

SİSTEMLERİN BULANIK MODELLENMESİ

Engin YEŞİL¹

İlker ÜSTOĞLU²

Müjde GÜZELKAYA³

^{1,2,3} Elektrik Mühendisliği Bölümü

Elektrik-Elektronik Fakültesi

İstanbul Teknik Üniversitesi, 80626, Maslak, İstanbul

¹e-posta: yesil@elk.itu.edu.tr ²e-posta: ustoglu@elk.itu.edu.tr

³e-posta: guzelkaya@elk.itu.edu.tr

Anahtar Sözcükler: Bulanık Sistemler, Evrensel Yaklaşımcı, Takagi-Sugeno Bulanık Modelleme

ABSTRACT

This paper presents the mathematical structure and approximation property of fuzzy systems. Fuzzy models, that are based on "if-then" rules, can be classified into two categories: (1) Mamdani model, (2) Takagi-Sugeno model. In this paper Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy model is discussed. The main feature of a T-S fuzzy model is to express the local dynamics of each fuzzy rule by a linear system model. The overall fuzzy model of the system is achieved by fuzzy blending of each linear system models. This property is implemented to mass-spring-damper nonlinear dynamic system, and T-S model of this system is represented. New Matlab programs (m file) are developed for the required membership functions.

1. GİRİŞ

Bulanık küme teorisi, 1965 yılında Zadeh [1] tarafından ortaya konulduktan sonra birçok disiplinde uygulanma imkanı bulmuştur. Bulanık kümelerin uygulama alanlarından biri olan dinamik sistemlerin modellenmesi ve kontrolü bilimsel çevrelerden olduğu gibi endüstriden de ilgi görmüştür. Birçok sistem için, güçlü doğrusal olmayan yapısından, yüksek derecede belirsizlik içerdiğinden veya zamanla değişen yapısından dolayı geleneksel modelleme tekniği uygun olmayabilir. Bu açıdan bulanık modelleme güçlü bir araç olarak bakılabilir. [2]

Bulanık modeller, "EĞER - O HALDE" kuralları içeren ve modeldeki değişkenler arasında nitel ilişkiler kuran bir mantık modeli olarak görülebilir. Hesaplama seviyesinde, bulanık modeller, karmaşık doğrusal olmayan sistemlere istenilen doğrulukta yaklaşabilen, esnek matematiksel yapılar olarak görülebilir.

Bu çalışmada, ilk olarak bulanık sistemlerin matematiksel yapıları ele alınmış, sonra bulanık sistemlerin birer evrensel yaklaşımcı olduğu

gösterilmiştir. Son kısımda ise 1985 yılında T. Takagi ve M. Sugeno tarafından ortaya konulduktan sonra kendi adlarıyla anılan Takagi-Sugeno (T-S) bulanık model ve bu modele ait matematiksel yapı sunulmuş sonra da doğrusal olmayan bir sistem T-S bulanık modellenmiştir. Modelleme, PCWIN - MATLAB (Ver. 5.1.0.421), Simulink (Ver. 2.1) ve Fuzzy Logic Toolbox (FLT) (Ver. 1.0.3) programları kullanılarak bilgisayar ortamında gerçekleştirilmiştir. Gerçekleme esnasında gereksinim duyulan üyelik fonksiyonları FLT'ta bulunan standart üyelik fonksiyonlarından olmadığı için bu fonksiyonlara ilişkin "m file" yazılmıştır.

2. BULANIK SİSTEMLER

Bulanık sistemlerin çok büyük kısmı, EĞER - O HALDE kuralları aracılığıyla tanımlanmıştır. Bu tür sistemler, "kural tabanlı bulanık sistemler" ya da kısaca "bulanık sistemler" olarak adlandırılır. Bulanık sistemler, modelleme, veri çözümlemesi, kestirim ve kontrol gibi farklı amaçlar için kullanılabilirler.

