L=0.5$ H. ve $V_1=6$ V.' dur. Bond graf modelinden girilen datalar ve tanımları aşağıdakiler gibidir.



ŞEKİL 2: "a) örnek devre ve b) bond graf modeli"

$N_{10} (=5)$: 1 ve O-kapılarının toplam sayısıdır. $V_{10} (=1, 0, 1, 1, 01)$: 1 ve O-ların depolandığı vektördür. $NV_{10} (=3, 0, 2, 1, 21)$: 1 ve O-lara bağlı eleman sayılarıdır. $ET (=VK, S, R, S, C, R, L, S)$: Eleman tiplerinin depolandığı vektördür. $ED (=0, 0, 1, 0, 0.05, 2, 0.5, 0)$: Eleman değerlerinin girildiği vektördür. $NOB (=0, 0, 0, 1, 1, 1, 2, 21)$: ET deki elemanları tanımlayan bondun bağlı olduğu önceki numaradır. $NSB (=1, 1, 1, 0, 0, 2, 0, 0)$: ET deki elemanları tanımlayan bondun bağlı olduğu sonraki numaradır. NOB ve NSB vektörleri oluşturulurken elemanları tanımlayan bondun boşta kalan uçlarının numarası (0) kabul edilir. $NC (=121)$: Çıkış değişkenlerinin

sayısıdır. $YC (=VC, IC)$: Çıkış değişkenlerinin isminin depolandığı vektördür. Çıkış değişkenlerine ilişkin tanım denklemlerindeki terim sayılarının (YKS), ilgili katsayıların (YTD) ve değişkenlerin (XY) depolandığı vektörlerde sırasıyla; $YKS=2, 21$, $YTD=1, -1, 1, -1$, $XY=A/C, VC, IC, IL$ dir.

SDAP matrisi, TM ve BD vektörleride aşağıdaki gibidir:

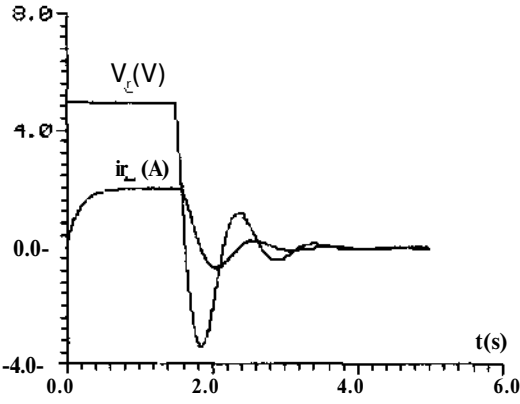
$$SDAP = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad TM = \begin{pmatrix} 12 \\ 03 \\ 35 \end{pmatrix}, \quad IV = [5 \ 0]$$

Burada, SDAP; Sistem durumlarına göre anahtar pozisyonlarını gösterir. Elemanları 1 (anahtar kapalı) ve 0 (anahtar açık) dir. Burada (1) nolu sistem durumunda sadece S_1 , (2)' de sadece S_2 ve (3)' de sadece S_3 kapalıdır. TM ; Sistem durumlarındaki bekleme sürelerini gösterir. Burada (1)' de kalma süresi 1.2 s., (2)' de 0.3 s. ve (3)' de 3.5 s.' dir. BD ; ilk sistem durumuna ilişkin başlangıç değerlerinin girildiği vektördür. Bu örnekte $V_C(0) = 5$ V., $I_L(0) = 0$ dir.

Bildiri uzunluğunun sınırlı tutulması nedeniyle program tarafından elde edilen durum ve çıkış denklemleri burada verilmemiştir. Kondansatör gerilimi (V_C) ve indüktans akımı (I_L)' nin zamana göre değişimleri Şekil:3' deki gibidir.

4. Sonuçlar

Bu çalışmada lineer olmayan sistemlerin analizi, yeni bir anahtar tanımlı bond graf modelinden yararlanılarak verilmiştir. Bu çalışmanın ve BONDAN isimli programın en önemli özelliği, özellikle anahtara yapılan daha basit ve fiziksel sisteme daha uygun olan yeni bir tanım, n K.Janılmıdır. Dolayısıyla bu tanım bond graf moa'lin.n daha karmaşık olmasını önlemektedir. Ayrıca sisteme ilişkin tek bir bond graf modelinin elde edilmesi yeterli olmaktadır. Oluşacak



ŞEKİL 3: "Kondansatör gerilimi ve indüktans akımı"

diğer bond graf modellerine geçişler yazılım içerisinde SDAP matrisi kullanılarak yapılmaktadır ve kozaliteler yazılım içerisinde göz önüne alınmaktadır. Bunların sonucunda formülasyon ve çözüm aşamalarında hem bilgisayar zamanının hemde belleğinin daha ekonomik kullanılması sağlanmaktadır. Ayrıca BONDAN programı her sistem durumuna ilişkin durum ve çıkış denklemlerini elde etmektedir ve program istenildiği zaman bu denklemlerin başka amaçlar için kullanılmasında imkan verebilecek şekilde hazırlanmıştır .

Ayrıca bond graf modelinin simulasyonu için yazılmış ENPORT ve TUTSIM programlarında vardır [14,15]. Ancak bu programlarda anahtara ilişkin bir tanım verilmemiştir.

Kaynaklar

- [1] H.M. Paynter, "Analysis and design of engineering systems", *M.I.T. Press*, Cambridge, 1961.
- [2] A. Blundell, Bond graphs for modelling engineering systems, *Ellis Horwood Lim.*, England, 1982.
- [3] A. Castelain, J.P. Ducreux, G. Dauphin-Tanguy and C. Rombaut, "Modelling and analysis of power electronic networks by bond graphs", *IMACS-TCI 90 Nancy.*, pp. 405-410, France, 1990.
- [4] D. Karnopp and R.C. Rosenberg, "Introduction to physical system dynamics", *Mc Graw-Hill*, New York, 1983.

[5] L.O. Chua, C.A. Desoer and E.S. Kuh, "Linear and non-linear circuits", *Mc Graw Hill*, Systems Analysis Volume I, 1987.

[6] A. Dervişoğlu., "State equations and initial values in active RLC network", *IEEE Trans. Circuits Theory (Corresp)*, Vol. CT-18: 544-547, 1971.

[7] B.C. Kuo, "Automatic control systems", *Prentice Hall Int.*, U. S. A., 1991.

[8] M. Koksall, "A fast convergent method for the analysis of nonlinear systems with periodic excitations", *IEEE Int. Symp. On Circuit and Syst. Proc*, Vol 3-3:1362-1364, Montreal-Canada, 1984.

[9] M. Koksall and Y. Tokad, "On the solution of linear circuits containing periodically operated switches", *Proc. European Conf. On Circuits Theory and Design.*, Vol1:77-82, 1976.

[10] J. Buisson, "Analysis of switching devices with bond graphs", *Journal of the Franklin Institute*, Vol. 330, No. 6, pp1165-1175, England, 1993.

[11] Y. Demir, M. Poyraz and M. Koksall, "Derivation of state and output equations for systems containing Switches and a novel definition of a switch using the bond graph model", *Journal of the Franklin Institute.*, Vol 334 B, No. 2, pp. 191-197, England, 1997.

[12] M. Poyraz, Y. Demir and M. Koksall, "Lineer olmayan sistemlerin bond graf modelinden yararlanarak durum ve çıkış denklemlerini veren bir algoritma", 4. Bilgisayar-Haberleşme Sempozyumu, Bursa, 1996.

[13] M. Poyraz, Y. Demir and M. Koksall, "Modelling of power electronic circuits using the bond graph method with a novel switch definition", EPMC 97 Congress, İsrail, 1997.

[14] R.C. Rosenberg, "A user's guide to Enport-4", *John Willey and Sons*, USA., 1974.

[15] TUTSIM User's Manuel for IBM PC Computers, 'Version 6.5', Meerman Automation P.O. Box 154-7160 AC Neede, Netherlands. 1983.

COLPITTS OSİLATÖRLERİNİN KARARLILIĞI

Yakup ÖZKAZANÇ
Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü
Hacettepe Üniversitesi
Beytepe, 06532 Ankara

ABSTRACT

In this paper, the stability of oscillations of Colpitts oscillators is investigated. A nonlinear dynamical model of Colpitts oscillators is analyzed first by linearizing it to determine the conditions of oscillations. Then, the same dynamical equations are studied by using the method of harmonic balance which gives estimates not only of the frequency but also of the amplitude of the possible oscillations. Finally, Colpitts oscillators are analysed by using a variant of Hopf Bifurcation Theorem which yields rigorous conditions for the existence and stability of the nonlinear oscillations.

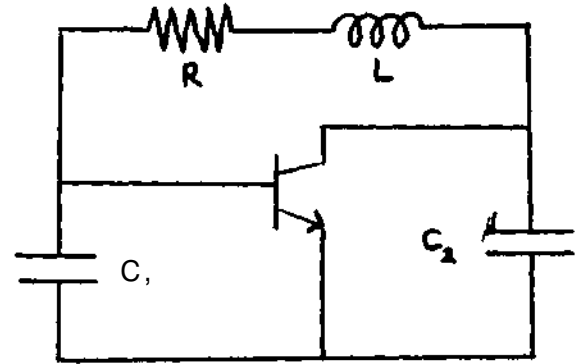
GİRİŞ

Colpitts osilatörleri sinüs benzeri sinyaller üretmek için yaygın olarak kullanılan elektronik osilatör yapılarından biridir[1]. Elektronik osilatör yapılarının dinamik analizinde ve kararlılık etüdlerinde sıkça kullanılan yaklaşımlar; Barkhausen kistası ile sonuçlanan doğrusal çözümlene yöntemi[1] ve daha kapsamlı bir yaklaşım yöntemi olan harmonik dengeleme (tanımlayıcı fonksiyon / describing function) yaklaşımıdır[2,3]. Her iki yaklaşım da, Colpitts osilatörlerinin kararlılığını incelemek için kullanılabilir. Nitekim, elektronik osilatör tasarımında her iki yöntemle dayanılarak çıkarılmış tasarım ilkeleri kullanılmaktadır. Ancak, gözden kaçırılmaması gereken nokta; bu yaklaşımların yaklaşıklık temelli yöntemler olduğu ve dolayısıyla bu yöntemlerle yapılacak osilatör tasarımlarının çalışmasının kesin olarak garanti edilemediğidir. Bunun nedeni, Colpitts osilatörlerinin, tüm diğer osilatörler gibi, özünde nonlineer bir yapıya sahip olması ve osilatörlerin doğurduğu salınımların kararlılığını sağlayan unsurun nonlineer yapının kendisinden kaynaklanmasıdır. Bu konu, ilk bakışta sıradan bir kararlılık analizi problemi olarak algılanabilir. Ancak, söz konusu olan; bir denge noktasının değil, bir osilasyonun kararlılığıdır. Dinamik sistem yaklaşımı ile formüle edersek; bir elektronik osilatörün salınımlarının kararlılığı, durum uzayında bir sınır döngünün (limit cycle) kararlılığına karşılık gelir, iki boyutlu (iki durum değişkenli) sistemlerde oluşabilecek sınır döngülerin kararlılığı üzerine geliştirilmiş bazı temel teoremler vardır[2,3].

