

## Bazı Alt Uzaylarda Kriptografik Açidan Eniyilenmiş Büyük S-kutuları Cryptographically Optimized Large S-boxes in Some Subspaces

Selçuk Kavut 

Bilgisayar Mühendisliği Bölümü, Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir, Türkiye  
skavut@balikesir.edu.tr

### Öz

Arama uzayının büyüklüğünden dolayı sezgisel arama algoritmaları, güçlü kriptografik özelliklere sahip S-kutularını elde etmek için literatürde genellikle sekiz ve daha küçük boyutlardaki uzaylarda uygulanmıştır. Bununla birlikte, boyutun artmasıyla doğrusal olmama, farksal birbçimlilik ve cebirsel bağımsızlık özelliklerinin iyileşebileceği bilinmektedir. Çalışmamızda bu durum ele alınarak, bildiğimiz kadarıyla ilk defa on boyutlu uzay için arama gerçekleştirilmiştir. Özel olarak, kriptografik açıdan zengin olan bazı alt uzaylarda rastgele ve sezgisel aramalar yürütülerek, her iki alt uzay için elde edilen en iyi sonuçlar AES S-kutusunun kriptografik özellikleri ile karşılaştırılmıştır. Bunun sonucunda, cebirsel inşa yöntemlerinin yanı sıra, rastgele veya sezgisel arama algoritmaları ile on boyut için bahsedilen alt uzaylarda bulunan S-kutularının doğrusal, farksal ve cebirsel riptanalize karşı AES S-kutusunda daha dayanıklı labileceği deneysel olarak gösterilmiştir. Ayrıca, sezgisel arama algoritmasının ters fonksiyondan başlayarak arama yaptığında, ters fonksiyon ile aynı veya çok yakın kriptografik özelliklere sahip S-kutularını üretebildiği gözlenmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** S-kutusu, sezgisel arama, doğrusal olmama, farksal birbçimlilik, cebirsel bağımsızlık

### Abstract

Due to the size of the search space, heuristic search algorithms are applied for the spaces in dimensions less than 10 to obtain cryptographically strong S-boxes in literature. However, it is known that increasing dimension can improve nonlinearity, differential uniformity and algebraic immunity properties. We here perform a search in dimension ten for the first time to our knowledge. Specifically, implementing random and heuristic searches within some cryptographically rich subspaces, the best obtained results are compared with cryptographic properties of AES S-box. Consequently, beside algebraic constructions, we show that the S-boxes found by random or heuristic searches in the mentioned subspaces for dimension ten can be more resistant than AES S-box against near, differential and algebraic cryptanalyses. Further, we observe that when heuristic search is started by the inverse function, S-boxes having the same or almost the same properties as those of the inverse function can be generated.

**Key Words:** S-box, heuristic search, nonlinearity, differential uniformity, algebraic immunity

### 1. Giriş

S-kutuları (yer değiştirme kutuları) simetrik kriptosistemlerde genellikle doğrusal olmama uygulayan tek bileşenlerdir ve farksal [1], doğrusal [2], cebirsel [3, 4] ve yüksek mertebeden farksal kriptanaliz [5] gibi saldırı yöntemlerinin başarısı S-kutularının kriptografik dayanıklılığına bağlıdır. Bu nedenle kullanılan S-kutusunun kriptografik özellikleri, tüm kriptosistemin güvenliği açısından kritik bir öneme sahiptir. S-kutusu tasarımı simetrik kriptografide karşılaşılan en zor problemlerden birisidir ve literatürde bulunan güçlü kriptografik özelliklere sahip S-kutusu inşaları [6] azdır.  $n \times m$  büyüklüğünde bir S-kutusu,  $n$  bit  $m$  bite gönderen bir fonksiyon olarak tanımlanır. Çalışmamızda,  $n \times n$  büyüklüğünde bijektif S-kutuları, diğer bir ifadeyle  $n$  boyutlu  $GF(2)^n$  vektör uzayındaki permutasyonlar ele alınmıştır.

Kriptosistemlerde kullanılan S-kutularının sağlaması gereken ve (bir özelliği iyileştirirken başka bir özelliğin kötüleşmesi anlamında) birbiriyle çelişen birçok kriptografik özellik bulunduğundan, bütün kriptografik özellikler bakımından en iyi S-kutusu tasarlamak mümkün değildir [7]. Bu nedenle, kriptografik özellikler arasında dengeleme yapılması kaçınılmazdır. S-kutuları rastgele üretme, cebirsel inşa ve sezgisel/evrimsel arama yöntemleri ile elde edilebilmektedir. Bunlardan rastgele üretme kolay ve hızlı bir yöntem olmasına rağmen, bulunan S-kutularının kriptografik özellikleri çoğunlukla zayıftır. Günümüzde en popüler S-kutusu büyüklüğü olan  $8 \times 8$  durumu için, rastgele arama yöntemi doğrusal olmama değeri  $98^*$  kadar [8] (bilinen en iyi değer 112) ve farksal birbçimlilik değeri 10 ile 18 arasında [9] (bilinen en iyi değer 4) S-kutuları üretebilmektedir. Cebirsel inşalar [6] ise genellikle güçlü temel kriptografik özelliklere sahiptir. Örneğin, AES S-kutusunun [10] kullandığı  $GF(2)^8$  uzayında tanımlı ters fonksiyon [11], doğrusal olmama ve farksal birbçimlilik gibi kriptografik özellikler bakımından literatürde bilinen en iyi değerlere sahiptir. Bununla birlikte, bu tür inşa yöntemleri literatürde fazla bulunmamaktadır ve etkisi henüz günümüzde sınırlı kalmakla beraber, kullanılan cebirsel yapıların cebirsel saldırılar [3, 4] açısından zayıflığa yol açabileceği bilinmektedir. S-kutusu tasarımında yaygın olarak kullanılan (bahsedildiği gibi, AES S-kutusunun da kullandığı) ters fonksiyon, cebirsel bağımsızlık açısından en iyi dayanıklılığı sağlamamaktadır. Ayrıca, ters fonksiyonun yan kanal analizi karşısında dayanıklı olmadığı bilinmektedir [7, 12]. Diğer bir yaklaşım olan sezgisel arama yöntemleri, cebirsel yapıya daha karmaşık S-kutuları üretebilmekte, fakat arama uzayının çok büyük olmasından dolayı (bkz. Tablo 1), genellikle  $n \leq 8$  için uygulanmaktadır. Doğrusal olmama ve farksal birbçimlilik

