

# VEKTÖR KONTROLLÜ ASENKRON MOTORUN OPTİMUM ZAMANDA KONUM KONTROLÜ

Mehmet İlyas BAYINDIR<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Tek. Bil. M.Y.O.

<sup>1</sup>(mbayindir@firat.edu.tr)

Hasan ALLİ<sup>2</sup>

<sup>2</sup>Makina Müh. Böl.

Fırat Üniversitesi 23119 ELAZIĞ

<sup>2</sup>(halli@firat.edu.tr)

Mehmet ÖZDEMİR<sup>3</sup>

<sup>3</sup>Elk.-Elektronik Müh. Böl.

<sup>3</sup>(mozdemir@firat.edu.tr)

*Anahtar Kelimeler: Optimum zaman kontrolü, vektör kontrollü asenkron motor.*

## ABSTRACT

In this paper, the time optimal position control algorithm based on the Pontryagin's maximum principle is presented. Vector controlled induction motor is modeled as a linear second order system. Then the time optimal control of the system is analytically obtained using Hamilton principle and Pontryagin's maximum principle. A bang-bang control profile is designed to control torque current. In order to obtain the numerical and the experimental results, 2.2 kW induction motor is selected. To solve the parametric optimization problem, MATLAB optimization toolbox is used. Finally, the obtained numerical results are verified by the experimental results. The obtained results are also presented in graphical form.

## 1.GİRİŞ

Son yıllarda kullanımı yaygınlaşan sayısal işaret işleyici tabanlı vektör kontrol teknikleri sayesinde, önceleri sadece d.a. motorunun kullanıldığı yüksek performanslı uygulamalarda artık asenkron motor da kullanılır hale gelmiştir.

Konum kontrolü, kağıt sarma makineleri ve sayısal kontrollü tezgahlar ve robot kolları gibi bir çok endüstriyel tahrik sistemlerinde özel bir öneme sahiptir. Konum kontrolünün başlıca amaçlarından biri, bir dinamik sistemin herhangi bir başlangıç şartını istenilen değere mümkün olduğu kadar hızlı bir şekilde getirmektir. Motor momentinin doğrusal olarak endüvi akımı tarafından kontrol edildiği kabul edilen serbest uyarımlı d.a. motorlu tahrik sistemine optimum zaman kontrolü başarılı şekilde uygulanmıştır [1]. Asenkron motor için optimum zaman kontrolünün uygulanması d.a. motorunda olduğu kadar kolay değildir. Çünkü doğrusal olmayan dinamiğe ve yüksek mertebeli modele sahiptir. Yani akı ve moment akımları arasındaki etkileşimden dolayı arzu edilen geçici karakteristiklerin elde edilmesi oldukça zordur. Akımın moment ve akı bileşenlerinin ayrıştırılıp bağımsızca kontrol edildiği vektör (alan yönlendirme) kontrolüyle bu problem aşılabilir. Vektör kontrol sonucunda asenkron motorun kontrolü de serbest uyarımlı d.a. motorunun

kontrollüne eşdeğer şekilde yapılabilir. Böylece asenkron motorun geçici durum performansı d.a. motorunun geçici durum performansına eşit veya daha üstün kılınabilir ve çıkış momentinin referans değerini minimum gecikme ile salınım yapmaksızın izlemesi sağlanabilir. Ayrıca, tıpkı serbest uyarımlı d.a. motoru gibi ikinci mertebeden bir sistem olarak modellenilebilir.

Optimum zaman kontrol probleminde amaç fonksiyonu sadece zamana bağlıdır. Bu fonksiyonu minimize eden  $u(t)$  kontrol girişi, pozitif ve negatif maksimum değerler arasında anahtarlama sonucu veren Hamilton denkleminin Pontryagin'in maksimum prensibine göre çözümüyle elde edilir. Bunun sonucu olarak optimum zaman kontrolörü bang-bang kontrolör şeklinde ortaya çıkar.

