

DOĞAL MIKNATISLI BİR DC MOTORUN DENEYSEL OLARAK TANILAMASI

A. Mete VURAL¹ İlyas EKER² Berrin SÜSLÜOĞLU³

Elektrik ve Elektronik Mühendisliği

Gaziantep Üniversitesi

27310 Şahinbey-Gaziantep

e-posta: ¹ vural@gantep.edu.tr, ² ilyas@gantep.edu.tr, ³ susluoglu@gantep.edu.tr

ÖZET

Bu çalışma en küçük kareler kestirme tekniğini "Least Square Estimation (LSE)" kullanarak doğal mıknatıslı bir doğru akım motorunun çevrimdışı parametre tanılmasını ele almaktadır. Giriş bilgisi olarak motorun döneç gerilimi, çıkış bilgisi olarak ise şaft hızı kullanılmıştır. Analitik tanılama için deneysel veriler bir alçak geçiren süzgeçle süzgeçlenmiştir. Deneyler, sayısal giriş-çıkış modeli ile ifade edilebilen doğal mıknatıslı bir doğru akım motoru üzerinde gerçekleştirilmiştir. Parametre tanılması için ayrık-zaman verileri laboratuvar ortamında deneysel olarak elde edilmiştir. Etkin değer hata tekniği, model sağlamlasının yapılmasında kullanılmıştır. Aynı zamanda, difransiyel eşitliklerle çıkarılan asıl modelden daha düşük dereceli bir ayrık zaman modelinin de yeterli olabileceği gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Tanılama, en küçük kareler kestirmesi, doğal mıknatıslı dc motor

1. GİRİŞ

Doğru akım (DC) motorları günümüzde yaygın olarak endüstriyel uygulamalarda kullanılmaktadır. Robotik uygulamalarda [1], disk hareket denetiminde [2], sıvı pompalamada [3], mekatronik sistemlerde [4] kullanımları oldukça yaygındır. DC motorların en büyük avantajı geniş bir aralıkta ayarlanabilen hız ve pozisyon denetimli olmaları ve yüksek verimle çalışmalarıdır.

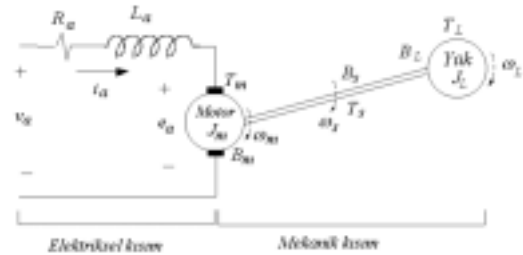
Bu çalışma en az kareler kestirme yöntemini kullanarak doğal mıknatıslı bir DC motorun parametre tanılmasını ele almaktadır. İnceleme konusu olan motor doğal mıknatıslı bir statörden, dört bobinli bir rotordan ve yay-yüklemeli karbon fırçalardan oluşmaktadır. Tanılamanın amacı model tabanlı denetim uygulamaları için ayrık-zaman tanım kümesinde ifade edilebilen bir model elde etmektir [5]. Parametre tanılması ise uyarlamalı denetleme uygulamalarında önemli bir adımdır [6]. Çalışmada

tanılama yapılırken motora ait giriş (döneç gerilimi) ve çıkış (hız) bilgileri ile kestirilebilen ve ayrık-zaman tanım kümesinde ifade edilebilen uygun bir matematiksel model seçilmiştir. Analitik olarak motorun difransiyel eşitlikleri çıkarılarak transfer fonksiyonlarının derecelerine bakılmış, daha sonra sayısal ortamda elde edilen giriş-çıkış verileriyle bir model kestirilmiş ve en sonunda model sağlamlası yapılarak elde edilen modelin sağlamlığı sınanmıştır.

2. DC MOTORUN MATEMATİKSEL MODELİ

Kusursuz bir matematiksel model tanımladığı gerçek bir sistemi verdiği kusursuz çıkış yanıtlarıyla tam olarak ifade edebilir. Fakat birçok fiziksel model karmaşık yapılarından dolayı kusursuz model türetilmesini imkansız hale getirmiştir. Bundan dolayı pratikte güvenli olarak denetleyici tasarımlarında basitleştirilmiş sistem modelleri (düşük dereceli) kullanılmaktadır.

