

ÜSTÜN-DİK UZAY-ZAMAN-FREKANS KAFES KODLAMALI OFDM

Kenan AKSOY*

Ümit AYGÖLÜ

İstanbul Teknik Üniversitesi, Elektrik-Elektronik Fakültesi, 34469, Maslak, İstanbul
e-posta: kenan_aksoy@ttnet.net.tr, aygolu@ehb.itu.edu.tr

Anahtar sözcükler: Kanal kodlama, uzay-zaman kodları, OFDM

ÖZET

Tek taşıyıcılı iletişim sistemlerine ilişkin kanal kodlama yöntemlerinin çok-girişli çok-çıkışlı (MIMO) dik frekans bölmeli çoğullamalı (OFDM) kanallara uygulanması güncel bir araştırma alanıdır. Bu alanda, uzay-zaman, TCM, MTCM ve turbo kodları MIMO OFDM'e uyarlayan çalışmalar yapılmıştır. Bu bildiride, önceki çalışmalardan farklı olarak, üstün-dik uzay-zaman kafes kodlar (SOSTTC) MIMO OFDM kanallara uyarlanmaktadır. Kanal kodlayıcı olarak SOSTT kod kullanan ve tam hızlı bir MIMO OFDM sistem önerilmektedir. Literatürde var olan, duruğumsu kanallar için tasarlanmış SOSTT kodlar OFDM modülasyonlu çok yollu telsiz iletim kanallarında çeşitleme kazancı sağlamadığından, çok yollu çeşitleme kazancı sağlayan uzay-zaman-frekansta bir SOSTT kod tasarımı önerilmektedir. Tasarlanan 16 durumlu örnek QPSK SOSTT kodun üstünlüğü bilgisayar benzetimleriyle gösterilmektedir.

1. GİRİŞ

Telsiz iletişim kanallarında verici ile alıcı anten arasında birden fazla (L tane) telsiz iletim yolunun bulunmasından dolayı farklı yollardan, doğrudan veya yansıyıp gelen işaret bileşenleri alıcı antende birleşir ve simgelerarası girişime (ISI) neden olur. Böyle bir kanalın temelbant dürtü yanıtı

$$h_{\mu\nu}(t, \tau) = \sum_{l=0}^{L-1} h_{\mu\nu}(t, l) \delta(\tau - l\tau_s) \quad (1)$$

olarak yazılabilir. (1)'de $h_{\mu\nu}(t, l)$ zamanla değişen kanal ağırlık katsayısıdır ve bir OFDM sistemde $\tau_s = 1/N_c \Delta f$ olmak üzere N_c alt taşıyıcı sayısı ve Δf alt taşıyıcıların bant genişliğidir. Alıcıda ISI'yı ortadan kaldırmak için, karmaşıklığı anten sayısı ve gecikme saçılmasıyla artan, özel denkleştiricilerin kullanılması gerekir. Buna karşılık OFDM çerçeve yapısında çevrimsel öntaki (CP) kullanıldığında, frekans seçici kanal, alt taşıyıcı

sayısı (N_c) kadar frekans seçici olmayan alt kanallara dönüşür ve ISI oluşmaz [1]. Ters hızlı Fourier dönüşümü (IFFT) ve FFT kullanılarak OFDM kanal modeli basitleştirilebilir. Bir OFDM kod sözcüğü süresince kanal katsayılarının sabit kaldığı ve bir kod sözcüğünden diğerine bağımsız olarak değiştiği varsayılırsa çok yollu sönümlenmeli kanal çıkışında MIMO OFDM alıcısı tarafından n . zaman aralığında ν . anten yardımıyla p . alt taşıyıcıdan alınan işaret

$$y_n^\nu(p) = \sum_{\mu=1}^{N_t} H_{\mu\nu}(p) x_n^\mu(p) + w_n^\nu(p) \quad (2)$$