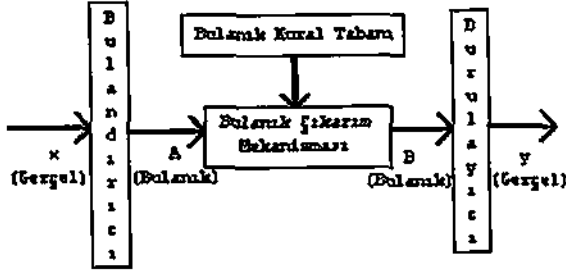
Saf bir bulanık sistem bulanık kural tabanı ve çıkarım mekanizmasından oluşur. Kural tabanında, bulanık EĞER - O HALDE kuralları bulunur. Diğer tüm bulanık sistemler de bu iki yapıya, yani bulanık kural tabanı ve çıkarım mekanizmasına sahiptir. Sistemin giriş ve çıkışlarının bulanık kümeler oluşu, onun mühendislik problemlerinde kullanımını kısıtladığından, bu problemi çözmek amacıyla kural tabanı ve çıkarım mekanizmasından oluşan temel yapıya bulandırıcı ve durulayıcı adı verilen iki birim eklenir. Bulandırıcı gerçel değerli sistem girişini bulanık kümelere dönüştürürken, durulayıcı, tersine, çıkarım mekanizmasının ürettiği bulanık kümeleri gerçel değerli sistem çıkışına dönüştürür. Bu tür bulanık sistemlere ilişkin blok şema Şekil-1 de verilmiştir. [3]

Çok girişli, tek çıkışlı bir sisteme ait bulanık kural tabanı

$R^{(k)} : \text{EĞER } x_1 A_1^k \text{ ve } \dots \text{ ve } x_n A_n^k \text{ ise}$

O HALDE y, B^k dir. $k = 1, 2, \dots, M$ (1)

şeklinde verilen M adet kuraldan oluşur. (1) ifadesinde EĞER den sonraki önerme "öncül", O HALDE den sonraki önerme ise "sonuç" olarak adlandırılır. Burada A_i^k ve B^k sırasıyla $U_i \subset R$ ve $V \subset R$ de tanımlı bulanık kümelerdir. $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in U_1 \times \dots \times U_n$ ve $y \in V$ girişleri ve çıkışı gösteren dilsel değişkenlerdir. Çok çıkışlı sistemler, tek çıkışlı sistemlerden elde edilebileceğinden burada çok girişli tek çıkışlı (MISO) sistemler ele alınmıştır. [3,4]



Şekil-1. Bir Bulanık Sistemin Yapısı

E evrensel kümesindeki her elemanın söz konusu bir kümeye ait olup olmadığı bir karakteristik fonksiyon ile ifade edilebilir. Bulanık küme teorisinde karakteristik fonksiyon, her $x \in E$ ' ye $[0,1]$ birim aralığında bir değer karşı düşüren üyelik fonksiyonuna genelleştirilmiştir.

Tanım 1: A bulanık kümesine ilişkin μ_A üyelik fonksiyonu, $\mu_A : E \rightarrow [0,1]$ şeklinde bir dönüşümdür. **Tanım 2:** Bir x elemanının $[0,1]$ aralığında aldığı değere üyelik derecesi adı verilir. [5]

Tanım 3: Bir A bulanık kümesinin desteği

$$\text{supp}(A) = \{x \in X : A(x) > 0\} \quad (2)$$

olarak tanımlanır. [5]

Bulandırıcı, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in U$ gerçel noktasının, U daki bir A^k bulanık kümesine tasvirini sağlar. Bu tasviri sağlayacak en az iki olası seçim vardır:

1. Tekil (singleton) bulandırıcı, desteği x olan ve $x' = x$ için $\mu_{A^k}(x') = 1$ ve diğer $x' \neq x, x' \in U$ için $\mu_{A^k}(x') = 0$ şeklindeki A^k bulanık kümesi tasvir eder.
2. Tekil olmayan (nonsingleton) bulandırıcı ise $\mu_{A^k}(x) = 1$ ve x' değeri x ten uzaklaştıkça $\mu_{A^k}(x')$ azalan bir bulanık küme tasvir eder. [4]