Bir yüke şaft yardımıyla bağlanmış DC motorun şematik diyagramı Şekil 1'de gösterilmiştir. Genel olarak gösterilen bu elektromekanik sistem iki kısma ayrılabilir: elektriksel kısım ve mekanik kısım. Doğal mıknatıslı DC motor iki girişli (döneç gerilimi (veya akımı), ve harici tork) ve bir çıkışlı (hız) bir sistem olarak düşünülebilir.



Şekil 1. Şaft ile bir yüke bağlanmış DC motor.

Motorun karakteristiklerini tanımlayan doğrusal denklemler aşağıdaki eşitlikler ile gösterilebilir:

$$v_a = R_a i_a + L_a \left(\frac{di_a}{dt} \right) + e_a \quad (1)$$

$$e_a = K_m \omega_m \quad (2)$$

$$T_m = K_m i_a \quad (3)$$

v_a motor dönce gerilimi (V), R_a ve L_a dönce bobin direnci (Ω) ve endüktansı (H), i_a dönce akımı (A), e_a geri elektromotiv kuvvet gerilimi (V), K_m motor sabitesi, T_m (Nm) ise üretilen motor torkudur. Sistemin mekanik kısmını ifade eden doğrusal eşitlikler,

$$J_m \left(\frac{d\omega_m}{dt} \right) = -B_m \omega_m - T_s + T_m \quad (4)$$

$$J_L \left(\frac{d\omega_L}{dt} \right) = -B_L \omega_L + T_s - T_d \quad (5)$$

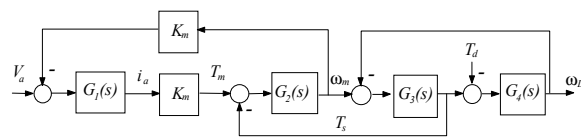
$$T_s = k_s \theta_s + B_s \omega_s \quad (6)$$

$$\frac{d\theta_m}{dt} = \omega_m, \quad \frac{d\theta_L}{dt} = \omega_L, \quad \frac{d\theta_s}{dt} = \omega_s, \quad \omega_s = \omega_m - \omega_L \quad (7)$$

J_m (kgm^2) motorun eylemsizlik momenti, B_m ($\text{Nm}/(\text{rad/s})$) motorun vizkoz sürtünmesi, T_s (Nm) iletilen şaft torku, J_L (kgm^2) yükün eylemsizlik momenti, B_L ($\text{Nm}/(\text{rad/s})$) vizkoz yük sürtünmesi, T_d (Nm) yük torku bozucusu k_s (Nm/rad) şaft elastikiyet katsayısı, ve B_s ($\text{Nm}/(\text{rad/s})$) şaftın iç sönüm katsayısıdır. θ_m , θ_L , θ_s açıları sırasıyla motor, yük ve fark açıları (rad), ω_m , ω_L , ω_s ise sırasıyla motorun açısal hızı (rad/s), yük açısal hızı ve fark açısal hızıdır. Sistemin blok diyagramı Şekil 2’de gösterilmiştir. Transfer fonksiyonlar Eşitlik (1-7)’den elde edilmiştir:

$$G_1(s) = \frac{1}{L_a s + R_a}, \quad G_2(s) = \frac{1}{J_m s + B_m}, \quad G_3(s) = \frac{B_s s + k_s}{s}, \quad G_4(s) = \frac{1}{J_L s + B_L} \quad (8)$$

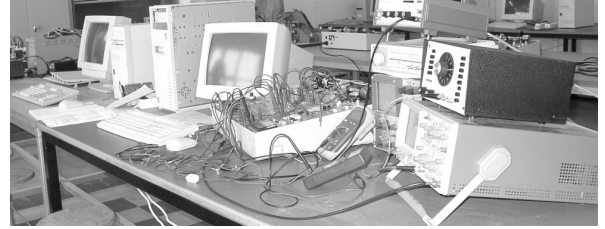
Şekil 2’ de ω_L ve V_a arasındaki ilişki bu çalışmada dikkate alınmıştır.



