

# TEKİL NOKTALARIN GÜÇ SİSTEMLERİNİN DİNAMİĞİNE OLAN ETKİLERİ

Saffet AYASUN

Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Mühendislik-Mimarlık Fakültesi  
Niğde Üniversitesi, 51100, Niğde  
e-posta: saffetayasun@yahoo.com

Anahtar sözcükler: Diferansiyel-Cebirsel Güç Sistem Modeli, Tekil Noktalar, Çatallaşma, Sistem Dinamiği

## ÖZET

Bu bildiri de diferansiyel-cebirsel denklem (DCD) biçiminde modellenen güç sistemlerinin dinamiğine tekil noktaların etkileri araştırılmıştır. Tekil noktalar yük baralarındaki aktif ve reaktif yük dengesini ifade eden cebirsel denkleme ait Jakobiyen matrisinin tekil olduğu noktalar olarak tanımlanmaktadır. Tekil noktaların gerilim kararlılığına etkisi üç baralı bir güç sistemi kullanılarak incelenmiştir.

## 1. GİRİŞ

Güç sistemlerinde kararlılık analizlerinde kullanılan dinamik sistem modelleri iki ana gruba altında toplanmaktadır: i) Diferansiyel denklem (DD) modeli ii) Diferansiyel-cebirsel denklem (DCD) modeli [1]. Her iki model de belli bir parametreye (genellikle yük artışı) bağlı olmakla beraber, çok farklı dinamik özellikler göstermektedir. DD modelinde hem yük ve hemde jeneratör dinamikleri belli bir diferansiyel denklem seti ile ifade edilmekte ve sistemdeki yük artışına bağlı olarak gerilim kararlılığı analizleri yapılmaktadır. DCD modelinde ise yükün dinamiği jeneratörlerin dinamiğine göre daha hızlı olduğundan yük dinamikleri diferansiyel denklem yerine cebirsel denklemlerle modellenmektedir.

Sabit yüklü klasik güç sistemlerinin dinamiği genellikle parametreye bağlı aşağıda verilen DCD modeli kullanılarak analiz edilir:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, y, \alpha) \\ 0 = g(x, y, \alpha) \end{cases} \quad (1)$$

Burada  $x \in \mathcal{R}^n$  jeneratörlerin faz açısı ve açısal hızlarını içeren dinamik durum değişken vektörü,  $y \in \mathcal{R}^m$  yük baraları geriliminin genlik ve faz açılarını içeren cebirsel durum değişken vektörü ve  $\alpha \in \mathcal{R}^k$  ise baralardaki aktif ve reaktif gücü ifade eden parametre vektörüdür. Fonksiyonlar  $f: \mathcal{R}^{n+m+k} \rightarrow \mathcal{R}^n$  ve  $g: \mathcal{R}^{n+m+k} \rightarrow \mathcal{R}^m$  ise sırası ile jeneratör barası dalga denklemleri ve yük baralarındaki aktif ve reaktif yük akış denklemlerini ifade etmektedir.

Güç sistemlerinde parametre değişimine bağlı olarak oldukça kompleks dinamikler gözlenebilmektedir. Bunlardan en yaygın olanı yük artışının bir sonucu

olarak sistem denge noktalarının çatallaşmasıdır. Çatallaşma (bifurcation) teorisi güç sistemlerindeki açısal kararlılık ve gerilim kararlılığı gibi değişik sorunların analiz edilmesinde kullanılan en yaygın yöntemlerden birisidir. DCD ile modellenen bir güç sisteminde yük artışı sonucu üç temel çatallaşma olayı meydana gelmektedir. Bunlar, Eyer Noktası (Saddle Node), Hopf ve Tekil Noktadan Kaynaklanan (Singularity-Induced) çatallaşmalarıdır. Bunlardan Eyer Noktası ve Hopf çatallaşmaları literatürde detaylı olarak incelenmiş olup, gerilim çökmesi ve salınım kararsızlıkları ile alakalı oldukları gösterilmiştir [2].