temel kriptografik özellikler açısından ele alırsak, sezgisel yöntemleri ile elde edilen sonuçlar, rastgele arama yöntemlerinin ürettiği sonuçları iyileştirmekte; bununla birlikte, un artmasıyla cebirsel inşa yöntemleri ile ulaşılan en iyi lara ulaşamamaktadır. Özel olarak, 8 boyutlu durum için sal olmama değeri 104'e kadar [9] ve farksal imliliği 6'ya kadar [13] olan S-kutuları elde ilmektedir. Cebirsel inşa yöntemlerinin bahsedilen grafik özellikleri daha iyi olabilmektedir; bununla e, sezgisel arama yöntemleri ile yeni S-kutularının nını gerektiren senaryolar mevcuttur. Bunların başında, şin, daha önce belirtilen yan kanal analizine karşı ıklılık veya cebirsel bağımsızlık gibi) cebirsel inşa mlerinin sağlayamadığı kriptografik özellikleri, ters düşen temel kriptografik özelliklerle birlikte dengelemek veya emek gerekliliği düşünülebilir. Temel kriptografik klerin en iyi olmasından çok, tüketilen güç, donanım alanı cıkma gibi gerçekleşme açısından en iyi performansı S-kutusunun tasarımı bir başka senaryo olabilir. Ayrıca, grafik özellikleri bakımından cebirsel inşa yöntemlerine özelliklere sahip (örneğin, belirli bir şirket veya kuruma an) S-kutularının tasarlanması amacıyla sezgisel arama mleri kullanılabilir.

S-kutusu tasarımı sezgisel arama algoritmaları için kle boyut arttıkça zorlaşan bir problemdir. Yakın ıda, Jacobovic vd. [14, 15] tarafından Boole fonksiyonları kutuları tasarımının neden zor bir problem olduğunu ak için maliyet ortamı analizi yapılmıştır. Özel olarak, S- ırı için gerçekleştirilen çalışmada [14] seçilen maliyet iyonları ve komşuluk türleri için, neredeyse her başlangıç sının farklı bir yerel en iyiye gittiği gözlenmiş ve maliyet nda verimli bir şekilde gezinmenin zorluğu deneysel i gösterilmiştir. S-kutusu tasarımında sezgisel algoritma an ilk çalışma, Milan [8] tarafından yapılan tepe ma yöntemi ile rastgele üretilen  $8 \times 8$  büyüklüğündeki S- ırının doğrusal olmama değerlerinin iyileştirilmesidir. ında Milan vd. [16] genetik algoritma ile birlikte tepe ma yöntemi kullanarak doğrusal olmama ve mutlak ge değerlerini iyileştirmişlerdir. Bu iki çalışmada, sal olmama ve mutlak gösterge değerleri doğrudan et fonksiyonu olarak kullanılmıştır. Clark vd. [17], ı-Hadamard spektrumundaki tüm değerleri eniyileyen bir et fonksiyonu kullanarak, tepe tırmanmayla takip edilen na benzetimi algoritması ile [16] çalışmasındaki sonuçları ırmışlardır. Tesař [18], tüm ağaç arama tekniği ile irdiği genetik algoritmayı  $n = 6, 7, 8$  için uygulamış ve i sonuçlardan daha iyi doğrusal olmama değerleri elde ir. Kazymyrov vd. [19] dereceli azalma yöntemi ile sal olmama, farksal birbichimlilik, cebirsel derece ve el bağımsızlık özellikleri bakımından en iyi olan  $8 \times 8$  lüğündeki S-kutuları için arama gerçekleştirmişlerdir. a bu çalışmada, başlangıç fonksiyonu olarak ters iyonun seçilmesi durumunda, [18] çalışmasından daha k doğrusal olmama değerine sahip S-kutularının duğu belirtilmiştir. Doğrusal olmama ve farksal imlilik özellikleri güçlü olan fakat permutasyon olmayan uvvet fonksiyonlarından sezgisel arama ile bijektif S- ı elde etme yöntemi Mamadolimov vd. [20] tarafından ıştır. Bu yöntem, Isa vd. [21] tarafından tüm kuvvet iyonlarına genelleştirilmiş ve S-kutusu bijektif hale iek için geliştirdikleri (fazlalık giderme olarak ındırılan) algoritma  $GF(2)^8$  uzayında uygulanmıştır. Isa [22] daha sonra arıların sallanma dansından esinlenerek ıdıkları sezgisel arama algoritmasını, başlangıç iyonu olarak seçtikleri ters fonksiyona eşdeğer olan üç i bir polinoma uygulayarak önceki sonuçları ırmışlardır. Ivanov vd. [23], ters fonksiyondan elde

