

Sonlu Darbe Tepkili (SDT) Süzgeç Tasarımı İçin Yeni Bir Pencereleme Fonksiyonu

Derya Çevik Taşdemir-Prof. Dr. Arif Nacaroğlu
deryaceviktasdemir@gmail.com - arif1@gantep.edu.tr
Gaziantep Üniversitesi/Elektrik Elektronik Mühendisliği Bölümü

Özet

Sonlu Darbe Tepkili (SDP) sayısal süzgeç tasarımında Fourier Seriler kullanılarak elde edilen katsayıların pencereleme için mevcut pencere fonksiyonlarına alternatif yeni bir pencere fonksiyonu önerilmiştir. Önerilen fonksiyon temel olarak Gauss Penceresi ve Hamming Penceresi üzerinde çalışılarak elde edilmiş bir pencere fonksiyonudur. Bu iki pencere fonksiyonunun birleştirilmesi ve etkili değiştirge sayısının artırılması ana kulak darlığının ve yan kulak büyüklüğünün daha fazla değişken üzerinden kontrol edilmesini kolaylaştırmıştır. Birçok sayısal örnek üzerinde çalışmalar yapılarak uygun sayısal katsayı değerlerinin bulunması amaçlanmıştır. Önerilen pencere fonksiyonu farklı süzgeç tipleri, farklı pencere uzunlukları v.b. üzerinde denenmiş, çalıştırılan örneklerden önerilen pencere fonksiyonun özellikle yan kulak eğrilerinde kullanılan mevcut pencere fonksiyonlarına kıyasla daha verimli olduğu gözlemlenmiştir.

Giriş

Pencere fonksiyonları sayısal devre tasarımlarında ve uygulamalarında yaygın olarak kullanılmaktadır. Sayısal süzgeç tasarımında temel iki analitik yaklaşım vardır. Sonlu ve sonsuz darbe tepkili tasarımlar olarak bilinen süzgeç şekillerinde sayısal yaklaşım metoduna karşı bir seçenek olarak Fourier Serilerin kullanımı temel bir yöntem olmuştur. Özellikle Sonlu Darbe Tepkili (SDT) sayısal süzgeçlerde önerilen kazanç eğrilerine en yakın kazancın elde edilmesi sadece yüksek dereceli süzgeçler tasarlanmasına değil, ancak aynı süzgeç uzunluğu (N) için daha uygun pencere fonksiyonlarının bulunmasına da bağlıdır.

Esas olarak sonsuz Fourier katsayılarının kullanımıyla ideale yaklaşma olasılığı artan geçiş işlevlerinde, katsayıların sayılarının azaltılarak aynı ya da daha iyi kazanç eğrilerinin elde edilmesini sağlayan pencere fonksiyonlarının özellikle spektrumlarının darbe fonksiyonuna yaklaşması umulur. Bu çalışmada spektrum darbe fonksiyonuna daha çok benzeyen Gauss ve Hamming pencere fonksiyonlarının birleştirilmesi ile daha iyi bir pencere fonksiyonu elde edildiği görülmüştür. Önerilen pencere fonksiyonu sayısal birçok örnek ile denenmiş ve kazanç eğrileri karşılaştırılarak pencerenin verimliliği tartışılmıştır.

Önerilen Pencere Fonksiyonu

Zaman domeninde esas olarak Gauss eğrisine benzeyen pencere fonksiyonu ile dörtgen pencere fonksiyonunun gelişmiş hali olan Hamming pencere fonksiyonu birleştirilerek yeni bir pencere fonksiyonu elde edilmiştir.

Temel olarak Gauss ve Hamming pencere fonksiyonları Denklem 1 ve Denklem 2'de gösterilmiştir.

$$w(n) = e^{(-1/2) * (K * n / (N/2))^2} \quad (1)$$

$$w(n) = 0.54 - 0.46 \cos(2\pi(n/N)) \quad (2)$$

Burada N+1 pencere uzunluğunu ifade etmektedir ve n değeri $-N/2 \leq n \leq N/2$ aralığında tam sayı olarak değişmektedir. Esas olarak spektrumlarının yapısı ile doğrudan ilişkili olan verimlilikleri (1) ve (2) numaralı denklemlerde verilen pencere fonksiyonlarının uygun şekilde ve aynı denklem içinde kullanılmasının daha iyi sonuç ortaya koyacağı temelinden yola çıkılarak,