Ancak, daha yüksek boyutlu dinamik sistemlerde, ne limit döngülerin varlığını tespit etmek ne de bu periyodik çözümlerin kararlılığını belirlemek basit bir işiştir. Limit döngülerin varlığı ve kararlılığı ile ilgili en güçlü yaklaşımlardan biri Hopf Çatallanma teoremidir[4,5,6]. Bu çalışmada, Colpitts osilatörlerinin oluşturduğu salınımların nitelikleri önce doğrusallaştırma ve harmonik dengeleme yöntemleri ile ele alınmış ardından Colpitts osilasyonlarının kararlılığı için yeterli bir dizi koşul Hopf teoremi aracılığıyla elde edilmiştir, ilk iki yöntemin yaklaşıklık tabanlı yaklaşımlar olmasına karşın, Hopf teoremi herhangi bir yaklaşıklık içermemekte ve kesin sonuçlar vermektedir.

COLPITTS OSİLATÖRÜ

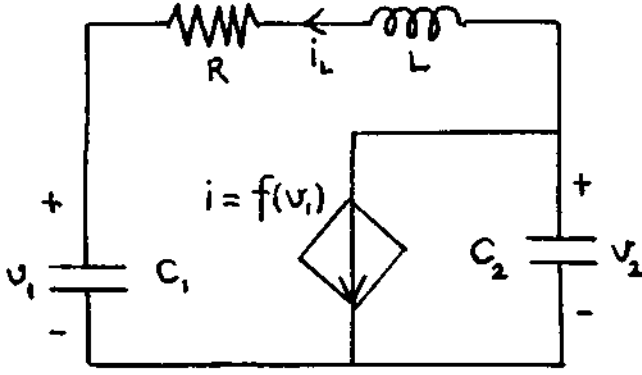
Sinüs sinyali benzeri osilasyonlar üretmek için yaygın olarak kullanılan osilatör mimarilerinden birisi de Colpitts osilatörüdür. Biz bu çalışmada, Colpitts osilatörüne yönelik tüm çözümlerimizde aşağıdaki generik modeli esas alacağız.



ŞEKİL1 Colpitts Osilatörü

Buradaki transistörün aktif çalışma kipinde çalışacak şekilde öngerilimlendirildiği varsayılmış, ancak öngerilimleme devresi modele dahil edilmemiştir. Öngerilimleme devresinin modele dahil edilmesi, Hopf yaklaşımı ile Colpitts osilatörünü çözümlenemeyen engelleyici hatta zorlaştırıcı bir role sahip değildir. Bu osilatör modelini analiz etmek için, transistör için tek bir bağımlı akım kaynağından oluşmuş basit bir model esas alınmıştır. Bu yapıda bir

modelin Colpitts osilatörlerinin analizinde yeterli olduğu bilinmektedir[7].



ŞEKİL: 2 Osilatörün Elektriksel Devre Modeli

Bu devredeki bağımlı akım kaynağı nonlineer olarak alınmış ve aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$i = f(v_1) = a_1 v_1 + 1/2 a_2 v_1^2 + 1/6 a_3 v_1^3 + \dots$$

Kısacası, $f(0) = 0$ olarak alınmış ve f fonksiyonunun n . türevinin sıfırda aldığı değer a_n ile gösterilmiştir. Böylece, Colpitts osilatörünün tanımlayan türevsel denklemler kolayca yazılabilir:

$$\begin{aligned} (1) \quad C_1 \dot{v}_1 &= i_L \\ (2) \quad C_2 \dot{v}_2 &= -f(v_1) - i_L \\ (3) \quad L \dot{i}_L &= v_2 - v_1 - R i_L \end{aligned}$$

Görüldüğü gibi Colpitts osilatörü üç değişkenli nonlineer bir dinamik sistem olarak ortaya çıkmıştır. Bu denklem setinin periyodik çözümleri Colpitts osilatörünün kalıcı durum salınımlarıdır. Osilatör tasarımında esas problem, bu dinamik sistemin parametrelerinin, sistemin belirli bir sıklıkta kararlı periyodik çözümleri olması için belirlenmesidir. Bağımlı akım kaynağının nonlineeritesinden dolayı, oluşabilecek periyodik çözümler saf sinüs sinyalleri şeklinde olmayacaktır. Ancak, osilatör parametrelerinin uygun seçimi ile yüksek harmonikler belirli ölçülerde bastırılabilir ve Colpitts osilatörü sinüs benzeri sinyaller üretmek için kullanılabilir.

DOĞRUSALLAŞTIRMA

Doğrusal olmayan bir sistemin analizinde başvurabileceğimiz ilk yöntem doğrusallaştırmadır. Doğrusal olmayan bir sistemde dinamik değişkenlerin küçük olduğu çalışma koşullarında, sistemin doğrusal olmayan unsurlarının yaklaşık olarak doğrusal olarak davranacağı ilkesinden hareketle elde edilen doğrusal modeller ve bu modellere dayanılarak yapılan analizler doğrusal olmayan sistemin bazı özelliklerini ele verebilirler. (1),(2),(3) denklemleri ile verilen nonlineer dinamik sistemin, tüm elektriksel değişkenlerin sıfır olduğu çalışma noktasını bir denge

noktası olarak aldığı kolaylıkla gözlenebilir. Bu dinamik sistemi, anılan sıfır denge noktası etrafında doğrusallaştıralım. Bu işlem, f ile gösterdiğimiz doğrusal olmayan fonksiyonu $f = a_1 v_1$ ile verilen doğrusal bir fonksiyon ile yaklaştırmaya karşılık gelmektedir. Böylece, Colpitts osilatörü için doğrusal bir model elde ederiz:

$$\begin{aligned} (4) \quad \dot{v}_1 &= (1/C_1) i_L \\ (5) \quad \dot{v}_2 &= -(a_1/C_2) v_1 - (1/C_2) i_L \\ (6) \quad \dot{i}_L &= -(1/L) v_1 + (1/L) v_2 - (R/L) i_L \end{aligned}$$

Bu lineer sistemde, özdeğer çözümlenmesi yaparsak, $a_1 = (R/L)(d + C_2)$ olarak seçilmek koşulu ile; özdeğerler $s_1 = j\omega$, $s_2 = -j\omega$, $s_3 = -(R/L)$ olarak bulunur. Burada, $m^2 = (1/L)((C_1 + C_2)/(C_1 C_2))$ dir. Görüldüğü gibi, devre çok özel bir kazanç değeri için, belirli bir frekansda salınımlar yapabilir. Ancak, a_1 parametresinin transistörün doğrusal kazancı olduğu ve bunun da kesin olarak yukarıdaki gibi seçmenin imkansızlığı göz önüne alınır; bu doğrusal modelin osilatörün çalışmasını tam olarak açıklayamayacağı ortaya çıkar, a_1 parametresi yukarıdaki değerden büyük olursa, sanal eksen üzerindeki kökler karmaşık düzlemin sağ tarafına çekilir, doğrusal model kararsız hale gelir ve sinyaller büyüyüp giderler. a_1 parametresinin anılan değerden küçük olması durumunda ise, sanal eksen üzerindeki kökler karmaşık düzlemde sola kayarlar, doğrusal sistem asimptotik anlamda kararlılaşır ve sinyaller zamanla sönerler. Kısacası, a_1 parametresinin yalnızca çok özel bir değeri için kalıcı salınımlar mümkündür. Ayrıca, bu doğrusal çözümlenme, oluşabilecek salınımların genliği hakkında bir kestirim yapmamıza da olanak tanımamaktadır. Tüm bunlar, doğrusal bir modelin Colpitts osilatörünün çalışmasını tam olarak açıklayamadığını bize gösterir. Elektronik literatüründe karşılaştığımız açıklama; sinyallerin genliğinin büyümesi durumunda transistörün efektif kazancının azalması ve sinyallerin genliğinin küçülmesi durumunda kazancın büyümesine yol açan satürasyon nonlineeritesidir. Bu açıklama niteliksel olarak doğrudur, ancak bu iddayı kesin ve net bir şekilde ifade etmek gerekmektedir.

HARMONİK DENGEME ANALİZİ

Genliğe bağımlı kazanç fikri sistem literatüründe tanımlayıcı fonksiyon (describing function) kavramına yol açmıştır[2,3]. Doğrusal olmayan statik bir elemanın girişine sinüsoid bir sinyal uygulanırsa, elemanın çıkışındaki sinyal yine periyodik olur, ancak bu saf bir sinüs sinyali değildir. Çıkıştaki bu periyodik sinyalin ilk harmoniğini belirler ve bu ilk harmoniğin genliği ile giriş sinyalinin genliğini oranlayacak olursak, doğrusal olmayan elemanı genliğe bağımlı olarak değişen bir kazanç ile yaklaştırmış oluruz. Sistemdeki diğer dinamiklerin yüksek harmonikleri

bastıracağını varsayarsn, yaptığımız yaklaşım anlam kazanır ve sistemdeki salınının birinci harmoniklerini eşitlemeye çalışarak, doğrusal olmayan bir sistemde oluşabilecek salınımların sıklığını ve genliğini kestirebiliriz. Ayrıca, tanımlıyıcı fonksiyon yardımı ile olası osiiasyonlarm kararlılıklarını da bazı doğrusal kararlılık yöntemleriyle kestirmek olasıdır. Kontrol mühendisliğinde kullanılan harmonik dengeleme yöntemi, Colpitts osilatörüne de kolaylıkla uygulanabilir. Bunun için, Colpitts osilatöründe yer alan f nonlineeritesini bir tanımlayıcı fonksiyon (describing function) ile yaklaştırılması ve Standard bir harmonik dengeleme analizi yapılması gerekir. Osilatör devresinde doğrusal olmayan elemanı tanımlayan f fonksiyonunun tek (odd) bir fonksiyon olduğu varsayılmış ve Standard bir çözümleme ile kalıcı osilasyonların varlığı ve kararlılığı için aşağıdaki koşullar elde edilmiştir.

$$(7) \quad a_1 > (R/L)(d + C_2)$$

$$(8) \quad a_3 < 0.$$

Birinci koşul, osilatörün kapalı döngü kazancının birden büyük olması anlamına gelir ve Barkhausen kıstasından elde edeceğimiz koşul ile aynıdır. İkinci koşul ise, transistorun efektif kazancının genlik arttıkça azalması gerektiğini (satürasyon) ima eder. Harmonik dengeleme çözümlemesi, bu iki koşulun sağlanmasının Colpitts osilatörünün kararlı bir salınımı için yeterli olacağını bize söyler. Ayrıca, aynı yöntem ile oluşabilecek kararlı salınımların genliği A ve sıklığı m aşağıdaki gibi kestirilir:

$$(9) \quad A = ((8/a_3) ((R/L)(d + C_2) - a_1))^{0.5}$$

$$(10) \quad \omega = ((1/L)((C_1 + C_2)/(dC_2))^{0.5}$$

Görüldüğü gibi, sıklık için harmonik dengeleme yöntemi ile elde edilen kestirim doğrusallaştırma yöntemiyle elde ettiğimiz kestirimin aynıdır. Kararlı salınımların varlığı ve kararlılığı ile ilgili koşullar (7,8) sağlansa bile; bu bize kesin olarak böyle salınımların oluşacağını garantilemez. Çünkü harmonik dengeleme yöntemi de özünde bir yaklaşıklık yaklaşımına dayanmaktadır.

