

AYRIK ZAMANLI SİSTEMLERDE İSTENEN KAZANÇ PAYI VE FAZ PAYI KRİTERLERİNİ SAĞLAYAN TÜM ORANSAL KONTROLÖRLERİN HESAPLANMASI İÇİN BİR YÖNTEM

Nevra BAYHAN¹

Mehmet Turan SÖYLEMEZ²

¹Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, İstanbul Üniversitesi
Avcılar, 34320, İstanbul

²Elektrik Mühendisliği Bölümü, İstanbul Teknik Üniversitesi
Maslak, 34469, İstanbul

¹e-posta: nevra@istanbul.edu.tr

²e-posta: soylemez@elk.itu.edu.tr

Anahtar sözcükler: Bilineer Dönüşüm, Nyquist Kararlılık Kriteri, Kazanç Payı ve Faz Payı

ABSTRACT

In this paper, a new method is presented for discrete-time systems to calculate all stabilizing gains for providing desired gain and phase margins. This method focuses on converting the system to an equivalent system in continuous time using a bilinear transformation, and then applying a previously developed theorem. Furthermore, this method suggests to determine the number of the unstable poles for gain intervals obtained by calculating the location and direction of the crossings of the Nyquist plot with the real axis.

1. GİRİŞ

Bu çalışmada ayrık zamanlı sistemlerde istenen kazanç ve faz payını sağlayan tüm oransal kontrolörlerin hesaplanması için yeni bir yöntem geliştirilmiştir. Bunun için temelde Nyquist kararlılık kriteri ile Munro ve Söylemez tarafından geliştirilmiş olan ve sistemi kararlı yapan kazançların bulunmasında kullanılan yöntemden yararlanılmıştır [1,2,3]. Önerilen bu yöntem, kazanç ve faz belirsizliğine sahip ayrık zamanlı bir sistemin bilineer dönüşüğü bulunarak oluşturulan yeni sistemin Nyquist eğrisinin reel eksenini kestiği yerler ve yönlerinin hesaplanmasıyla elde edilen kazanç aralıkları için kararsız kutupların sayısını belirleme üzerine kurulu hızlı bir yöntemdir [4]. Ayarlanabilir parametrelili tek giriş-tek çıkışlı bir kontrol sisteminin parametre uzayında belirtilmiş kazanç payı ve faz payı bölgelerini bulmak için Shenton ve Shafiei, grafik bir yöntem geliştirmişlerdir [5]. Bu yöntemde parametre uzayında belirtilmiş kazanç payı veya faz payı bölgelerinin gerekli sınırları, kutupsal düzlemde

kazanç payı veya faz payına ilişkin bir noktanın izdüşürülmesi ile bulunur. Bu yöntemde açık çevrim D-bölgesi (OLDP) yöntemi, kullanılmıştır; ancak bu yöntem grafik bir teknik içerdiğinden hızlı ve analitik olarak ilgili bölgelerin bulunmasına olanak tanımamaktadır. Belirtilmiş kazanç payı ve faz payını sağlamak ve göreceli kararlı kılmak için PI ve PID kontrolör parametrelerinin hesabı, Tan ve arkadaşları tarafından yapılmıştır [6]. Bu çalışmanın önemli bir özelliği de kontrolör parametrelerini tarama gerektirmemesi ve ayrıca eşitsizlikler kümesini çözmede lineer programlamaya ihtiyaç duyulmamasıdır.

Kazanç payı, Nyquist eğrisinin reel eksenini kesim yeriyle $(-1, j0)$ kritik noktası arasındaki mesafeyi ölçmek için kullanılır ve kararlı bir sistemin kararsız olmadan kazancının ne kadar artırılabilirliğini gösterir. Buna göre w_p , fazın 180° olduğu ($\angle G(jw_p) = 180^\circ$) frekans olmak üzere dB cinsinden kazanç payı

$$KP \triangleq 20 \log \left[\frac{1}{|G(jw_p)|} \right] = -20 \log |G(jw_p)| \quad (1)$$

biçimindedir. Faz payı, Nyquist eğrisinin $(-1, j0)$ kritik noktasını çevrelemesi için kaç derece döndürülmesi gerektiğini belirleyen açıdır. Buna göre w_g , modülün 1 yani 0 dB olduğu ($|G(jw_g)| = 1$) frekans olmak üzere faz payı, aşağıdaki bağıntıyla tanımlıdır.