Durulayıcı ise V deki bir bulanık kümeyi, $y \in V$ gerçel noktasına tasvir eder. Ağırlık Merkezi durulayıcısında bir B bulanık kümesinin bu tasvir sonucundaki değeri $y^* \in Y \subset R$

$$y^* = \frac{\int y B(y) dy}{\int B(y) dy} \quad (3)$$

ifadesi yardımıyla bulunur. Bu durulayıcının bu biçimde adlandırılmasının nedeni aslında bulanık kümeye ilişkin üyelik fonksiyonun belirlediği

bölgenin ağırlık merkezini bulmasından kaynaklanmaktadır.

B^k nin M tane bulanık kümenin birleşimi olduğunu düşünelim. Her bir bulanık kümenin yüksekliğini w_k ile gösterelim. $\bar{y}^k$ ise k ' inci bulanık kümenin merkezi olsun. Merkez Ortalama durulayıcı B bulanık kümesini

$$y^* = \frac{\sum_{k=1}^M \bar{y}^k w_k}{\sum_{k=1}^M w_k} \quad (4)$$

ifadesi yardımıyla y^* durulanmış değerine dönüştüren bir diğer durulayıcı türüdür. Literatürde bu durulayıcılardan başka birçok durulayıcı türü de mevcuttur. [3-5]

Bulanık çıkarım mekanizması bulanık kural tabanında bulunan bulanık EĞER - O HALDE kuralları yardımıyla X giriş uzayından seçilen bir A bulanık kümesini Y çıkış uzayında bir B bulanık kümesine dönüştüren birimdir. $R^{(k)}, X \times Y$ de bir bulanık bağıntı olsun ve (1) ile temsil edilsin yani

$$R^{(k)} : A_1^k \times \dots \times A_n^k \rightarrow B^k$$

olsun. Burada

$$A_1^k \times \dots \times A_n^k (x_1, x_2, \dots, x_n) = A_1^k(x_1) * \dots * A_n^k(x_n),$$

* işlemi bir bulanık kesişimi belirtmek üzere $X = X_1 \times \dots \times X_n$ de bir bulanık bağıntı olarak ifade edilir. " $\rightarrow$ " sembolü ise bir bulanık gerektirme bağlacını temsil etmektedir. M tane kuralın (bağıntının) var olduğunu varsayalım ve bunları tek bir bağıntı ile ifade etmeye çalışalım. Bileşke çıkarım kuralı

$$Q_M = \bigcup_{k=1}^M R^{(k)} = R^{(1)}(x, y) \oplus \dots \oplus R^{(M)}(x, y) \quad (5)$$

olarak yazılabilir, burada " $\oplus$ " sembolü bir bulanık birleşimi ifade etmektedir. (5) ifadesi Mamdani kombinasyonu olarak bilinir.

A, X den seçilen bir bulanık küme ve bir bulanık çıkarım mekanizmasının girişi olsun. Q_M tek bir bulanık "EĞER - O HALDE" kuralı olarak görerek bulanık çıkarım mekanizmasının çıkışı Mamdani kombinasyonu kullanıldığı durumda

$$B(y) = \sup_{x \in X} i(A(x), Q_M(x, y)) \quad (7)$$

olarak elde edilir. [4]

Çarpımsal Çıkarım mekanizmasında kuralların bileşkesi birleşim işlemi ile elde edilir. Dayandığı bulanık gerektirme fonksiyonu Mamdani' nin çarpım gerektirme fonksiyonudur. Bir kural

$$\text{EĞER } \langle K1 \rangle, \text{ O HALDE } \langle K2 \rangle \quad (8)$$

biçiminde verilmiş olsun. Burada K1 genel olarak $X = X_1 \times \dots \times X_n$ de, K2 ise $Y = Y_1 \times \dots \times Y_m$ de tanımlanmış bulanık bağıntılar olsunlar. x, X' den y de Y' den seçilmiş iki değişken olmak üzere Mamdani çarpım gerektirme fonksiyonu şu şekilde tanımlanır:

(8) biçiminde verilen bir bulanık kural $X \times Y$ de Q_{MP} bulanık bağıntısı ile ifade edilir ve ilişkin üyelik fonksiyonu

$$Q_{MP}(x, y) = K1(x) \cdot K2(y) \quad (9)$$

ile gösterilirse Mamdani çarpım bulanık gerektirmesi adını alır.

