

Dönüşümsel Elektromanyetik Yaklaşımı ile Dalgalı Deniz Yüzeyi ve Üzerindeki Cisimlerden Saçılma Probleminin Etkin Monte Carlo Simülasyonu

Efficient Monte Carlo Simulation of Scattering from Rough Sea Surfaces with Objects via Transformation Electromagnetics

Mustafa Kuzuoğlu¹, Özlem Özgün²

(¹) Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara
kuzuoğlu@metu.edu.tr

(²) Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
TED Üniversitesi, Ankara
ozlem.ozgun@tedu.edu.tr

Özet

Dalgalı deniz yüzeyi üzerinde bulunan gemi ve aldatıcı gibi cisimlerden saçılan elektromanyetik alana (veya bu alandan türetilen radar kesit alanı parametresine) ait olan istatistiksel özellikler; dönüşümsel elektromanyetik, sonlu elemanlar yöntemi (SEY) ve Monte Carlo yaklaşımları kullanılarak elde edilmiştir. Deniz yüzeyi profili, bir rasgele süreç olarak modellenmiş ve bu sürece ait spektral güç yoğunluğu fonksiyonu kullanılarak deniz yüzeyi profili için örnek fonksiyonlar elde edilmiştir. Her örnek deniz yüzeyi profili için oluşturulan sınır değer problemi, dönüşümsel elektromanyetik yaklaşımına dayanan SEY ile çözülmüş ve bunun sonucunda hesaplanan elektromanyetik alandan radar kesit alanı için örnek fonksiyonları elde edilmiştir. Koordinat dönüşümüne dayanan dönüşümsel elektromanyetik yaklaşımı sayesinde, standart yaklaşımın aksine SEY ağı sadece bir kez yaratılmakta ve bu sayede simülasyon süresi büyük ölçüde azaltılabilmektedir. Bu amaçla, yüzeyin etrafında/üzerinde bir metamaterial katman tasarlanmakta ve katmanla yüzey arasındaki bölge hesaplama bölgesinden çıkarılmaktadır. Monte Carlo ile her bir yüzey için tek bir ağ kullanılmakta ve sadece metamaterial içindeki parametreler değiştirilmektedir.

Anahtar Kelimeler: Elektromanyetik saçılma, dalgalı deniz yüzeyi, sonlu elemanlar yöntemi, Monte Carlo, dönüşümsel elektromanyetik, koordinat dönüşüm tekniği, metamalzeme.

Abstract

Statistical properties of scattered fields (or radar cross section values) in electromagnetic scattering from objects (such as ship- and decoy-like objects) on or above random rough sea surfaces are predicted by using transformation electromagnetics, finite element method (FEM) and Monte Carlo technique. The rough sea surface is modeled as a random process and is randomly generated by using the Pierson-Moskowitz spectrum. For each realization of the sea surface, scattered fields and the radar cross section values are computed by combining the FEM and the transformation electromagnetics. The results of a number of realizations are

aggregated to model the problem as a random process, and their mean and variance values are determined accordingly.

The main purpose of the transformation electromagnetics approach used in this paper is to create a single mesh without repeating mesh generation at each step, and hence, to achieve a great reduction in computation time. A metamaterial medium is introduced above the rough surface, and the region between the surface and the medium is discarded from the computational domain. At each realization, only the material parameters are modified with respect to the geometry of surface without changing the mesh.

Keywords: Electromagnetic scattering, rough sea surface, finite element method, Monte Carlo, transformation electromagnetics, coordinate transformation technique, metamaterials.

1. Giriş

Deniz çevresindeki radar, haberleşme, uzaktan algılama gibi sistemlerin performansının doğru tahmin edilebilmesi için, yüzeyin gerçeğe yakın modellenmesi ve bu yüzeyden kaynaklanan elektromanyetik saçılma etkilerinin etkin bir şekilde modellenmesi gereklidir. Örneğin, çokyollu sönümleme (multipath fading) gibi, sistemlerin performansını olumsuz etkileyen problemlerin üstesinden gelebilmek için etkin yaklaşımlar geliştirmek zorunludur. Dalgalı deniz yüzeyinden elektromanyetik dalgaların saçılma problemi, analitik veya nümerik yaklaşımlarla ele alınmış bir konudur. Deniz yüzeyinde bir cisim (gemi, aldatıcı vb.) olmaması durumunda, elektromanyetik dalga saçılımı konusunda sadeleştirilmiş veya ayrıntılı pek çok model mevcuttur [1]-[4]. Deniz yüzeyinde bir cisim olması durumunda, deniz yüzeyindeki dalga durumuna göre hedefin radar kesit alanı (RKA) değişmektedir. Örneğin, denizin dalgalı olması durumunda geri saçılma yönündeki alan şiddeti, denizin dalgasız olması durumuna kıyasla artabilmektedir. Bu olaya, geri saçılma kuvvetlenmesi adı verilmektedir [5].

Dalgalı deniz yüzeyinden saçılma probleminde, deniz yüzeyi profili bir rasgele süreç (random process) olarak

modellenmektedir. Bu nedenle, saçılan elektromanyetik alan şiddeti ve RKA'nın açılal değişimi de rasgele süreçler şeklinde elde edilmektedir. Bu süreçlere ait bazı istatistiksel parametreleri hesaplayabilmek amacıyla Monte Carlo yaklaşımı kullanılmaktadır. Deniz yüzeyi profilinin gerçekçi bir şekilde modellenmesi gereklidir. Pierson ve Moskowitz tarafından geliştirilen modelde, yüzey profili durağan bir Gauss süreci olarak seçilmiştir [6]. Bu sürece ait olan spektral güç yoğunluğu fonksiyonu kullanılarak, deniz yüzeyi profili için çok sayıda örnek fonksiyonları elde edilebilir. Her örnek fonksiyon (yüzey) için elektromanyetik saçılma problemi nümerik yaklaşımlarla çözülmekte ve elde edilen çözümlerden alan şiddeti veya RKA için ortalama değerler veya değişimler hesaplanmaktadır. Nümerik çözümlerin kullandığı bu yaklaşımdaki en büyük sıkıntı, problemin her bir yüzey için defalarca çözülmesi ve bu nedenle hesaplama süresinin uzun olmasıdır.