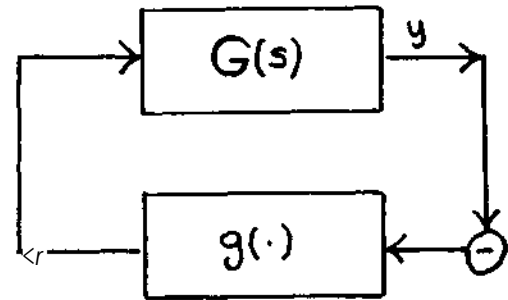
Bir aşamada, Colpitts osilatörlerinin kalıcı durum salınımlarının kararlılığını incelemede doğrusallaştırmanın ve harmonik dengeleme yönteminin bize kesin sonuçlar veremediği ortaya çıkmıştır. Doğrusal olmayan sistemlerin oluşturduğu salınımları ve bunların kararlılıklarını etüd etmek için geliştirilmiş en güçlü araç Hopf çatallanma teoremidir.

HOPF ÇATALLANMA ANALİZİ

Dinamik bir sistemde, bir parametrenin kritik bir değeri aşması ile sistemin davranışının niteliğinin

değişmesi çatallanma (bifurcation) olarak adlandırılır. Colpitts osilatörünün doğrusal analizinde; yalnızca kritik bir kazanç değeri için kalıcı salınımlar olması, bu kritik değerden uzaklaşınca sistemin çözümlerinin niteliğinin değişmesi: kararsız ya da asimptotik olarak kararlı olması bir çatallanma olarak algılanabilir. Çözümlememizde belirttiğimiz gibi; kritik kazanç değerinden hemen önce doğrusal sistemin özdeğerleri sanal eksenin sağında iken, kritik değer aşıldığında karmaşık düzlemin soluna kaymışlardır. Ve kritik kazanç değerinde özdeğerler sanal eksen üzerinde eşlenik bir çift olarak dururlar. Kısacası, a parametresi artarken, doğrusal sistemin iki özdeğeri karmaşık düzlemin sol tarafından sağ tarafına kaymışlardır. Dinamik sistem literatüründe, bu durum Hopf çatallanması diye adlandırılır. Hopf çatallanma teoremi ise, böyle bir çatallanma durumunda ortaya çıkabilecek periyodik çözümlerin varlığına ve kararlılığına ilişkindir[4,5,6],

Hopf teoremi ve uygulamaları detaylı olarak [4]'de sunulmuştur. Ancak, Hopf teoreminin periyodik çözümlerin kararlılığını test etmek için kullanılması çok uzun ve karmaşık cebirsel işlemler gerektirmektedir ve özgün formu ile ikinci mertebeden yüksek sistemlere uygulanması pratik değildir. Belki de bu nedenle Hopf teoreminin kararlılık etüdlerindeki kullanımı sınırlı kalmıştır. Hopf teoremi, [5] ve [6] da hem genelleştirilmiş hem de özellikle sistem ve devre problemlerine uygulanması kolay bir biçime dönüştürülmüştür. Bizim burada Colpitts osilatörüne uygulayacağımız Hopf çözümlemesi, anılan bu kaynaklardan kaynaklanmaktadır. Doğrusal olmayan bir sistemde Hopf çözümlemesi yapabilmemiz için, sistemin aşağıda verilen yapıda vermiş olması gerekmektedir.



ŞEKİL3 Hopf Teoremi için Nonlineer Yapı

Doğrusal bir sistem ve bu sisteme doğrusal olmayan bir geribeslemeden oluşmuş bu yapı aslında, hiç de, kısıtlayıcı değildir. Herhangi bir dinamik sistem kolayca bu yapıda ifade edilebilir. Dikkat edilecek olursa bu yapı $G(s) = C(sl - A)^{-1} B$ olmak üzere

$$(11) \quad \dot{x} = Ax + Bg(-Cx)$$

olarak da yazılabilir. Bu sistemin denge noktaları $y = Cx$ olmak üzere

$$(12) \quad G(0)g(-y) = y$$

eşitliğini sağlarlar. Şimdi bu yapının hem doğrusal kısmı olan $G(s)$ aktarım işlevinin, hem de statik g nonlineariyesinin reel bir p parametresi ile parametrize edildiğini ve kritik bir p değeri için sistemin denge noktası etrafındaki doğrusallaştırılmasının bir çift sanal özdeğere sahip olduğunu varsayalım. Hopf çatallanma teoremi, böyle bir durumda kritik p değerinden çok az farklı parametre değerlerinde de, ortaya periyodik çözümler çıkabileceğini söyler. Oluşabilecek periyodik çözümlerin kararlılığının ise tek bir büyüklüğün artı veya eksi olması ile belirlenebileceğini gösterir. Hopf teoremini bizim için ilgi çekici kılan; (1),(2),(3) ile verilen Colpitts osilatörünün şekil 3'de verilen yapıda formüle edilebilir olmasıdır. Sistemin doğrusal kısmı

$$(13) \quad G(s) = n_0 (s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0)^{-1}$$

$$(14) \quad n_0 = 1/(LdC_2)$$

$$(15) \quad d_2 = R/L$$

$$(16) \quad d_1 = (1/L)((C_1 + C_2)/(C_1 C_2))$$

olarak alınırsa, $y = -V_1$. $g = f$ kabu! edilirse ve çatallanma parametresi olarak a^* alınır, Colpitts osilatör modelinin istenilen yapıda olduğu ortaya çıkar. Hopf teoreminin Mees ve Chua tarafından geliştirilen varyantı[6] bu yapıdaki sistemlerde kararlı osilasyonların varolması için gerekli koşulların Nyquist benzeri bir grafiksel çözümlenme ile belirlenebileceğini bize söyler. Gerek bu teoremin detaylarının sunulmasının, gerekse bu modele uygulanmasının fazla yer tutması nedeni ile, burada yalnızca sonucu vurgulamakla yetineceğiz. Hopf kararlılık teoreminin, yukarıda verilen formülasyonu ile Colpitts osilatör modeline uygulanması bize iki koşul getirir:

$$(17) \quad a_1 > (R/L)(d + C_2)$$

$$(18) \quad a_3 < -8(R/L)(C_1 + C_2).$$

Birinci koşul, tanımlayıcı fonksiyon analizinden elde ettiğimiz koşulun aynısıdır ve osilatörün kapalı döngü doğrusal kazancının birden büyük olması gerektiğine eşdeğerdir, ikinci koşul ise, kararlı osilasyonlar için, transistörün saturasyonunun "yeterince" olması koşulunu nicelemektedir. Bu iki koşulun sağlanması, Hopf çatallanma teoremi uyarınca, bu koşullar altında Colpitts osilatörlerinin kararlı salınımları olacağını ima eder. Bilgisayarda gerçekleştirdiğimiz simülasyonlar, ikinci koşulun "conservative" olduğunu göstermiştir. Bu, Hopf teoreminin özünde bir Lyapunov analizine dayanması nedeni ile, şaşırtıcı değildir.

SONUÇ

Colpitts osilatörlerinin kararlılığı için Hopf yaklaşımı ile elde ettiğimiz yukarıdaki koşullar, bildiğimiz kadarı ile, hem Hopf analizinin gerçek elektronik osilatörlere ilk uygulamasıdır, hem de Colpitts osilatörlerinin salınımlarının kararlılığı için, yaklaşım yöntemlerine dayanmayan ilk sonuçtur.

KAYNAKLAR

[1] K. K. Clarke, D. T. Hess, *Communication Circuits: Analysis and Design*, Addison-Wesley Publishing Company, 1971.

[2] H.K. Khalil, *Nonlinear Systems*, MacMillan Publishing Company, 1992.

[3] D.P. Atherton, H.T. Dorrah, "A Survey on Non-Linear Oscillations", *Int. J. Control*, Vol. 31, No. 6, pp. 1041-1105, 1980.

[4] J. Marsden, M. McCracken, *The Hopf Bifurcation Theorem and its Applications*, Springer-Verlag, 1976.

[5] A.I. Mees, *Dynamics of Feedback Systems*, John Wiley and Sons, 1981.

[6] A.I. Mees, L.O. Chua, "The Hopf Bifurcation Theorem and its Applications to Nonlinear Oscillations in Circuits and Systems", *IEEE Trans. Circuit and Systems*, Vol. 26, No. 4, pp. 235-254, 1979.

[7] G. Sarafian, B.-Z. Kaplan, "A New Approach to the Modelling of the Dynamics of RF VCO's and Some of its Applications", *IEEE Trans. Circuits and Systems-1: Fundamental Theory and Appl.*, Vol. 40, No. 12, pp. 895-901, 1993.

[8] M. Kontorovich, *Nonlinear Oscillations in Radio Engineering*, Mir Publishers, 1976.

Doğrusal Olmayan Sistemlerde Giriş Doğrusal/aştırması

Murat DOĞRUEL
Marmara Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi
Göztepe, İstanbul, 81040
dogruel@marun.edu.tr
Fax: (90)216-348 0293

ABSTRACT

Input linearization of a general kind of nonlinear system can be achieved by adding a pulse width (modulated) control block prior to the nonlinear system. Therefore the combined system from the pulse width control input to the nonlinear system output behaves as a linear in control system. By this way a complex and cumbersome nonlinear system model can be easily transformed to a much simpler linear in control form. Relations with Sliding Mode Control and a generalization of pulse width control are also studied.

1. GİRİŞ

Bu çalışmada genel bir doğrusal olmayan sistemin darbe genişlik modülasyonlu bir kontrol ile *girişte doğrusal* hale getirilmesi işlenmiştir. Girişte doğrusal sistemler aşağıdaki sistem durum denklemi formunu sağlarlar

$$\dot{x}(t) = a(x(t)) + b(x(t))u(t).$$

Burada $x(t)$ durum değişkeni vektörünü, $u(t)$ ise giriş vektörünü göstermektedir. Genel bir doğrusal olmayan sistem ise aşağıdaki formdadır,

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)).$$

Doğrusal olmayan sistemler için birçok kontrol tasarımı teknikleri geliştirilmiştir. Bunlar arasında geribesleme doğrusallaştırması, kayan kipli kontrol, Lyapunov kontrol, fuzzy kontrol, adaptif kontrol sayılabilir. Bu tür metodların birçoğunda sistemin girişte doğrusal olduğu varsayılmaktadır.