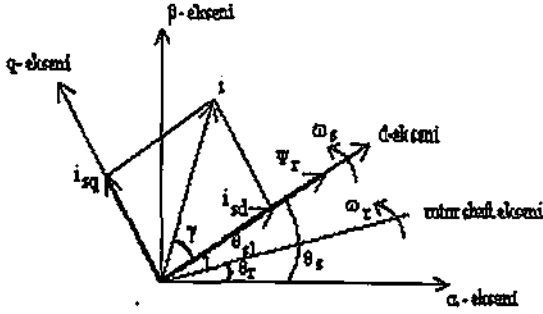
Bu çalışmada, ilk olarak vektör kontrollü asenkron motorun doğrusal sınırlı dinamik modeli elde edilmektedir. Daha sonra Pontryagin'in maksimum prensibi kullanılarak bulunan optimum zaman kontrol profili vektör kontrollü asenkron motora uygulanmaktadır. Son zaman açısız konum ve hız sınırlayıcıları ve amaç fonksiyonunun oluşturduğu parametrik optimizasyon problemi Matlab optimizasyon araç kutusu yardımıyla çözülmektedir. Elde edilen teorik sonuçlar deneysel sonuçlarla karşılaştırılarak sunulmaktadır.

## 2.VEKTÖR KONTROLLÜ ASENKRON MOTORUN DİNAMİK MODELİ

Doğru akım motorlarında moment, uyarma sarğı akısı ve endüvi akımının bir fonksiyonudur. Uyarma sarğı akısı sabit tutulursa, moment endüvi akımı ile doğrudan kontrol edilebilir. Asenkron motorun d-q modeli kullanılarak denklem (1) de görüldüğü gibi moment ifadesi yazılabilir [2]. Asenkron motorun stator akımı değiştirildiği zaman, d.a. motorundan farklı şekilde, stator akımına bağımlı olarak rotor akısı da değişmekte ve doğal olarak denklem (1) de verilen moment kontrolü sadece stator akımı ile mümkün olamamaktadır.

$$T_e = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{L_m}{L_r} (\psi'_{sd} i_{sq} - \psi'_{sq} i_{sd}) \quad (1)$$

Asenkron motorun duran referans çatı ve senkron olarak dönen referans çatı için vektör diyagramı Şekil-1'de verilmiştir. Bu diyagramda, senkron olarak dönen referans çatının d eksenini, rotor akısı ile çakıştırılırsa rotor akısının q bileşeni sıfır olacaktır.



Şekil-1 Asenkron motorun d-q dönen referans çatıdaki ve α-β duran referans çatıdaki vektör diyagramı

Böylece denklem (1) de verilen moment ifadesi denklem (2) de görüldüğü gibi daha basit bir şekilde ifade edilebilir:

$$T_o = \frac{P}{2} \frac{3}{2} \frac{L_m}{L_r} \psi'_{rd} i_{sq} \quad (2)$$

Denklem (2) den anlaşılacağı üzere, eğer stator akısının d bileşeni sabit tutulursa, moment stator akımının q bileşeni ile kontrol edilecektir. Denklem (3) de görüldüğü gibi rotor akısının d bileşeni, birinci mertebeden bir diferansiyel denklem ile stator akımının q bileşeni cinsinden ifade edilebilir:

$$p \psi'_{rd} + \frac{1}{\tau_r'} \psi'_{rd} = L_m \frac{1}{\tau_r'} i_{sd} \quad (3)$$

$\psi'_{rd} = 0$  sabit olduğu durumlarda  $p \psi'_{rd} = 0$  olacağından, moment aşağıdaki gibi akımların fonksiyonu olarak ifade edilebilir:

$$T_o = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{L_m^2}{L_r'} i_{sd} i_{sq} = k_T i_{sq} \quad (4)$$