biçiminde ifade edilebilir. Burada,

$$H_{\mu\nu}(p) = \sum_{l=0}^{L-1} h_{\mu\nu}(l) e^{-j2\pi lp/N_c}, \quad (3)$$

μ . verici ($\mu = 1, \dots, N_t$) ile ν . alıcı ($\nu = 1, \dots, N_r$) anten arasındaki p . alt kanalın ($p = 0, \dots, N_c - 1$) kazancıdır. $x_n^\mu(p)$, n . zaman aralığında μ . verici anten için p . alt taşıyıcıyı modüle eden temelbant işarettir ve $w_n^\nu(p)$, sıfır ortalamalı N_0 varyanslı karmaşık Gauss gürültü örneğidir. (2) ile modellenen telsiz iletişim kanalının iletim yolu gecikme saçılması veya yol sayısı arttığında ani sığanın ortalaması değişmez, fakat sığanın varyansı azalarak ani kanal sığasının ortalama etrafında yığılması sağlanır. Bu nedenle kanalın başarımı kayda değer biçimde iyileşir ve uygun kodlama yöntemleriyle sistemin hata başarımına yansıtılabilir.

MIMO OFDM için kodlama ve çeşitleme kazancını artırma amaçlı yöntemler ve ilişkin temel kavramlar 2. bölümde anlatılmaktadır. Bu bilgiler doğrultusunda 3. bölümde MIMO OFDM'e uygun SOSTT kodların özellikleri, tasarım zorlukları ele alınmakta ve bir tasarım yöntemi önerilmektedir. Bu yöntemle, 16-durumlu bir örnek QPSK SOSTT kodu bilgisayar yardımıyla tasarlanmakta ve kodlayıcı yapısı verilmektedir. Önerilen kodlayıcıya uygun kod çözücü yapısı 4. bölümde tanıtılmaktadır. 5. bölümde, 3. ve 4. bölümde önerilen kodlayıcı ve kod çözücü yapılarının (2) ile modellenen

*TÜBİTAK-BAYG yurt içi doktora burs programınca desteklenmiştir.

kanalda hata başarımları bilgisayar benzetimi yardımıyla elde edilmekte ve literatürdeki bir referans sistemin başarımları ile karşılaştırılmaktadır. Son olarak 6. bölümde, sonuçlar sunulmaktadır.

2. TASARIM ÖLÇÜTLERİ

Kod sözcük çiftleri arasındaki ikili hata olasılığının (PEP) üst sınırı, Rician ve Rayleigh sönümlemeli kanallarda, kodların başarımlarını çözülmesi ve tasarımı amacıyla kullanılabilir [2]. Tarokh ve diğ. [3] tarafından uzay-zaman kodlarına uygulanan bu yöntemle,

$$P(\mathbf{X} \rightarrow \tilde{\mathbf{X}}) \leq \left(G_c \times \frac{E_s}{4N_0} \right)^{-G_d}, \quad (4)$$

PEP ifadesi kullanılarak, tasarımda göz önüne alınması gereken çeşitleme derecesi (G_d) ve kodlama kazancı (G_c) tanımlanmıştır. Çeşitleme derecesi, işaret-gürültü oranına (E_s/N_0) bağlı olarak, çerçeve hata olasılığı (FER) eğrisinin eğimi ile ilgili olduğundan kodlama kazancına oranla öncelikli olarak eniyileştirilmelidir. L yollu MIMO kanallarda, kodlama oranının $R = 1$ olması durumunda, erişilebilecek çeşitleme kazancı $G_{d,\max} = N_r N_t L$ ile sınırlıdır [4] ve değeri

$$G_d = N_r \times \min \{L_\eta, N_t L\}$$

olarak belirlidir [5]. Burada L_η kafes kodun kullanılabilir uzay-frekans çeşitlemesidir. Buna ek olarak, FER eğrisinin dikey eksene göre ötelenme miktarı olan kodlama kazancı G_c , eniyileştirilecek ikincil parametredir. Hata başarımları, farklı gecikme profilli kanallarda farklılık gösterir. Bu nedenle, kodları belirli bir gecikme profiline göre eniyileştirmek farklı kanal durumlarında kararlı kodlar tasarlamak için uygun bir yöntem değildir ve tüm olası kanal profillerine uyumlu tasarımlar için iki temel ölçüt belirlenmiştir [6]: 1) kodun kullanılabilir zaman çeşitlemesi büyük olmalıdır, 2) kodlayıcı çıkışında rasgele serpiştirici kullanılmalıdır.