$$FP \triangleq \varphi = \angle G(jw_g) - 180^\circ \quad (2)$$

2. BİLİNEER DÖNÜŞÜMLE İSTENEN KAZANÇ VE FAZ PAYINI SAĞLAYAN ORANSAL KAZANÇLARIN HESABI

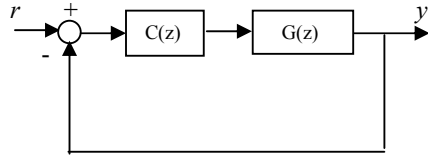
Bilineer dönüşüm, ayrık zamanlı kontrol sistemlerinin kararlılık analizini yapmak için kullanılabilir. Bu, z -düzleminde kompleks w -düzlemine olan bir dönüşümdür. Çeşitli dönüşümler arasında bu çalışma için aşağıdaki bilinear dönüşüm biçimi seçilmiştir.

$$z = \frac{w+1}{w-1} \quad (3)$$

Bu yolla kararlılık bölgesi, z -düzleminde birim dairenin içinden w -düzleminde sol yarı düzleme dönüştürülmüş olur.

Düşük dereceli kontrolörler kümesinin hesaplanmasında yeni ve hızlı bir hesap yöntemi, Munro ve Söylemez tarafından önerilmiştir. [1,2,3]. Bilineer dönüşüm kullanarak ayrık zamanlı sistemler için [4]'de modifiye edilmiş olan bu yöntem, bu çalışmada kazanç ve faz bilinmezliklerine sahip ayrık zamanlı sistemlerin oransal kontrolörlerle kararlı yapılması probleminin çözümüne yönelik olarak geliştirilmiştir.

Şekil 1'de transfer fonksiyonu $G(z)=N(z)/D(z)$ olan geri beslemeli bir sistem görülmektedir.



Şekil 1: Geri beslemeli kontrol sistemi.

$C(z) = K_p$ kontrolördür. Bu durumda kapalı çevrim sistemin karakteristik polinomu,

$$\delta(z, K_p) = D_z(z) + K_p N_z(z) \quad (4)$$

olur. Şekil 1'deki geri beslemeli sistem

$$G_z(z) = \frac{N_z(z)}{D_z(z)} = \frac{a_m z^m + a_{m-1} z^{m-1} + \dots + a_1 z + a_0}{z^n + b_{n-1} z^{n-1} + \dots + b_1 z + b_0} \quad (5)$$

tam uygun ($m < n$) biçiminde olsun. Bilineer dönüşüm uygulanınca

$$G(w) = \frac{N(w)}{D(w)} \quad (6)$$

bulunur ve $w \hat{=} j\omega$ yazınca son bağıntı

$$G(j\omega) = \frac{N(j\omega)}{D(j\omega)} = \frac{N_{re} + jN_{im}}{D_{re} + jD_{im}} \quad (7)$$

haline gelir. Burada $D_{re} \hat{=} \text{Re}\{D(j\omega)\}$, $D_{im} \hat{=} \text{Im}\{D(j\omega)\}$ olarak tanımlıdır. N_{re} ve N_{im} 'de benzer biçimdedir. Dikkat edilirse,

$$D_{re} = D_e(-\omega^2) \quad D_{im} = D_o(-\omega^2)\omega \quad (8)$$

$$N_{re} = N_e(-\omega^2) \quad N_{im} = N_o(-\omega^2)\omega \quad (9)$$

biçimindedir. D_e ve D_o , $D(w)$ polinomunun çift ve tek; N_e ve N_o ise $N(w)$ polinomunun çift ve tek kısımlarını göstermektedir. $G(j\omega)$ 'ı aşağıdaki gibi yazmak mümkündür.

$$G(j\omega) = \frac{N_e + j\omega N_o}{D_e + j\omega D_o} = \frac{X(\omega^2)}{Z(\omega^2)} + j\omega \frac{Y(\omega^2)}{Z(\omega^2)} \quad (10)$$