Elektromanyetik sınır değer problemlerinin nümerik çözümleri için çeşitli yaklaşımlar kullanılabilir. Deniz yüzeyinden saçılma problemi için sıklıkla kullanılan yaklaşım, sınır değer problemini deniz yüzeyi profili üzerinde tanımlı bir integral denkleme dönüştürmektir. Elde edilen denklem, moment yaklaşımıyla yaklaşık olarak çözülebilir. Bu yaklaşımın, deniz yüzeyi üzerinde (veya civarında) saçıcı dielektrik cisimler olması durumunda uygulanması kolay değildir. Bu durumda, kısmi diferansiyel denklemi (veya bu denkleme eşdeğer zayıf varyasyonel formu) kullanarak, sonlu farklar veya sonlu elemanlar yaklaşımları kullanılabilir. Ancak bu yaklaşımlardaki temel zorluk, her bir yüzey için hesaplama ağının (mesh) tekrar yaratılması zorluğudur. Özellikle elektriksel boyutu büyük problemlerde, bu gereklilik hesaplama yükünü ve zamanını arttırmaktadır.

Bu çalışmanın amacı, problemin sonlu elemanlar yöntemi (SEY) ile etkin bir şekilde (yani daha az hesaplama kaynağıyla, bir-örnek ve yaratması kolay ağ yapıları kullanarak) çözülebilmeye yönelik, yeni koordinat dönüşüm tekniği tasarlamak ve bunu simülasyon aracı olarak kullanmaktır. Temel fikir, hesaplama bölgesini uygun bir şekilde değiştirmek ve bu bölge içine metamateriyal yapılar yerleştirerek problemi daha hızlı ve etkin bir şekilde çözmektir. Diğer bir deyişle, metamateriyal kullanarak orijinal probleme eşdeğer, ama daha az bilinmeyen ve yaratması daha kolay ağ yapısına sahip problem oluşturmaktır. Metamateriyal yapıların parametreleri, problemin/geometrinin doğasına göre tanımlanan koordinat dönüşüm tekniği ile hesaplanmaktadır. Koordinat dönüşüm tekniği, Maxwell denklemlerinin koordinat dönüşümü sırasında şeklinin değişmemesi prensibine dayanmaktadır. Diğer bir deyişle, koordinat dönüşüm tekniği, orijinal ortamı Maxwell denklemlerinin sağlandığı yön-bağımlı bir ortam haline dönüştürmektedir. Bu yaklaşım son yıllarda "dönüşümsel elektromanyetik" olarak da adlandırılmaktadır.

Maxwell denklemlerinin koordinat dönüşümleri altında değişmezliği ilk kez H. Bateman tarafından 1910 yılında gösterilmiştir [7]. Kuramsal açıdan önemli bir sonuç olmasına rağmen, bu kavram yüz yüze yakın bir süre pratik uygulamalarda yer almamıştır. Bateman'ın 1910 yılında kantladığı sonuç, ilk kez 1994 yılında J. P. Berenger tarafından geliştirilen TEK (Tamamen Eşlenmiş Katman)

yaklaşımında yeniden ortaya çıkmıştır [8]. TEK, düzlemsel dalgaları yansıtmasız olarak soğuran yapay bir ortamdır. TEK yaklaşımı zamanda-sonlu-farklar ve SEY gibi sayısal yaklaşımlarda çözüm bölgesini sonlandırmak amacıyla kullanılmıştır. Daha sonra TEK ortamının uygun tanımlanmış elektrik ve manyetik geçirgenlik tensörleriyle gösterilebileceği sonucuna varılmıştır [9]. TEK kuramı açısından Bateman yaklaşımına en yakın sonuçlar, TEK ortamlarının karmaşık değerli koordinat dönüşümleriyle tanımlanabileceğine yönelik çalışmalardır [10]-[11]. Bu çalışmalarda, elde edilen TEK tasarımının "Maxwell denklemlerinin koordinat dönüşümleri altında değişmezliği" kavramının bir sonucu olduğunun farkına varılmamış, kullanılan yöntem "analitik uzanım" kavramının elektromanyetik alan fonksiyonlarına uygulanması şeklinde yorumlanmıştır. "Maxwell denklemlerinin koordinat dönüşümleri altında değişmezliği" kavramının en ilginç uygulamalarından biri *görünmezlik pelerini* olarak adlandırılan ve çevresine uygulandığı zaman bir cisim görünmez kılabilme yeteneğine sahip yön-bağımlı elektrik ve manyetik parametrelerle tanımlanan yapay ortamlardır [12]. Bu yaklaşımın hemen ardından, bir cisim farklı bir cisim olarak *yeniden şekillendirme* uygulamaları da geliştirilmiştir [13]. Son yıllarda, bu tekniğin farklı amaçlarla kullanıldığı pek çok çalışma yapılmıştır [14]-[22].

Özetle bu çalışmada, dalgalı deniz yüzeyi veya civarında yer alan gemi ve aldatıcı türünden cisimlerden saçılma problemi istatistiksel olarak Monte Carlo yaklaşımıyla incelenmiş ve her deniz yüzeyi profili için elde edilen sınır değer problemini SEY ile etkin bir şekilde çözmek için koordinat dönüşüm tekniğiyle tasarlanan matemateryal yapılar kullanılmıştır [22]. Aşağıda, Bölüm 2'de öncelikle dönüşümsel elektromanyetiğin genel prensipleri anlatılmıştır. Bölüm 3'te, geliştirilen koordinat transformasyon tekniği açıklanmıştır. Son olarak Bölüm 4'te ise deniz yüzeyi için örnek fonksiyonların nasıl yaratıldığı ve Monte Carlo simülasyon sonuçları sunulmuştur.

2. Dönüşümsel Elektromanyetiğin Temel Prensipleri

Bu bölümde, koordinat dönüşüm tekniği, Maxwell denklemlerinin koordinat dönüşümü sırasında şeklinin değişmemesi prensibi ve metamateriyal parametrelerinin nasıl hesaplandığı anlatılmaktadır.

Genel bir koordinat dönüşümü ($\vec{r} \rightarrow \vec{\tilde{r}} = T(\vec{r})$ ve $T: \Omega \rightarrow \tilde{\Omega}$), orijinal uzay (Ω) içindeki her bir noktayı $\vec{r} = (x, y, z)$, dönüşüm uygulanmış yeni uzay $\tilde{\Omega}$ içindeki bir noktaya $\vec{\tilde{r}} = (\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})$ taşımakta, yani dönüştürmektedir. Bu şekilde uzayı eğmek, bükme, sıkıştırmak ve genişletmek mümkün olmaktadır. Değiştirilmiş uzayda hareket eden bir dalga, uygulanan dönüşüme bağlı olarak farklı doğrultuda hareket etmektedir. Yani, elektromanyetik dalgaları istenildiği gibi eğip bükme, doğrultusunu değiştirmek mümkündür.