Çarpımsal bulanık çıkarım mekanizmasında bulanık kesişim fonksiyonu olarak cebirsel çarpım, bulanık birleşim fonksiyonu olarak ise max operatörü kullanılır. Bunlar ışığında çarpımsal çıkarım mekanizması

$$B(y) = \max_{k=1}^M \left\{ \sup_{x \in X} [A(x), \prod_{i=1}^n A_i^k(x_i) B^k(y)] \right\} \quad (10)$$

ile ifade edilir. [4]

3. BİR DOĞRUSAL OLMAYAN DÖNÜŞÜM OLARAK BULANIK SİSTEMLER

Bulandırıcı, durulayıcı ve çıkarım mekanizması birimleri için öngörülen yöntemlerin çeşitliliği bunların kombinasyonları sayısı kadar bulanık sistemin varlığı anlamına gelir. Öte yandan bulanık kural tabanındaki üyelik fonksiyonlarının seçiminde de bir çok seçeneğin oluşu bu sayıyı daha da artırmaktadır. Bazı bulanık sistemler karar vermede kullanıma uygun iken kapalı çevrimli kontrolde kullanışlı olmamaktadır. Bunun nedenini anlayabilmek için bulanık sistemin matematiksel ifadesinin bulunması gerekir. Bu amaçla bir bulanık sisteme ilişkin matematiksel ifadeyi bulalım.

Tanım 4: Normal bulanık küme, üyelik değerinin en az bir x elemanı için bire eşit olduğu kümedir. [5]

(1) 'de verilen B^k bulanık kümesi normal ve $\bar{y}^k$ merkezli olsun. Bulanık kural tabanı (1) biçiminde verilen, çarpımsal çıkarım mekanizmalı, tekil bulandırıcı ve merkez ortalama durulayıcı bulanık sistem

$$f(x) = \frac{\sum_{k=1}^M \bar{y}^k \left(\prod_{i=1}^n A_i^k(x_i) \right)}{\sum_{k=1}^M \left(\prod_{i=1}^n A_i^k(x_i) \right)} \quad (11)$$

matematiksel ifadesi ile temsil edilir. Burada $x \in X \subset R^n$ bulanık sistemin girişini, $f(x) \in Y \subset R$ ise sistemin çıkışı göstermektedir. [4]

Bir çok uygulamada amaç, istenilen kontrol ya da karara yine istenilen bir doğrulukla yaklaşabilen bir bulanık sistem tasarlamaktır. Bilindiği gibi bu kontrol ya da karar, bulanık sisteme ilişkin giriş çıkış uzayları arasında çeşitli fonksiyonlarla ifade edilebilir. Tasarımda amaç istenilen kontrol ya da karara istenilen doğrulukla yaklaşabilen bir fonksiyon bulmaktır, bu ise matematikte yaklaşım teorisi olarak adlandırılan konunun kapsamına girmektedir. Burada iki soru hemen belirir ki bunlar, yukarıdaki beklentiye karşılayacak bir dönüşümün varlığı ve elde edilebilirlik problemleridir.

Bulanık sistem teorisi ve uygulamaları çok ilerlemiş olsa da bulanık sistemlerin yaklaşım teorisi konusundaki çalışmalar, yapay sinir ağlarının yaklaşım özelliklerinin incelenmesi bulanık kümelerle uğraşanları cesaretlendirecek bu ilerlemenin gerisinde kalmıştı. Bazı araştırmacılar [6-9] bulanık sistemlerin yaklaşım problemini ele aldılar ve bazı bulanık sistemler için evrensel yakınsama özelliği adı verilen özelliği gösterdiler. Bu özellik, kompakt bir küme üzerinde tanımlanmış herhangi bir sürekli fonksiyona istenilen doğruluk derecesini gözetten bir bulanık sistemle yaklaşılabileceğini söylemekteydi. [3]