Burada,

$$X(\omega^2) \hat{=} D_e N_e + D_o N_o \omega^2 \quad (11)$$

$$Y(\omega^2) \hat{=} D_e N_o - D_o N_e \quad (12)$$

$$Z(\omega^2) \hat{=} D_e^2 + D_o^2 \omega^2 \quad (13)$$

olarak tanımlıdır. D_e, D_o, N_e ve N_o notasyonları sırasıyla $D_e(-\omega^2), D_o(-\omega^2), N_e(-\omega^2)$ ve $N_o(-\omega^2)$ yerine kullanılmıştır. $G(j\omega)$ 'nin sanal kısmı $\text{Im}\{G(j\omega)\} = \omega \frac{Y(\omega^2)}{Z(\omega^2)}$ olarak yazılabilir. $v \hat{=} \omega^2$ olarak tanımlayalım. $Y(v)$ 'nin pozitif reel köklerinin $v_1^*, v_2^*, \dots, v_\gamma^*$ olduğu kabul edilirse; $G(j\omega)$ 'nin Nyquist eğrisi, $i = 1, 2, \dots, \gamma$ için $\omega = 0, \omega = \infty$ veya $\omega = \pm\sqrt{v_i^*}$ 'da reel eksenden geçer. Böylece $v_{\gamma+1}^* = 0$ ve $v_{\gamma+2}^* = \infty$ olarak tanımlanırsa; $i = 1, 2, \dots, \gamma + 2$ için reel eksenden geçiş noktaları, $x_i = X(v_i^*)/Z(v_i^*)$ olarak bulunur.

Lemma 1 : (5) ile verilen bir $G(z)$ sistemine ilişkin K_{p_i} kazanç aralıkları yani $k \in K_{p_i} \hat{=} (-1/x_{i-1}, -1/x_i)$ için kararsız kapalı çevrim sistem kutuplarının sayısı,

$$u_i = u_0 + \sum_{i=1}^{i-1} r_i \quad (14)$$

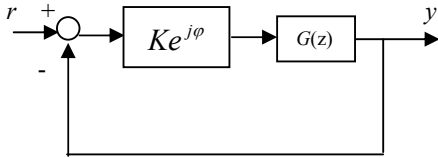
olarak ifade edilebilir [1,2,3]. Burada u_0 kararsız açık çevrim kutuplarının sayısını gösterirken; r_i , Nyquist eğrisinin kompleks düzlemin negatif imajiner yarısından pozitif imajiner yarısına doğru x_i noktasındaki pozitif kabul edilen geçişlerinin toplam sayısını göstermektedir.

Teorem 1 : (6) ile verilen sistem için $D(w)$ 'nin sanal ekseninde hiç bir köke sahip olmadığını kabul edelim. $X(\omega^2)$, $Y(\omega^2)$ ve $Z(\omega^2)$, (11)-(13)'de tanımlandığı gibi olsun. Ayrıca (x_i, v_i^*) çiftleri de, yukarıda tanımlandığı gibi olsun. Üstelik $Y(v)$ 'nin baş katsayısı y_1 ile gösterilirken; $Y(v)$ 'nin en son sıfır olmayan katsayısı y_0 ile gösterilsin. O halde verilen bir $k \in K_{p_i} \hat{=} (-1/x_{i-1}, -1/x_i)$ kazanç için kapalı çevrim sistemin kararsız kutuplarının sayısı, (14)'de verildiği gibidir. Reel ekseninden geçişlerin sayısı, Lemma 1'de ifade edildiği gibi olup; geçiş yönü

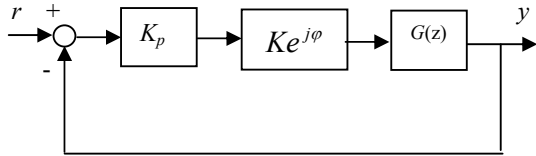
$$r_i = \begin{cases} (1-(-1)^i) \text{Sgn}(Y^{(i)}(v_i^*)), & 0 < v_i^* < \infty \text{ ise} \\ \text{Sgn}(y_0) & , v_i^* = 0 \text{ ise} \\ -\text{Sgn}(y_1) & , v_i^* = \infty \text{ ise} \end{cases} \quad (15)$$

biçimindedir. Burada $Y^{(i)}(v)$, $Y(v)$ 'nin v_i^* noktasındaki sıfır olmayan birinci türevidir.