Uygulanan koordinat dönüşümünün elektromanyetik alan değerlerine (\vec{E}, \vec{H}) etkisi, orijinal ortamı Maxwell denklemlerinin sağlandığı yön-bağımlı bir ortam haline dönüştürerek sağlanmaktadır. Yani, sadece ortam

parametreleri değişmekte, çözümü alan değerlerini verecek olan Maxwell denklemlerinin şekli değişmemektedir. Örneğin, orijinal ortam (ϵ_0, μ_0) sığallık ve manyetik geçirkenlik parametreleriyle belirtilen boşluk uzay (veya hava) olsun. Bu ortamda Maxwell denklemleri aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$\nabla \times \vec{E}(\vec{r}) = -j\omega\mu_0\vec{H}(\vec{r}) \quad (1)$$

$$\nabla \times \vec{H}(\vec{r}) = j\omega\epsilon_0\vec{E}(\vec{r}) \quad (2)$$

Koordinat dönüşümünün yarattığı ortam, yeni sığallık ve manyetik geçirkenlik tensörleri ($\vec{\epsilon}, \vec{\mu}$) ile ifade edilmektedir. Bu ortamda Maxwell denklemleri aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$\nabla \times \vec{E}(\vec{r}) = -j\omega\vec{\mu} \cdot \vec{H}(\vec{r}) \quad (3)$$

$$\nabla \times \vec{H}(\vec{r}) = j\omega\vec{\epsilon} \cdot \vec{E}(\vec{r}) \quad (4)$$

Orijinal ve dönüşüm ortamlarındaki alan değerleri arasındaki ilişki, koordinat dönüşümünün Jacobian matrisi \vec{J} yoluyla aşağıdaki gibi elde edilmektedir.

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{J}^T \cdot \vec{E}(\vec{r}) \quad (5)$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \vec{J}^T \cdot \vec{H}(\vec{r}) \quad (6)$$

$$\vec{J} = \frac{\partial(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})}{\partial(x, y, z)} = \begin{bmatrix} \partial\tilde{x}/\partial x & \partial\tilde{x}/\partial y & \partial\tilde{x}/\partial z \\ \partial\tilde{y}/\partial x & \partial\tilde{y}/\partial y & \partial\tilde{y}/\partial z \\ \partial\tilde{z}/\partial x & \partial\tilde{z}/\partial y & \partial\tilde{z}/\partial z \end{bmatrix} \quad (7)$$

Koordinat dönüşümünün yarattığı ortamın sığallık ve manyetik geçirkenlik tensörleri aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır [23]:

$$\vec{\epsilon} = \epsilon_0 \vec{\Lambda} \quad (8)$$

$$\vec{\mu} = \mu_0 \vec{\Lambda} \quad (9)$$

$$\vec{\Lambda} = (\det \vec{J}) (\vec{J}^T \cdot \vec{J})^{-1} \quad (10)$$

Eğer orijinal ortam, herhangi yön-bağımlı bir ortam ise ($\vec{\epsilon}', \vec{\mu}'$), metamaterial tensörleri aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$\vec{\epsilon} = (\vec{J}^{-1})^T \cdot \vec{\epsilon}' \cdot (\vec{J}^{-1}) / \det(\vec{J}^{-1}) \quad (11)$$

$$\vec{\mu} = (\vec{J}^{-1})^T \cdot \vec{\mu}' \cdot (\vec{J}^{-1}) / \det(\vec{J}^{-1}) \quad (12)$$

Maxwell denklemlerinden, elektrik alanın sağladığı vektör dalga denklemi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\nabla \times \left\{ \vec{\Lambda}^{-1} \cdot \nabla \times \vec{E}(\vec{r}) \right\} - k^2 \vec{\Lambda} \cdot \vec{E}(\vec{r}) = 0 \quad (13)$$

Burada, k orijinal ortamın dalga numarasıdır. Manyetik alan da aynı dalga denklemini sağlamaktadır. İki boyutlu problemlerde, örneğin TM_z (transverse magnetic) modunda, elektrik alan sadece z bileşenine sahiptir $\vec{E}(\vec{r}) = \hat{a}_z E_z(x, y)$.

Bu durumda, dalga denklemi aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\nabla \cdot (\vec{\Lambda}_{2 \times 2} \nabla E_z) + k^2 \Lambda_{33} E_z = 0 \quad (14)$$

$$\vec{\Lambda} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vec{\Lambda}_{2 \times 2} \\ 0 \\ 0 \quad 0 \quad \Lambda_{33} \end{bmatrix} \quad \vec{\Lambda}_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} \Lambda_{11} & \Lambda_{12} \\ \Lambda_{21} & \Lambda_{22} \end{bmatrix} \quad (15)$$

İki boyutlu problemlerde, z 'ye göre bir değişim olmadığı için, Jacobian tensöründeki $\partial\tilde{z}/\partial z = 1$ ve diğer z 'ye göre türevler sıfırdır.

3. Geliştirilen Koordinat Dönüşüm Tekniği

Geliştirilen yöntem, Şekil 1'deki geometri ele alınarak açıklanmaktadır. Şekil 1(a)'da, pürüzlü yüzey üzerinde gemi ve havada dielektrik cismin bulunduğu orijinal problem gösterilmektedir. Şekil 1(b)'de ise aynı problemin metamaterial katmanlı (Ω_M) çözümü gösterilmektedir. Bu eşdeğer problemde, katmanla yüzey arasındaki bölge (Ω) hesaplama bölgesinden çıkarılmaktadır. Bölgede yer alan cisimlerin düzlem dalga ile aydınlatıldığı varsayılmış ve hesaplama bölgesi tamamen eşlenmiş katman (TEK) ile sonlandırılmıştır.

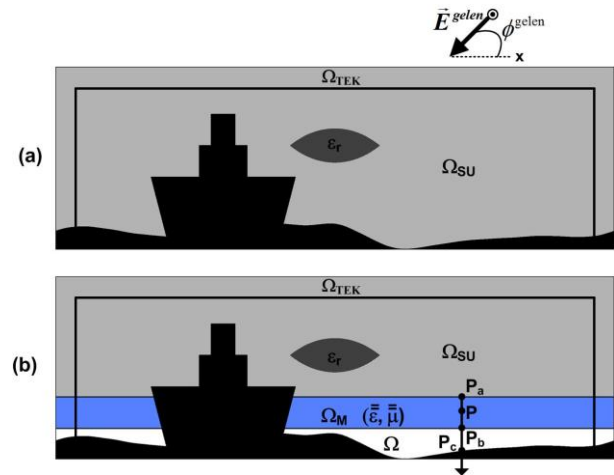
Metamaterial katman içindeki her bir P noktası, $\vec{\Omega} = \Omega \cup \Omega_M$ içindeki \vec{P} noktasına, \hat{a} birim vektörü doğrultusunda aşağıdaki şekilde dönüştürülmektedir:

$$\vec{r} \rightarrow \vec{r} = \frac{\|\vec{r}_a - \vec{r}_c\|}{\|\vec{r}_a - \vec{r}_b\|} (\vec{r} - \vec{r}_b) + \vec{r}_c \quad (16)$$