Tekil Noktadan Kaynaklanan (TNK) çatallaşması ise sadece DCD modelinde gözlenmekte olup, sistem denge noktasının cebirsel denkleme ait Jakobiyen matrisinin tekil olduğu noktaya denk gelmesi durumudur [3]. Bu noktada sistem Jakobiyen matrisine ait bir özdeğer sonsuza gitmektedir. Bu çatallaşmanın meydana gelmesi, verilen herhangi bir parametre değeri için sistem durum uzayında, tekil noktalardan oluşan bir setin (tekil set) varlığına işaret etmektedir. Bu setin varlığı ve durum uzayındaki konumu DCD ile modellenen sistemlerin dinamik kararlılık değerlendirmelerinde oldukça önemli bir rol oynamaktadır. Tekil noktaların gerilim kararlılığına olan etkilerini araştırılan çeşitli çalışmalar mevcuttur. Bunlardan bazıları: i) Yük geriliminin genliğindeki ani düşüşler, [4], ii) Tekil sete yakınlık [5] iii) Yük barası değişkenleri (gerilim genliği ve açısı) ile jeneratör barası değişkenleri (jeneratör faz açısı ve açısal hızı) arasındaki nedensellik ilişkisinin ortadan kalkması [6].

Bu çalışmalardan çıkan en önemli sonuçlardan birisi tekil noktaların verilen bir denge noktasına ait kararlılık bölgesi sınırında bulunduğu ve sistem yörüngesinin tekil set civarından geçmesi durumunda bunun gerilim kararsızlığına sebep olduğudur. Tekil noktalarda, yük baraları gerilim genliği ve faz açısı, jeneratör barası faz açısındaki değişimleri takip edememekte ve bundan dolayı sistem pratik olarak çalışması mümkün olmayan düşük gerilimli bir denge noktasına ulaşabilmektedir. Tekil noktaların durum uzayındaki konumlarının bilinmesi gerilim kararlılığı değerlendirmelerinde çok önemlidir.

Bu bildiride, tekil noktaları yük artışına bağlı olarak hesaplamak için daha önce geliştirilen metodlar kullanılarak [7, 8], bu noktaların gerilim kararlılığına olan etkileri üç baralı bir sistem için araştırılmıştır.

## 2. TEKİL NOKTALAR

DCD ile modellenen güç sistemlerinin kararlılığını değerlendirmek için atılacak ilk adım yük artışına bağlı olarak denge noktalarının ve bunların küçük-sinyal kararlılık özelliklerinin belirlenmesidir. Verilen bir parametre seti için sistem denge noktaları iki adet cebirsel denklemin çözümüdür ve aşağıdaki verilen denge noktaları setini oluştururlar.

$$E = \left\{ (x, y, \alpha) \in \mathfrak{R}^{n+m+k} \begin{cases} f(x, y, \alpha) = 0 \\ g(x, y, \alpha) = 0 \end{cases} \right\} \quad (2)$$

Denge noktalarının küçük-sinyal kararlılık özellikleri ve olası çatalaşmalar, sistem Jakobiyen matrisinin özdeğerleri bulunarak belirlenir. Herhangi bir denge noktasında sistem Jakobiyen matrisi aşağıdaki eşitlik ile verilmektedir:

$$[A_{\text{sys}}] = [D_x f] - [D_y f][D_y g]^{-1}[D_x g] \quad (3)$$

Burada,  $[D_x f]$ ,  $[D_y f]$ ,  $[D_x g]$  ve  $[D_y g]$  matrisleri  $f(x, y)$  ve  $g(x, y)$  fonksiyonlarının  $x$  ve  $y$  değişkenlerine göre kısmi türevlerini içeren Jakobiyen matrisleridir.

Denge noktaları etrafında denklem (1)'de verilen DCD modelinin zaman düzleminde dinamik kararlılık analizleri yapmak için, genellikle DCD modeli lokal olarak aynı dinamik özellikleri gösteren DD modeline indirgenir. Fakat bu indirgeme sadece yük baraları gerilim genliği ve faz açılarının ( $y$ ), jeneratör baraları faz açısı ve açısal hızlarının bir fonksiyonu olarak tanımlanabildiği koşullarda mümkündür. Güç sistem uygulamalarında bu koşullar *gerilim nedensellik* (voltage causality) koşulu olarak bilinir [6]. Diğer bir ifadeyle, gerilim nedensellik şartının sağlandığı herhangi bir noktada, bu noktaya  $(x^*, y^*, \alpha^*)$  diyelim, kesin fonksiyon teoremine (implicit function theorem) göre  $(x^*, \alpha^*)$  noktası etrafında tanımlı  $y^* = \psi(x^*, \alpha^*)$  biçiminde  $g(x, \psi(x, \alpha), \alpha) = 0$  denklemini sağlayan  $\psi(x, \alpha)$  fonksiyonu mevcuttur.