Uzay-zaman blok kodları [7], uzayda tam çeşitleme ve basit kod çözme özelliklerine karşın çok yollu çeşitleme ve kodlama kazancı sağlamamaktadırlar. Ek kodlama ve çeşitleme kazancı elde etmek için kafes kodların dış kodlayıcı olarak kullanılması gerekir. Ancak bu durumda veri hızı düşmektedir. Bu sorunu aşmak için SOSTTC'lar tanımlanmıştır [8]. Bu yapıda tam veri hızına ulaşmak için Alamouti matrisinin sağladığı dik iletim matrislerinin dışında kalan dik işaret matrisleri de üstün-dik işaret matrisleri kümesine katılır. Üstün-dik bir işaret matrisi

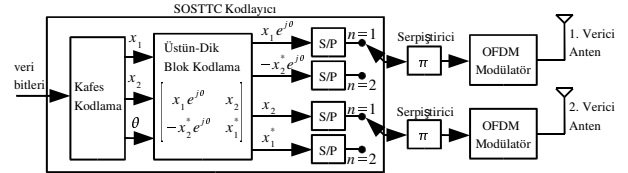
$$\begin{bmatrix} x_1 e^{j\theta} & x_2 \\ -x_2^* e^{j\theta} & x_1^* \end{bmatrix} \quad (5)$$

biçimindedir. Burada ilk satırdaki iki simge birinci zaman aralığında 1. ve 2. verici antenlerden iletilen simgeleri, ikinci satırdaki simgeler de ikinci zaman aralığında 1. ve 2. antenlerden iletilen simgeleri

göstermektedir. Bir OFDM sistemde SOSTTC kullanılması durumunda (5) ile tanımlı her bir işaret matrisi iki farklı anten ve aynı alt taşıyıcı tarafından iletilmektedir. Kanal duruğumsu sönümlemeli varsayıldığından bir işaret matrisi süresinde alt taşıyıcının sönümleme katsayısı sabit kalmaktadır. Ancak, çok yollu kanal için her alt taşıyıcının sönümleme katsayısı farklıdır. Dolayısıyla iletilen iki farklı işaret matrisini ayırmak için ulaşılabılır en büyük çeşitleme 2 olmaktadır. Kafes kodun, işaret matrislerinden oluşan, yol dizisi çiftlerinin farklı sönümleme katsayılarından etkilenen en az kaç farklı elemanı olduğu (L_η) çeşitleme derecesini ve bu farklı elemanların her kafes adımıdaki karesel uzaklıklarının toplamlarının adımlar boyunca çarpımlarının en küçüğü de (toplam-çarpım uzaklığı) kodlama kazancını belirler.

3. KODLAYICI TASARIMI

MIMO OFDM sistem için önerilen SOSTT kodlayıcı vericinin blok yapısı Şekil 1'de verilmiştir. Veri bitleri SOSTT kodlayıcıdan geçirilmekte, çıkış seriden paralele dönüştürüldükten sonra kanal serpiştiricisine uygulanmaktadır. Her OFDM kod sözcüğü iki OFDM çerçeve süresi boyunca iletilmekte, böylece uzay-zaman-frekansa birleşik bir kod sözcüğü oluşmaktadır. Kanal serpiştirici, çok yollu sönümlemeli kanalda, kafes üzerinde komşu simgelerin ilintisiz sönümleme katsayılarından etkilenmesini sağlamaktadır. Böylelikle hata oluşabilecek kısa yol çiftlerinde çeşitleme artırılmaktadır.