ettikleri başlangıç popülasyonunu kullanan genetik algoritma ile  $8 \times 8$  büyüklüğündeki S-kutuları için en yüksek doğrusal olmama değeri olan 112'ye ulaşmışlardır. Aynı çalışmada, benzer yaklaşımla  $16 \times 16$  büyüklüğündeki S-kutuları için de güçlü kriptografik özellikler elde edilmiştir. Bahsedilen çalışmalardan başlangıç olarak rastgele üretilen S-kutularının kullanıldığı arama algoritmalarının tümü,  $8 \times 8$  büyüklüğündeki tüm bijektif S-kutularının oluşturduğu (büyüklüğü  $2^{1684}$  olan) arama uzayında koşulmuştur. Bu şekilde yürütülen (ters fonksiyondan başlayarak veya belirli bir matematiksel inşa yöntemini kullanarak arama yapmayan) sezgisel aramaların ürettiği S-kutularının en iyi doğrusal olmama ve farksal birbichimlilik değerlerinin sırasıyla 104 ve 6 olduğu görülmektedir. Bununla birlikte, Döngüsel Simetrik S-Kutuları (DSSK'lar), DSSK'ların bağlaşımları ve  $k$ -DSSK'ların (burada  $k, n \times n$  büyüklüğündeki S-kutusu için  $n$ 'yi bölen ve 1'den büyük sabit bir tamsayıdır) oluşturduğu alt uzaylarda yapılan aramalar sonucunda daha yüksek doğrusal olmama değerleri elde edilebilmektedir [13, 24].

Tablo 1. Bijektif S-kutuları için arama uzaylarının büyüklükleri.

| Arama Uzayı         | Değişken Sayısı ( $n$ ) |             |              |
|---------------------|-------------------------|-------------|--------------|
|                     | 6                       | 8           | 10           |
| Tüm uzay            | $2^{296}$               | $2^{1684}$  | $2^{8769}$   |
| DSSK uzayı          | $2^{47.9}$              | $2^{208.3}$ | $2^{872.4}$  |
| Bağlaşım uzayı      | $2^{61.3}$              | $2^{243.7}$ | $2^{976.1}$  |
| 2-DSSK uzayı        | $2^{97.4}$              | $2^{412.2}$ | $2^{1754.3}$ |
| $(n/2)$ -DSSK uzayı | $2^{141.2}$             | $2^{824.7}$ | $2^{4345.2}$ |

DSSK'lar ilk olarak 2008'de Rijmen vd. [25] tarafından tanımlanmıştır. Bu tanım tek çıkışlı döngüsel simetrik Boole fonksiyonları (DSBF) tanımının çok çıkışlı Boole fonksiyonları olan S-kutularını kapsayacak şekilde genişletilmesi olarak görülebilir. Bir  $n \times n$  S-kutusu,  $1 \leq i \leq n$  olmak üzere, her bir girişi  $i$  kere döngüsel olarak kaydırıldığında karşılık gelen çıkışı da  $i$  kere döngüsel olarak kayıyorsa döngüsel simetrik olarak isimlendirilir; diğer bir ifadeyle,  $n \times n$  DSSK'lar  $\pi(x_0, x_1, \dots, x_{n-1}) = (x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_0)$  permutasyonuna göre simetrik S-kutuları olarak düşünülebilir. Benzer şekilde, büyüklüğü  $n \times n$  olan  $k$ -DSSK'lar ise  $\pi(x_0, x_1, \dots, x_{n-1}) = (x_k, x_{k+1}, \dots, x_{n-1}, x_0, x_1, \dots, x_{k-1})$  permutasyonuna göre simetrik S-kutuları olarak tanımlanır. DSSK'ların kuvvet fonksiyonlarından ve bunların toplamından üretilen S-kutuları ile doğrusal ilişkili olduğu gösterilmiştir [25]. Temel kriptografik özellikler doğrusal dönüşüm altında değişmediğinden, yüksek doğrusal olmama, düşük farksal birbichimlilik ve yüksek cebirsel derece gibi istenilen kriptografik özellikleri barındıran ters fonksiyon, Dobbertain, Gold, Kasami fonksiyonları ve benzeri inşalar [6], birer DSSK olarak düşünülebilir. Bu yüzden DSSK sınıfı bahsedilen kriptografik özelliklere sahip S-kutuları açısından zengin bir sınıf oluşturmaktadır. İki tane  $(n-1) \times (n-1)$  DSSK'nın bağlaşımları olarak tanımlanan [24]  $n \times n$  S-kutuları,  $\pi(x_0, x_1, \dots, x_{n-1}) = (x_0, x_2, \dots, x_{n-1}, x_1)$  permutasyonuna göre simetrik S-kutularıdır.  $n=6$  için DSSK'lar ve bağlaşımlar üzerine daha önce yapılan çalışmalarda [24, 26], verimli bir tüketici arama algoritması gerçekleştirilmiş ve bu alt uzaylarda ters fonksiyonla aynı doğrusal olmama ve farksal birbichimlilik değerlerine sahip olan, aynı zamanda ters fonksiyonla afin ilişkili olmayan S-kutuları elde edilmiştir. Ayrıca, bağlaşımları yöntemi ile oluşturulan  $8 \times 8$  S-kutuları için gerçekleştirilen arama algoritması ile doğrusal olmama değeri 106 olan S-kutuları üretilmiştir [24].  $8 \times 8$  büyüklüğündeki simetrik S-kutuları üzerine yapılan çalışmada [13] ise, DSSK'lar için uygulanan arama algoritması ile 108 doğrusal olmama değerine ulaşılmıştır.