Şimdi ise Şekil 2'deki geri beslemeli kontrol sistemine oransal kazanç kontrolörü K_p ilave ederek Şekil 3'deki geri beslemeli kontrol sistemini elde edip; istenen kazanç payı ve faz payı için kapalı çevrimde sistemi kararlı kılabacak tüm oransal kazançların hesabını ele alalım. İstenen faz payı için $N(z)$ polinomu, kompleks katsayılı olacağı için Teorem 1, modifiye edilerek kullanılmıştır.



Şekil 2: Kazanç (K) ve faz (ϕ) belirsizliği olan geri beslemeli kontrol sistemi.



Şekil 3: Oransal (K_p) kontrolör kullanılarak elde edilen geri beslemeli kontrol sistemi.

2.1 İstenen Kazanç Payını Sağlayan Tüm Oransal Kazançlar

Lemma 2: Verilen bir $G(z)$ sistemini kararlı hale getiren tüm kazançlara ilişkin aralıklar Teorem 1 yardımıyla $K_i = (K_{i \min}, K_{i \max})$ ($i=1,2,\dots,q$) aralıkları ile verilmiş olsun. İstenilen $(KP)_{yeni}$ kazanç

payı kriterini sağlayan tüm kazançlar ($i=1,2,\dots,q$) olacak şekilde

$$\bar{K}_i = \begin{cases} \emptyset, & K_{i \min} > \frac{K_{i \max}}{(KP)_{yeni}} \text{ ise} \\ \left(K_{i \min}, \frac{K_{i \max}}{(KP)_{yeni}} \right), & \text{aksi halde} \end{cases} \quad (16)$$

aralıkları ile belirlenir. Burada \emptyset , boş kümeyi göstermekte olup tüm \bar{K}_i aralıklarının \emptyset olması durumunda istenilen kazanç payını sağlayacak oransal kontrolör olmaması şeklinde yorumlanır.

2.2 İstenen Faz Payını Sağlayan Tüm Oransal Kazançlar

Ayrık zamanlı bir sistem bilinear dönüşüm uygulanıp (6)'daki biçime getirildikten sonra verilen faz payı ϕ için $e^{-j\phi} = \cos \phi - j \sin \phi$ eşitliğinden hareketle yeni sistemin pay polinomu aşağıdaki gibi kompleks katsayılı olur.

$$G_{yeni}(w) = \frac{e^{-j\phi} N(w)}{D(w)} = \frac{(\cos \phi - j \sin \phi) N(w)}{D(w)} \hat{=} \frac{N_y(w)}{D(w)} \quad (17)$$

$N_y(w)$ ve $D(w)$ 'de $w \hat{=} j\omega$ yazıp reel ve sanal kısımlarına ayrılarak bulunan $N_y(j\omega)$ ve $D(j\omega)$ 'i, $D(j\omega)$ 'nin eşleniği $D^*(j\omega)$ ile çarparak $G(j\omega)$ 'nin paydasını reel katsayılı polinom yaparız. Buna göre,

$$G_{yeni}(j\omega) = \frac{\text{Re}\{N_y(j\omega)D^*(j\omega)\}}{D(j\omega)D^*(j\omega)} + j \frac{\text{Im}\{N_y(j\omega)D^*(j\omega)\}}{D(j\omega)D^*(j\omega)} \quad (18)$$

elde edilen yeni sistem için Nyquist teoremi gereği, $\text{Im}\{N_y(j\omega)D^*(j\omega)\}$ 'nin reel ω_i^* kökleri bulunur. Bu reel kökleri $\text{Re}\{N_y(j\omega)D^*(j\omega)\}$ 'de yazarak istenen faz payı için Nyquist eğrisinin reel eksenini kestiği yerler bulunur. Teorem 1'den hareketle geçiş yönlerini bulmak için, $\text{Im}\{\partial G_{yeni}(j\omega) / \partial \omega\}$ türevi

hesaplanır ve sırasıyla ω_i^* reel kökleri bu türevde yazılıp r_i 'ler bulunur. Sonuçlar, [4]'deki gibi düzenlenerek kararsız kapalı çevrim kutuplarının sayısının sıfır olmasını yani $u_i = 0$ olmasını sağlayan K_{p_i} kazanç aralıkları bulunur.