Bu çalışmada genel bir doğrusal olmayan sistemin bir ön blok yardımıyla girişte doğrusal hale getirilmesi üzerinde durulmuştur. Böyle bir işleme giriş doğrusallaştırması adı verilebilir. Çalışma sonuçları göstermektedir ki darbe genişlik modülasyonlu kontrol bloğu kullanılarak giriş doğrusallaştırması sağlanabilmektedir. Darbe genişlik kontrolünde sistem girişi belli maksimum ve minimum değerler arasında sürekli değişir. Kontrol parametresi ise

uygulanan maksimum ve minimum değerlerin süre farkları yada oranlarıdır. İki değer toplam uygulama süresi olan darbe periyodunun sabit olduğu varsayılır. Bu periyodun yeterince küçük olduğu durumlarda darbe genişlik kontrol bloğu ile doğrusal olmayan ardışık sistem bloğu yaklaşık olarak girişte doğrusal bir sistem gibi davranmaktadır. Periyodun sıfıra doğru gitmesi durumunda ise ardışık blok tam bir girişte doğrusal sistem olmaktadır. Böylece istenilen yaklaşıklık periyod azaltılarak sağlanabilmektedir.

Bu sayede girişte doğrusal sistemler için tasarlanan birçok kontrol tekniği genel doğrusal olmayan sistemlere kolaylıkla adapte edilebilir. Ayrıca karmaşık bir doğrusal olmayan sistem modeli kolaylıkla girişte doğrusal forma indirgenerek sistem modelinde bir basitlik sağlanabilir.

Darbe genişlik modülasyonlu kontrol özellikle servo sistemler için çokça bilinen bir yöntemdir (bakınız [1,2]). Bu tür bir kontrol sisteminin pratikte uygulaması da kolay ve ucuzdur çünkü kontrol eden giriş sadece iki farklı değer alabildiğinden, kontrol mekanizması sadece entegre devreler ve güç transistörleri kullanılarak tasarlanabilir. Bu tür kontrol sistemleri ile ilgili birçok araştırma sonucu Sira-Ramirez tarafından verilmiştir ([3-10]).

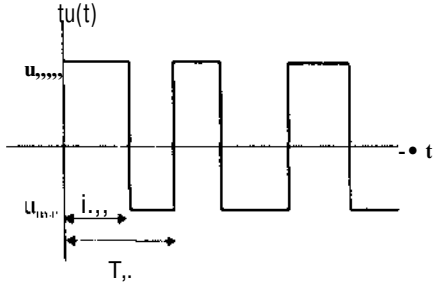
2. DARBE GENİŞLİK MODÜLASYONU VE GİRİŞ DOĞRUSALLAŞTIRMASI

Genel bir doğrusal olmayan zamanla değişmeyen sistem durum denklemi modelini ele alalım

$$\frac{d}{dt} x(t) = f(x(t), u(t)). \quad (D)$$

Burada $x(t)$ e R^n , $u(t)$ e R^r , ve f öyle özelliktedir ki sistemin tek ve sürekli bir çözümü vardır Sistem (1) için u_{max} ve u_{min} (e R^r) diye iki giriş değeri seçelim. Darbe genişlik modülasyonlu kontrolde u_{max} ve u_{min} in uygulandığı süreler ile sistemin davranışı kontrol edilir. u_{max} ve u_{min} in uygulandığı toplam periyod süresinin (T_p) Şekil 1 de gösterildiği gibi sabit olduğunu varsayalım. Burada T_m u_{max} m uygulandığı

sureyi göstermektedir ve $0 < T_m < T_p$ dir u_{min} ise $T_p - T_m$ zaman diliminde uygulanır.



Şekil 1. Darbe genişlik kontrol girişi.

Eğer T_p yeterince küçük ise Euler yaklaşımı kullanılarak sistem (1) için aşağıdaki yaklaşımlar yazılabilir:

$$\begin{aligned} x(t+T_m) &= x(t) + T_m f(x(t), u_{max}) \\ x(t+T_p) &= x(t+T_m) + (T_p - T_m) f(x(t+T_m), u_{min}) \\ &= x(t+T_m) + T_p f(x(t+T_m), u_{min}) - T_m f(x(t+T_m), u_{min}) \\ &= x(t) + T_m f(x(t), u_{max}) + (T_p - T_m) f(x(t+T_m), u_{min}) \\ &= x(t) + T_p \left(\frac{T_m}{T_p} f(x(t), u_{max}) + (1 - \frac{T_m}{T_p}) f(x(t+T_m), u_{min}) \right) \end{aligned} \quad (2)$$

Burada T_m değeri ilgili periyod değerine bağlı olduğundan zamanla değişir ve kontrol sistem girişini temsil eder. Aşağıdaki tanımları yapalım:

$$\begin{aligned} f_{max}(x) &= f(x, u_{max}), \\ f_{min}(x) &= f(x, u_{min}), \\ u &= \frac{T_m - T_p}{T_p} \end{aligned}$$

Denklem (2) kullanılarak

$$\dot{x} \approx \frac{f_{max}(x) + f_{min}(x)}{2} + u \frac{f_{max}(x) - f_{min}(x)}{2} \quad (3)$$

yazılabilir ve buradan da yine Euler yaklaşımıyla

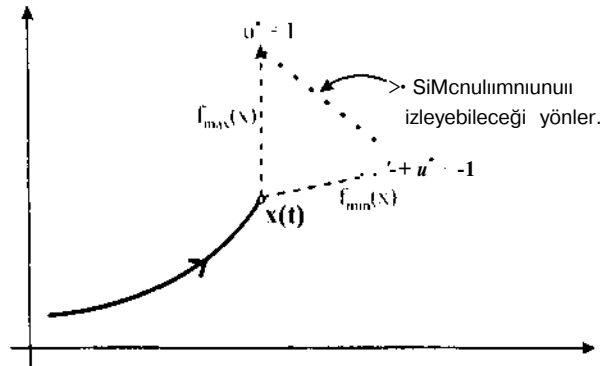
$$\dot{x} \approx \underbrace{\frac{f_{max}(x) + f_{min}(x)}{2}}_{a(x)} + \underbrace{\frac{f_{max}(x) - f_{min}(x)}{2}}_{h(x)} u \quad (4)$$

elde edilir. Sonuç olarak sistem (1), girişte doğrusal olan sistem (4) tarafından yaklaşık olarak temsil edilmiştir. Burada Euler yaklaşımından bilindiği gibi denklem (3) de yaklaşım hatası $O(T_p^2)$ ve $x(t)$ deki toplam hata $O(T_p)$ dir (örneğin [13,14] ye bakınız). Böylece $T_p \rightarrow 0$ a gittiğinde sistem (4) sistem (1) i tam olarak temsil edecektir.

Yukarıdaki tanımdan görüldüğü gibi u ancak -1 ile 1 arasında değer alabilmektedir $u = 1$ olduğunda $u =$

u_{max} ve $u = -1$ olduğunda $u = u_{min}$ olacaktır. $u = 0$ olduğunda ise $T_m = T_p/2$ olacak ve u_{max} üre u_{min} arasında eşit olarak salınacaktır. Böylece gerçek sistem girişi u yerine, yapay bir giriş u kullanılacaktır. Böylece doğrusal olmayan sistem (1) yerine girişte doğrusal olan sistem (4) modeli kullanılacaktır. Bu da kontrol problemini çok daha basitleştirecektir.

Sistem modeli denklemleri (1) ve (4) u kontrol açısından karşılaştırsak her bir (u) ve (x) değeri için birer durum değişkeni yönü bulunacaktır. Olası yönler Şekil 2 de gösterilmiştir. Bu yön vektörleri (durum değişkeni türevleri) her iki durum da $O(T_p^2)$ hatasıyla birbirine eşit olacaktır. Böylece tasarlanacak kontrol edici sistem (u) kullanarak her iki sistem için de neredeyse aynı davranacaktır. Böylece yaklaşık sistem denklemi (4) orta T_p değerleri için bile güzel bir yaklaşıklık sağlayacaktır. Eğer bu yaklaşım yeterli olmuyor ise T_p değeri azaltılabilir.

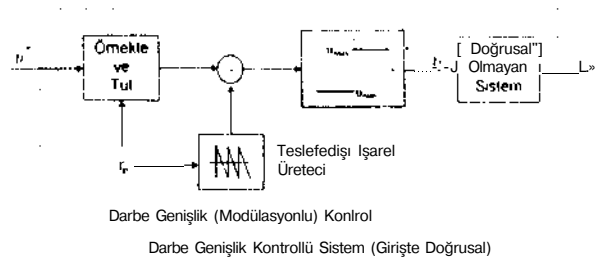


Şekil 2. Yaklaşık sistem durum değişkeni yolu.

Eğer u sistem kontrolünde yeterli değil ise yeni u_{max} ve u_{min} değerlen sistem kontrolü için denenebilir

2.1. Darbe Genişlik Kontrolü Sisteminin tasarımı

Bir darbe genişlik kontrol işareti Şekil 3 te gösterildiği gibi elde edilebilir. Burada $f_p = 1/T_p$ örnekleme frekansdır.



Şekil 3. Darbe Genişlik Kontrollü Sistem.

Testeredici işareti Şekil 4 te gösterilmiştir. Böylece u -1 ile 1 arasında olduğunda kontrol işareti istenen

şekilde elde edilecektir $u > 1$ ise $u = u_{max}$, ve $u < -1$ ise $u = u_{min}$ elde edilecektir.

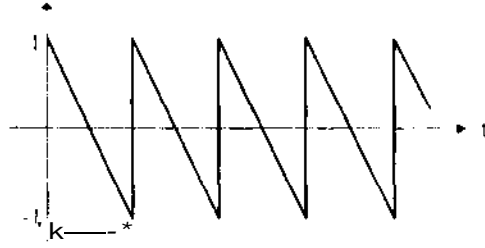


Figure 4 Testeredişi işareti.

Örnek 1. Giriş doğrusallaştırması ve bir sistemin kontrolü.