Blok şifreler ağırlıklı olarak 8 ve daha küçük boyutlu uzaylarda tanımlı olan S-kutularını kullanmaktadır. Bununla birlikte, daha büyük boyutlarda S-kutusu kullanan blok şifreler bulunmaktadır (örneğin, Kasumi [27] 9×9 S-kutusu bulunmaktadır). Bu çalışma, bildiğimiz kadarıyla, 10×10 S-kutuları için rastgele veya sezgisel aramanın gerçekleştirildiği çalışma niteliğindedir. Özel olarak, 10 boyutlu durumda ma uzayı büyüklükleri sırasıyla  $2^{872.4}$  ve  $2^{976.1}$ ,  $2^{1754.3}$  ve  $2^{45.2}$  olan DSSK'ların, bağlaşımların, 2-DSSK'ların ve 5-SK'ların oluşturduğu alt uzaylarda, bijektif S-kutuları rastgele arama yöntemi ve en dik iniş prensibine dayalı arama algoritması [28] ile aranmıştır. AES S-kutusunun giriş ve çıkışları arasındaki en yüksek doğrusal ilişki olasılığının 0.5625 en yüksek farksal olasılığının (S-kutusunun girişine giren bir fark ile çıkışında elde edilen farkın aynı kalma sılığı) 0.015625 olduğu bilinmektedir. Gerçekleştirdiğimiz ma sonucu üretilen 10×10 büyüklüğündeki S-kutuları için saplanan en iyi doğrusallık ve farksal olasılıkları ise sırasıyla 546875 ve 0.0078125 olarak bulunmuştur. AES S-kutusunun daha düşük olan olasılık değerleri, arama yöntemi bahsedilen alt uzaylarda üretilen S-kutularının doğrusal ve farksal kriptanalize karşı daha dayanıklı olabildiğini göstermektedir. Bunun yanı sıra, AES S-kutusunun cebirsel yapısal açılarından (8 boyutlu durum için) en iyi özellikleri biliniyor bilinmektedir. Çalışmamızda elde edilen S-kutularının ise hem AES S-kutusunun daha iyi cebirsel yapısal özelliklerine sahip oldukları hem de 10 boyutlu durum için cebirsel yapısal açılarından en iyi oldukları bulunmuştur. Ayrıca, büyük S-kutularının yan kanal analizine karşı dayanıklılığı artırabildiği bilinmektedir [29] ve DSSK'lar lece yörünge temsilcileri ile ifade edilebildiğinden donanım yazılım açısından verimli bir şekilde gerçekleştirilebilir [25]; nedenle, çalışmamızda elde edilen sonuçlar pratik açıdan da em taşımaktadır. Diğer taraftan, sezgisel arama algoritmasının başlangıç S-kutusu  $GF(2)^{10}$  uzayında tanımlı s fonksiyon olarak alındığında, ters fonksiyon ile aynı veya cın kriptografik özelliklere sahip S-kutularının da elde lebildiği gözlenmiştir.

S-kutularının kriptografik özellikleri, arama algoritmasında lanılan maliyet fonksiyonu ve simetrik S-kutuları üzerine bir iraki bölümde sunulan temel bilgilerden sonra, Bölüm 3'te landığımız arama algoritmasının genel yapısı ile birlikte çekleştirme detayları verilmektedir. Bölüm 4'te arama oritması ile elde edilen kriptografik özellikler sunularak S S-kutusunun özellikleri ile karşılaştırılmış ve sonuç lümü ile makalemiz sonlandırılmıştır.

## 2. Temel bilgiler

Bir Boole fonksiyonu  $f: GF(2)^n \rightarrow GF(2)$ ,  $n$  biti bir bite ıderen bir fonksiyondur ve tek çıkışlı Boole fonksiyonu rak da isimlendirilir.  $f$  fonksiyonun Hamming ağırlığı, ıgruluk tablosundaki birlerin sayısı olarak tanımlanır. ıgruluk tablosunda birlerin sayısı sıfırların sayısına eşit olan ole fonksiyonuna dengeli denir. Kriptografik açıdan lanılabilir olması için, Boole fonksiyonun dengeli olması ekmektedir. İki Boole fonksiyonu arasındaki Hamming ıklık, doğruluk tablolarında aynı pozisyonlarda bulunan kılı bitlerin sayısı olarak tanımlanır.