Bu durumda, sistem yörüngesi lokal olarak tanımlanan aşağıdaki DD setini çözerek belirlenir:

$$\dot{x} = \phi(x, \alpha) := f(x, \psi(x, \alpha), \alpha) \quad (4)$$

Genellikle durum uzayının geniş bir bölgesinde denklem (1)'de verilen DCD modelinin denklem (4)'de tanımlanan DD modeline indirgenmesi mümkündür. Bu bölge, *gerilim nedensellik bölgesi* (voltage causal region) olarak bilinmekte ve aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır [4]:

$$C_k = \left\{ (x, y) \in \mathfrak{R}^{n+m} \begin{cases} \det[D_y g] \neq 0 \\ [D_y g]_{(x,y)} \text{ matrisi } k \text{ adet negatif} \\ \text{reel özdeğere sahiptir} \end{cases} \right\} \quad (5)$$

Burada,  $k$  birden fazla sayıda ve birbirine komşu olan gerilim nedensellik bölgelerini sınıflandırmak için kullanılan bir indistir.

DCD modelinin DD modeline dönüştürülemediği noktalar  $[D_y g]$  matrisinin tekil olduğu ( $\det[D_y g] = 0$ ) noktalardır. DCD modelinin *cebirsel tekil noktaları* olarak da tanımlanan bu noktalar gerilim nedensellik bölgelerinin sınırlarında bulunmakta ve bu bölgeleri birbirine bağlamaktadır. Verilen herhangi bir parametre değerinde, birden fazla olan bu tekil noktalar durum uzayında *tekil yüzey* olarak bilinen bir bölgeyi tanımlar:

$$T = \left\{ (x, y) \in \mathfrak{R}^{n+m} \mid g(x, y) = 0, \det[D_y g] = 0 \right\} \quad (6)$$

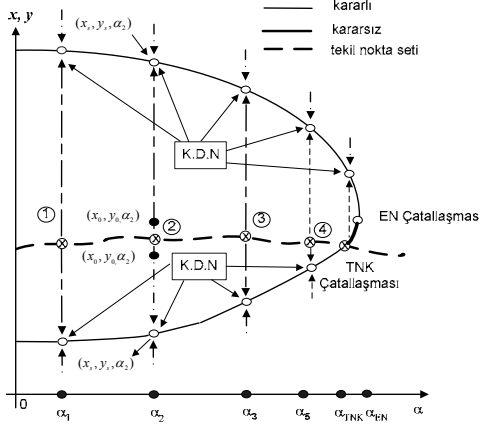
Tekil noktaların en büyük özelliği, bu noktalarda sistemin gerilim dinamiği analizinin DCD model kullanılarak yapılamamasıdır. Bunun sebebi ise, bu noktalar etrafında gerilim dinamiği çok hızlı bir karaktere sahip olduğundan, DD'leri çözmek için kullanılan nümerik integrasyon metodlarında yakınsama problemleri ile karşılaşılmasıdır. Bu yüzden, bu noktaların durum uzayındaki konumları ve bunların yük artışına bağlı olarak nasıl değiştiğinin bilinmesi gerilim kararlılığı açısından çok önemlidir.

Ayrıca, güç sistemlerinde yine yük artışına bağlı olarak denklem (6)'da tanımlanan tekil yüzeydeki bazı noktaların denklem (2)'de verilen sistem denge noktaları seti ile kesişmesi mümkündür. Diğer bir ifadeyle,  $E$  setine ait bir denge noktasında  $[D_y g]$  matrisi tekil olabilir. Bu durum sadece DCD modelinde ortaya çıkmakta ve güç sistemleri literatüründe Tekil Noktadan Kaynaklanan (TNK) çatalaşma olarak bilinmektedir [3]. Bu çatalaşma noktasında denklem (3)'de verilen sistem Jakobiyen matrisinin özdeğerinden biri kompleks düzlemde sanal eksen ( $j\omega$ -eskeni) kesmeden  $-\infty$ 'dan  $+\infty$ 'a gitmektedir ve bundan dolayı denge noktasının küçük-sinyal kararlılık özelliği kararlardan kararsıza değişmektedir. TNK çatalaşma noktalarından oluşan set aşağıdaki biçimde tanımlanmaktadır.

$$TNK = \left\{ (x, y, \alpha) \in \mathfrak{R}^{n+m+k} \begin{cases} f(x, y, \alpha) = 0, g(x, y, \alpha) = 0 \\ \det[D_y g] = 0 \end{cases} \right\} \quad (7)$$

Güç sistemlerinde denge noktalarının konumu ve küçük-sinyal kararlılık özelliklerinin yük artışına göre nasıl değiştiğini göstermek amacı ile burun eğrisi (nose curve) olarak bilinen iki boyutlu eğriler kullanılır.