Teorem 1: (Evrensel Yaklaşım) X evrensel kümesi, R^n de kompakt bir küme olsun. X de verilen reel değerli $g(x)$ sürekli fonksiyonu ve bir $\epsilon > 0$ için $a_i^k \in (0, 1]$, $\sigma_i^k \in (0, \infty)$ ve $\bar{x}_i^k, \bar{y}^k \in R$ olmak üzere

$$f(x) = \frac{\sum_{k=1}^M \bar{y}^k \left[\prod_{i=1}^n a_i^k \exp\left(-\left(\frac{x_i - \bar{x}_i^k}{\sigma_i^k}\right)^2\right) \right]}{\sum_{k=1}^M \left[\prod_{i=1}^n a_i^k \exp\left(-\left(\frac{x_i - \bar{x}_i^k}{\sigma_i^k}\right)^2\right) \right]} \quad (12)$$

biçiminde bir $f(x)$ fonksiyonu vardır, öyle ki

$$\sup_{x \in X} |f(x) - g(x)| < \epsilon \quad (13)$$

ifadesi geçerlidir. [4]

Burada $f(x)$ tekil bulandırıcı, çarpımsal çıkarım mekanizmalı, merkez ortalama durulayıcı ve Gauss biçimli üyelik fonksiyonları ile donatılmış bir bulanık sistemi göstermektedir. Aslında bu teoremin tanıtının arkasında Stone-Weierstrass Teoremi yatmaktadır. [4]

Teorem 1 herhangi bir fonksiyona istenilen doğrulukla yaklaşabilen (12) yapısında bir bulanık sistemin varlığını ortaya koyarken bu sistemin nasıl bulunabileceği konusunda bir şey söylememektedir.

4. SİSTEMLERİN TAKAGI-SUGENO MODELLENMESİ

Bulanık yaklaşım teorisi ve bulanık sistem modelleme konuları birbirlerine koşut olarak gelişmektedir. Özellikle bulanık kontrol sistemlerinde bulanık kontrolörün bulanık kural tabanının uzman deneyimlerine dayanarak oluşturulması, böylece kontrol edilecek sistemin matematiksel modelinin dikkate alınmaması ve hatta kararlılığın gözardı edilmesi birçok başarılı mühendislik uygulamalarına rağmen bu konunun eleştirilmesine neden olmuştur. Bu eleştirilere karşılık bir çok araştırmacı bulanık yaklaşım teorisi ve bulanık sistem modelleme konularıyla uğraşarak bu konunun başarılı mühendislik uygulamalarını matematik ekseninde açiklama yolunu seçmişlerdir. Bu çalışmalar sonunda araştırmacıların adlarıyla anılan bulanık modeller ortaya çıkmış ve kullanılır olmuştur. Bunlar arasında önde gelen modellerden biri Takagi ve Sugeno tarafından 1985 yılında önerilmiş ve kendi adlarıyla anılır olmuştur. [11] Bu modelin bulanık kural tabanı

$$\text{EĞER } x_1, A_1 \text{ ve ... ve } x_n, A_n \text{ ise} \\ \text{O HALDE } y = p_0 + p_0 x_1 + \dots + p_0 x_n \quad (15)$$

biçiminde kurallarla donatılmıştır. Bunlar, (1)' de verilen kurallardan farklı olarak sonuç önerme kısmında bulanık kümeler yerine doğrusal denklemler barındırmaktadırlar. Belirsiz sistemi tanımlamada çok başarılı olması ve bunu az sayıda kuralla başarması yanında model tabanlı kontrol uygulamaları için son derece uygundur. [2]

Takagi-Sugeno (T-S) modelinin en belirleyici özelliği, her bulanık kuralın öncülündeki değişkenlerin sistemin durumları olması halinde, sisteme ait yerel dinamikleri doğrusal sistem modeli ile vermesidir. Tüm sisteme ait bulanık model, doğrusal sistem modellerinin bulanık olarak "harmanlanmasından" oluşur. [12] Bu şekilde oluşan T-S bulanık sistemi sürekli sistemler için aşağıdaki yapıdadır:

Kural i: EĞER $x_1(t) M_{i1} \dots$ ve $x_p(t) M_{ip}$ ise

$$\text{O HALDE } \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \quad (14)$$

$$x^T(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ \dots \ x_n(t)]$$

$$u^T(t) = [u_1(t) \ u_2(t) \ \dots \ u_r(t)]$$

$i = 1, 2, \dots, r$ ve r ise EĞER - O HALDE kurallarının sayısıdır. Ayrıca, $x_i(t)$ bulanık öncül değişkenler, M_{ij}

bulanık kümeler ve $\dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t)$ ise i'inci kural çıkışıdır.

Verilen $(x(t), u(t))$ çiftleriyle sonuç bulanık sistem modeli,

$$\dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(x(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t)\}}{\sum_{i=1}^r w_i(x(t))} \quad (15)$$

$$= \sum_{i=1}^r h_i(x(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t)\} \quad (16)$$

olmak üzere tekil bulandırma, çarpım çıkarım mekanizması ve ağırlık merkezi durulama yöntemi ile bulunur. Burada,

$$w_i(x(t)) = \prod_{j=1}^p M_{ij}(x_j(t)) \quad (17)$$

$$h_i(x(t)) = \frac{w_i(x(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(x(t))} \quad (18)$$

dır. $M_{ij}(x(t))$, $x_j(t)$ nin M_{ij} de ki üyelik derecesi olup burada her t için

$$w_i(x(t)) \geq 0 ; \quad \sum_{i=1}^r w_i(x(t)) > 0 \quad , i=1, 2, \dots, r$$

olduğu kabul edilmiştir. Böylece her t için

$$h_i(x(t)) \geq 0 ; \quad \sum_{i=1}^r h_i(x(t)) = 1 \quad , i=1, 2, \dots, r$$

olur. $h_i(x(t))$, EĞER-O HALDE kurallarının normalize edilmiş ağırlığı olarak görülebilir ve $h_i(x(t))$ lerin sistem durumlarının birer doğrusal olmayan fonksiyonu olduğu unutulmamalıdır. [11-13]

5. KÜTLE-YAY-SÜRTÜNME SİSTEMİN T-S MODELLENMESİ

Burada, önceki bölümde matematiksel yapısı ortaya konan T-S bulanık modellemeye ait bir uygulama ele alınacaktır. Bu amaçla ele alınan doğrusal olmayan sistem örneği olan kütle-yay-sürtünme mekanik sistemi [14] Şekil-2 'de gösterilmiştir. Sisteme ait matematiksel model

$$M \ddot{x} + g(x, \dot{x}) + f(x) = u \quad (19)$$

olarak elde edilir. (19) ifadesinde, M kütleyi, u uygulanan kuvveti, $f(x)$ yaya bağlı doğrusal

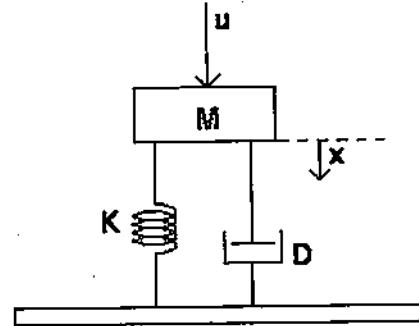
olmayan terimi, $g(x, \dot{x})$ ise sürtünmeye ilişkin terimi göstermektedir. (19) ile modellenen sistemde,

$$g(x, \dot{x}) = D(c_1 x + c_2 \dot{x}), \quad f(x) = c_3 x + c_4 x^3 \quad (20)$$

olduğunu ve bunlara ek olarak $x \in [-a \ a]$ olduğunu da kabul edelim. (20) ifadesindeki parametreler ise aşağıdaki gibi olsun.