$$w(n) = \cos(\pi(n/N))^n * \alpha^{\beta(N)} \quad (3)$$

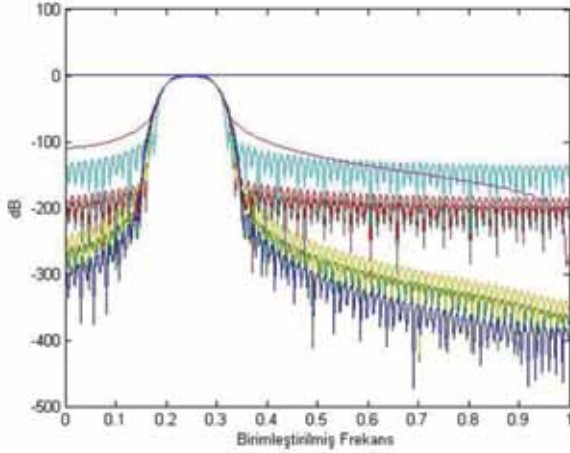
denklemleri ile verilen pencere fonksiyonunun çeşitli süzgeç tasarımlarında uygulanması incelenmiştir. 3 değişken ile şekillendirilebilen bu pencere fonksiyonu hem daha dar spektruma hem de daha düşük yan kazanç eğrisine sahiptir.

İdeal Bant Geçiren Süzgecin Bazı Pencere Fonksiyonları ile Elde Edilen Kazanç Eğrileri

Bu bölümde 3 numaralı denklem ile verilen 3 değiştirgeci pencere fonksiyonunun, pencere uzunluğu sabit tutularak, farklı değiştirgeci için, farklı süzgeç çeşitlerine uygulanması ve sonuçların kıyaslanması amaçlanmıştır.

Gauss ve Hamming pencerelerinin değiştirilerek birlikte kullanılması ile elde edilen yeni pencere fonksiyonunda Gauss özelliğini veren e sayısı α ile değiştirilerek, fonksiyonun 3 değişkenli olması ve ana kulak ve yan kulaklarının darlık ve genliklerinin birbirinden bağımsız olarak kontrol edilebilmesi sağlanmıştır.

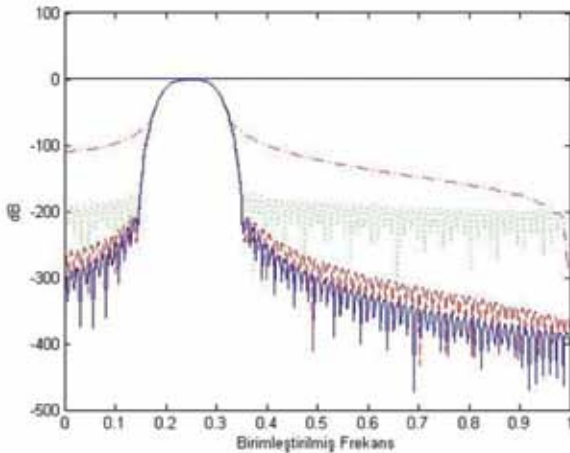
Bu çalışmada, önerilen pencere fonksiyonunun kalitesi pencere fonksiyonunun spektrumunun incelenmesinden çok bu fonksiyonun ideal süzgeç örneklerine uygulanması ile ortaya çıkan sonuçlarla incelenmiştir. α , β , η olarak belirtilen üç değerin farklı sınırlar içinde değiştirilmesi ile her 3 tip ideal süzgeç karektistiklerinde kontrol edilebilir değişiklikler olduğu gözlemlenmiştir. İdeal bir bant geçiren süzgeç üzerinde çeşitli pencere fonksiyonları denenmiş ve var olan fonksiyonlar içinde Blackman Penceresi'nin diğerlerine göre ideale daha yakın sonuç verdiği gözlemlenmiştir. Buradan yola çıkılarak (3) numaralı denklem ile önerilen pencere fonksiyonunda değeri Blackman Penceresi'nin verdiği optimum ana kulak eğrisini sağlayacak şekilde seçilmiştir. Seçilen bu değer ile oluşturulan bant geçiren eğrinin yan kulak genlikleri kıyaslanmıştır. Aynı süzgeç, aynı uzunlukta bazı farklı pencere fonksiyonlarıyla da elde edilmiş ve hem ana kulak hem yan kulak genliklerini gösteren grafikler Şekil 2.1'de verilmiştir.