Aşağıda denklemleri verilen doğrusal olmayan bir sistemi ele alalım

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= (1+x_2)u^2 + \sin(7\pi u/2) \\ \dot{x}_2 &= x_1 \cos(\pi u) - x_2 + u \end{aligned}$$

$u_{min}=-1$ ve $u_{max}=1$ seçerek bu sisteme yukarıda anlatılan giriş doğrusallaştırmasını uygulayalım. Burada önce

$$f_{max}(x) = \begin{bmatrix} A_1 + A_2 + 1 \\ -A_1 - A_2 + 1 \end{bmatrix}, \quad f_{min}(x) = \begin{bmatrix} A_1 + A_2 - 1 \\ -A_1 - A_2 - 1 \end{bmatrix}$$

bulunur Böylece yaklaşık sistem denklemleri

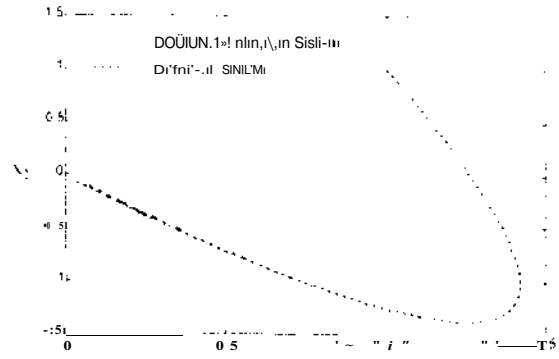
$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_1 + x_2 + u \\ \dot{x}_2 &= -x_1 - x_2 + u \end{aligned}$$

şeklinde elde edilir. Görüldüğü gibi bu örnekte sadece girişte doğrusal değil tam doğrusal bir sistem elde edilmiştir

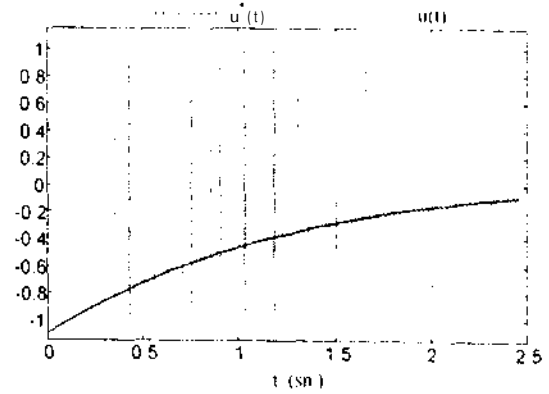
Bu sistemin iki özdeğerinin de 0 olduğu gözükmemektedir. Özdeğerleri $\lambda_1=-0.5$ ve $\lambda_2=-0.6$ ya çekmek için (x) den (\hat{u}) a bir geribesleme aşağıdaki şekilde elde edilir

$$\hat{u} = -0.625 x_1 - 0.475 x_2$$

Böylece doğrusal olmayan sistem çevresindeki çevrim tamamlanmış olacaktır. örnekleme periyodunu $T_p=0.025$ s. seçerek gerçek doğrusal olmayan sistem ve yaklaşık sistem simüle edildiğinde Şekil 5 deki sonuçlar elde edilir. Görüldüğü gibi iki sistem davranışı da hemen hemen aynıdır. Bu göstermektedir ki örnekteki doğrusal olmayan sistem doğrusal bir sistem gibi davranmaktadır. ilgili giriş işaretleri \hat{u} ve u Şekil 6 de verilmiştir.



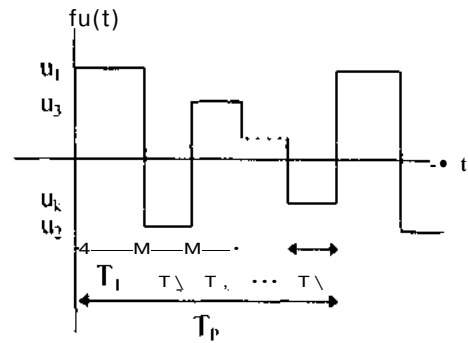
Şekil 5. Doğrusal olmayan ve doğrusal sistem davranışları.



Şekil 6. örnek 1 deki giriş işaretleri.

3. DARBE GENİŞLİK KONTROLÜNÜN GENELLEŞTİRİLMESİ

Standart darbe genişlik kontrolünde iki giriş vektör değeri kullanılmaktadır. Sistem kontrolü için bu yeterli değil ise Şekil 7 da gösterildiği gibi k tane ayrı giriş değeri kullanılarak da bir kontrol işareti oluşturulabilir.



Şekil 7. Genelleştirilmiş bir darbe genişlik kontrol işareti.

Bu durumda yine sistem (1) i ele alalım ve toplam darbelerin uygulandığı periyod T_p yi sabit kabul edelim. Bu durumda giriş değeri $u_i(t) = T_i / T_p$ kadar

uygulanmaktadır. Böylece $T_1+T_2+\dots+T_k=T_p$ olur. Örneğin $r=2$ ve $k=4$ giriş vektör değerleri

$$u_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1-1 \end{bmatrix}, \quad u_2 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad u_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad u_4 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

veya

$$u_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad u_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad u_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad u_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

şeklinde seçilebilecektir. Öncekine benzer şekilde T_p 'nin yeterince küçük olduğunu varsayarak,

$$\begin{aligned} x(t+T_1) &\cong x(t) + T_1 f(x(t), u_1) \\ x(t+T_1+T_2) &\cong x(t+T_1) + T_2 f(x(t+T_1), u_2) \dots \\ x(t+T_1+\dots+T_k) &\cong x(t+T_1+\dots+T_{k-1}) + \\ &\quad T_k f(x(t+T_1+\dots+T_{k-1}), u_k) \end{aligned}$$

elde edilir ve buradan da

$$x(t+T_p) \cong x(t) + \sum_{i=1}^k T_i f(x(t), u_i) \quad (5)$$

yazılabilir, $u_i = T_i/T_p$ olarak tanımlanırsa $u_1 + \dots + u_k = 1$ olduğu görülür. Böylece $u_i - u_k$ sistem için bağımsız kontrol girişleri olarak düşünülebilir. Böylece

$$\dot{y} = \sum_{i=1}^k f(x, u_i) M_i = f(x, H_i) + \sum_{i=1}^k (f(x, u_i) - f(x, H_i)) u_i \quad (6)$$

elde edilir. Aşağıdaki tanımlar kullanalım:

$$\begin{aligned} a(x) &= f(x, u_1) \\ b(x) &= [f(x, u_1) - f(x, H_1), \dots, f(x, H_{k-1}) - f(x, H_k)] \\ \dot{y} &= \begin{bmatrix} f(x, H_1) \\ \vdots \\ u_k \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Burada $a(x)$ n boyutlu vektör, $b(x)$ $n \times (k-1)$ matris ve u $(k-1)$ boyutlu bir vektördür, u_i değerleri ancak 0 ile 1 arasında olabilir ve $u_1 + \dots + u_{k-1} \leq 1$ dir. Böylece r giriş değişkenli n boyutlu doğrusal olmayan sistem (1). $(k-1)$ giriş değişkenli n boyutlu

$$\dot{x} = a(x) + b(x)u \quad (7)$$

şeklindeki girişte doğrusal bir sistem ile temsil edilebilecektir

REFERENCES

- [1] R. A. Skoog and G. L. Blankenship. "Generalized pulse-modulated-feedback systems norms, gains, Lipschitz constants and stability." *IEEE Trans Autom Control*, v. 15. p. 300. 1970
- [2] Y. Z. Tsytkin, *Re/ay Control Systems*, Cambridge, 1984
- [3] H. Sira-Ramirez. "Periodic Sliding Motions." *IEEE Trans. Autom Control*, v. 33, n. 12. pp. 1191-1194, Dec. 1988.
- [4] H. Sira-Ramirez, "A Geometric Approach to Pulse-Width Modulated Control in Nonlinear Dynamical Systems," *IEEE Trans Autom Control*, v. 34, n. 2, pp. 184-187. Feb 1989
- [5] H. Sira-Ramirez, "Nonlinear Variable Structure Systems in Sliding Mode: The General Case," *IEEE Trans Autom. Control* v. 34, n. 11. pp. 1186-1188, Dec. 1989
- [6] H. Sira-Ramirez, "Pseudolinearization in DC-to-DC power supplies," *Int J. Systems Ser.* v. 20. n. 8, pp. 1387-1394 1989.
- [7] H. Sira-Ramirez, "Invariance conditions in non-linear PWM controlled systems," *Int J Systems Sci*, v. 20, n. 9, pp. 1679-1690. 1989.
- [8] H. Sira-Ramirez, "Sliding regimes in general non-linear systems: a relative degree approach," *Int. J. Control*, v. 50, n. 4, pp. 1487-1506, 1989
- [9] H. Sira-Ramirez, M. Zribi, and S. Ahmad, "Pulse width modulated control of robotic manipulators," *Int J. Systems Ser*, v. 24, n. 8, pp. 1423-1437. 1993.
- [10] H. Sira-Ramirez and M. T. Prada-Rizzo, "Pulse width modulated control of the full bridge buck converter," *Int. J. Systems Sci*, v. 25, n. 4, pp. 651-667, 1994.
- [11] M. Doğruel, S. Drakunov and Ü. Özgüner, "Sliding Mode Control in Discrete State and Hybrid Systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*. Mar 1996.
- [12] A. F. Filippov, *Differential Equations with Discontinuous Righthand Sides*. Kluwer Academic Publishers, 1988
- [13] K. E. Atkinson, *An Introduction to Numerical Analysis*, Willey, 1989.
- [14] J. R. Rice, *Numerical Methods, Software, and Analysis*, McGraw-Hill, 1983.

BAND GEÇİREN BESSEL FİLTRELERİN TASARIMI İÇİN YENİ BİR YÖNTEM

Serdar E. HAMAMCI, Muhammet KOKSAL
İnönü Üniversitesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
44100-MALATYA

ABSTRACT

It is not suitable to use traditional transformation formulations during the design, normalization and denormalization of band-pass Bessel filters. Because attenuation characteristics of the filter initially agree with the required characteristics, but the delay characteristics do not conform. In this study, new transformation formulas of Bessel approximation which give correct results for both analog and digital band-pass filters are given.

1. GİRİŞ

Genel olarak, band geçiren filtrelerin tasarımında filtre karakteristikleri önce alçak geçiren filtre karakteristiklerine dönüştürülür, daha sonra filtre devresi seçilen yaklaşıklık metoduna göre elde edilir. İstenen karakteristiklere sahip filtrenin doğru olarak tasarlanabilmesi, yapılacak olan dönüşüm işlemini önemli kılmaktadır.

Band geçiren filtrelerde gecikme karakteristiği merkez frekansı civarında idealde düz karakteristik (flat delay) göstermelidir [1]. Pratikte ise Butterworth, Chebyshev ve Eliptik vb. yaklaşıklık metodlarında gecikme karakteristiği düz değildir. Buna karşın idealdeki karakteristiğe en yakın sonucu, Bessel metodu vermektedir.