$$M=1.0, \quad D=1.0, \quad a=2$$

$$c_1=0.01, \quad c_2=0.1, \quad c_3=0.01, \quad c_4=0.75$$

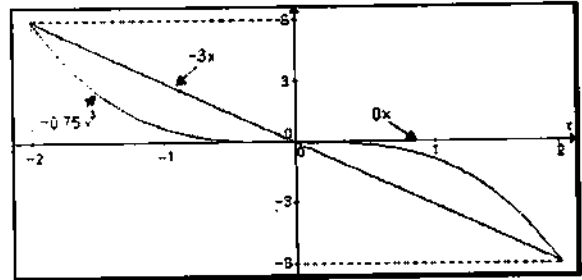


Şekil-2. Kütle-Yay-Sürtünme Sistemi

Bu durumda (19) ile verilen ifade tekrar yazılırsa

$$\ddot{x} = -0.1 \dot{x} - 0.11x - 0.75x^3 + u \quad (21)$$

elde edilir. Bu ifadede $-0.75x^3$ doğrusal olmayan terimdir. Bu terimin ait grafik $x \in [-2 \ 2]$ aralığındaki değişimi Şekil-3 te gösterilmiştir.



Şekil-3. Bir sektör içine sıkıştırılan $-0.75x^3$ terimi

Şekilden de anlaşılabileceği gibi doğrusal olmayan terim bir sektör içine sıkıştırılabilir, bu durumda

$$\begin{cases} -3x \leq -0.75x^3 \leq 0.x & x \geq 0 \\ 0.x \leq -0.75x^3 \leq -3x & x < 0 \end{cases} \quad (22)$$

yazılabilir. Buradan,

$$-0.75x^3 = M_1.0x - (1-M_1).3x \quad (23)$$

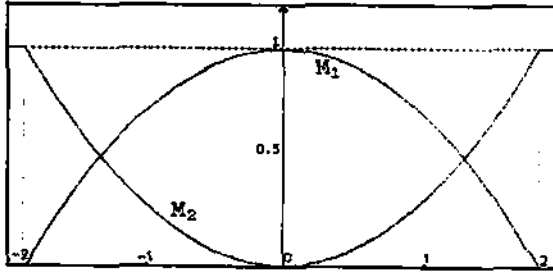
ifadesi elde edilir.

(23) denklemi çözüldüğünde

$$M_1(x(t)) = 1 - \frac{x^2(t)}{4} \quad (24)$$

$$M_2(x(t)) = 1 - M_1(x(t)) = \frac{x^2(t)}{4} \quad (25)$$

elde edilir. (24) ve (25) ifadelerinden elde edilen M_1 ve M_2 üyelik fonksiyonlarıdır. FLT içerisinde yer almayan ve standart üyelik fonksiyonu olmayan parabol yapısına sahip bu fonksiyonlara olan ihtiyaç iki "m file" programlarının Matlab altında yazılmasıyla giderilmiştir. [14] Dilsel olarak ise M_1 ile " $|x|$ küçük" ve M_2 ile " $|x|$ büyük" ifade edilmektedir. Bu durum Şekil-4 'te gösterilmiştir.



Şekil-4. M_1 ve M_2 üyelik fonksiyonları

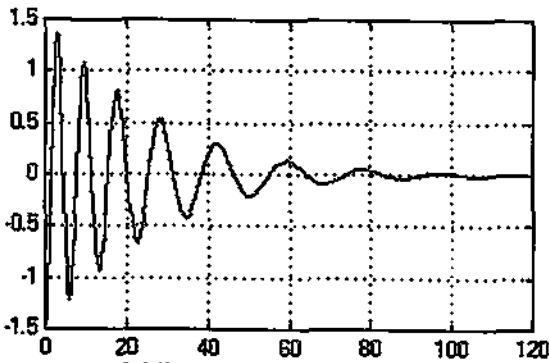
Elde edilen tüm bu veriler ışığında (19) ile ele alınan sistemin T-S bulanık modeli iki kural ile elde edilebilir.