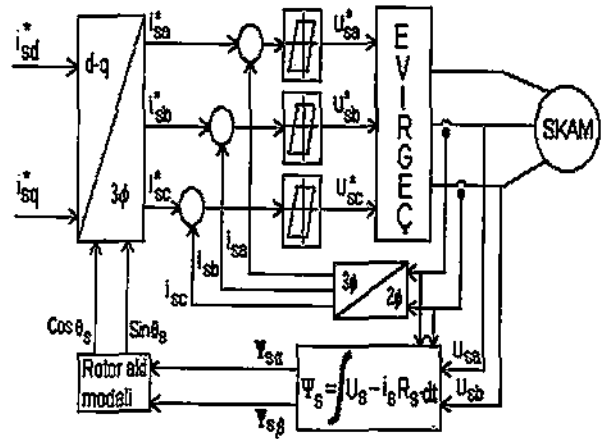
Böylece d.a. motorlarındaki moment kontrolüne benzer olarak, asenkron motorlarda da moment ifadesi  $i_{sd}$  ve  $i_{sq}$  akımları cinsinden ifade edilebilecektir. Denklem (4) de elde edilen bu moment ifadesinde  $i_{sd} = i_r$  bileşeni ile rotor akısı kontrol edilebilir. Rotor akısı sabit tutulduğu takdirde motor momenti doğrudan  $i_{sq}$  bileşeni ile kontrol edilebilecektir. Böylece motor momenti doğrudan  $i_{sq} = i_r$  akımına bağlı olduğundan, motorun moment değişimlerine olan tepkisi oldukça hızlı olacaktır. Bu çalışmada, hız duyargasız ve parametre duyarlılığı en aza indirgenmiş bir vektör kontrol şeması ele alınmıştır (Şekil 2) [2,3].

Ele alınan sistem için hareketi yöneten diferansiyel denklem

$$T_o = J \frac{d^2 \theta}{dt^2} + B \frac{d\theta}{dt} + T_L \quad (5)$$

olarak elde edilir. Buradaki milin açılal konumunun türevi,

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (6)$$



Şekil 2. Optimum zaman kontrolün uygulandığı vektör kontrol sisteminin iç yapısı

açılal hızı verir. (5) ve (6) denklemlerinde yer alan milin açılal konumu ve açılal hızı sistemin durum değişkenleri olarak aşağıdaki şekilde tanımlanabilir:

$$x_1(t) = \theta(t) \quad (7)$$

$$x_2(t) = \dot{x}_1(t) = \omega \quad (8)$$

Bu tanıma göre durum değişkenlerinin başlangıç şartları ve istenen son değerleri (9) ve (10) denklemlerinde ifade edilmektedir:

$$\begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} x_1(T) \\ x_2(T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_{ref} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

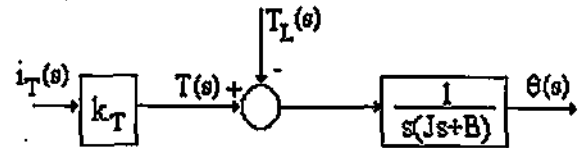
Böylece vektör kontrollü motor sisteminin durum denklemi matris formda aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_1 u(t) \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \quad (11)$$

Denklem (11) de  $a=B/J$  kısaltması kullanılmıştır. Kontrol büyüklüğü  $u(t)=k_T i_r$  veya moment akımı anma değerlerine göre sınırlandırılır. Yukarıdaki denklemlerde yük momenti  $T_L=0$  alınmıştır.

$$|u(t)| \leq k_T i_{Tmax} \quad (12)$$



Şekil 3. Vektör kontrollü asenkron motor sisteminin basitleştirilmiş blok diyagramı

Optimum zaman kontrol problemi şöyle tanımlanabilir: Sınırlandırılmış değerler içinde  $u(t)$  kontrol büyüklüğü öyle belirlenmelidir ki herhangi bir başlangıç şartından, ikinci mertebeden sistemin orijinine gitme süresi veya orijinden herhangi bir referans konum değerine gitme süresi " $T^*$ " minimum olsun. Optimum zaman kontrolü için amaç fonksiyonu aşağıdaki şekilde verilebilir:

$$J_1 = \int_0^{T^*} dt = T^* \rightarrow \min \quad (13)$$

### 3. OPTİMUM ZAMAN KONTROL PROBLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

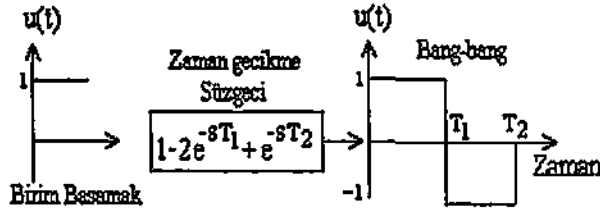
Sistemin Hamilton denklemi aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$H = 1 + \lambda_1(t) \cdot x_2(t) - \lambda_2(t) \cdot a \cdot x_2(t) + \lambda_2(t) \cdot \frac{k_T}{J} i_T \quad (14)$$

Burada 'a' pozitif bir reel sayıdır. (11) denkleminin kök değerleri 0 ve -a olduğu görülmektedir. Her iki kök değerinin reel olduğu durumda, sistemi herhangi başlangıç şartından orijine taşımak için en çok (n-1) anahtarlama bir kontrol işareti bulunacağı ispatlanmıştır [4,5]. Burada n sistemin hareket denklemini belirleyen diferansiyel denklemin mertebesini göstermektedir. (14) denkleminde Pontryagin'in maksimum prensibinin uygulanmasıyla sonra, kontrol büyüklüğü aşağıdaki şekilde belirlenir:

$$u(t) = -k_T i_T \operatorname{sgn}(\lambda_2(t)) \quad (15)$$

Burada sgn işaret fonksiyonunu göstermektedir. Optimum zaman kontrolün gereği olarak kontrol işareti u(t) 'nin en çok bir kez anahtarlanabileceği ve (-i\_T, +i\_T) yada (+i\_T, -i\_T) değerleri olacağı açıktır. Bang-bang kontrol profili denilen bu işaret, birim basamak girişine Şekil 4'te gösterilen zaman-gecikme süzgeci uygulanarak elde edilebilir [6].



Şekil 4. Bang-bang fonksiyonu

Yukarıdaki kontrol işareti Şekil 3'teki vektör kontrollü asenkron motor sistemine uygulandığı zaman motorun açısal konumu ve hızının Laplace dönüşüm ifadeleri (5-6) denklemlerine göre aşağıdaki şekilde bulunur.

$$\theta(s) = \frac{k_T i_T}{J} \left( \frac{1 - 2e^{-sT_1} + e^{-sT_2}}{s^2(s + B/J)} \right) \quad (16)$$

$$\omega(s) = \frac{k_T i_T}{J} \left( \frac{1 - 2e^{-sT_1} + e^{-sT_2}}{s(s + B/J)} \right) \quad (17)$$

Yukarıdaki denklemlere ters Laplace dönüşümü [7] uygulanmasından sonra parametrik optimizasyon probleminin eşitlik sınırlayıcıları olan açısal konum ve hız son değerleri

$$\theta(T_2) = \theta_{ref} = \frac{k_T \cdot i_T}{J \cdot a^2} \cdot (2 \cdot a \cdot T_1 - a \cdot T_2 + 1 + e^{-a \cdot T_2} - 2 \cdot e^{-a \cdot (T_2 - T_1)}) \quad (18)$$

$$\omega(T_2) = 0 = \frac{k_T \cdot i_T}{J \cdot a} \cdot (-1 \cdot e^{-a \cdot T_2} + 2 \cdot e^{-a \cdot (T_2 - T_1)}) \quad (19)$$

olarak bulunur.

(12), (18-19) sınırlayıcılarına göre çözülmesi gereken optimum zaman probleminin amaç fonksiyonu denklem (13)'ün integralinin alınmasıyla

$$J_1 = T_2 \quad (20)$$

şeklinde belirlenir.

Optimum zaman kontrolörü, motorun konum ve/veya hızını düzenlemesi için vektör kontrol sisteminde moment akımının değerini belirler. Alan akımı  $i_f$  ile hava aralığı akısı sabit tutulurken, moment akımı  $i_T$  optimum zaman kontrolörü tarafından belirlenir. Optimum zaman kontrolünün özelliği gereğince motorun konumu referans değere gelinceye kadar bang-bang modunda çalıştırılır.