Şekil 1: İki verici antenli SOSTTC OFDM sistemin verici blok yapısı.

Literatürdeki SOSTT kodlar, duruğumsu sönümlemeli kanallar için paralel geçişler içeren yapıda tasarlandıklarından çok yollu çeşitlemeden yararlanamamaktadırlar. QPSK SOSTT kodlarda paralel geçişleri önlemek için en az 16 durumlu kafesler kullanılmalıdır [9]. SOSTTC kafesi üzerinde ortak durumda başlayıp ortak durumda biten herhangi bir yol çifti $\mathbf{X} = \{\mathbf{X}_0, \dots, \mathbf{X}_k, \dots, \mathbf{X}_{K-1}\}$ ve $\tilde{\mathbf{X}} = \{\tilde{\mathbf{X}}_0, \dots, \tilde{\mathbf{X}}_k, \dots, \tilde{\mathbf{X}}_{K-1}\}$ işaret matrisi dizilerinden oluşsun. Burada,

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_k &= \begin{bmatrix} x_1(k) e^{j\theta} & x_2(k) \\ -x_2^*(k) e^{j\theta} & x_1^*(k) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} X_k(1, 1) & X_k(1, 2) \\ X_k(2, 1) & X_k(2, 2) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

ve

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{X}}_k &= \begin{bmatrix} \tilde{x}_1(k)e^{j\theta} & \tilde{x}_2(k) \\ -\tilde{x}_2^*(k)e^{j\theta} & \tilde{x}_1^*(k) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \tilde{X}_k(1,1) & \tilde{X}_k(1,2) \\ \tilde{X}_k(2,1) & \tilde{X}_k(2,2) \end{bmatrix},\end{aligned}$$

olup K yol uzunluğudur. İşaret matrisi elemanları üzerinde

$$s_\mu(k) := \sum_n \left| X_k(n, \mu) - \tilde{X}_k(n, \mu) \right|^2 \quad (6)$$

büyükliğini tanımlayalım. Burada $n = 1, 2$ işaret matrisine ilişkin 1. ve 2. zaman aralıklarını, $\mu = 1, 2$ verici anteni belirtir. $\mathbf{1}_A$ işlevi, A 'nın doğru olması durumunda 1, yanlış olması durumunda 0 ise

$$l_\eta(\mathbf{X}, \tilde{\mathbf{X}}) = \sum_k \sum_\mu \mathbf{1}_{\{s_\mu(k) > 0\}} \quad (7)$$

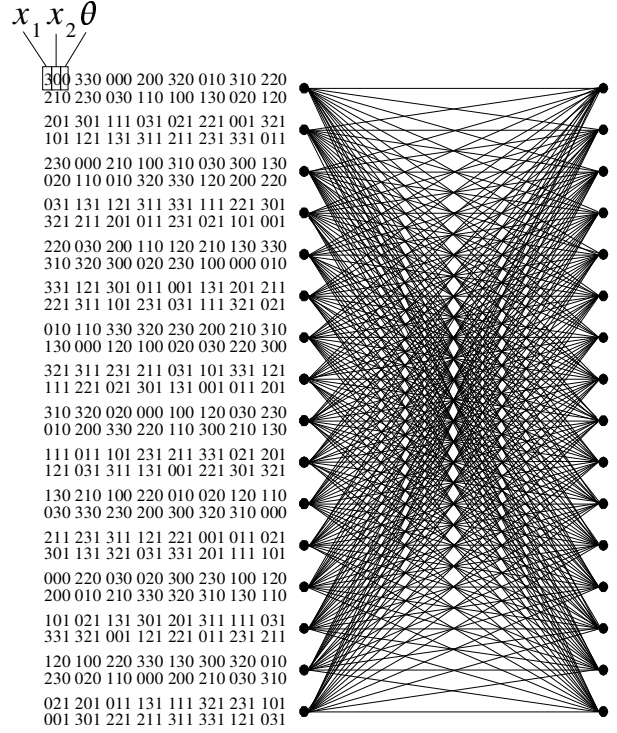
olmak üzere, SOSTT kodun kullanılabilir uzay-frekans çeşitlemesi