Birim vektör, yüzeye dik olarak seçilmektedir. Bu dönüşüm ile pürüzlü yüzey koordinatları, metamaterial katmanın en alt sınırına taşınmaktadır. Bu nedenle, pürüzlü yüzey üzerinde empoze edilmesi gereken sınır koşulları metamaterial katmanın alt yüzeyi üzerinde empoze edilmektedir. Eşitlik (16)'daki genel ifade, bu geometri için aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$\tilde{x} = x, \quad \tilde{y} = K(y - y_b) + y_c, \quad \tilde{z} = z. \quad (17)$$

Burada, $K = |y_a - y_c|/|y_a - y_b|$ ve $d_m = |y_a - y_b|$ ise metamaterial katmanın kalınlığıdır. Materyal parametreleri eşitlik (8), (9) ve (10) ile hesaplanır.



Şekil 1: Pürüzlü yüzeyden olan saçılım problemi: (a) Orijinal problem, (b) Metamaterial katmanlı eşdeğer problem. [Ω_M : metamaterial katman, Ω_{SU} : serbest uzay, Ω_{TEK} : tamamen eşlenmiş katman, Ω : çıkarılmış bölge] (© [2013] IEEE)

Sonlu elemanlar yönteminde, metamaterial katman içerisinde (14) ile gösterilen dalga denklemi çözülür. Katman dışında ise, aşağıdaki standart dalga denklemi çözülür.

$$\nabla^2 E_z + k^2 \varepsilon_r E_z = k^2 (1 - \varepsilon_r) E_z^{gelen} \quad (18.a)$$

$$\text{Sınır koşulu: } E_z^s = -E_z^{gelen} \quad (\text{iletken yüzey üzerinde}) \quad (18.b)$$

$$\text{Sınır koşulu: } \left[\frac{\partial}{\partial n} + \alpha \right] E_z = 0 \quad (\text{kayıplı yüzey üzerinde}) \quad (18.c)$$

Burada, E_z saçılan alanı, E_z^{gelen} gelen düzlem dalgayı, k boşluktaki dalga sayısını ve ε_r dielektrik sabitini (sadece dielektrik bölgelerde $\varepsilon_r \neq 1$) ifade etmektedir. Ayrıca, $\alpha = -jk(\varepsilon_r - j60\sigma\lambda)^{1/2}$, λ dalgaboyu ve σ iletkenlik sabitidir.

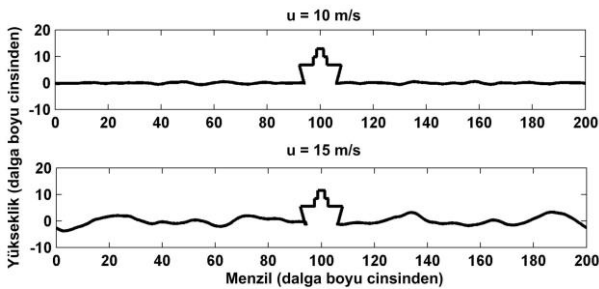
4. Monte Carlo Simülasyon Sonuçları

Monte Carlo metodu, rastgele üretilen sayılardan faydalanılarak istatistiksel analiz yapılmasına dayanan bir simülasyon tekniğidir. Pürüzlü yüzeylerdeki rastgele davranışı ifade eden çok sayıda farklı geometrideki yüzey, Monte Carlo tekniği ile yaratılmakta ve problem her farklı yüzey için defalarca SEY ile çözülmekte ve istatistiksel analiz yapılmaktadır. Standart SEY yaklaşımının aksine, Monte Carlo ile her bir simülasyonda (yani her bir farklı yüzey için) tek bir ağ kullanılmakta ve sadece metamaterial bölge içindeki parametreler değiştirilmektedir.

Monte Carlo simülasyonun gerçekleştirmek amacıyla, 100 farklı dalgalı/pürüzlü yüzey yaratılmıştır. Dalgalı deniz yüzey profili, sıfır ortalamalı durağan bir Gauss süreci olarak yaratılmıştır. Pierson ve Moskowitz tarafından geliştirilen modele göre, süreçle ilgili tüm bilgiyi içeren spektral güç yoğunluğu fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır [6]:

$$\Psi(k_s) = \frac{a}{4|k_s|^3} \exp\left[-\frac{bg^2}{u^4 k_s^2}\right] \quad (19)$$

Bu eşitlikte, k_s yüzey dalga sayısı, $a = 0.0081$ ve $b = 0.74$ sabitler, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ yerçekimi ivme sabiti, ve u ise rüzgar hızıdır (m/s). Bu modele göre, rüzgar hızı arttıkça büyük ölçekli dalgalar yaratılmakta ve hızlı değişimlere sahip küçük ölçekli dalgalar gözlemlenmemektedir. İki farklı rüzgar hızına ait yüzey profilleri Şekil 2'de gösterilmiştir.



Şekil 2: Pierson-Moskowitz modeliyle yaratılan iki farklı dalgalı deniz yüzey profili. © [2012] IEEE

Her bir farklı yüzeye ait problem SEY ile çözülmektedir. Tekrar vurgulamak gerekir ki, metamaterial katmanlı eşdeğer problemde ağ, sadece bir kez yaratılmaktadır. Her bir simülasyon sonucu elde edilen çıktı değerleri, tüm bölge içindeki alan değerleri ve RKA değerleridir. Dolayısıyla, 100

elemanı olan bir stokastik proses ailesi aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$\begin{aligned} q_1 &= [q_1^1, q_2^1, \dots, q_N^1] \\ q_2 &= [q_1^2, q_2^2, \dots, q_N^2] \\ &\vdots \\ q_M &= [q_1^M, q_2^M, \dots, q_N^M] \end{aligned} \quad (20)$$

Burada, q analiz edilecek parametreyi (elektrik alan, RKA veya hata değerleri), N ise bu parametrelerin sayısını göstermektedir. $M = 100$ ise simülasyon sayısıdır. Bu prosesin istatistiksel analizini gerçekleştirmek için ortalama (mean, μ), standart sapma (standard deviation, STD, σ), korelasyon katsayısı (correlation coefficient, ρ), oto-korelasyon (auto-correlation, R) ve oto-kovaryans (auto-covariance, C) aşağıdaki eşitlikler kullanılarak hesaplanmaktadır:

$$\mu(i) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M q_i^j, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (21)$$

$$\sigma(i) = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M (q_i^j - \mu(i))^2}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (22)$$

$$\rho(i_1, i_2) = \frac{C(i_1, i_2)}{\sigma(i_1)\sigma(i_2)}, \quad i_1, i_2 = 1, 2, \dots, N \quad (23)$$

$$R(i_1, i_2) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M q_{i_1}^j q_{i_2}^j, \quad i_1, i_2 = 1, 2, \dots, N \quad (24)$$

$$C(i_1, i_2) = R(i_1, i_2) - \mu(i_1)\mu(i_2), \quad i_1, i_2 = 1, 2, \dots, N \quad (25)$$

Bunların yanında, histogram grafikleri (veya yaklaşık olasılık dağılımları) bu verilerden elde edilebilir.