Sunulan sistem için MATLAB optimizasyon araç kutusu [8] kullanılarak iki ayrı referans konum değeri için optimum anahtarlama zamanları bulunmuştur.

### 4. OPTİMUM ANAHTARLAMA ZAMANLARININ YARDIMCI-DURUM DEĞİŞKENLERİ KULLANILARAK İSPATI

Parametrik optimizasyon probleminin çözümüyle elde edilen anahtarlama zamanının optimum olup olmadığını ispatlamak için Ben-Asher [9] 'in önerdiği çok kullanışlı bir yöntem başvurulmuştur. Aşağıdaki birinci mertebeden sistem göz önüne alırsa:

$$\dot{x} = Ax + B_1 u, \quad |u| \leq k_T i_{max} \quad (21)$$

Bu sistem için maksimum prensibinden optimum kontrol  $u(t) = -\operatorname{sgn}[B_1^T \lambda(t)]$  olarak bulunur. Burada  $\lambda$  yardımcı durum vektörünü göstermektedir. Ayrıca Hamilton prensibinden elde edilen yardımcı durum denklemlerinin çözümü

$$\lambda(t) = e^{-A^T t} \lambda(0) \quad (22)$$

olarak elde edilir. Burada yardımcı durum değişken vektörünün başlangıç şartı  $\lambda(0)$  bilinmemektedir. Anahtarlama fonksiyonu ise

$$B_1^T \lambda(t) = B_1^T e^{-A^T t} \lambda(0) = P_1 \lambda(0) \quad (23)$$

ile gösterilebilir. Anahtarlama zamanlarında denklem (23) sıfır olacaktır. Eğer  $T_1, T_2, \dots, T_n$  anahtarlama zamanları ise en genel şekilde  $P_1$  matrisi;

$$P_1 = \begin{bmatrix} B_1^T e^{-A^T T_1} \\ B_1^T e^{-A^T T_2} \\ \vdots \\ B_1^T e^{-A^T T_n} \end{bmatrix} \quad (24)$$

olacaktır. O halde  $\lambda(0)$  vektörü  $P_1$  matrisinin sıfır (null) uzayındadır. Buradan  $\lambda(0)$  bulunup  $\lambda(t)$  elde edilebilir. Dolayısıyla,

$$u(t) = -\operatorname{sgn}(B^T \lambda(t)) \quad (25)$$

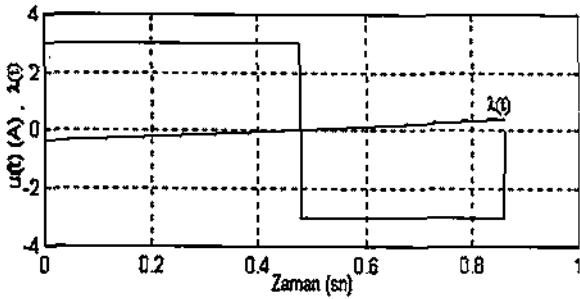
denkleminde kontrol değişkeni hesaplanabilir. Elde edilen kontrol değişkeni ile daha önce elde edilen kontrol değişkeni birbirlerine eşit ise, elde edilen anahtarlama zamanları gerçekten optimumdur ve anahtarlama zamanında  $\lambda(t)$   $\lambda=0$  eksenini kesecektir. Ele alınan sistemde tek bir anahtarlama zamanı olduğu için