$n \times m$  büyüklüğünde bir S-kutusu  $S: GF(2)^n \rightarrow GF(2)^m$  ise, iti  $m$  bite gönderen çok çıkışlı bir Boole fonksiyon olarak ımlanır. Herhangi bir S-kutusu  $S$ ,  $x = (x_0, x_1, \dots, x_{n-1}) \in (2)^n$  olmak üzere,  $n$ -değişkenli Boole fonksiyonlarının ıstırdığı bir kombinasyon, diğer bir ifadeyle  $S(x) = (f_0(x), f_1(x), \dots, f_{m-1}(x))$  olarak düşünülebilir. Buradaki  $f_i$  fonksiyonları

( $i = 0, 1, \dots, m-1$ ) koordinat fonksiyonları, bu fonksiyonların sıfırdan farklı ( $2^m - 1$  tane) lineer kombinasyonları ise bileşen fonksiyonları olarak isimlendirilir. Sıfır vektöründen farklı bir  $\omega = (\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_{m-1}) \in GF(2)^m$  için karşılık gelen bileşen fonksiyonu  $f_\omega$  ile gösterilir ve aşağıdaki eşitlik ile elde edilir:

$$f_\omega(x) = \omega_0 f_0(x) \oplus \omega_1 f_1(x) \oplus \dots \oplus \omega_{m-1} f_{m-1}(x). \quad (1)$$

Bu bölümde S-kutuları için verilen doğrusal olmama, mutlak gösterge ve cebirsel derece özellikleri, tek çıkışlı Boole fonksiyonları için tanımlanan kriptografik özelliklerin  $m$ -bit çıkışlı S-kutularına genişletilmesi olarak görülebilir.

### 2.1 Cebirsel derece

Herhangi bir Boole fonksiyon  $f: GF(2)^n \rightarrow GF(2)$ , çıkış bitlerinin oluşturduğu  $2^n$  uzunluğundaki doğruluk tablosu ile veya cebirsel normal biçim olarak isimlendirilen,  $GF(2)$  üzerinde çok değişkenli bir polinom ile eşsiz şekilde gösterilebilir. Değişken sayısı  $n$  için, cebirsel normal biçimin genel ifadesi aşağıdaki gibidir:

$$f(x) = a_0 \oplus a_1 x_0 \oplus \dots \oplus a_n x_{n-1} \oplus a_{12} x_0 x_1 \oplus a_{13} x_0 x_2 \oplus \dots \oplus a_{12\dots n} x_0 x_1 \dots x_{n-1}, \quad (2)$$

burada  $a_0, a_1, \dots, a_{12}, a_{13}, \dots, a_{12\dots n} \in GF(2)$  eşsiz sabitlerdir ve Möbius dönüşümü ile doğruluk tablosundan elde edilebilir.  $f$  Boole fonksiyonunun cebirsel derecesi  $d_f$ , cebirsel normal biçimindeki terimlerin sahip olduğu en yüksek değişken sayısıdır. Derecesi en fazla bir olan fonksiyonlar afin fonksiyonlar, sabit terimi sıfır ( $a_0 = 0$ ) olan afin fonksiyonlar ise doğrusal fonksiyonlar olarak adlandırılır.

$n \times m$  büyüklüğünde bir S-kutusu  $S$  için cebirsel derece ( $d_S$ ) değeri, bileşen fonksiyonların aldığı kriptografik açıdan en kötü değer olarak tanımlanır. Diğer bir ifadeyle,

$$d_S = \min_{\omega \neq 0 \in GF(2)^m} d_{f_\omega}. \quad (3)$$

Bir S-kutusunun yüksek mertebeden farksal kriptanaliz [5] yöntemine karşı dayanıklı olabilmesi için yüksek cebirsel dereceye sahip olması beklenir.

### 2.2 Doğrusal olmama

$f$  Boole fonksiyonunun Walsh-Hadamard dönüşümü (veya spektrumu), tüm doğrusal fonksiyonlar ile korelasyonunu görmemizi sağlayan bir dönüşümdür:

$$W_f(w) = \sum_{x \in GF(2)^n} (-1)^{f(x)} (-1)^{w \cdot x}. \quad (4)$$

$NL_f$  doğrusal olmama değerini, spektrumdaki mutlak değerce en büyük değer belirler ve aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$NL_f = 2^{n-1} - \frac{1}{2} \max_{w \in GF(2)^n} |W_f(w)|. \quad (5)$$

Diğer bir ifadeyle, bir Boole fonksiyonun doğrusal olmama değeri, tüm afin fonksiyonlara olan Hamming uzaklıklarının en küçüğüdür. Çift değişken sayısı  $n$  için, doğrusal olmama değeri açısından en iyi olan Boole fonksiyonları büyük fonksiyonlar olarak isimlendirilir ve (Parseval teoreminden)  $n$ -değişkenli bir büyük fonksiyonun tüm spektrum değerleri mutlak değerce  $2^{n/2}$ 'ye eşittir. Fakat büyük fonksiyonlar dengeli değildir ve cebirsel dereceleri düşüktür.