$$L_\eta = \min_{\mathbf{X}, \tilde{\mathbf{X}}} l_\eta(\mathbf{X}, \tilde{\mathbf{X}}) \quad (8)$$

ve toplam-çarpım uzaklığı

$$d_P(L_\eta) = \min_{\substack{\mathbf{X}, \tilde{\mathbf{X}} \\ \{l_\eta(\mathbf{X}, \tilde{\mathbf{X}}) = L_\eta\}}} \prod_k \prod_{\substack{\mu \\ \{s_\mu(k) > 0\}}} s_\mu(k) \quad (9)$$

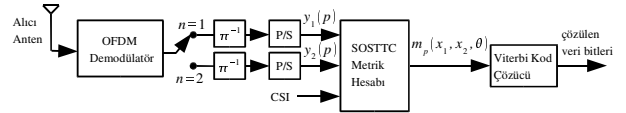
olarak tanımlanır. Kafes kod tasarımında, L_η 'yi artırmak ve bu değere sahip kod sözcük çiftlerini (N_{L_η}) azaltmak ve bu çiftler için toplam-çarpım uzaklığını enbüyük yapmak amaçlanmıştır. Bunun için izlenen adımlar şunlardır: 1) ortak durumundan başlayıp ortak durumunda sonlanan K uzunluklu tüm yolları oluştur, 2) olası tüm yol çiftleri ($\mathbf{X}, \tilde{\mathbf{X}}$) için l_η 'yi hesapla, 3) (8)'e göre L_η ve bu değere sahip kod sözcük çiftleri sayısını (N_{L_η}) belirle. (9)'a göre toplam-çarpım uzaklığını ($d_P(L_\eta)$) hesapla. Şekil 2'de iki satır ya da iki sütün üzerinde rasgele yer değiştirme yapılarak elde edilen yeni kodun özelliklerinin daha iyi veya aynı olması durumunda bu kod seçilir ve yer değiştirmelere bu kod üzerinden devam edilerek kafes kodun parametreleri iyileştirilir. Yukarıdaki adımlar izlenerek bilgisayarla yapılan arama sonucunda tüm $K = 2$ adımlık yol çiftleri karşılaştırılarak Şekil 2'deki kafes kod elde edilmiştir. Bu kod için $L_\eta = 3$ ve $N_{L_\eta} = 192$ olup, toplam-çarpım uzaklığı $d_P(L_\eta) = 32$ 'dir. Bu kafeste, QPSK simgeleri (x_1 ve x_2) 0, 1, 2 ve 3 sayılarıyla gösterilmiştir ve bu değerler sırasıyla 1, j , -1 ve $-j$ simgelerine karşı düşmektedir. Benzer şekilde θ değeri de Şekil 2'de 0 ve 1 değerleriyle gösterilmiş olup bu değerler sırasıyla 0 ve π dönme açılarına karşı düşmektedir. Şekil 2'de verilen x_1 , x_2 ve θ değerlerine göre her dal için iletilen işaret matrisi (5)'ten belirlenir.



Şekil 2: $R = 2$ b/s/Hz olan, 2 verici antenli MIMO OFDM için eniyileştirilmiş 16-durumlu SOSTT kodun kafes yapısı.