$$P_1 = B_1 e^{-A_1 T_1} \quad (26)$$

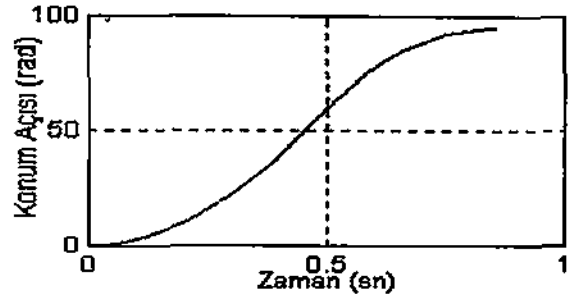
olacaktır. Bu fonksiyonun sıfır uzayı (null) MATLAB fonksiyonu ile hesaplanabilir. Buradan yardımcı durum değişkeni  $\lambda(t)$  hesaplanarak (25) denklemden kontrol değişkeni elde edilir. Sayısal çözümden,  $\theta_{ref}=95$  rad. için  $T_1=0.4767$  sn. ve  $\theta_{ref}=40$  rad. için  $T_1=0.2975$  sn. olarak elde edilmiştir. Elde edilen  $\lambda(t)$  ve  $u(t)$  nin zamana göre değişimi ve daha önce elde edilen kontrol değişkeni Şekil 5 ve 10' da görülmektedir. Şekillerden de anlaşılacağı gibi elde edilen anahtarlama zamanı gerçekten optimumdur.

## 5. TEORİK VE DENEYSEL UYGULAMA

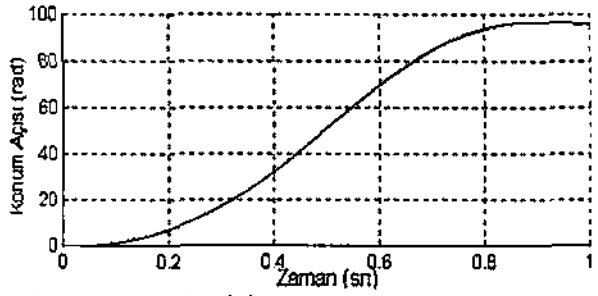
Tablo 1'de parametreleri verilen 2.2 kW asenkron motor için alan akımı  $i_d=3A$ . sabit alınarak aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir. Deneysel sonuçların elde edilmesi için vektör kontrol yazılımı C dilinde yazılıp TMS320C31 sayısal işaret işleyici assembly diline çevrilmiştir. TMS320C31 tabanlı PC bilgisayar portuna yerleştirilen dSPACE DS1102 sayısal işaret işleyici kartı aracılığıyla kodlayıcıdan alınan darbelerden mil hızı ve konumu hesaplanmıştır.



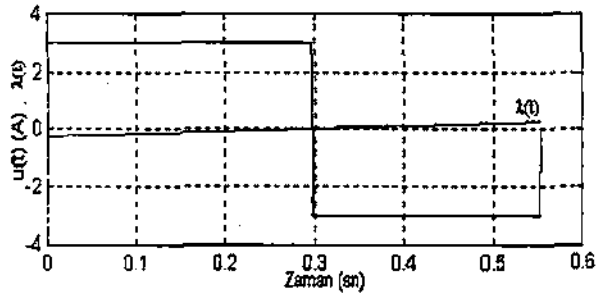
Şekil 5.  $\theta_{ref}=95$  rad. için motorun  $i_d$  moment akımı ve  $\lambda$  nın zamana değişimi



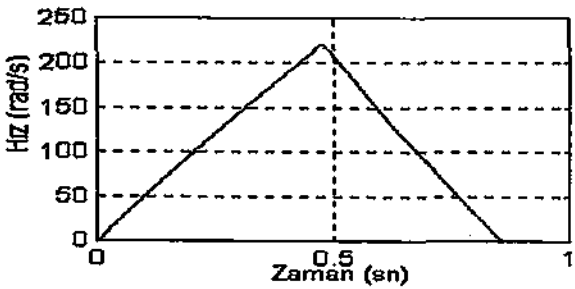
Şekil 8.  $\theta_{ref}=95$  rad. için motorun teorik konum açısı değişimi



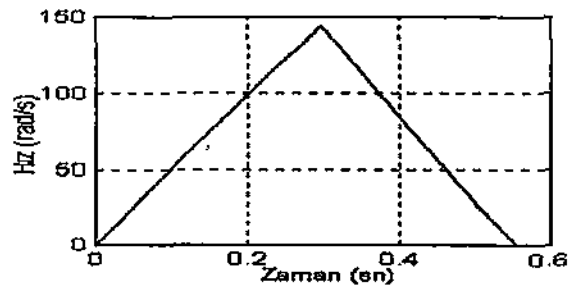
Şekil 9.  $\theta_{ref}=95$  rad. için motorun deneysel konum açısı değişimi