Kural 1: EĞER $|x|$ küçük ise

$$\text{O HALDE } \ddot{x} = -0.1\dot{x} - 0.1|x| + u$$

Kural 2: EĞER $|x|$ büyük ise

$$\text{O HALDE } \ddot{x} = -0.1\dot{x} - 3.1|x| + u$$



Şekil-5. Sistem çıkışı (konum)

Sistem, Fuzzy Logic Toolbox yardımı ile modellenir ve Matlab-Simulink programıyla da, $x_0 = [-1.5 \ 0]$ başlangıç koşulları için gerçekleştirilirse Şekil-5 de gösterilen çıkış elde edilir.

(21) ile ifade edilen doğrusal olmayan sistemin, Simulink programında bloklar oluşturularak gerçekleştirildiğinde elde edilen çıkışı (x) ile Şekil-5 'te elde edilen çıkışı (x_m) göz önüne alındığında

$$\max|x - x_m| = 0.6439 \times 10^{-14} \text{ olduğu görülür.}$$

6. SONUÇLAR

Bu çalışmada, matematiksel yapıları ortaya konan bulanık sistemlerin birer doğrusal olmayan dönüşüm olduğu gösterilmiştir. Evrensel Yaklaşım teoremi ile herhangi bir fonksiyona istenilen doğrulukta yaklaşabilen bir bulanık sistemin varlığı ortaya konmuştur. Takagi-Sugeno bulanık model ise bu tür bir bulanık sistemin bulunmasında kullanılmıştır. Bu amaçla kütle-yay-sürtünme dinamik modeli ele alınmış ve modeldeki doğrusal olmayan terimin bir sektör içine sıkıştırılması yöntemi ile bu sisteme ait T-S bulanık model ortaya konmuştur. Bulanık model ve Simulink ile elde edilen sistem modelin örtüştüğü görülmüştür.

KAYNAKLAR

- [1] Zadeh, L. A., 1965, "Fuzzy Sets," *Informat Control*, 8, pp.338-353.
- [2] Babuska, R., 1998, *Fuzzy Modeling for Control*. Kluwer Academic Publishers, Boston.
- [3] Üstoglu, İ., 1999, *Bulanık kontrol sistemlerinde kararlılık*, *Yüksek Lisans Tezi*, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [4] Wang, L. X., 1994, *Adaptive Fuzzy Systems and Control: Design and Stability Analysis*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- [5] Klir, G. J. and Yuan, B., 1995, *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications*. Prentice Hall.
- [6] Zeng, X. J. and Singh, M. G. , 1994, Approximation theory of fuzzy systems — SISO case, *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 2, pp. 162-176.
- [7] Zeng, X. J. and Singh, M. G. , 1995, Approximation theory of fuzzy systems — MISO case, *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 3, pp. 219-235.
- [8] Zeng, X. J. and Singh, M. G. ,1996, Approximation accuracy of fuzzy systems as function approximators, *IEEE Trans. Fuzzy Syst.* , vol. 4, pp. 44-63.
- [9] Kosko, B., 1994, Fuzzy systems as universal approximators, *IEEE Trans. Comput.*, vol. 43, pp. 1329-1333.
- [10] Wang, L. X., and Mendel, J. M. , 1992, Fuzzy basic functions; universal approximation, and orthogonal least-squares learning, *IEEE Trans. Neural Net.* vol. 3, pp. 807-814.
- [11] Takagi, T. and Sugeno, M. , 1985, Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control, *IEEE Trans. Syst. Man, Cybern.*, vol. SMC - 15, pp. 116-132.
- [12] Wang, H., Tanak, K., and Griffin, M., 1996, An approach to fuzzy control of nonlinear systems: Stability and design issues, *Trans. Fuzzy Syst.*, vol.4, pp.14-23
- [13] Tanaka, K. 1996, Robust stabilization of a class of uncertain nonlinear systems via fuzzy control: Quadratic stability, H_∞ Control Theory, and Linear Matrix Inequalities, *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 4, pp. 1-13.
- [14] Yeşil, E.,2000, Sistemlerin Bulanık Modellenmesi ve Koşut Dağıtılmış Kontrolü, *Yüksek Lisans Tezi*, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.