4. KOD ÇÖZÜCÜ

Önerilen sistemin alıcı blok yapısı Şekil 3'te verilmiştir. Alıcıdaki OFDM demodülatör IFFT olarak alt taşıyıcıların taşıdıkları simgeleri belirlemekte ve CP'yi ayrıştırmaktadır. Bir kod sözcüğü iki OFDM çerçeve süresinde iletiğinden iki farklı zaman aralığında alınan simgeler ters-serpiştirildikten sonra paralelden seriye dönüştürülmekte ve SOSTTC metrik hesabında kullanılmaktadır. Alıcıda, kanalın tam olarak bilindiği varsayılmıştır. Son adımda Viterbi kod çözücü yardımıyla veri değerleri kestirilmektedir.



Şekil 3: Tek alıcı antenli SOSTTC OFDM sistemin alıcı blok yapısı.

Viterbi kod çözücü, metrik hesabında, Alamouti'nin [7] doğrusal işleme bağıntılarını kullanır. Ters-serpiştirilmiş alt taşıyıcı sönmüleme katsayıları $\tilde{H}_{\mu\nu}(p) = H_{\mu\nu}(\pi^{-1}(p))$ olmak üzere, ν . alıcı anten için,

$$\hat{x}_{1,\nu}^*(\theta, p) := e^{j\theta} \tilde{H}_{1,\nu}(p) y_1^{\nu*}(p) + \tilde{H}_{2,\nu}^*(p) y_2^{\nu}(p) \quad (10)$$

$$\hat{x}_{2,\nu}^*(\theta, p) := \tilde{H}_{2,\nu}(p) y_1^{\nu*}(p) - e^{j\theta} \tilde{H}_{1,\nu}^*(p) y_2^{\nu}(p) \quad (11)$$

simge kestirimlerini kullanarak, QPSK işaret kümesi için, Viterbi kod çözme metriği

$$m_p(x_1, x_2, \theta) = - \sum_{\nu=1}^{N_r} \mathcal{R} \{ x_1 \hat{x}_{1,\nu}^*(\theta, p) + x_2 \hat{x}_{2,\nu}^*(\theta, p) \} \quad (12)$$

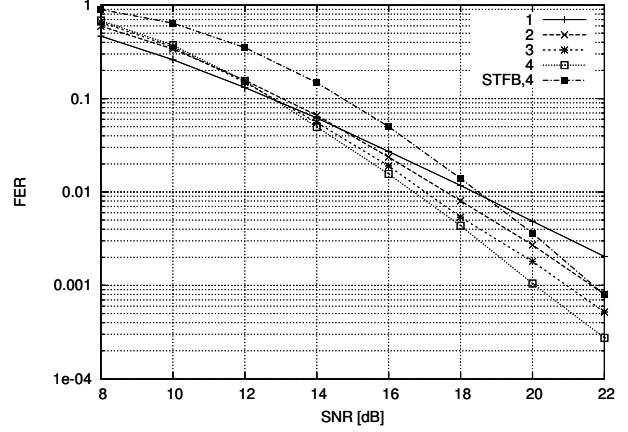
ifadesi ile hesaplanır. Burada $\mathcal{R}(\cdot)$, gerçel kısmı göstermektedir.

5. BAŞARIM ÇÖZÜMLEMESİ

Bilgisayar benzetimlerinde, kod sözcük hata olasılığı (FER), OFDM'de alt taşıyıcı sayısı $N_c = 48$ alınarak elde edilmiştir. Benzetimlerde Şekil 2'de önerilen 16 durumlu SOSTTC kullanılmış, $N_t = 2$ ve $N_r = 1$ alınmıştır. Kanal sönmüleme katsayıları ($h_{\mu\nu}(l)$ 'ler) istatistiksel bağımsız, sıfır ortalamalı ve birim varyanslı karmaşık Gauss dağılımlıdır. Yol sayısı $L = 1, 2, 3, 4$ seçilmiş ve kanalın alıcı tarafından tam olarak bilindiği varsayılmıştır. Şekil 4'teki benzetim sonuçlarından da görüldüğü gibi, önerilen kodlayıcı sayesinde çok yollu çeşitleme kazancından yararlanıldığından iletim yolu sayısının artmasıyla OFDM sistemin FER başarımı artmaktadır. Karşılaştırma amacıyla $L = 4$ durumunda aynı kanal modeli kullanarak [10]'da önerilen QPSK uzay-zaman-frekans blok (STFB) kodun $N_\Theta = 2$ için benzetimi yapılmıştır. Şekil 4'ten, önerilen SOSTTC OFDM sistemi [10]'da verilen STFBC OFDM sisteme göre 2 dB'ye varan bir kodlama kazancı sağladığı görülmektedir. Üstelik [10]'da QPSK işaret kümesi, ön kodlama nedeniyle, genişletildiğinden bu çalışmada önerilen yöntem tepe-ortalama güç oranı (PAPR) açısından da daha üstündür.