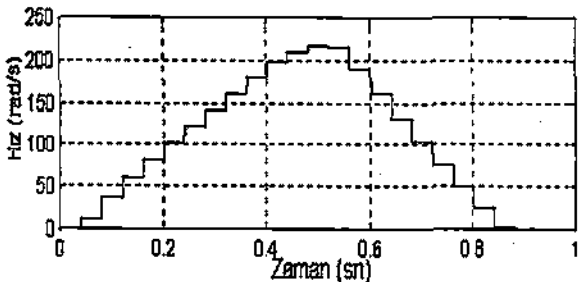
Şekil 10.  $\theta_{ref}=40$  rad. için motorun  $i_d$  moment akımı ve  $\lambda$  nın zamana değişimi



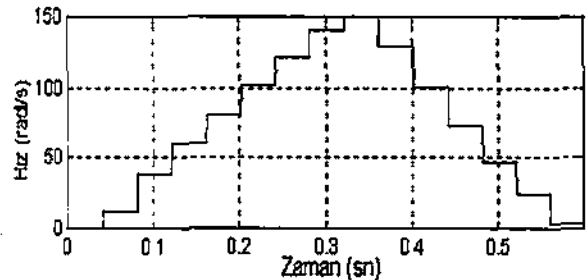
Şekil 6.  $\theta_{ref}=95$  rad. için motorun teorik hız eğrisi



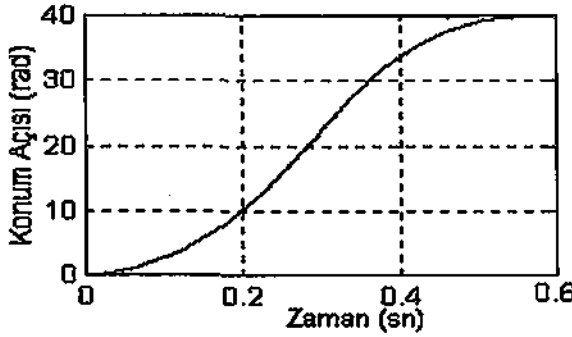
Şekil 11.  $\theta_{ref}=40$  rad. motorun teorik hız eğrisi



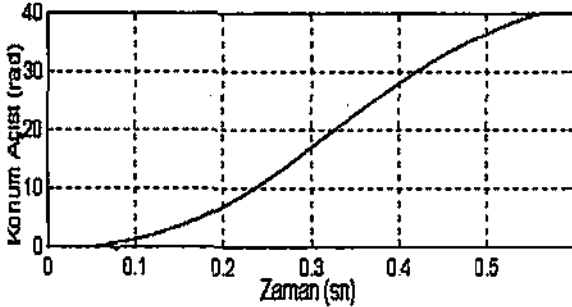
Şekil 7.  $\theta_{ref}=95$  rad. için motorun deneysel hız eğrisi



Şekil 12.  $\theta_{ref}=40$  rad. motorun deneysel hız eğrisi



Şekil 13.  $\theta_{ref}=40$  rad. motorun teorik konum açısı değişimi



Şekil 14.  $\theta_{ref}=40$  rad. motorun deneysel konum açısı değişimi

$\theta_{ref}=95$  rad. için hesaplanan ve deneysel olarak uygulanan moment akımının zamanla değişimi Şekil 5 'de görülmektedir. Şekil (6-9) 'da aynı referans değeri için teorik ve deneysel olarak elde edilen açısal hız ve konumun zamanla değişimi gösterilmektedir. Bu şekillerden de anlaşılacağı üzere, deneysel ve teorik sonuçlar birbirleriyle uyum halindedir.

Aynı şekilde  $\theta_{ref}=40$  rad. için elde edilen Şekil 11-14 'de de teorik ve deneysel sonuçların uyumlu olduğu gözlenmektedir.