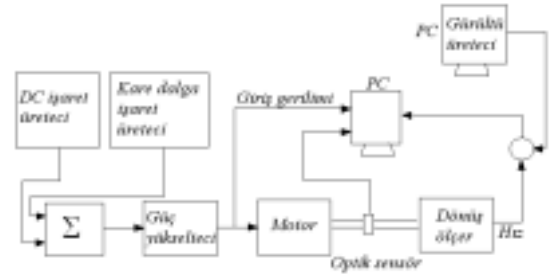
Şekil 2. Sistemin blok diyagramı.

3. DENEY DÜZENEGİ

Deney düzeneğinin bir fotoğrafı Şekil 3’te görülmektedir. İki adet işaret üretici motora giriş gerilimi sağlamak amacıyla kullanılmıştır. Biri DC gerilim üretmekte, diğeri tanılama için sarsım amacıyla değişken gerilim üretmekte kullanılmıştır. Bir bilgisayar çıkış hız işaretini bozmak amacıyla sıfır ortalamalı bağımsız rasgele gürültü işareti üretmekte kullanılmıştır. Gürültü işareti Matlab ile üretilmiştir. Ölçülen giriş-çıkış verileri Advantech marka bir veri yakalama kartı yardımıyla ikinci bir bilgisayara aktarılmıştır. Deney düzeneğinin şematik diyagramı ise Şekil 4’te gösterilmektedir. Şaft hızının ölçümü amacıyla optik bir sensör ve bir dönüşölçer kullanılmıştır. Alçak geçiren süzgeç çıkış hız işaretini yüksek frekanslı gürültü bileşenlerinden süzme amacıyla kullanılmıştır. Dönüşölçerin doğrusal bir karakteristiği olduğu tespit edilmiş ve kazancı 2.15 Volt/rad/s olarak hesaplanmıştır.



Şekil 3. Deney düzeneğinden bir görünüm.



Şekil 4. Deney düzeneğinin şematik blok diyagramı.

4. TANILAMA

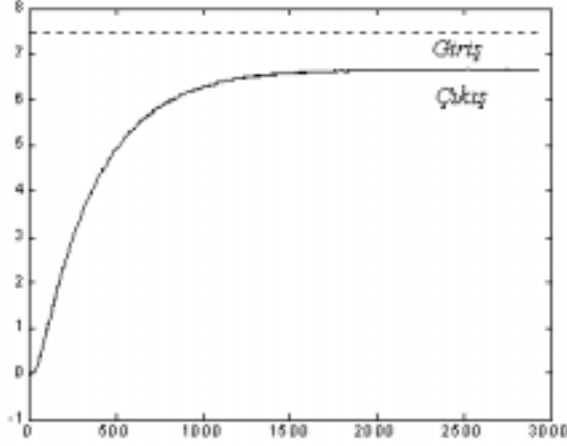
4.1 Süreç Reaksiyon Yöntemi

Bu yöntem ile motorun zaman domaininde dinamik karakteristikleri elde edilmiştir. Basamak giriş gerilimi (7.5 V) motora uygulanmış ve hız değişimi Şekil 5’teki gibi elde edilmiştir. Veri yakalama için örnekleme zamanı 0.35 milisaniye seçilmiştir. Motor yanıtını tipik bir ikinci dereceden aşırı sönümlü bir sistem karakteristiği olarak göstermiştir. Süreç reaksiyon yöntemi ile elde edilmiş model aşağıdaki (Eşitlik 9) gibi yazılabilir. Model parametreleri Tablo 1’de listelenmiştir.

$$G(s) = \frac{Ke^{-T_d s}}{\tau s + 1} \quad (9)$$

Tablo 1. Elde edilen model parametreleri.