Herhangi bir  $n \times m$  S-kutusu  $S$  için doğrusal olmama ( $NL_S$ ) değeri, bileşen fonksiyonlarının aldığı en düşük doğrusal olmama değeri olarak tanımlanır. Diğer bir ifadeyle,

$$VL_S = \min_{\omega \neq 0 \in GF(2)^m} NL_{f_\omega}. \quad (6)$$

Bir Boole fonksiyonun doğrusal olmama özelliği, tüm afin fonksiyonlara uzaklıklarının en küçüğü olarak anımlandığından, doğruluk tablosundaki  $2^n - NL_f$  tane bitin afin bir fonksiyonla aynı olduğu ve bu nedenle afin bir fonksiyonla aynı çıktıyı üretme olasılığının (diğer bir ifadeyle doğrusallık olasılığının)  $(2^n - NL_f)/2^n$  olduğu görülmektedir. Doğrusal ilişkinin azalması için, bu değerin 0.5'e yaklaşması gerektiğine dikkat edilmelidir. Bir S-kutusu için ise doğrusallık olasılığı, bileşen fonksiyonlarının en kötü (en yüksek) doğrusallık olasılığıdır ve bu değer  $p_d$  ile gösterilir. Doğrusal criptanaliz [2] karşısında dayanıklılık için, S-kutusunun yüksek doğrusal olmama değerine sahip olması beklenir.

Bir S-kutusunun bileşen fonksiyonlarının tüm doğrusal fonksiyonlara yakınlıkları, Doğrusal Yaklaşım Tablosu (DYT) [2, 30, 31] ile ölçülmektedir.  $n \times m$  büyüklüğündeki bir S-kutusu  $S$  için karşılık gelen DYT,  $2^n \times 2^m$  büyüklüğündedir ve bu ablonun her bir elemanı aşağıdaki eşitlik ile bulunur:

$$DYT(u, v) = \#\{x \in GF(2)^n : u \cdot x = v \cdot S(x)\} - 2^{n-1}, \quad (7)$$

burada  $u \in GF(2)^n$ ,  $v \in GF(2)^m$  ve “ $\cdot$ ” işlemi iç çarpım işlemidir. Diğer bir ifadeyle,  $v \cdot S(x)$  bileşen fonksiyonunun  $u \cdot x$  doğrusal fonksiyonuna eşit olma olasılığı  $DYT(u, v)/2^n + 0.5$  olur. Ayrıca, S-kutusunun doğrusal olmama değeri, DYT değerleri kullanılarak aşağıdaki eşitlikle bulunabilir:

$$NL_S = 2^{n-1} - \max_{(u,v) \neq (0,0)} |DYT(u, v)|. \quad (8)$$

DYT'deki mutlak değer bakımından en yüksek değer ne kadar küçükse,  $p_d$  olasılığının da 0.5'e o kadar yakındır.

### 2.3 Farksal birbçimlilik

Herhangi bir  $n \times m$  S-kutusu  $S$ 'nin farksal birbçimlilik değeri  $\delta_S$ ,  $S(x) \oplus S(x \oplus \gamma) = \beta$  eşitliğini sağlayan  $x \in GF(2)^n$  girişlerinin en yüksek sayısıdır ve bu durumda  $S$ 'ye farksal- $\delta_S$  birbçimlidir denir. Bu tanımdan, S-kutusunun girişine uygulanan bir fark ile karşılık gelen çıkış farkının değişmeme olasılığının  $\delta_S/2^n$  olduğu görülmektedir. Bu değer  $p_f$  ile gösterilir ve en düşük  $2^{n-1}$  olabilmektedir. Bir S-kutusunun farksal kriptanalize [1] karşı dayanıklı olabilmesi için düşük farksal birbçimlilik değerine sahip olması beklenir.

Her bir giriş ve çıkış farkı  $(\gamma, \beta)$  çifti için  $S(x) \oplus S(x \oplus \gamma) = \beta$  eşitliğini sağlayan  $x$  girişlerinin sayısı Fark Dağılım Tablosu (FDT) ile verilmektedir [1, 30, 31].  $S$ 'nin FDT'si  $2^n \times 2^m$  büyüklüğündedir ve tablo elemanları aşağıdaki eşitlik ile bulunur:

$$FDT(\gamma, \beta) = \#\{x \in GF(2)^n : S(x) \oplus S(x \oplus \gamma) = \beta\}. \quad (9)$$

Farksal birbçimlilik değeri, FDT değerleri kullanılarak aşağıdaki gibi bulunabilir:

$$\delta_S = \max_{(\gamma, \beta) \neq (0,0)} FDT(\gamma, \beta). \quad (10)$$

### 2.4 Cebirsel bağıklık

S-kutularının giriş ve çıkış bitleri arasında düşük dereceye sahip çok değişkenli polinomlar ile tanımlanan ilişkilerin varlığı, cebirsel saldırılarda kullanılabilir. Büyüklüğü  $n \times m$  olan herhangi bir S-kutusu  $S$ ,  $(x_0, x_1, \dots, x_{n-1}) \in GF(2)^n$  giriş bitlerini ve  $(y_0, y_1, \dots, y_{m-1}) \in GF(2)^m$  çıkış bitlerini temsil etmek üzere, aşağıda verilen ( $r$  tane) eşitliklerden oluşan bir sistem ile tanımlanabilir:

$$\begin{aligned} g_0(x_0, x_1, \dots, x_{n-1}, y_0, y_1, \dots, y_{m-1}) &= 0, \\ g_1(x_0, x_1, \dots, x_{n-1}, y_0, y_1, \dots, y_{m-1}) &= 0, \\ &\vdots \\ g_{r-1}(x_0, x_1, \dots, x_{n-1}, y_0, y_1, \dots, y_{m-1}) &= 0. \end{aligned} \quad (11)$$