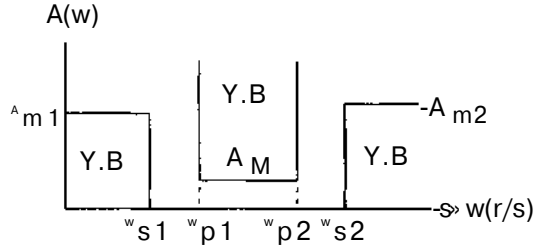
Gecikme karakteristiğinin önemli olmadığı yaklaşıklık metodlarında (Butterworth, Chebyshev ve

Eliptik vb.) dönüşüm işlemi, w gerçek frekans (r/s) ve il ise normalize edilmiş frekans olmak üzere;

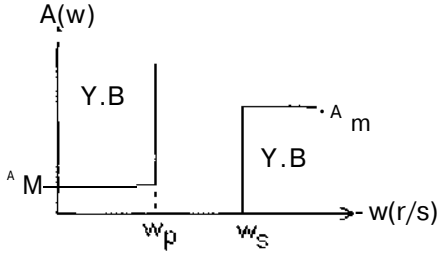
$$n = \left\lfloor \frac{w_0^2 - W^2}{Bw} \right\rfloor \quad (1)$$

ile verilir. Burada $\omega = w_{s2} - w_{s1}$ ve $w_0^2 = w_{s1} \cdot w_{s2}$ olup, w_{s1} ve w_{s2} durdurma bandının köşe frekanslarıdır [2]. Başlangıçta düz olan bir gecikme karakteristiği bu dönüşüm işlemi sonucunda artık düz değildir. Bu nedenle Eşitlik (1)'de verilen dönüşüm formülleri Bessel yaklaşıklık metodu için uygulandığında görülecektir ki, istenen genlik ve kayıp karakteristikleri sağlanmakta, ancak gecikme karakteristiği sağlanmamaktadır. Dolayısıyla, yeni dönüşüm formüllerinin geliştirilmesine ihtiyaç duyulmuştur. Genel olarak tasarım için band geçiren bir filtrenin özellikleri Şekil 1'de de görüldüğü gibi, geçirme bandı köşe frekansları (w_{p1} , w_{p2}) ile bu banttaki maksimum kayıp (A_M) ve durdurma bandı köşe frekansları (w_{s1} , w_{s2}) ile alt ve üst durdurma bandlarındaki minimum kayıp (sırası ile A_{m1} ve A_{m2}) belirlenerek tanımlanır [3]. Şekil 2'de ise dönüşüm sonucu elde edilen normalize alçakgeçiren filtre karakteristiği verilmiştir. Bu tebliğde, band geçiren Bessel tipi bir filtrenin tasarımında bu koşullara ek olarak gecikme zamanı (t_0) ve geçirme bandının köşe frekanslarından herhangi birinin yüzde gecikme hatası (t_p) sağlanması gerekli özellikler olarak tanımlanmıştır; Böylece hem frekans, hem de zaman

gecikme özelliklerini istenildiği şekilde gerçekleştiren bir band geçiren Bessel filtre tasarımı önerilmiştir.



Şekil 1. Genel bir band geçiren filtreye ait zayıflama karakteristiği.



Şekil 2. Dönüşüm işlemi sonucu elde edilen normalize alçak geçiren filtreye ait zayıflama karakteristiği ($A_m = \max\{A_{m1}, A_{m2}\}$).

2. NORMALİZASYON VE DENORMALİZASYON İÇİN YENİ FORMÜLASYON

Eşitlik (1)' de payda kısmında bulunan B yerine x_0 a bağlı öyle bir ifade gelmelidir ki, filtrenin kayıp karakteristiği bozulmadan, gecikme karakteristiği istenildiği gibi sağlansın. Band geçiren bir filtrenin gecikme karakteristiği;

$$D(w) = \frac{d\phi(w)}{dw} = - \frac{d\phi(\Omega)}{dn} \cdot \frac{d\Omega}{dw} \quad (2)$$

şeklinde verilir. Bu ifadede $d\phi(Q)/df_2$, normalize alçak geçiren filtrenin gecikmesidir ve sabit bir değere

sahiptir. Bu değer merkez frekansında 1 olmaktadır. Diğer terim olan di_2/dw ise, frekansla asıl değişen kısım olup, gecikmede istenmeyen değişimi sağlayan terimdir.

Tasarımlanacak Bessel filtresi için merkez frekansı göz önüne alınarak yapılacak olan en uygun dönüşüm:

$$i_2 = \left| \frac{w_0 j - w^2}{(2/\tau_0)w} \right| \quad (3)$$

olarak tespit edilmiştir [4]. Burada $S = w_{p2} - w_{p1}$ ve $w_0^2 = w_{p1} \cdot w_{p2}$ 'dir. Daha önceki klasik formülasyon sonucunda $Q_p = \max\{Q_{p1}, i_{p2}\}$ ve $i_2 = 1$ şeklinde dönüşürken yeni formülasyona göre $i_2 = i_2 = i_2$ ve $Q_s = \{i_2\}$ ve a_s 'den hangisi daha büyük n (filtrenin derecesi) gerektiriyorsa} şeklinde dönüşmektedir. Ancak tasarımda bu formül tek başına kullanıldığında yeterli olmamaktadır. Bunun yanı sıra dikkat edilmesi gereken husus. Eşitlik (1) ve (3) karşılaştırıldığında görüleceği gibi $2/T_0$ ile B' nin uyumlu olmasıdır. Bu ise, T_0 parametresinin $2/B$ civarında değerler alması ile mümkün olmaktadır. x_0 , $2/B'$ ye yaklaştıkça $d\phi(f_2)/df_2$, 1' e yakın değerler almakta ve di_2/dw 'nin değeri T_0 a çok yakın değerlere yaklaşmakta ve değişimi çok yavaş olmaktadır. Bu durum filtrenin derecesinin küçülmesine neden olur. Buna karşın x_0 , $2/B'$ den uzaklaştıkça $d\phi(f_2)/df_2$, V den daha uzak değerler almakta ve di_2/dw 'nin değişimi büyümektedir. Bu da filtrenin derecesinin büyümesine neden olur. Tespit edilen bir başka husus ise, yüzde gecikme hatası başlangıçta w_{p1} için $0.5(1 - (w_{p2}/w_{p1}))$ veya w_{p2} için $0.5(1 - (w_{p1}/w_{p2}))$ değerlerinden daha küçük olarak seçilirse filtrenin derecesi tespit edilememekte ve tasarım mümkün olmamaktadır. Yani,

w_{p1} için yüzde gecikme hatası $> 0.5[1 - (w_{p2}/w_{p1})]$ veya, w_{p2} için yüzde gecikme hatası $> 0.5[1 - (w_{p1}/w_{p2})]$ olmalıdır.

Dönüşüm işlemi sonucu elde edilen normalize alçak geçiren filtre karakteristikleri yardımı ile bilinen şekilde filtrenin derecesi tespit edilir ve transfer fonksiyonu oluşturulur. Bulunan normalize alçak geçiren transfer fonksiyonu;

$$\frac{s}{s} = \frac{s^2 + w_0^2}{(2/T_0)S} \quad (4)$$

ile gerçek transfer fonksiyonuna dönüştürülür ve bilinen gerçekleştirme metodlarından uygun biri ile filtre devresi gerçekleştirilir.

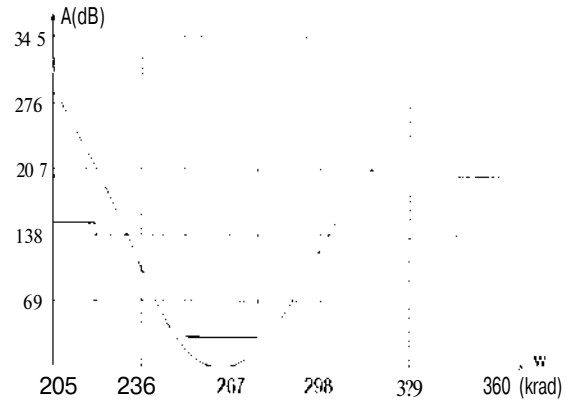
3. TASARIM ÖRNEĞİ

RL=1 kn dirençle sonlandırılmış ve gerilim kaynağı ile beslenen Bessel tipi bir band geçiren filtre tasarımı yapılması istenmektedir. Filtrenin geçiş karakteristikleri; $w_{p1} = 251.2$ krad/s, $w_{p2} = 276.3$ krad/s, $w_{s1} = 219.9$ krad/s, $w_{s2} = 345.4$ krad/s, $A_M = 3$ dB, $A_{m1} = 15$ dB, $A_{m2} = 20$ dB, $x_0 = 110$ ve 251.2 krad/s köşe frekansı için en çok %6 gecikme hatası olarak verilmiştir.

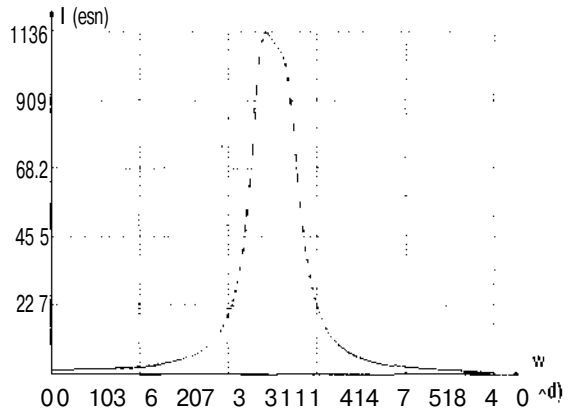
Yapılan hesaplamalar sonucunda filtrenin derecesi 6 olarak tespit edilmiş ve buna göre tasarımı yapılan filtreye ait zayıflama ve gecikme karakteristikleri Şekil 3'de gösterilmiştir.

4. SONUÇ

Yapılan bu çalışmada band geçiren Bessel filtrelerin tasarımı için kullanılan klasik dönüşüm formülü sonucu sağlanamayan istenilen istenilen gecikme karakteristiklerinin gerçekleştirilmesi sağlanmıştır. Geliştirilen dönüşüm formülü ile yapılan düzenlemede genlik karakteristiği bozulmadan dönüşüm işlemi doğru bir şekilde yapılmakta ve filtre tasarımı yapılabilmektedir.



(a)



(b)

Şekil 3. Örnek band geçiren Bessel filtre tasarım çalışması için; a) Kayıp karakteristiği , b) Gecikme karakteristiği.

REFERANSLAR

1. Schaumann, R., Ghausi, MS., Laker, K.R., Design of analog filters: passive, active RC and switched capacitor, Prentice Hall, New Jersey, 1990.
2. Antoniou, A, Digital Filters: Analysis and Design, McGraw Hill, New Delphi, 1979.
3. Lam, H.Y-F., Analog and Dijital Filters: Design and Realization, Prentice-Hall, New Jersey, 1979.
4. Hamamcı, S.E..Yüksek lisans Tezi, Elazığ. 1997.

Uyarlamalı, Doğrusal, Sonlu Dürtü Cevaplı Süzgeçler İçin Yeni Bir Stokastik Kontrol Algoritması

Osman Hilmi KOCAL
İstanbul Teknik Üniversitesi
Elektrik - Elektronik Fakültesi
80626 Maslak, İstanbul
e-mail : kocal@triton.elk.itu.edu.tr

ABSTRACT

A new stochastic control algorithm to be used for adaptive FIR filters is proposed. The algorithm is based on iterative solution methods which is used for the solution of linear equations. This algorithm provides an unbiased estimator for optimum Wiener solution. The new algorithm has the convergence rate and computational complexity advantages, compared to the least mean square (LMS) algorithm and the recursive least squares (RLS) algorithm, respectively. Although the new algorithm is an $O(M)$ algorithm, $O(.)$ indicating the order of the computational complexity, the number of madpr (multiplication and division per recursion) is smaller than the fast recursive least squares (FRLS) algorithm up to $M=7$, where M is the number of the adjustable weights in the algorithm (dimension of the tap-weight vector). On the other hand, the new method combines desirable convergence characteristics of RLS when the eigenvalue spread (ratio of the maximum eigenvalue to minimum eigenvalue) of the correlation matrix of the input signal is not large.