Yöntemi test etmek amacıyla, iki farklı analiz yapılmıştır:

- Tek bir yüzey için deterministik problemin çözümü,
- Monte Carlo ile problemin istatistiksel çözümü.

Her bir analiz için aşağıdaki senaryolar ele alınmıştır:

- Senaryo A: Sadece pürüzlü yüzeyin olduğu problem (herhangi bir cisim olmadan),
- Senaryo B: Bir cisim ve bir geminin olduğu problem.

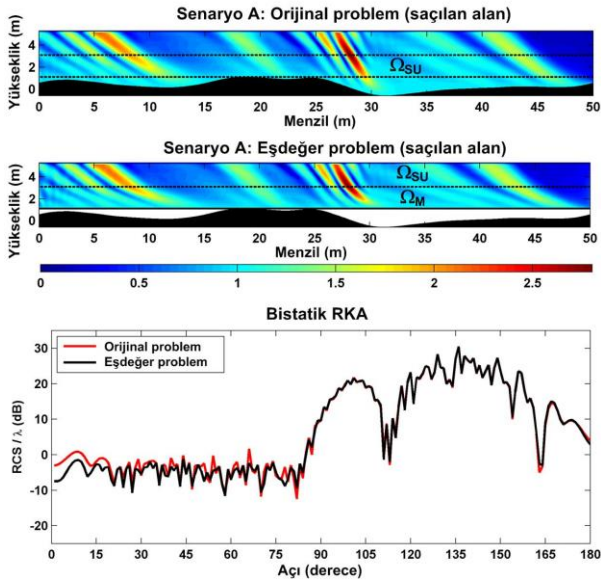
Bu simülasyonlarda aksi belirtilmedikçe, rüzgar hızı $u = 15 \text{ m/s}$, dalganın geliş açısı $\phi^{inc} = 45^\circ$, ağın eleman boyutu $\lambda/30$ ($\lambda=1\text{m}$), metamaterial katmanın kalınlığı 2λ ve cismin dielektrik sabiti $\varepsilon_r = 3$ olarak alınmıştır. Deniz yüzeyin parametreleri $\varepsilon_r = 80$ ve $\sigma = 4.8 \text{ S/m}$ (iletkenlik sabiti) olarak tanımlanmıştır.

İlk olarak, deterministik problem ele alınmıştır. Metamaterial katmanlı eşdeğer probleme ve standart SEY ile çözülmüş orijinal probleme ait sonuçlar her bir senaryo için Şekil 3 ve 4'de gösterilmiştir. İki simülasyon arasındaki alan değerleri arasındaki hatayı ölçmek için, aşağıdaki ortalama karesel hata (mean square error) tanımlanmıştır.

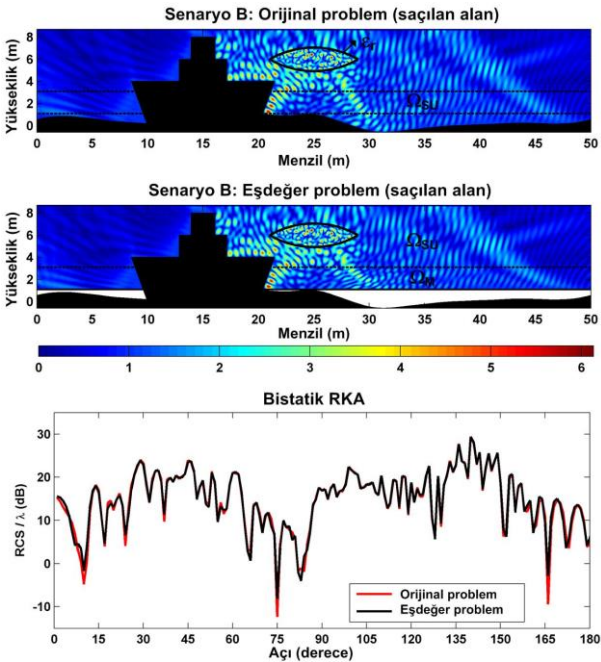
$$\text{Hata} = \sum_{\Omega_{SU}} |E^{\text{esdeger}} - E^{\text{orijinal}}|^2 / \sum_{\Omega_{SU}} |E^{\text{orijinal}}|^2 \quad (26)$$

Burada, E^{orijinal} ve E^{esdeger} , orijinal (standart SEY ile çözülmüş) ve eşdeğer (metamaterial katmanla çözülmüş) problemlerdeki elektrik alan değerleri ifade etmektedir. Buna göre, hata değerleri

şöyledir (sırasıyla senaryo A ve B için): %0.2409 ve %0.3456. Ayrıca, metamateryal katmanın kalınlığının etkisini göstermek amacıyla, hata değerleri ve matris koşulluluk değeri (condition number) Tablo 1'de listelenmiştir. Sonuçlardan da görüleceği gibi, katmanın kalınlığı arttıkça, hata değerleri azalma eğilimindedir. Bunun sebebi, katman içindeki alan değişimlerinin daha iyi modellenemesidir. Bununla birlikte, koşulluluk değeri artma eğilimindedir. Bunun da sebebi, uzaysal değişime uğramış koordinatların sayısının artmasıdır. Her durumda, eşdeğer problemdeki matris, orijinal problemdeki matrise göre daha iyi koşulludur.