S-kutusunun cebirsel bağıklık ( $I_S$ ) sistemdeki tüm polinomların en düşük derecesi olarak tanımlanır:

$$I_S = \min_{0 \leq i \leq r-1} \deg(g_i). \quad (12)$$

Sistemi oluşturan bağımsız eşitliklerin sayısı ise  $N_S$  parametresi ile verilmektedir. Bir S-kutusunun cebirsel saldırılar karşısında dayanıklı olması için cebirsel bağıklık değerinin yüksek ve bununla birlikte eşitlik sayısının düşük olması beklenir. Çalışmamızda ele aldığımız  $8 \times 8$  ve  $10 \times 10$  S-kutuları için ulaşılacak en iyi ( $I_S$ ,  $N_S$ ) değerleri sırasıyla (3, 441) ve (3, 327)'dir [32, 33].

### 2.5 Mutlak gösterge

Özilinti fonksiyonu  $r_f(d)$ ,  $f$  Boole fonksiyonu ile girişine  $d \in GF(2)^n$  farkı uygulandığında elde edilen versiyonu arasındaki korelasyonu verir:

$$r_f(d) = \sum_{x \in GF(2)^n} (-1)^{f(x)} (-1)^{f(x \oplus d)}. \quad (13)$$

Özilinti spektrumuyla ilişkili olan ve global çıkış etkisi karakteristiği [34] olarak adlandırılan iki önemli kriptografik özellik, mutlak gösterge ve kareler toplamı göstergesidir. Mutlak gösterge  $AI_f$  (özilinti fonksiyonu  $d = (0, \dots, 0)$  için her zaman  $2^n$ 'ye eşit olduğundan)  $r_f(0, \dots, 0)$  haricinde özilinti spektrumunda bulunan mutlak değerce en büyük değer olarak tanımlanır:

$$AI_f = \max_{d \neq 0 \in GF(2)^n} |r_f(d)|, \quad (14)$$

burada  $0 = (0, \dots, 0)$ .

$n \times m$  büyüklüğünde bir S-kutusu  $S$  için mutlak gösterge ( $AI_S$ ) değeri, bileşen fonksiyonların mutlak gösterge değerlerinin en düşüğü olarak tanımlanır:

$$AI_S = \min_{\omega \neq 0 \in GF(2)^m} AI_{f_\omega}. \quad (15)$$

Çalışmamızda maliyet fonksiyonu seçiminde kullanılan ve global çıkış etkisi karakteristiklerinden diğeri olan kareler toplamı göstergesi, özilinti spektrumundaki değerlerin karelerinin toplamıdır:

$$\sum_{d \in GF(2)^n} r_f^2(d). \quad (16)$$

Mutlak ve kareler toplamı göstergelerinin düşük olması, S-kutusunun iyi difüzyon özellikleri taşıdığını gösterir.

### 2.6 Maliyet fonksiyonu

Kareler toplamı göstergesi ile Walsh-Hadamard spektrumu aşağıda verilen teorem ile ilişkilendirilir.

**Teorem 1** [35].

$$\sum_{d \neq 0 \in GF(2)^n} r_f^2(d) = 2^{-n} \sum_{w \in GF(2)^n} (W_f^2(w) - 2^n)^2. \quad (17)$$

Teorem 1'den, özilinti değerlerindeki (mutlak değerce) minimizasyonun, aynı zamanda Walsh-Hadamard değerlerini (doğrusal olmama yönünden en iyi olan) bir bükük fonksiyon spektrumuna yaklaştıracağı görülmektedir. Bu nedenle, arama algoritmamızda S-kutusunun bileşen fonksiyonlarının kareler

toplamı göstergeleri minimize edilmeye çalışılmış ve maliyet fonksiyonu olarak bu göstergelerin toplamı seçilmiştir.

## 2.7 Simetrik S-kutuları

Herhangi bir S-kutusu  $S : GF(2)^n \rightarrow GF(2)^n$ ,  $\pi(x_0, x_1, \dots, x_{n-1})$  bir permütasyon olmak üzere, her  $x = (x_0, x_1, \dots, x_{n-1}) \in GF(2)^n$  için  $S(\pi(x)) = \pi(S(x))$  koşulunu sağlıyorsa  $\pi$  permütasyonu altında simetrik S-kutusu olarak isimlendirilir.  $\pi$  permütasyonuna göre, bir  $x$  vektörü tarafından üretilen yörünge

$$G_n(x) = \{\pi^k(x) \mid 1 \leq k \leq n\} \quad (18)$$

ile tanımlanır ve yörüngede bulunan vektörlerin sözlüksel (leksikografik) sıralanışında ilk sırada yer alan vektör yörünge temsilcisi olarak isimlendirilir.  $n \times n$  büyüklüğünde simetrik bir S-kutusu için toplam yörünge sayısı  $g_n$  ile gösterilir.