Şekil 2.1. Önerilen Pencere Fonksiyonunun Mevcut Pencere Fonksiyonları ile Kıyaslanması

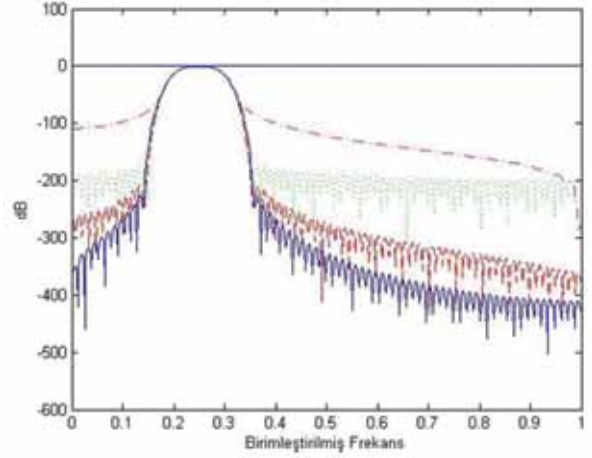
Şekil 2.1'de Blackman Pencere Fonksiyonu (yeşil), Hamming Pencere Fonksiyonu (kırmızı), Kaiser Pencere Fonksiyonu (açık mavi), Bartlett Pencere Fonksiyonu (mor), Gauss Pencere Fonksiyonu (siyah) olarak gösterilmiştir ve bu şekilde dikey eksen dB cinsinden kazanç (kayı) göstermektedir. Bu çalışmada önerilen pencere fonksiyonu farklı ideal süzgeç kazanç eğrileri için denenmiş ve hepsinde benzer sonuçlar elde edilmiştir. Şekil 2.1'de verilen örnek, geçirme frekansı örnekleme frekansının $1/8$ 'i, bant genişliği örnekleme frekansının $1/20$ 'si ve pencere uzunluğu 151 olan bir bant geçiren süzgeçtir.

α , β ve η değerlerinin belirli sınırlar içerisinde artırılıp-azaltılması önerilen pencere fonksiyonu ile tasarlanan bant geçiren süzgecin ana kulak ve yan kulak eğrilerinde değişime sebep olmuştur. Bu değişimin gözlemlenebilmesi için Şekil 2.1'de verilen süzgeç şartları aynı tutularak η değeri 2.4 olarak alınmış ve tasarlanan süzgecin kazanç eğrileri Şekil 2.2'de verilmiştir. $\eta=3$ için elde edilen kazanç eğrileri de Şekil 2.3'te gösterilmiştir. Aynı değişiklikler geniş bir aralıkta α ve β değerleri için de yapılmış ve elde edilen sonuçlardan α değerinin 2 ve β değerinin 8 alınması durumunda önerilen pencere fonksiyonunun diğer pencere fonksiyonlarına kıyasla ideale daha yakın bant geçiren süzgeç karakteristiği verdiği gözlenmiştir.



Şekil 2.2. $\eta=2.4$ için Farklı Pencere Fonksiyonları ile Elde Edilen Bant Geçiren Süzgeç Karakteristiklerinin Kıyaslanması

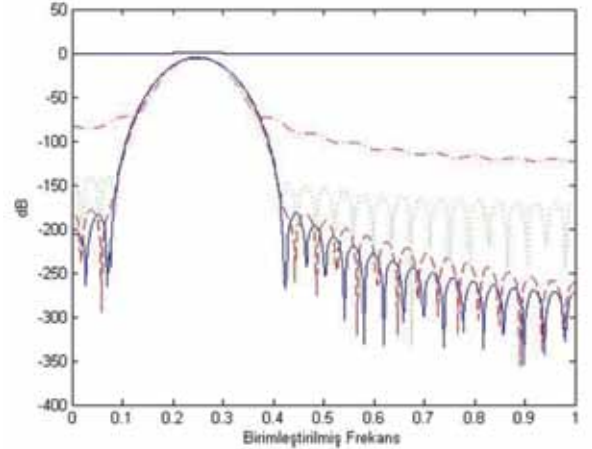
Grafiklerde; Bartlett Pencere Fonksiyonu (-.-.-.-) mor çizgi, Gauss Pencere Fonksiyonu (.....) yeşil çizgi, Blackman Pencere Fonksiyonu (----) kırmızı çizgi, önerilen pencere fonksiyonu (___) mavi çizgi ile belirtilmiştir.