Durgun hal kazancı K	Zaman gecikmesi T_d	Zaman değişmezi τ	Motorun bant genişliği
0.87	0.006 sn	0.15 sn	~1.03 Hz

**Şekil 5.** Basamak giriş gerilim değişimine (0-7.5V) karşı motorun çıkış yanıtı.

4.2 LSE Yöntemi

En az kareler kestirme yöntemi “Least-square-estimation (LSE)” güvenilir ve kolay olmasından dolayı seçilmiştir [7]. Bu yöntem ile motorun giriş gerilimi ile hızı arasındaki ayrık-zaman transfer fonksiyonunun tanımlanması amaçlanmıştır:

$$G(z^{-1}) = z^{-d} \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} \quad (10)$$

d , ayrık zaman ölü süresi, z^{-1} zaman kaydırma işleci, $A(z^{-1})$ ve $B(z^{-1})$ ise gerçek sayı katsayılı polinomlardır.

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n_a}$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_n z^{-n_b}$$

n_a modelin derecesini göstermektedir. Ayrık zamanda gösterilen modelin çıkışı aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$y(k) = \phi^T(k)\theta + e(k) \quad (11)$$

$\phi(k)$, k ayrık zamanına ilişkin giriş ve çıkış verilerinin toplandığı veri vektörüdür (Eşitlik 12). T operatörü ilgili vektörün devriğinin alınması işlemini

göstermektedir. θ , parametre vektörünü göstermekte (Eşitlik 13), $e(k)$ ise modele giren rasgele gürültüyü ifade etmektedir.

$$\phi(k) = [-y(k-1), -y(k-2), \dots, -y(k-n_a), u(k-d), u(k-d-1) \dots u(k-d-n_b)]^T \quad (12)$$

$$\theta = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{n_a} \ b_0 \ b_1 \ \dots \ b_{n_b}]^T \quad (13)$$

Kestirilen modelin çıkışı aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\hat{y}(k) = \phi^T(k)\hat{\theta}(k) \quad (14)$$

Kestirilen parametre vektörü aşağıdaki gibidir.

$$\hat{\theta} = [\hat{a}_1 \ \hat{a}_2 \ \dots \ \hat{a}_{n_a} \ \hat{b}_0 \ \hat{b}_1 \ \dots \ \hat{b}_{n_b}]^T \quad (15)$$

k zamanındaki kestirilen modele ilişkin uydurma hatası ise aşağıdaki gibidir.

$$\hat{e}(k) = y(k) - \phi^T(k)\hat{\theta}(k) \quad (16)$$

Eşitlik (11) ve (16) birleştirilerek k zamanındaki modelleme hatası bulunmuş olur:

$$\hat{e}(k) = e(k) + \phi^T(k)(\theta - \hat{\theta}) \quad (17)$$

En az kareler kestirme yöntemi, her bir ayrık k zamanına ait hataların kareleri toplamını en aza indirmesine dayanan bir yöntemdir.

$$\frac{\partial}{\partial \hat{\theta}} \left[\sum_{k=1}^N \hat{e}^2(k) \right] = 0 \quad (18)$$

Eşitlik 18 çözüldüğünde kestirilen parametre vektörü bulunur:

$$\hat{\theta} = [\phi^T \phi]^{-1} [\phi^T y] \quad (19)$$

Veri kazanımı için örnekleme zamanı 40 milisaniye olarak seçilmiştir. Bu değer süreç reaksiyon yöntemi ile ölçülmüş yükselme süresi (0.321 sn) içerisinde sekiz veriye karşılık gelmektedir. Bu değer örnekleme zamanının seçilmesine ilişkin tavsiyelere uygundur [7]. Motorun bantgenişliği 1 Hz civarında olduğu için ölçüm gürültülerini azaltmak amacıyla çıkışa bağlanan alçak geçiren süzgecin köşe frekansı 5 Hz olarak ayarlanmıştır. Sarsım işareti olarak 0.8 Hz kare dalga seçilerek bir DC işaretin üzerine bindirilerek motorun girişine (döneç) bir güç yükseltici üzerinden uygulanmıştır. Seçilen kare dalganın periyodu tanımlanması yapılan sistemin en yavaş modunu uyaracak büyüklüktedir [8]. Her bir giriş ve çıkış verisi için

4096 adet veri toplanmıştır. Bu değer en az kareler kestirmesinin uygulanabilmesi için yeterli bir sayıdır [7]. Üçüncü dereceden bir model için ilgili model parametreleri Tablo 2’deki gibi kestirilmiştir.