Şekil 1'de TNK ve Eyer Noktası (EN) çatalaşmalarının nasıl meydana geldiğini gösteren böyle bir eğri verilmiştir. Şekil 1'de görüldüğü üzere verilen her parametre (sistem yükü) değeri için iki adet denge noktası mevcuttur. Parametre ( $\alpha$ ) ile sistem yükü nominal yük değerinden başlayarak yavaş yavaş artırıldığında bu iki denge noktası birbirlerine yaklaşmakta ve en sonunda  $\alpha = \alpha_{\text{EN}}$  değerinde birleşip tek bir denge noktası haline gelmektedir.



Şekil 1. Sistemin denge ve tekil noktalarının parametreye göre değişimi

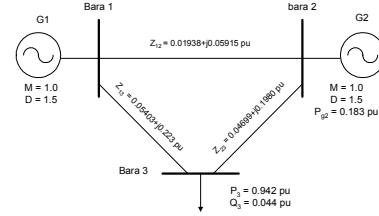
Bu nokta EN çatallaşması olup gerilim kararlılığı için en kritik noktalardan biridir. Sistem yükü arttırılmaya devam edildiğinde yük akış denklemlerini sağlayan denge noktaları mevcut değildir ve sistemde gerilim çökmesi gözlemlenmektedir.

Şekil 1'de verilen eğrinin EN çatallaşma noktasına kadar olan üst kısmındaki bütün denge noktaları kararlı denge noktalarıdır (K.D.N). Fakat, eğrinin alt bölgesindeki denge noktaları  $\alpha = \alpha_{TNK}$  değerine kadar kararlı olmakta ve bu parametre değerinde denge noktasının küçük-sinyal kararlılık özelliği TNK çatallaşmasından dolayı değişmektedir. Sistem yükü  $\alpha = \alpha_{TNK}$  ötesinde arttırıldığında denge noktası kararsız olmakta ve nihayet  $\alpha = \alpha_{EN}$  değerinde kararlı bir denge noktası ile birleşerek EN çatallaşmasına sebep olmaktadır. TNK çatallaşmasının sebebi alt bölgedeki bir denge noktasının kesik çizgi ile gösterilen tekil nokta seti ile çakışmasıdır. Şekil 1'de değişik parametre değerinde tekil noktalar  $\otimes$  sembolü ile gösterilmiştir. Herhangi bir yük değerinde, örneğin  $\alpha = \alpha_2$  için, alt ve üst denge noktalarının her ikisinde kararlıdır ve herbiri başka bir gerilim nedensellik bölgesinde yer almaktadır. İki denge noktasının arasındaki tekil nokta (tekil nokta ②) her iki denge noktasının kararlılık bölgesi sınırında yer almakta ve sistemin dinamik tepkisini belirlemektedir. Şekil 1'de bu tekil noktadan ayrılan, birbirinde farklı iki adet yörünge kesik çizgi ile gösterilmiştir. Sistem yörüngesinin hangi denge noktasına ulaşacağını başlangıç koşulunun,  $(x_0, y_0, \alpha_2)$ , tekil noktaya göre olan konumu belirler. Eğer, başlangıç noktası tekil noktanın üzerinde ise sistem yörüngesi kararlı olan üst denge noktasına, altında ise alt denge noktasına ulaşacaktır. Yörüngenin üst denge noktasına ulaşması, bu noktanın gerilim seviyesi genellikle nominal gerilim civarında olduğundan sistem kararlılığı açısından istenen bir durumdur. Fakat, alt denge noktası düşük gerilimli bir denge noktası olduğundan yörüngenin buraya ulaşması gerilim kararlılığı açısından arzu edilmeyen bir durumdur. Zira, sistem düşük gerilimli bu noktada çalışmaya devam

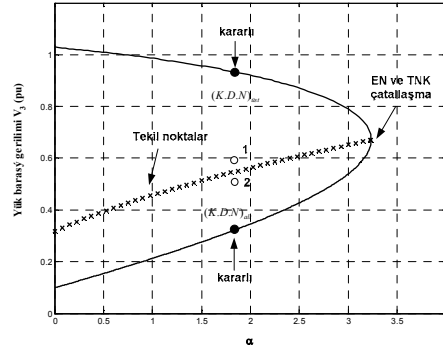
edememekte ve kısa-dönem gerilim çökmesi (short-term voltage collapse) olarak bilinen gerilim kararlılığı meydana gelmektedir.