## 6. SONUÇ

Vektör kontrollü asenkron motorun optimum zaman konum kontrolü incelenmiştir. İkinci mertebeden bir sistem olarak modellenen motor açık çevrimli olarak çalıştırılmıştır. Alan akımı  $i_d$  sabit tutulurken, bang-bang modunda çalışan bir optimum zaman kontrolörü tarafından  $i_q$  moment akımı belirlenmiştir. Elde edilen teorik sonuçların doğruluğu, deneysel sonuçlarla ispatlanmıştır.

## SİMGELER

- d-q: senkron olarak dönen referans çatı
- $i_{rd}, i_{rq}$ : stator akımı d, q bileşenleri (d-q ekseninde)
- $i'_{rd}, i'_{rq}$ : indirgenmiş rotor akımının d, q bileşenleri
- $i_F, i_T$ : akımın alan ve moment bileşenleri
- $\psi_{rd}, \psi_{rq}$ : stator akısının d,q bileşenleri
- $\psi'_{rd}, \psi'_{rq}$ : rotor akımının d,q bileşenleri
- $\theta$ : konum açısı
- $\theta_{ref}$ : arzu edilen referans açısal konum
- p: türev operatörü
- $\tau_r$ : rotor zaman sabiti

$k_T$ : moment sabiti

$T_e, T_L$ : üretilen moment ve yük momentini

$i_{max}$ : moment akımının maksimum değeri

$x(t)$ : durum değişken vektörü

$\dot{x}(t)$ : durum değişken vektörünün zamana göre türevi

A: durum değişken matrisi

$B_f$ : kontrol giriş matrisi

$u(t)$ : kontrol girişi

$J, H$ : amaç fonksiyonu, Hamilton fonksiyonu

$\lambda_1(t), \lambda_2(t)$ : yardımcı durum değişkenleri

Motor gücü	2.2 kW
Motor $\Delta/Y$ gerilimi	220/380 V.
Kutup sayısı (P)	4
Stator direnci	7 $\Omega$
İndirgenmiş rotor direnci	6 $\Omega$
Stator akımı	5.2 A
$L_s$ stator end.	0.2397 H
$L_r$ statora döndüşt. rotor end.	0.2397 H
$L_m$ Karşılıklı end.	0.2264 H
J Yük ataleti	0.011 kg-m <sup>2</sup>
B sürtünme kats.	0.006kg-m <sup>2</sup> /s

Tablo 1. Benzetim ve deneylerde kullanılan asenkron motorun etiket değerleri ve parametreleri

## KAYNAKLAR

- [1] B.Cheng, Z.-T.Yan, and S. -J. Lang, "Time optimal position controller for dc motor drive," in IECON'84 Rec. 1984, pp.608-610
- [2] Akın E., 1994. Stator Akısı Üzerinden Asenkron Motorun Rotor Akısı Alan Yönlendirmesi İçin Bir Yöntem, Fırat Ün. Doktora Tezi
- [3] Can H., 1999. Implementation of Vector Control for Induction Motor Drives, METU, Master Ths.
- [4] D. E. Kirk, Optimal Control Theory An Introduction . Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1970
- [5] M. -H Park, C.-Y. Won, "Time Optimal control for Induction Motor Servo System," IEEE TRANS. ON POWER ELECTR. V.6 N.3 July 1991
- [6] Singh T., "Fuel-Time Optimal Control of the Benchmark Two-Mass/Spring System," JOURNAL OF GUIDANCE CONTROL AND DYNAMICS, Vol. 18, No:6, 1995,
- [7] Kuo B.J., Automatic Control Systems, Sixth Ed., Prentice Hall, New Jersey, 1991
- [8] The Math Works Inc., The Student Edition of MATLAB-Student User Guide, Prentice Hall, 1992
- [9] Ben-Asher, J.Burns, J.A., Cliff, E.M., "Time-Optimal Slewing of Flexible Space-craft", JOURNAL OF GUIDANCE, CONTROL AND DYNAMICS Vol. 15 No:2, 1992, pp. 360-367