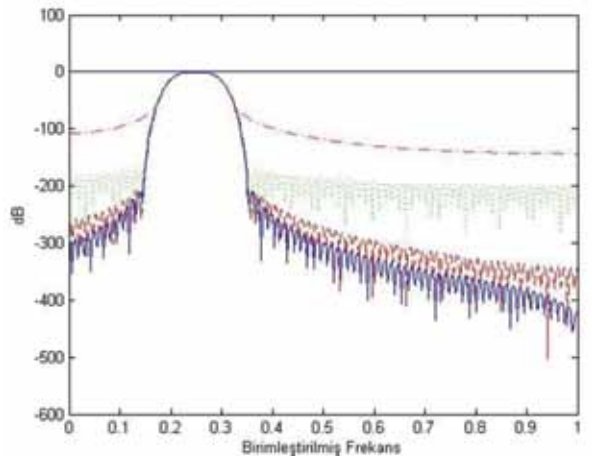
Şekil 2.3. $\eta=3$ için Farklı Pencere Fonksiyonları ile Elde Edilen Bant Geçiren Süzgeç Karakteristiklerinin Kıyaslanması

Önerilen Pencere Fonksiyonunda Farklı Pencere Uzunluklarının Kullanılması

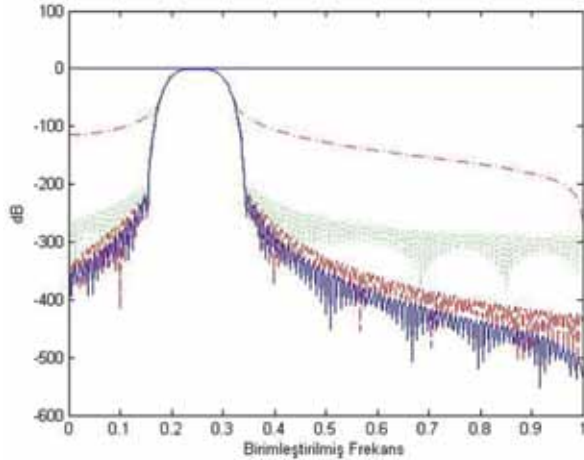
Önerilen pencere fonksiyonunun bant geçiren süzgeç üzerindeki verimliliğini incelemek amacıyla α için 2, β için 8 ve η için 2.4 optimum değerler alınarak; 3 farklı pencere uzunluğunda, önerilen pencere fonksiyonun en çok kullanılan diğer pencere fonksiyonları ile kıyaslanması yapılmıştır. Sonuçlar Şekil 2.4, 2.5 ve 2.6'da gösterilmiştir.



Şekil 2.4. $N+1=51$ için Önerilen Pencere Fonksiyonunun Diğer Pencere Fonksiyonları ile Kıyaslanması



Şekil 2.5. $N+1=151$ için Önerilen Pencere Fonksiyonunun Diğer Pencere Fonksiyonları ile Kıyaslanması

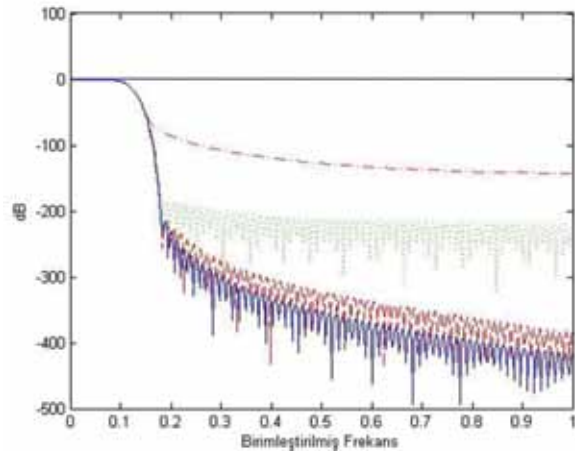


Şekil 2.6. $N+1=202$ için Önerilen Pencere Fonksiyonunun Diğer Pencere Fonksiyonları ile Kıyaslanması

Şekil 2.4, 2.5 ve 2.6'dan önerilen pencere fonksiyonunun diğer pencere fonksiyonlarına kıyasla, yan kazanç kulak eğrileri bakımından farklı pencere uzunluklarında da daha başarılı olduğu görülmektedir. Yani pencere uzunluğunun değişmesinin, önerilen pencere fonksiyonunun başarısını etkilemediği gözlemlenmiştir.

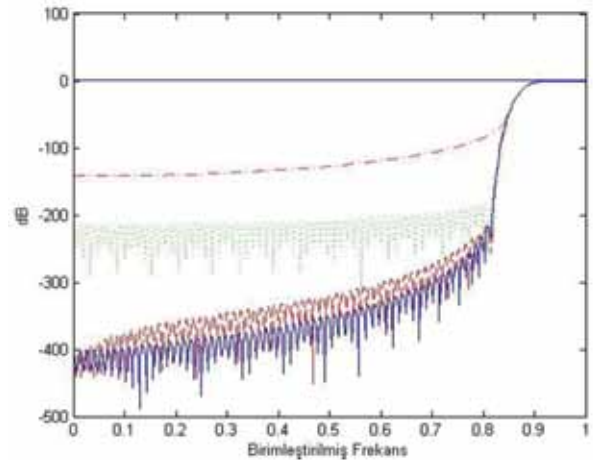
Önerilen Pencere Fonksiyonunun Farklı Süzgeç Tasarımlarında Kullanılması