### 3. SİMÜLASYON SONUÇLARI

Bu bölümde, Şekil 2'de verilen üç baralı bir sistem için Gerilim Kararlılık Programı (GKP) [8] kullanılarak elde edilen sonuçlar verilmiştir. Şekil 3 yük barası geriliminin ve tekil noktaların aynı baradaki aktif yük artışına bağlı olarak nasıl değiştiğini göstermektedir. GKP'da aktif yük artışı ( $\alpha$ ) parametresini arttırarak sağlanmaktadır. Şekilde görüldüğü üzere verilen herhangi bir ( $\alpha$ ), örneğin  $\alpha = 1.8375$ , için üst kararlı denge noktası ( $K.D.N$ )<sub>üst</sub> ve alt kararlı denge noktası ( $K.D.N$ )<sub>alt</sub> olmak üzere iki adet kararlı denge noktası vardır. EN ve TNK çatallaşmaları ise yaklaşık olarak  $\alpha = 3.2$  civarında meydana gelmektedir.  $\alpha = 1.8375$  için denge noktaları ve tekil noktanın sayısal değerleri Tablo 1'de verilmiştir.



Şekil 2. Üç baralı bir güç sisteminin tek hat şeması



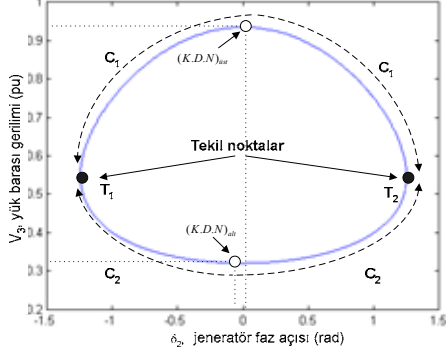
Şekil 3. Yük bara geriliminin ve tekil noktaların aktif yük artışına göre değişimi

Tablo 1.  $\alpha = 1.8375$  için denge, tekil noktalar ve başlangıç koşullarının sayısal değerleri

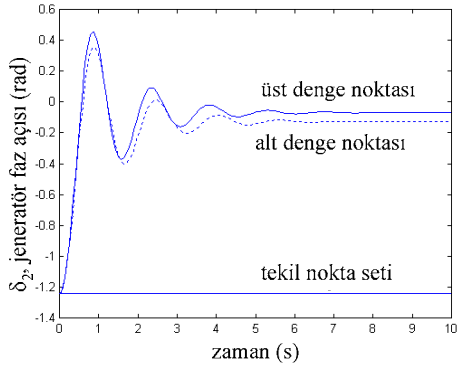
	$\delta_2$ (rad)	$V_3$ (pu)	$\delta_3$ (rad)
Başlangıç koşulu I	-1.24325	0.551466	-1.32948
Başlangıç koşulu II	-1.24324	0.543611	-1.34098
Tekil nokta I, $T_1$	-1.24335	0.547542	-1.33526
Alt denge noktası	-0.06917	0.933669	-0.33910
Üst denge noktası	-0.12774	0.321050	-1.11558

Denge ve tekil noktaların belirlenmesinden sonraki adım ise verilen bir parametre değerinde, durum uzayında gerilim nedensellik bölgelerinin ( $C_k$ )

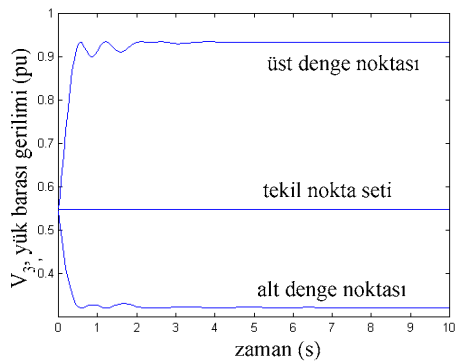
bulunmasıdır. Şekil 4  $\alpha = 1.8375$  için  $(\delta_2, V_3)$  uzayında bu bölgeleri göstermektedir. Şekilde görüldüğü gibi  $C_1$  ve  $C_2$  olmak üzere iki adet gerilim nedensellik bölgesi mevcuttur.  $T_1$  ve  $T_2$  tekil noktaları bu iki bölgeyi birbirinden ayırmaktadır. Ayrıca, Şekil 3’de gösterilen üst  $(K.D.N)_{üst}$  ve alt  $(K.D.N)_{alt}$  denge noktalarının nedensellik bölgesindeki konumlarıda Şekil 4’de verilmiştir.