Şekil 3: [Senaryo A] Deterministik problem: (üst) Saçılan alan kontur haritaları, (alt) Bistatik RKA profilleri. (© [2013] IEEE)

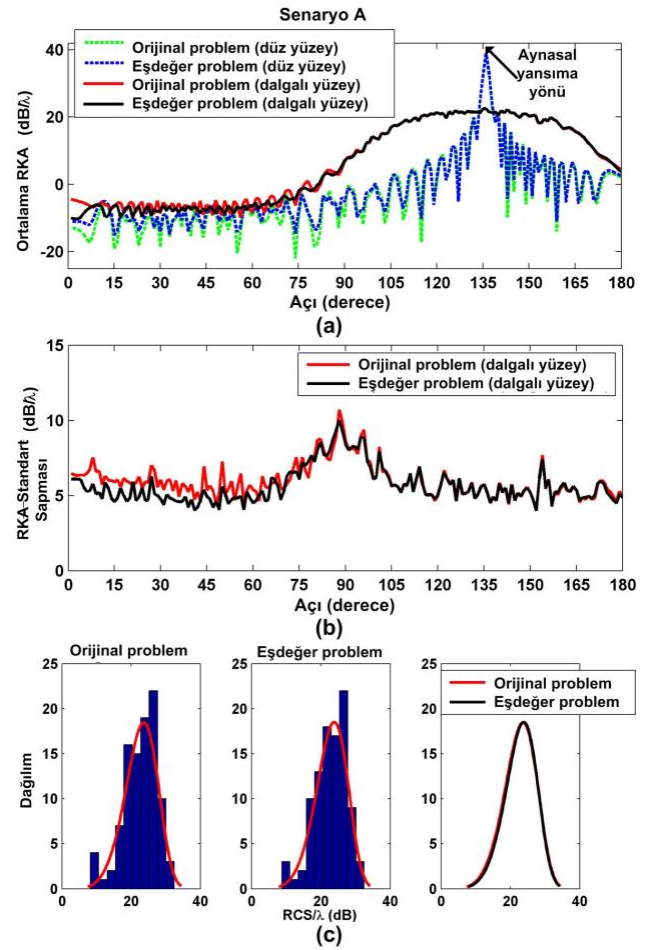


Şekil 4: [Senaryo B] Deterministik problem: (üst) Saçılan alan kontur haritaları, (alt) Bistatik RKA profilleri. (© [2013] IEEE)

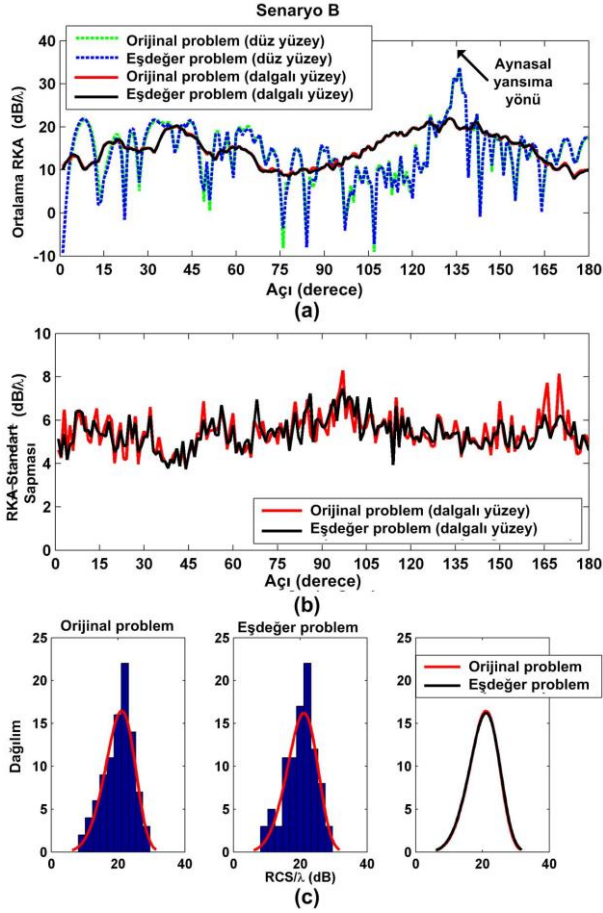
Tablo 1: Senaryo A'daki eşdeğer problemin farklı metamateryal katman kalınlıklarına (d_m) göre analizi.

	Hata (%)	Matris koşulluluk değeri
$d_m = 2.5\lambda$	0.2266	1.98×10^5
$d_m = 2\lambda$	0.2409	1.82×10^5
$d_m = 1.5\lambda$	0.3015	1.38×10^5
$d_m = 1\lambda$	0.4375	1.27×10^5
Orijinal Problem	-	2.53×10^5

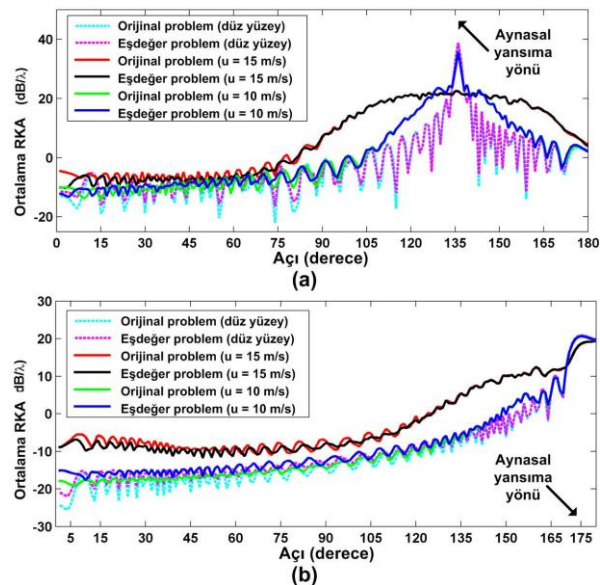
İkinci olarak, her bir senaryo için Monte Carlo simülasyonları gerçekleştirilmiştir. Her bir senaryo için, 100 farklı yüzey yaratılmış ve her bir yüzey için problem çözülmüştür. Elde edilen istatistiksel parametreler her bir senaryo için Şekil 5 ve 6'da gösterilmiştir. Farklı pürüzlülük seviyelerinin (yani farklı rüzgar hızlarının) ve farklı geliş açılarının sonuçlar üzerindeki etkisini göstermek amacıyla, Senaryo A bu farklı durumlar için tekrarlanmış ve sonuçlar Şekil 7'de gösterilmiştir. RKA değerlerine ek olarak, hata değerleri de istatistiksel olarak incelenmiş ve Şekil 8 ve Tablo 3'de sunulmuştur.