Bilindiği gibi uyarlamalı, doğrusal, sonlu dürtü cevaplı süzgeçlerde kullanılan kontrol algoritmaları, gradient tabanlı algoritmalar ve ardışıl algoritmalar olmak üzere iki ana sınıfta toplanabilir [1], Gradient tabanlı algoritmalarda ilgilenilen amaç ölçütünün gradient vektörü kullanılır ve yakınsama hızı özilişki matrisinin yapısına bağlıdır. Çok kullanılan bir gradient tabanlı algoritma LMS (least-mean-square) algoritmasıdır. Ardışıl algoritmalarda özilişki matrisinin tersi her adımda ardışıl olarak hesaplanır ve yakınsama hızı özilişki matrisinin yapısından bağımsızdır. Bunun sonucu olarak yakınsama hızı gradient tabanlı algoritmalarla göre çok daha büyüktür. İyi bilinen bir ardışıl algoritma RLS (recursive least square) algoritmasıdır. Bu çalışmada önerilen yöntem dayandığı matematik temel bakımından yukarıda belirtilmiş olan algoritmalarından farklıdır. Yeni yöntemin temelini, doğrusal denklem sistemlerin ardışıl çözümünde kullanılan algoritmalar oluşturmaktadır. Bilindiği gibi, optimum süzgeç katsayı vektörünün elde edildiği Wiener-Hopf denklemleri de bir doğrusal denklem sistemidir.

Süzgeç giriş vektörü $u(n)$, süzgeç çıkış sinyalinin izlenmesi istenen sinyal $d(n)$. giriş vektörünün özilişki matrisi R ve giriş vektörü ile istenen sinyal $d(n)$ arasındaki çapraz-ilişki vektörü p olmak üzere Wiener-Hopf denklemleri aşağıdaki gibi yazılır:

$$Rw_0 = p \quad (1)$$

Yukarıdaki eşitlikte w_0 $M \times 1$ boyutlarında optimum süzgeç katsayı vektörüdür. $E[.]$ işlemcisi matematiksel ortalamayı göstermek üzere (1) eşitliğindeki $M \times M$ boyutlu R matrisi ve $M \times 1$ boyutlu p vektörü, $u(n)$ ve $d(n)$ cinsinden aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$R = E[u(n)u(n)^T] \quad (2)$$

$$p = E[u(n)d(n)] \quad (3)$$

(2) ve (3) eşitliklerindeki $M \times 1$ boyutlarındaki $u(n)$ vektörü, n anındaki süzgeç giriş sinyali $u(n)$ ve ayrı zaman domenindeki ötelenmiş değerleri cinsinden aşağıdaki gibi tanımlıdır.

$$u(n) = [u(n), u(n-1), u(n-2), \dots, u(n-M+1)]^T \quad (4)$$

(1) eşitliğindeki w_0 optimum katsayı vektörü, özilişki matrisinin tersi alınarak hesaplanabileceği gibi, doğrusal denklem sistemlerinin çözümünde kullanılan ardışıl yöntemler uygulanarak da elde edilebilir. Genellikle, doğrusal denklemler için ardışıl yöntemler (Iterative Methods For Linear Systems) büyük boyutlu matris sistemlerinin çözümünde uygun bir yaklaşım olarak bilinmektedirler [2],[3],[4]. Uyarlamalı süzgeçlerde karşılaşılan matris boyutları göz önünde bulundurulduğunda bu yöntemlerin kullanılması ilk bakışta uygun görülmeyebilir. Ancak, bu yöntemler kullanılarak elde edilen algoritmaların bilinen diğer algoritmalarla göre yakınsama hızı ve işlem karmaşıklığı bakımından üstünlük sağladığı anlaşılmıştır. İyi bilinen ardışıl çözüm yöntemlerinden biri Jacobi algoritmasıdır [2],[3],[4]. Bu çalışmada Jacobi algoritması, süzgeç katsayı vektörünü ardışıl olarak hesaplamak amacıyla (1) eşitliğindeki

Wiener-Hopf denklemlerine uygulanmış ve aşağıdaki sonuca varılmıştır.

$$\mathbf{w}(n+1) = -R_D^{-1}(R_L + R_U)\mathbf{w}(n) + R_D^{-1} \mathbf{p} \quad (5)$$

(5) eşitliğindeki $M \times M$ boyutlu R_D , R_L , R_U matrisleri sırasıyla köşegen, altüçgen, üstüçgen özilişki matrisleridir. (5) eşitliğindeki matris formundaki fark denkleminin optimum süzgeç katsayı vektörü w_0 çözümüne yakınsaması için aşağıdaki koşulun sağlanması gerekmektedir.

$$0 < 1/r_0 < 2/\hat{A}_{r,ax} \quad (6)$$

(6) eşitsizliğinde r_0 , süzgeç giriş sinyali $u(n)$ 'in varyansı aynı zamanda özilişki matrisi R' nin köşegen elemanı, $\hat{A}_{r,ax}$ özilişki matrisinin enbüyük özdeğeridir. Sayısal örnekler üzerinde (6) eşitsizliğinin her özilişki matrisi için sağlanmayacağı görülebilir. Bu durumlarda (5) eşitliğinde kararlılığı sağlamak amacıyla, LMS algoritmasındaki adım parametresine benzer bir "m" çarpanı eklenerek aşağıdaki düzenleme yapılabilir.

$$\mathbf{w}(n+1) = -mR_D^{-1} (R_L + R_U) \mathbf{w}(n) + mR_D^{-1} \mathbf{p} \quad (7)$$

(7) eşitliğinde verilmiş olan matris formundaki fark denkleminin çözüme yakınsaması için r_0 , \hat{A}_{max} , m arasında :

$$0 < m/r_0 < 2A_{max} \quad (8)$$

koşulunun sağlanması gerektiği açıktır. Yukarıdaki eşitsizlikteki "m" parametresi için geçerli olan kısıtlama, algoritma açısından bir sakıncadır. LMS algoritmasında da adım parametresi (step size parameter) için buna benzer bir kısıtlama vardır. Wiener-Hopf denklemlerini çözmek için, doğrusal denklem sistemlerinin çözümünde kullanılan algoritmalarından olan Gauss-Seidel yönteminden yararlanılırsa, yukarıda söz edilen sakınca ortadan kalkmaktadır. Gauss-Seidel algoritması, Wiener-Hopf denklemlerine uygulanarak, süzgeç katsayı vektörünün ardışıl olarak hesaplanması için aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\mathbf{w}(n+1) = -(R_L + R_U) \mathbf{w}(n) + (R_L + R_U) \mathbf{p} \quad (9)$$

Gauss-Seidel algoritmasının, bu uygulama açısından, çok önemli bir özelliği, pozitif tanımlı simetrik matrisler için daima yakınsamasıdır[2],[3],[4]. Özilişki matrisi de pozitif tanımlı simetrik bir matris olduğuna göre (9) eşitliğindeki algoritma optimum katsayı vektörüne yakınsayacaktır.

Buraya kadar yapılan incelemede özilişki matrisi ve çapraz ilişki vektörünün bilindiği varsayılmaktadır. Uyarlamalı sinyal işlemede olduğu gibi, özilişki matrisi ve çapraz-ilişki vektörüyle ilgili informasyonun tam olarak bilinmediği durumda bir kestireç olan

örnek ortalamaları kullanılabilir. Özilişki matrisi ve çapraz-ilişki vektörü örnek ortalamaları (10) ve (11) eşitlikleriyle tanımlanmıştır. Bu eşitliklerde "n" ayrık zaman değişkeni veya örnek boyutudur.

$$R(n) = 1/n \sum_{k=1}^n u(k) \cdot u^T(k) \quad (10)$$

$$p(n) = 1/n \sum_{k=1}^n u(k) \cdot d(k) \quad (11)$$

Wiener-Hopf denklemlerine, Gauss-Seidel algoritması uygulanarak elde edilmiş olan (9) eşitliği, (10) ve (11) eşitliklerindeki örnek ortalamaları kullanılarak yeniden yazılırsa:

$$\mathbf{w}(n+1) = -(R_L(n) + R_D(n))^{-1} R_U(n) \mathbf{w}(n) + (R_L(n) + R_D(n))^{-1} \mathbf{p}(n) \quad (12)$$

sonucuna varılır. Süzgeç giriş sinyali $u(n)$ stokastik bir süreç olduğundan, n anındaki örnek ortalamaları olan $R(n)$ matrisi ve $p(n)$ vektörü birer raslantı matrisi ve vektörüdür. Bunların kullanıldığı (12) eşitliğindeki $w(n)$ vektöründe bir raslantı vektörü olacaktır. Bu durum göz önünde bulundurulduğunda (12) eşitliğindeki algoritma *Stokastik Gauss-Seidel* algoritması olarak adlandırılabilir. (10) eşitliğindeki örnek özilişki matrisinin elemanları olan örnek özilişki katsayılarının ortalama ve Standard sapma gibi dağılım parametreleri için, örnek boyutunun $n > 500$ olduğu durumlarda aşağıdaki varsayımlar yapılabilir [5].

$$E\{r(n)\} \cong r \quad (13)$$

$$\sigma_{r(n)} = (1 - r^2(n))^2 / n \quad (14)$$

(13) ve (14) eşitliklerine göre herhangi bir örnek özilişki katsayısı, $r(n)$, ortalaması r olan ve Standard sapması örnek boyutu büyüdükçe sifıra yaklaşan bir raslantı değişkenidir. Büyük "n" değerleri için $r(n)$ raslantı değişkeni değeri "r" olan bir sabit olarak yorumlanabilir. Bu durumda (12) eşitliğindeki, örnek özilişki katsayılarından oluşan örnek özilişki matrisi ile süzgeç katsayı vektörünün istatistiksel olarak ilişkisiz oldukları varsayımı yapılabilir. Bu varsayım altında (12) eşitliğinin her iki tarafının ortalaması alınırsa;

$$E\{\mathbf{w}(n+1)\} = E\{-(R_L(n) + R_D(n))^{-1} R_U(n)\} E\{\mathbf{w}(n)\} +$$

$$E\{(R_L(n) + R_D(n))^{-1}\} E\{\mathbf{p}(n)\}$$

$$E\{\mathbf{w}(n+1)\} = -(R_L + R_D)^{-1} R_U E\{\mathbf{w}(n)\} + (R_L + R_D)^{-1} \mathbf{p} \quad (15)$$

sonucuna varılır. (9) ve (15) eşitlikleri incelendiğinde, $n \rightarrow \infty$ için;

$$E[w(n)] = w_0 \quad (16)$$

eşitliğinin sağlandığı, başka bir deyişle Stokastik Gauss-Seidel algoritması tarafından üretilen katsayı vektörünün, optimum süzgeç katsayı vektörü için yansız bir kestireç oluşu görülür. (15) eşitliğinde yapılmış olan varsayım deneysel sonuçlar üzerinde de doğrulanmıştır [6], [7].