3. SAYISAL ÖRNEK

Aşağıdaki sistemi kapalı çevrimde kararlı kılan oransal kazançları bularak bu sistem için 5dB kazanç payını ve sırasıyla 30° , 70° ve 80° faz paylarını sağlayan tüm kazançları hesaplayalım.

$$N_z(z) = 70(z^2 + 3z + 11)$$

$$D_z(z) = 1000z^5 + 20z^4 + 50z^3 + 29z^2 + 262z + 840$$

3.1 Sistemi kapalı çevrimde kararlı kılan oransal kazançların hesabı

$N_z(z)$ ve $D_z(z)$ polinomlarında (3)'ü yazılınca

$$N(w) = 1050w^5 - 4550w^4 + 7980w^3 - 7140w^2 + 3290w - 630$$

$$D(w) = 2201w^5 + 95w^4 + 18806w^3 + 2042w^2 + 8433w + 423$$

bulunur. $N(w)$ ve $D(w)$ 'da $w \hat{=} j\omega$ yazılarak, tek-çift ayrıştırması yapılarak elde edilen polinomlarda $v \hat{=} \omega^2$ dönüşümü yapılırsa,

$$N_e(-v) = -4550v^2 + 7140v - 630$$

$$N_o(-v) = 1050v^2 - 7980v + 3290$$

$$D_e(-v) = 95v^2 - 2042v + 423$$

$$D_o(-v) = 2201v^2 - 18806v + 8433$$

bulunur. (11)- (13)'den

$$X(v) = 2311050v^5 - 37742530v^4 + 176137220v^3 - 145731460v^2 + 32051250v - 266490$$

$$Y(v) = 10114300v^4 - 104184640v^3 + 191083480v^2 - 82153120v + 6704460$$

$$Z(v) = 4844401v^5 - 82774987v^4 + 390399722v^3 - 312931862v^2 + 69387957v + 178929$$

yazılır. $D(w)$ 'nin kökleri hesaplanınca, iki tane kararsız kutup olduğu görülür, bu nedenle $u_0 = 2$ olur. $Y(v)$ 'nin pozitif reel kökleri: $v_1^* = 0.106454$, $v_2^* = 0.470624$, $v_3^* = 1.63594$ ve $v_4^* = 8.08771$ 'dir.

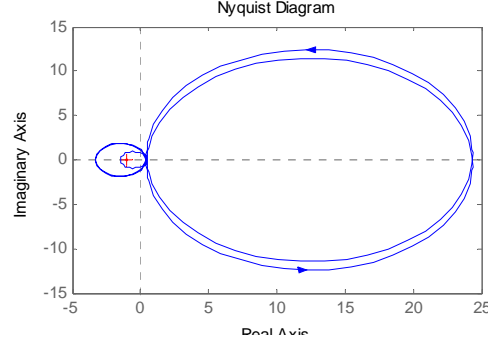
Bu köklere $v_5^* = 0$ ve $v_6^* = \infty$ 'da eklenince; bu problem için altı tane reel eksenden geçiş frekansı olur. Bu geçiş noktaları için Teorem 1'den elde edilen sonuçları aşağıdaki tabloda göstereyim.

v_i^*	x_i	r_i	u_i	K_{p_i}
0.470624	-3.3319	2	2	$0 < K_p < 0.3$
0	-1.4894	1	4	$0.3 < K_p < 0.67143$
0.106454	0.37987	-2	5	$0.67143 < K_p$, $K_p > -2.6325$
1.63594	0.42298	-2	3	$-2.6325 < K_p < -2.3642$
∞	1	-1	1	$-2.3642 < K_p < -1$
8.08771	24.3473	2	0	$-1 < K_p < -0.04107$
-	∞	-	2	$-0.04107 < K_p < 0$

Tablo 1: Sistemi kararlı kılan oransal kazançlar

Tablo 1'de kararsız kapalı çevrim kutuplarının sayısının sıfır olmasını yani $u_i = 0$ olmasını sağlayan K_{p_i} kazanç aralıkları, kapalı çevrim sistemi kararlı

kılan kazanç değerleridir. Buna göre kapalı çevrim sisteminin $-1 < K_p < -0.04107$ kazanç aralığı için kararlı olduğu bulunur. Bu sistemin Şekil 4'deki Nyquist eğrisinin reel eksenini kestiği yerler, Tablo 1'de bulunan sonuçları doğrulamaktadır.