Bu bölümde alçak geçiren, yüksek geçiren ve çift bant geçiren süzgeç tasarımlarında önerilen pencerenin kullanılması ile elde edilen kazanç eğrilerinin bilinen pencere fonksiyonlarıyla elde edilen kazanç eğrileri ile kıyaslanması yapılmıştır. Her üç örnek için de α değeri 2, β değeri 8 ve η değeri 2.4 olarak seçilmiştir. Kıyaslanmanın sağlıklı olabilmesi için süzgeç uzunlukları 151 olarak alınmıştır. Sonuçlar sırasıyla Şekil 2.7, Şekil.2.8 ve Şekil 2.9'da gösterilmiştir.

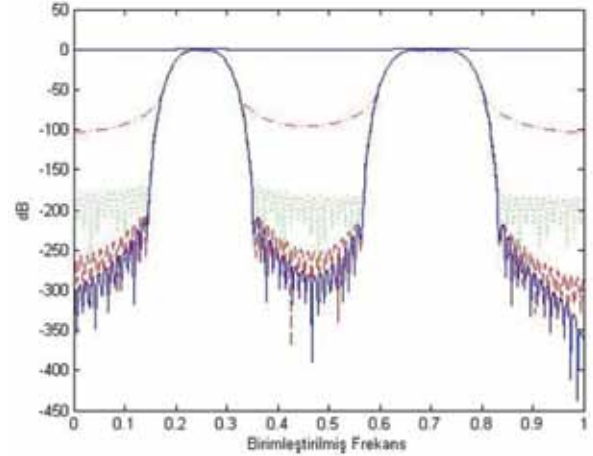


Şekil 2.7. Farklı Pencere Fonksiyonları ile Tasarlanan Alçak Geçiren Süzgeç Kazanç Eğrilerinin Kıyaslanması

Şekil 2.7, 2.8 ve 2.9'da, önerilen pencere fonksiyonunun farklı pencere uzunluklarında da, en çok kullanılan Bartlett, Gauss, Blackman pencere fonksiyonlarına kıyasla, farklı süzgeç tasarımlarında da özellikle yan kazanç eğrileri bakımından daha başarılı olduğu görülmektedir. Denemelerin ışığında, kullanılan süzgeç tipinin, süzgeç uzunluğunun değişmesinin önerilen pencere fonksiyonunun başarısını olumsuz olarak etkilemediği sonucuna varılmıştır.



Şekil 2.8. Farklı Pencere Fonksiyonları ile Tasarlanan Yüksek Geçiren Süzgeç Kazanç Eğrilerinin Kıyaslanması



Şekil 2.9. Farklı Pencere Fonksiyonları ile Tasarlanan Çift Bant Geçiren Süzgeç Kazanç Eğrilerinin Kıyaslanması

Sonuçlar

Bu çalışmada, sonlu darbe tepkili süzgeç tasarımlarında halen kullanılmakta olan pencere fonksiyonlarına farklı bir seçenek olarak Gauss ve Hamming Pencere fonksiyonlarının değiştirilmesi ve harmanlanması ile elde edilen yeni bir pencere fonksiyonu önerilmiştir. Önerilen pencere fonksiyonu farklı pencere uzunluklarında ($N+1$), farklı süzgeç tiplerinde ve çeşitli sayısal örnekler üzerinde denenmiştir. Önerilen fonksiyonun özellikle yan kazançlarının düşürülmesinde oldukça başarılı olduğu gözlemlenmiştir.

Kaynaklar

- [1] Avcı K, Nacaroglu A "Cosh window family and its application to FIR Filter Design", Science Direct, 2009
- [2] Antoniou A. Digital Signal Processing: signal, systems and filters. Newyork: Mc Graw Hill
- [3] Avcı K, Nacaroglu A. Cosine hyperbolic window family with its application to FIR filter design. In Proceedings of the 3rd interbational conference on information and communication Technologies: from theory to applications (ICTTA '08), Damascus, Syria, 2008. p. 289-90
- [4] Schlichtharle D. Digital filters: basic and design. Heidelberg: Springer; 2000
- [5] Dolph CL. A current distribution for roadside arrays which optimizes the relationship between beamwidth and side-lobe level. Proc IRE 1946;35-48 ■