Şekil 5: [Senaryo A] Monte Carlo simülasyonu: (a) Ortalama RKA, (b) RKA standart sapması, (c) Speküler (aynasal) yansıma yönündeki RKA histogram ve Weibull olasılık dağılımları. (© [2013] IEEE)



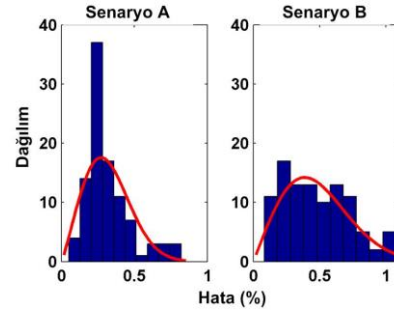
Şekil 6: [Senaryo B] Monte Carlo simülasyonu: (a) Ortalama RKA, (b) RKA standart sapması, (c) Speküler (aynasal) yansımaya yönündeki RKA histogram ve Weibull olasılık dağılımları. (© [2013] IEEE)



Şekil 7: Senaryo A'nın farklı rüzgar hızları ve farklı geliş açılarıyla Monte Carlo simülasyonu: (a) Ortalama RKA ($\phi^{inc} = 45^\circ$), (b) Ortalama RKA ($\phi^{inc} = 5^\circ$). (© [2013] IEEE)

Tablo 2: Hata değerlerinin Monte Carlo analizi (ayrıca bkzn. Şekil 8).

	Ortalama Hata	Hatanın Standart Sapması	Maksimum Hata	Minimum Hata
Scenario A	0.3174	0.1544	0.8212	0.0523
Scenario B	0.4801	0.2539	1.0760	0.0830



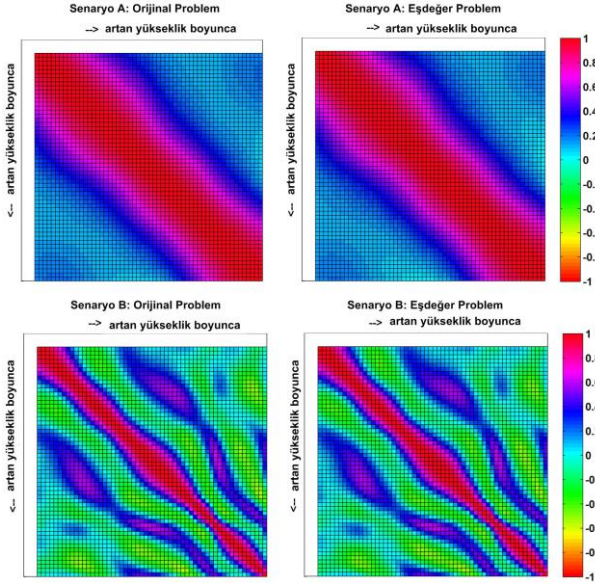
Şekil 8: Hata değerlerinin Monte Carlo analizi (ayrıca bkzn. Tablo 2).

Bu grafiklerden elde edilen bazı önemli sonuçlar şunlardır:

- Rüzgar hızı arttıkça (büyük ölçekli dalgalar oluştuğunda), RKA değerlerinin değışintisi artmaktadır. Yani, yüksek rüzgar hızı, RKA değerlerinde büyük değışimlerin oluşmasına neden olmaktadır.
- Rüzgar hızı arttıkça, aynasal yansımaya (specular reflection) yönündeki ortalama RKA değeri azalmaktadır. Yani, aynasal yansımaya katsayısı düşmektedir.
- Rüzgar hızı azaldıkça, elektromanyetik enerjinin çoğu aynasal yansımaya yönüne yoğunlaşmaktadır. Rüzgar hızı arttıkça, rasgeleliğin artışı nedeniyle, enerji diğer açılara da dağılmaktadır.
- Gelen dalga açısı grazing açısına yaklaştıkça, ortalama RKA değeri düz yüzeyden elde edilen RKA değerine yaklaşmaktadır. Diğer bir deyişle, ortalama RKA değeri, rüzgar hızından bağımsız hale gelmektedir.

Son olarak, belirli bir menzilde yüksekliğe göre değışen alan değerlerinin (yani bir menzildeki kesit alan değerlerinin) aralarındaki ilişkiyi göstermek amacıyla, ilinti matris (correlation matrix) haritaları çizilmiştir. Bu sonuçlar, uzaysal çeşitliliğin (space diversity) kullanıldığı radar uygulamalarında, çoklu yansımaya etkilerinden kaçmak için yararlı olabilir. Eğer mesela, iki noktadaki alan değerleri ilintisiz ise, anten yüksekliğini ayarlayarak, çoklu yansımaya girişim etkilerinin kötü sonuçlarını ortadan kaldırmak mümkün olabilir. Bu amaçla, 25m menzilde ve 3.6m - 5.5m yükseklik aralığındaki alan değerlerine ait korelasyon haritaları Şekil 9'da karşılaştırmalı olarak çizilmiştir. Çeşitli simülasyonlar sonucu elde edilen önemli sonuçlar şunlardır:

- Birbirine yakın noktadaki alan değerleri, uzak noktalara oranla daha ilintilidir.
- Şekil 9'daki Senaryo A ve B karşılaştırıldığında, ortamdaki cisimler veya yüzeylerden dolayı rasgelelik arttıkça, alan değerleri arasındaki ilintinin azaldığı gözlemlenmiştir.



Şekil 9: Alan büyüklük değerlerinin ilinti (korelasyon) haritaları. (© [2013] IEEE)

- Rüzgar hızı arttıkça, rasgeleliğin artması nedeniyle, alan değerlerinin birbiriyle ilintisi azalmaktadır.
- Gelen dalga açısı grazing açısına yaklaştıkça, özellikle düşük rüzgar hızlarında, alan değerleri arasındaki ilinti azalmaktadır.

Son olarak, her bir senaryoya ait nümerik analiz sonuçları Tablo 3'de listelenmiştir. Sonuçlar göstermektedir ki, önerilen yöntem hesaplama süresini ve bilinmeyen sayısını büyük ölçüde azaltmaktadır.

5. Sonuç

Bu makalede, dalgalı deniz yüzeyi veya üzerinde yer alan cisimlerden saçılma problemi istatistiksel olarak Monte Carlo yaklaşımı ve sonlu elemanlar yöntemiyle incelenmiştir. Sonlu elemanlar yöntemini daha etkin ve hızlı hale getirmek amacıyla bir koordinat dönüşüm tekniği geliştirilmiştir. Bu yaklaşımda, pürüzlü yüzeyin üzerinde bir metamateriyal katman tasarlanmış ve katmanla yüzey arasındaki bölge hesaplama bölgesinden çıkarılmıştır. Monte Carlo ile her bir simülasyonda tek bir ağ kullanılmış ve sadece metamateriyal bölge içindeki parametreler değiştirilmiştir. Materyal parametreleri, her bir yüzey geometrisine göre, Maxwell denklemlerinin koordinat dönüşümleri altında değişmezliği prensibi kullanılarak belirlenmiştir. Geliştirilen yöntemle elde edilen sonuçlar standart SEY ile elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmış ve yöntemin doğru sonuçlar verdiği ve hesaplama süresini büyük ölçüde azalttığı gözlemlenmiştir. Ayrıca, gerçekleştirilen Monte Carlo simülasyonları sonucunda, dalgalı deniz yüzeyi üzerindeki dalga davranışına dair önemli sonuçlar elde edilmiştir. Elde edilen sonuçları kısaca özetlemek gerekirse: (i) Rüzgar hızına bağlı olarak rasgeleliğin artması, RKA'nın değişimi miktarını arttırmakta, aynasal yansıma yönündeki ortalama RKA'yı azaltmaktadır. (ii) Grazing açısına yakın gelen dalga açılarında, RKA değerleri rüzgar hızından etkilenmemekte ve düz yüzeye ait

RKA'ya yaklaşmaktadır. (iii) Rüzgar hızı arttıkça, alan değerlerinin birbiriyle ilintisi azalmaktadır.