6. SONUÇ

SOSTT kodların genişbantlı kanallarda çeşitleme ve kodlama kazancı elde etmek için kullanılabilir etkin bir yöntem olduğu gösterilmiştir. Ancak SOSTT kodlar, literatürde duruğumsu sönmülemeli kanallar için tasarlandığından, çok yollu sönmülemenin sağladığı potansiyel çeşitleme kazancını ortaya çıkaracak biçimde, bu çalışmada önerildiği gibi, yeniden tasarlanmalıdır. Bu amaçla, 16-durumlu tam hızlı bir örnek QPSK SOSTT kodu önerilmiş, üstünlükleri ortaya konmuştur. Kodlama oranının düşürülmesiyle veya QPSK yerine 16-QAM işaret kümesi kullanılarak yani işaret küme çeşitlemesi sağlanarak önerilen sistemin başarımı daha da artırılabilir veya örnek tasarımıdaki 16-durumlu kafesin yerine 32-durumlu kafes kullanılarak kodlama kazancı artırılabilir.



Şekil 4: Önerilen 16-durumlu QPSK SOSTT kodun 1,2,3 ve 4 iletim yollu kanalda çerçeve hata olasılığı.

KAYNAKLAR

- [1] Proakis, J. G., 2001. Digital Communications. McGraw-Hill, 4-th ed.
- [2] Divsalar, D. ve Simon, M. K., Şubat 1987. Trellis coded modulation for 4800–9600 bits/s transmission over a fading mobile satellite channel, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, SAC-5, 162–175.
- [3] Tarokh, V., Seshadri, N., ve Calderbank, A. R., Mart 1998. Space-time codes for high data rate wireless communication: Performance criterion and code construction, *IEEE Transactions on Information Theory*, 44, 744–765.
- [4] Bölcskie, H. ve Paulraj, A. J., Eylül 2000. Space-frequency coded broadband OFDM systems, *Wireless Communications and Networking Conference, IEEE*, 1, 1–6.
- [5] Gong, Y. ve Lataief, K. B., Kasım 2003. An efficient space-frequency coded OFDM system for broadband wireless communications, *IEEE Transactions on Communications*, 51, 2019–2029.
- [6] Lu, B. ve Wang, X., 2003. A space-time trellis code design method for OFDM systems, *Wireless Personal Communications*, 24, 403–418.
- [7] Alamouti, S. M., Ekim 1998. A simple transmit diversity technique for wireless communications, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 16, 1451–1458.
- [8] Jafarkhani, H. ve Seshadri, N., Nisan 2003. Super-orthogonal space-time trellis codes, *IEEE Transactions on Information Theory*, 49, 937–950.
- [9] Birol, A., Aygözü, Ü., ve Yücel, M., Nisan 2005. Super orthogonal space-time PSK trellis codes for fast fading channels, *IASTED International Conference on Networks and Communication Systems, Krabi, Thailand*.
- [10] Liu, Z., Xin, Y., ve Giannakis, G. B., Ekim 2002. Space-time-frequency coded OFDM over frequency-selective fading channels, *IEEE Transactions on Signal Processing*, 50, 2465–2476.