Şekil 4: Orjinal sistemin Nyquist eğrisi

3.2 5dB kazanç payı için sistemi kararlı kılan tüm oransal kazançların hesabı

Verilen kazanç payı için (1)'den

$$KP = 5 \text{ dB} = 20 \log (KP)_{yeni} \Rightarrow (KP)_{yeni} = 1.7783$$

bulunur. Tablo 1'den

$$K_i = (K_{i \min}, K_{i \max}) = (-1, -0.04107)$$

olduğu bulunmuştur. Lemma 2'den,

$$\bar{K}_i = \left(K_{i \min}, \frac{K_{i \max}}{(KP)_{yeni}} \right) = (-1, -0.0231)$$

bulunur. 5dB kazanç payı için sistem, $-1 < K_p < -0.0231$ kazanç aralığında kararlı olur.

3.3. 30°, 70° ve 80° faz payları için sistemi kararlı kılan tüm oransal kazançların hesabı

• 30° faz payı için

$$e^{-j30} = \cos 30 - j \sin 30 = 0.866 - j0.5 \text{ ifadesinden}$$

$\varphi = 30^\circ$ faz payı için yeni sistem,

$$G_{yeni}(w) = \frac{e^{-j30} N(w)}{D(w)} = \frac{N_y(w)}{D(w)}$$

biçiminde olur. Burada $N_y(w)$, kompleks katsayılı polinomdur. $N_y(w)$ ve $D(w)$ 'de $w = j\omega$ yazılıp reel ve sanal kısımlarına ayrılarak bulunan $N_y(j\omega)$ ve $D(j\omega)$ 'i, $D(j\omega)$ 'nin eşleniği $D^*(j\omega)$ ile çarparak $G_{yeni}(w)$ 'nin paydasını reel katsayılı polinom yapabiliriz.

$$N_y(j\omega)D^*(j\omega) = \text{Re}\{N_y(j\omega)D^*(j\omega)\} + j\text{Im}\{N_y(j\omega)D^*(j\omega)\}$$

Nyquist teoremi gereği, $\text{Im}\{G(j\omega)\}$ 'nin yani $\text{Im}\{N_y(j\omega)D^*(j\omega)\}$ 'nin reel w_i^* kökleri olan geçiş noktalarını $\text{Re}\{G(j\omega)\}$ 'de yazarak $\varphi = 30^\circ$ faz payı için Nyquist eğrisinin reel eksenini kestiği yerler bulunur. Ayrıca bu geçiş noktaları için Teorem 1'den hareketle geçiş yönlerini bulmak için, $\text{Im}\{\partial G(j\omega)/\partial w\}$ türevi hesaplanır ve reel w_i^* kökleri bu türevde yazılıp işaret fonksiyonu alınarak r_i 'ler bulunur. $D(z)$ 'in kararsız kök sayısından; $u_0 = 2$ olduğu bulunmuştur. Sonuçlar aşağıdaki tabloda yerleştirilerek, K_p kazançları bulunur.

w_i^*	x_i	r_i	u_i	K_{p_i}
-0.702446	-2.9985	1	2	$0 < K_p < 0.3335$
0.669795	-2.9723	1	3	$0.3335 < K_p < 0.3364$
-0.02177	-1.3706	1	4	$0.3364 < K_p < 0.7297$
0.236549	0.40373	-1	5	$0.7297 < K_p$ $K_p > -2.4769$
-0.42158	0.43352	-1	4	$-2.4769 < K_p < -2.3067$
1.05436	0.46225	-1	3	$-2.3067 < K_p < -2.1633$
-1.59176	0.49883	-1	2	$-2.1633 < K_p < -2.0047$
8.31353	0.55802	-1	1	$-2.0047 < K_p < -1.79205$
2.86627	20.4603	1	0	$-1.79205 < K_p < -0.0489$
-2.82287	21.4438	1	1	$-0.0489 < K_p < -0.0466$
-	∞	-	2	$-0.0466 < K_p < 0$

Tablo 2: 30° faz payı için sistemi kapalı çevrimde kararlı kılan oransal kazançlar

Tablo 2'den 30° faz payı için kapalı çevrim sistemini kararlı kılan kazançlar $-1.79205 < K_p < -0.0489$ 'dir.