Tablo 3. Senaryoların nümerik analizi (hesaplama süreleri 100 yüzey realizasyonu için verilmiştir).

	Senaryo A		Senaryo B	
	Orijinal Problem	Eşdeğer Problem	Orijinal Problem	Eşdeğer Problem
Ağ yaratma süresi (dakika)	347	4.3 (1 kez)	363	10.2 (1 kez)
SEY matris oluşturma ve çözme süresi (dakika)	212	152	287	230
Toplam süre (dakika)	559	156.3	650	240.2
Matris boyutu (bilinmeyen sayısı)	225,899	192,151	332,992	303,951
Matris koşulluluk değeri	2.53×10^5	1.82×10^5	4.13×10^5	3.41×10^5

6. Kaynaklar

- [1] G. S. Brown, "Special Issue on Low-Grazing-Angle Backscattering from Rough Surfaces," *IEEE Trans. Antennas and Propagat.*, vol. 46, no. 1, pp. 1-2, 1998.
- [2] R.E. Collin, "Electromagnetic scattering from perfectly conducting rough surfaces (a new full wave method)," *IEEE Trans. Antennas and Propagat.*, vol. 40, no. 12, pp. 1466-1477, 1992.
- [3] Y. Kuga, C.T.C. Le, A. Ishimaru, L.A. Sengers, "Analytical, experimental, and numerical studies of angular memory signatures of waves scattered from one-dimensional rough surfaces," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, vol. 34, no. 6, pp. 1300-1307, 1996.
- [4] R. L. Wagner, J. M. Song, W. C. Chew, "Monte Carlo simulation of electromagnetic scattering from two-dimensional random rough surfaces," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 45, no. 2, pp. 235-245, 1997.
- [5] A. Ishimaru, "Backscattering enhancement: from radar cross sections to electron and light localizations to rough-surface scattering," *IEEE Antennas Propagat. Mag.*, vol. 33, no. 5, pp. 7-11, 1991.
- [6] W. J. Pierson, L. Moskowitz, "A proposed spectral form of fully developed seas based on the similarity theory of S. A. Kitaigorodskii," *J. Geophys. Res.*, vol. 69, pp. 5181-5203, 1964.
- [7] H. Bateman, "The transformation of the electro-dynamical equations," *Proc. London Math. Soc.*, vol. 8, pp. 223-264, 1910.
- [8] J.P. Berenger, "A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves," *J. Comput. Physics*, vol. 114, pp. 185-200, 1994.
- [9] Z. S. Sacks, D. M. Kingsland, R. Lee, and J.-F. Lee, "A perfectly matched anisotropic absorber for use as an absorbing

- boundary condition," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 43, pp.1460-1463, 1995.
- [10] W. C. Chew, J. M. Jin, and E. Michielssen, "Complex coordinate stretching as a generalized absorbing boundary condition," *Microwave Opt. Tech. Lett.*, vol. 15, pp. 363-369, 1997.
- [11] O. Ozgun, and M. Kuzuoglu, "Non-Maxwellian locally-conformal PML absorbers for finite element mesh truncation," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 55, no. 3, pp. 931-937, 2007.
- [12] J. B. Pendry, D. Schurig and D. R. Smith, "Controlling electromagnetic fields," *Science*, vol. 312, pp.1780-1782, 2006.
- [13] O. Ozgun, and M. Kuzuoglu, "Electromagnetic metamorphosis: Reshaping scatterers via conformal anisotropic metamaterial coatings," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 49, no. 10, pp. 2386-2392, 2007.
- [14] O. Ozgun, and M. Kuzuoglu, "Utilization of anisotropic metamaterial layers in waveguide miniaturization and transitions," *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, vol. 17, pp. 754-756, 2007.
- [15] B. Donderici, and F.L. Teixeira, "Metamaterial blueprints for reflectionless waveguide bends," *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, vol. 18, pp. 233-235, 2008.
- [16] G.X. Yu, W.X. Jiang, X.Y. Zhou, and T.J. Cui, "Non-rotationally invariant invisibility cloaks and concentrators of EM Waves," *Eur. Phys. J. Appl. Phys.*, vol. 44, pp. 181-185, 2008.
- [17] O. Ozgun, and M. Kuzuoglu, "Domain Compression via Anisotropic Metamaterials designed by Coordinate Transformations," *Journal of Computational Physics*, vol. 229, no. 3, pp. 921-932, Feb. 2010.
- [18] H. Odabasi, F. L. Teixeira, and W. C. Chew, "Impedance-matched absorbers and optical pseudo black holes," *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 28, no. 5, pp. 1317-1323, 2011.
- [19] O. Ozgun, and M. Kuzuoglu, "Transformation-Based Metamaterials to Eliminate the Staircasing Error in the Finite Difference Time Domain Method," *Int. Journal of RF and Microwave Computer-Aided Eng.*, vol. 22, no. 4, pp. 530-540, July 2012.
- [20] O. Ozgun, and M. Kuzuoglu, "Software Metamaterials: Transformation Media Based Multiscale Techniques for Computational Electromagnetics," *Journal of Computational Physics*, vol. 236, pp. 203-219, March 2013.
- [21] O. Ozgun, and M. Kuzuoglu, "Transformation Electromagnetics Based Analysis of Waveguides with Random Rough or Periodic Grooved Surfaces," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 61, no. 2, pp. 709-719, Feb. 2013.
- [22] O. Ozgun, and M. Kuzuoglu, "A Transformation Media Based Approach for Efficient Monte Carlo Analysis of Scattering from Rough Surfaces with Objects," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 61, no. 3, March 2013.
- [23] I.V. Lindell, *Methods for Electromagnetic Field Analysis*, Oxford Univ. Press, 1992.