Algoritmaların karşılaştırılmasında kullanılan ölçütlerden önemli bir tanesi, iterasyon adımındaki çarpma ve bölme işlemi sayısı (*madpt*) dir. Stokastik Gauss-Seidel algoritması işlem sayısı bakımından RLS algoritmasına göre her durum, hızlı rekürsif algoritmalara (FRLS) göre, süzgeç uzunluğu M olmak üzere, $M \leq 7$ olduğu durumlarda üstünlük göstermektedir. Bilindiği gibi RLS için $madpr = 3M^2 + 11M + 8$ ve FRLS için $madpr = 7M + 16$ dir [1]. Stokastik Gauss-Seidel algoritması her bir süzgeç katsayısı w_k için skaler formda yazılırsa [6],[7], bir katsayının hesaplanmasında M tane çarpma işlemi yapılması gerektiği görülür. M tane katsayı olduğuna göre, bir iterasyonda bütün katsayıların hesaplanması için M^2 çarpma işlemine gerek vardır. Stokastik durumda özilişki ve çapraz ilişki katsayılarının yeni durumlarına uyarlanması için $2M$ çarpma işlemi gerekmektedir. Bu inceleme sonucu Stokastik Gauss-Seidel algoritması için *madpr* sayısının:

$$madpr = M^2 + 2M \quad (17)$$

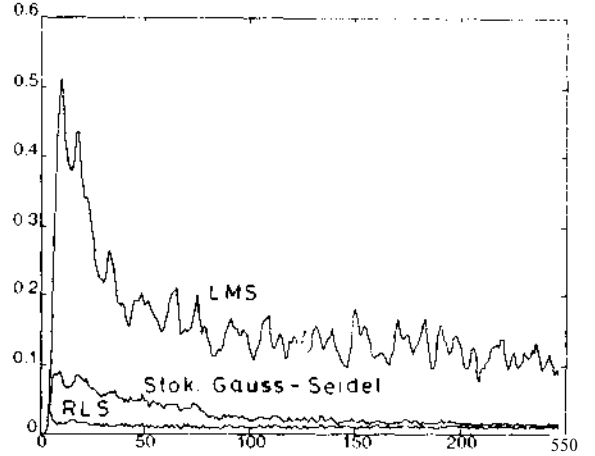
olduğu görülür. Algoritmaların karşılaştırılmasında kullanılan ölçütlerden bir diğeri yakınsama hızıdır. Bu çalışmada LMS, RLS ve Stokastik Gauss-Seidel algoritmalarının yakınsama hızları farklı özdeğer saçılımına sahip özilişki matrisleri üzerinden karşılaştırılmıştır. LMS, RLS ve Stokastik Gauss-Seidel algoritmaları

$$u(n) = w_1 u(n-1) + w_2 u(n-2) + v(n) \quad (18)$$

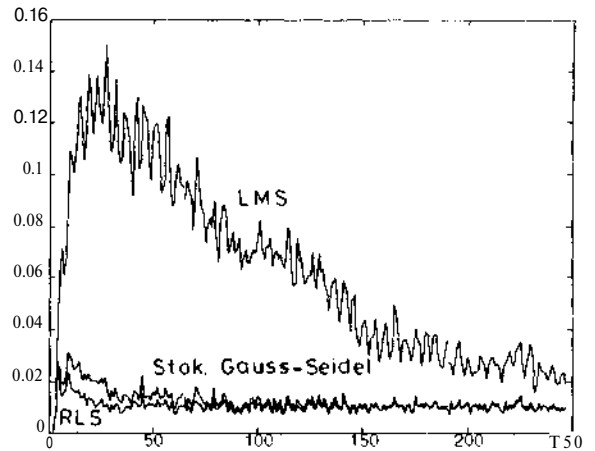
eşitliğindeki ikinci dereceden AR sürecin katsayılarını uyarlamalı olarak kestirmek için kullanılmışlardır. (18) eşitliğindeki $v(n)$ süreci beyaz gauss gürültüsüdür. Her bir algoritma uygulanarak elde edilen $w_1(n)$ ve $w_2(n)$ katsayıları kullanılarak kestirim hatasının karesi:

$$e^2(n) = (u(n) - w_1(n)u(n-1) - w_2(n)u(n-2))^2 \quad (19)$$

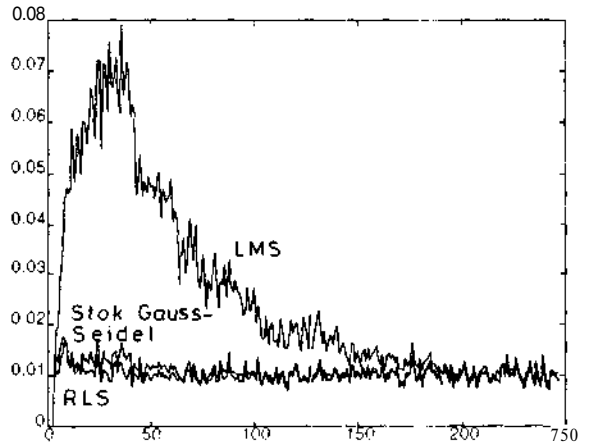
eşitliğiyle hesaplanmıştır. (19) eşitliğindeki karesel hatanın, 200 bağımsız deneme üzerinden ortalamasının değişimi, özdeğer saçılımı $S(R) = 100$, $S(R) = 10$, $S(R) = 3$ değerleri için sırasıyla Şekil 1., Şekil 2., Şekil 3. de verilmiştir. LMS algoritmasında adım parametresi μ için, yakınsama hızı bakımından en uygun değerler seçilmiştir.



ŞEKİL :1 " Hatanın karesel ortalaması, $S(R)=100$, $w_1=1.9114$, $w_2=-0.95$, $\mu_{LMS} = 0.03$ "



ŞEKİL:2 " Hatanın karesel ortalaması, $S(R)=10$, $w_1 = 1.5955$, $w_2 = -0.95$, $\mu_{LMS} = 0.15$ "



ŞEKİL3 " Hatanın karesel ortalaması, $S(R)=3$, $w_1 = 0.9750$, $w_2 = -0.95$, $\mu_{LMS} = 0.25$ "

Özdeğer saçılımının farklı üç değeri için, Şekil 1,2,3 den görüleceği gibi, Stokastik Gauss-Seidel algoritması , LMS algoritmasına göre çok daha hızlı yakınsarken , RLS algoritmasına göre yakınsama hızının yaklaşık aynı olduğu söylenebilir. Özdeğer saçılımı küçüldükçe RLS ve Stokastik Gauss-Seidel algoritmalarının yakınsama hızları arasındaki fark da küçülmektedir. Yakınsama hızı bakımından RLS ve Stokastik Gauss-Seidel algoritmaları arasında önemli bir fark olmamasına rağmen, işlem karmaşıklığı bakımından yeni önerilen yöntemin RLS algoritmasına göre büyük bir üstünlük sağladığı açıktır.

Sonuç

Bu çalışmada uyarlamalı, doğrusal, sonlu dürtü cevaplı süzgeçler için tabanını doğrusal denklem sistemlerinin çözümünde kullanılan ardışıl yöntemlerin oluşturduğu yeni bir stokastik kontrol algoritması önerilmiştir. Yeni algoritma dayandığı matematiksel temel bakımından , gradient tabanlı ve ardışıl algoritmalarından farklıdır. Optimum süzgeç katsayılarının elde edildiği Wiener-Hopf denklemlerine Jacobi ve Gauss-Seidel algoritmaları uygulanarak süzgeç katsayılarını ardışıl olarak hesaplayan iki yöntem geliştirilmiştir. Jacobi algoritması kullanılarak bulunan yöntemin kararlı olması için gradient tabanlı algoritmalarda kararlılık bakımından sağlanması gereken koşula benzer bir koşulun sağlanması gerektiği görülmüştür. Gauss-Seidel algoritması içeren yöntemin bir koşul gerektirmeden yakınsayacağı anlaşılmıştır. Bu yöntemde özilişki matrisi ve çapraz ilişki vektörü yerine bunların öngörü değerleri olan örnek ortalamaları kullanılarak yeni bir stokastik kontrol algoritması elde edilmiştir. Özilişki katsayılarının olasılık yoğunluk fonksiyonundaki dağılım parametreleri üzerinde yapılan varsayımlardan yararlanarak yeni stokastik kontrol algoritması yardımıyla öngörülen süzgeç katsayı vektörünün optimum katsayı vektörü için yansız bir kestireç olduğu analitik olarak gösterilmiştir. Yeni algoritmanın LMS ve RLS algoritmalarıyla yakınsama hızı karşılaştırmaları yapılmıştır. Yakınsama hızı özilişki matrisinin özdeğer saçılımına bağımlı olsa da, LMS algoritmasından çok daha hızlıdır. Bunun sebebi özilişki matrisi ve çapraz-ilişki vektörü öngörü değerleri olarak , RLS algoritmasında olduğu gibi örnek ortalamalarının kullanılmasıdır. Yakınsama hızı , özilişki matrisinin özdeğer saçılımının çok büyük olmadığı durumlarda RLS algoritmasının yakınsama hızı ile yaklaşık aynıdır. işlem karmaşıklığı bakımından ise, yeni yöntem RLS algoritmasına göre süzgeç uzunluğu M'in her değeri için. FRLS algoritmasına göre de $M \leq 7$ olduğu durumlarda önemli bir üstünlük sağlamaktadır.

KAYNAKLAR

- [1] HAYKIN, S. , Adaptive Filter Theory, Prentice Hall, 1991.
- [2] BURDEN.R.L. ,FAIRES,J.D. , Numerical Analysis, PWS Publishers,pp.424-430 , 1985.
- [3] DAHLOUIST,G. .BJÖRCK.A. , Numerical Methods, McGraw Hill , pp.188-193 , 1974.
- [4] VARGA.R.S. , Matrix Iterative Analysis, Prentice-Hall, pp.322-327. 1962.
- [5] FISZ.M. . Probability Theory and Mathematical Statistics, John Wiley and Sons. Inc.,pp.358-363 , 1963.
- [6] KOCAL, O.H. , Uyarlamalı Süzgeçler için Yeni Bir Stokastik Kontrol Algoritması ve Sistem Tanılama Uygulaması, Doktora Tezi, i.T.Ü,1997.
- [7] KOCAL, O.H. , A New Method For Adaptive FIR Filtering : Stochastic Gauss-Seidel Algorithm, submitted to AEU, Int. J. of Electronics and Com. , on February , 1997.