Tablo 2. En az kareler kestirmesi ile elde edilen üçüncü dereceden modelin parametreleri.

$A(z^{-1})$	$\hat{a}_1 = -1.055$	$\hat{a}_2 = 0.1698$	$\hat{a}_3 = 0.0622$
$B(z^{-1})$	$\hat{b}_0 = 0.1648$	$\hat{b}_1 = 0.0200$	$\hat{b}_2 = -0.0307$

Tablo 2 kullanılarak ayrık zaman için motorun dönceç gerilimi ile hızı arasındaki ayrık zaman transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$G(z^{-1}) = \frac{0.1648 + 0.02z^{-1} - 0.0307z^{-2}}{1 - 1.055z^{-1} + 0.1698z^{-2} + 0.0622z^{-3}}$$

4.3 Model Sağlaması

Kestirilen modelin çıkış yanıtı ile gerçek modelin çıkış yanıtı etkin değer hata (RMS error) yöntemi ile karşılaştırılarak model sağlaması yapılmıştır. Kestirilen değişik dereceli modeller için etkin değer hataları hesaplanmıştır. Sonuçlar Tablo 3’te verilmiştir. Üçüncü derece bir model uygun görülmektedir. Üçüncü dereceden sonra model derecesindeki artışlar öngörülen modellerin performanslarında belirgin bir artışa neden olmamaktadır.

Tablo 3. Kestirilen farklı modeller için etkin değer hataları.

	1. derece model	2. derece model	3. derece model	4. derece model	5. derece model
RMS hatası	0.0330	0.0304	0.0298	0.0298	0.0294
	6. derece model	7. derece model	8. derece model	9. derece model	10. derece model
RMS hatası	0.0297	0.0294	0.0295	0.0287	0.0286

5. SONUÇLAR

Bu çalışmada doğal mknatıslı bir DC motorun modellenmesi ve tanınması incelenmiştir. Tanılama için en az kareler kestirme yöntemi kullanılmıştır.

Süreç reaksiyon yöntemi ile motorun durgun ve geçici rejim davranışları analiz edilmiştir.

Laboratuvar ortamında gerçekleştirilen deney çalışmaları bilgisayar tabanlı parametre tanılamasının etkin bir biçimde yapılabilirliğini göstermiştir. Üçüncü dereceden ayrık zamanlı doğrusal bir model elde edilmiştir. Kestirilen üçüncü dereceden modelin difransiyel denklemlerle ifade edilen gerçek modelden daha düşük dereceli olduğu da gösterilmiştir.

6. KAYNAKLAR

- [1] S. Lakshminarayanan, G. Emoto, S. Ebara, K. Tomida, S.L. Shah, “Closed loop identification and control loop reconfiguration: an industrial case study”, Journal of Process Control 11, 587-599, 2001.
- [2] K. Ziaei, N. Sepehri, “Modeling and identification of electrohydraulic servos”, Mechatronics 10, 761-772, 2000.
- [3] J.H. Horng, “Neural adaptive tracking control of a DC motor”, Information Sciences 118, 1-13, 1999.
- [4] Y. Yavin, P.D. Kemp, “Modeling and control of the motion of a rolling disk: effect of the motor dynamics on the dynamical model”, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 188, 613-624, 2000.
- [5] V.C. Mummadi, “Steady-state and dynamic performance analysis of PV supplied DC motors fed from intermediate power converter”, Solar Energy Materials and Solar Cells 61, 365-381, 2000.
- [6] J. Santana, J.L. Naredo, F. Sandoval, I. Grout, O.J. Argueta, “Simulation and construction of a speed control for a DC series motor”, Mechatronics 2 (9/10), 1145-1156, 2002.
- [7] Wellstead P.E., Zarrop M.B., “Self-tuning Systems Control and Signal Processing”, John Wiley & Sons, UK, 1991, ISBN: 0-471-92883-6.
- [8] A.R. Plummer, N.D. Vaughan, “Robust adaptive control for hydraulic servo systems”, ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control 118, 237-244, 1996.