• 70° faz payı için :

w_i^*	x_i	r_i	u_i	K_{p_i}
-0.74048	-1.7829	1	2	$0 < K_p < 0.5609$
0.633894	-1.7404	1	3	$0.5609 < K_p < 0.5746$
-0.062203	-0.9553	1	4	$0.5746 < K_p < 1.0468$
0.133195	0.5726	-1	5	$1.0468 < K_p$ $K_p > -1.7465$
-0.547408	0.74436	-1	4	$-1.7465 < K_p < -1.3434$
0.846602	0.77466	-1	3	$-1.3434 < K_p < -1.2909$
-2.30488	1.37569	-1	2	$-1.2909 < K_p < -0.7269$
3.36898	2.00542	-1	1	$-0.7269 < K_p < -0.4987$
3.00608	5.59506	1	0	$-0.4987 < K_p < -0.17873$
-2.74097	8.00033	1	1	$-0.17873 < K_p < -0.1249$
-	∞	-	2	$-0.1249 < K_p < 0$

Tablo 3: 70° faz payı için sistemin kapalı çevrimde kararlılık incelemesi

Tablo 3'den 70° faz payı için kapalı çevrim sistemini kararlı kılan kazançlar $-0.4987 < K_p < -0.17873$ 'dir.

• 80° faz payı için :

w_i^*	x_i	r_i	u_i	K_{p_i}
-0.7578	-1.4595	1	2	$0 < K_p < 0.6852$
0.61839	-1.4183	1	3	$0.6852 < K_p < 0.7051$
-0.0765	-0.8428	1	4	$0.7051 < K_p < 1.1866$
0.11194	0.64842	-1	5	$1.1866 < K_p$ $K_p > -1.5422$
-0.5749	0.91309	-1	4	$-1.5422 < K_p < -1.0952$
0.81028	0.94695	-1	3	$-1.0952 < K_p < -1.0567$
-	∞	-	2	$-1.0567 < K_p < 0$

Tablo 4: 80° faz payı için sistemin kapalı çevrimde kararlılık incelemesi

Tablo 4'den görüldüğü gibi 80° faz payı için kapalı çevrim sistemini kararlı kılan kazanç yoktur.

4. SONUÇLAR

Bu çalışmada istenen kazanç ve faz payları için ayrık zamanlı sistemi kararlı kılabilecek tüm oransal kontrolörlerin hesabı bilineer dönüşüm uygulanarak yapılmıştır. Sayısal örnekten de görüldüğü gibi kazanç ve faz belirsizliklerine sahip ayrık zamanlı bir sistemi kararlı kılan tüm kazançlar için kapalı çevrim sistemin kararsız kutubu yoktur. İstenen kazanç payı ve faz payı kriterlerini aynı anda sağlayan oransal kontrolörleri bulmak için her iki kriteri ayrı ayrı sağlayan oransal kontrolörlerin ortak kümesi alınır.

5. KAYNAKLAR

- [1] Munro N., Söylemez M.T., "Computation of D-Stabilizing Low-Order Compensators", *Control Systems Centre Report 882*, Umist, Manchester, 1999.
- [2] Munro N., Söylemez M.T., Baki H., "Fast Calculation Of Stabilizing PID Controllers For Uncertain Parameter Systems", *Ifac, Rocond*, Prague, Czech Republic, 2000.
- [3] Söylemez M.T., Munro N., Baki H., "Fast Calculation Of Stabilizing PID Controllers", *Automatica*, Cilt: 31, s. 121-126, 2003.
- [4] Bayhan N., Söylemez M.T., "Fast Calculation of All Stabilizing Gains For Discrete-Time Systems", *Istanbul University-Journal of Electrical & Electronics Engineering (IU - JEEE)* Cilt: 6 No:1, s:19-26, 2006.
- [5] Shenton A.T., Shafiei Z., "Relative Stability For Control Systems With Adjustable Parameters", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Cilt: 17, No. 2, s: 304-310, 1994.
- [6] Tan N., Kaya İ., Yeroğlu C., Atherton D.P., "Computation of Stabilizing PI and PID Controllers Using The Stability Boundary Locus", *Energy Conversion and Management*, Mart 2006.