Şekil 4.  $\alpha = 1.8375$  için  $(\delta_2, V_3)$  uzayında gerilim nedensellik bölgeleri ve tekil noktalar



(a)



(b)

Şekil 5. G2 jeneratör faz açısı ( $\delta_2$ ) ve yük barası gerilimine ( $V_3$ ) ait tekil nokta etrafından başlayan yörüngelerin zamana göre değişimi

Şekil 5 tekil nokta  $T_1$ ’e sayısal değer olarak çok yakın iki farklı başlangıç noktasından başlayan jeneratör faz açısı ve yük barası gerilimine ait yörüngelerin zamana göre değişimini göstermektedir. Başlangıç

koşullarının sayısal değerleri Tablo 1’de verilmiştir.  $T_1$  noktasının hemen üzerinden başlayan bir yörünge, gerilim genliği açısından pratik çalışma noktası olan üst denge noktasına gitmekte, hemen altından başlayan ise gerilim değeri düşük olan ( $V_3 = 0.321$  pu.) alt denge noktasına ulaşmaktadır. Fakat, sistem bu denge noktasında pratik olarak çalışamayacağından kısa-dönem gerilim çökmesi meydana gelecektir. Bu iki denge noktasındaki jeneratör faz açısı değerleri arasında fazla bir fark olmadığından sistem açısız anlamda kararlıdır.

#### 4. SONUÇ

Güç sistemleri DCD ile modellendiğinde DD modelinde gözlenmeyen TNK çatallaşması meydana gelmektedir. Tekil noktaların durum uzayındaki konumları ve bunların yük artışına bağlı olarak değişimlerinin nasıl olacağı gerilim kararlılığı değerlendirmelerinde oldukça önemlidir. Simülasyon sonuçlarının gösterdiği üzere sistem yörüngesinin hangi denge noktasına gideceğini tekil noktaların konumu belirlemektedir.

#### KAYNAKLAR

- [1] Hill J. D., Special Issues on Nonlinear Phenomena in Power Systems, PROC. OF IEEE vol. 83, pp. 1437-1596, 1995.
- [2] Canizares A. C., Voltage Stability Assessment, Procedures, and Guides, IEEE/PES POWER SYSTEM STABILITY SUBCOMMITTEE SPECIAL PUBLICATION, Final Draft, 2001.
- [3] Venkatasubramanian V., Schattler H., Zaborszky J., Local Bifurcations and Feasibility Regions in Differential-Algebraic Power Systems, IEEE TRANS. AUTOMAT. CONTR., vol. 40, no. 12, pp. 1992-2013, 1995.
- [4] Hiskens A. I., Hill J. D., Energy Functions, Transient Stability ve Voltage Behavior in Power Systems with Nonlinear Loads, IEEE TRANS. POWER SYST., vol. 4, pp. 1525-1533, 1989.
- [5] Praprost L. K., Loparo A. K., An Energy Function Method for Determining Voltage Collapse During a Power System Transient, IEEE TRANS. CIRCUITS AND SYST I., vol. 41, no. 10, pp. 635-651, 1994.
- [6] Kwatny G. H., Pasrija K. A., Bahar Y. L., Static Bifurcations in Electric Power Networks: Loss of Steady State Stability and Voltage Collapse, IEEE TRANS. CIRCUITS AND SYST. I., vol. 33, no. 10, pp. 981-991, 1986.
- [7] Ayasun S., Nwankpa O. C., Kwatny G. H., A Novel Method to Compute Singular Points of Differential-Algebraic Power System Model, PROC. OF THE AMERICAN CONTROL CONFERENCE (ACC), vol. 5, pp. 3563-3564, Arlington, VA, USA, 2001.
- [8] Ayasun S., Singularity Anaysis of Differential-Algebraic Power System Models, Doktora Tezi, Drexel University, Philadelphia, PA, USA, 2002.