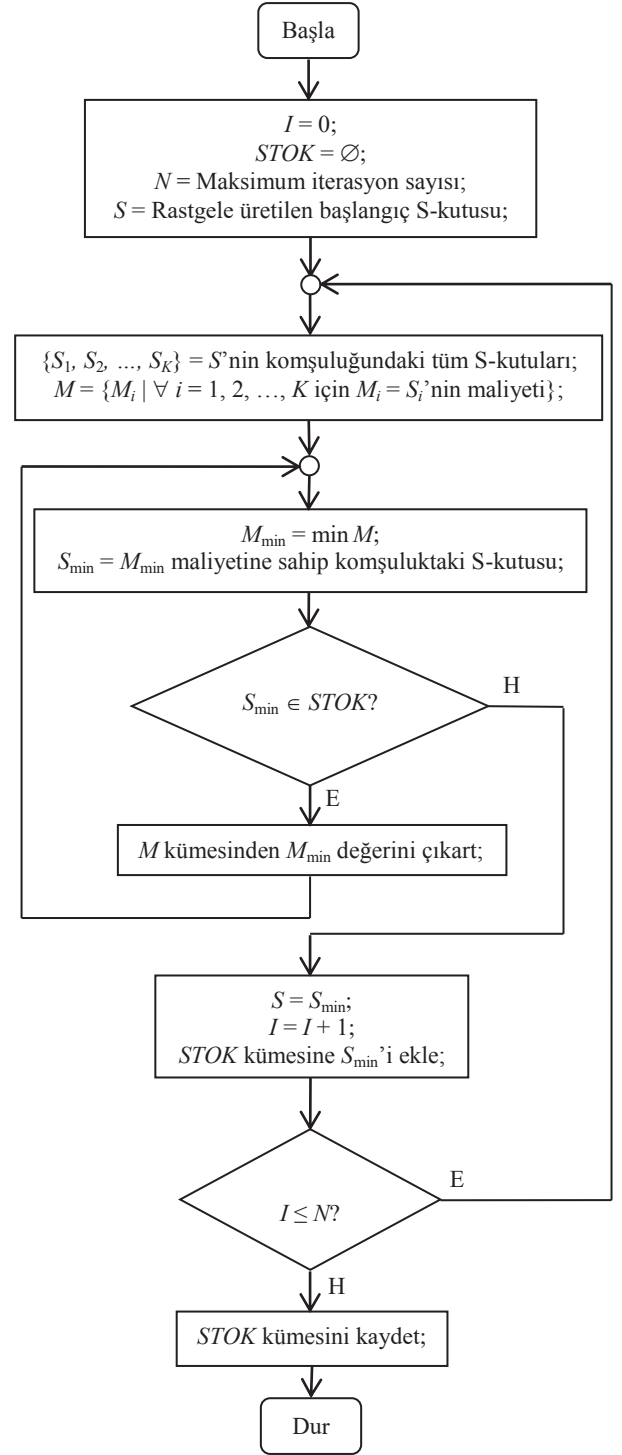
DSSK'lar  $\pi(x_0, x_1, \dots, x_{n-1}) = (x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_0)$  permütasyonu altında ve bağlaşımlar  $\pi(x_0, x_1, \dots, x_{n-1}) = (x_0, x_2, \dots, x_{n-1}, x_1)$  permütasyonu altında simetrik S-kutuları olarak düşünülebilir. Değişken sayısı  $n$  çift olmak üzere, 2-DSSK'lar ve  $(n/2)$ -DSSK'lar ise sırasıyla  $\pi(x_0, x_1, \dots, x_{n-1}) = (x_2, x_3, \dots, x_{n-1}, x_0, x_1)$  ve  $\pi(x_0, x_1, \dots, x_{n-1}) = (x_{n/2}, x_{n/2+1}, \dots, x_{n-1}, x_0, x_1, \dots, x_{n/2-1})$  permütasyonlarına göre simetriktrir.  $n = 10$  durumunda  $GF(2)^{10}$  vektör uzayı, DSSK'lar için 1, 2, 5 ve 10 büyüklüğünde sırasıyla 2, 1, 6 ve 99 yörüngeye, bağlaşımlar için ise 1, 3 ve 9 büyüklüğünde sırasıyla 4, 4 ve 112 yörüngeye bölünmektedir.

## 3. Arama algoritması

DSSK'lar ve bağlaşımlar için gerçekleştirilen en dik iniş prensibine dayalı sezgisel arama algoritmasının akış diyagramı Şekil 1'de verilmiştir. Algoritma, DSSK'lar veya bağlaşımların oluşturduğu alt uzayda rastgele üretilen bir S-kutusu ( $S$ ) ile başlamaktadır ve arama aynı alt uzayda gerçekleşmektedir. İterasyon sayısı ( $N$ ) denemelerimizde 400 olarak alınmıştır. Aynı iterasyon çıktılarının üretilmesini engellemek için her iterasyon çıktısı  $STOK$  kümesine kaydedilir. Algoritmanın her bir iterasyonunda, iterasyon girişindeki S-kutusunda aşağıda verilen değişiklikler yapılarak, iterasyon çıktısı için aday S-kutularının bulunduğu ve bunların her biri için maliyet fonksiyonunun hesaplandığı bir komşuluk oluşturulmaktadır.

- Büyüklüğü birden fazla olan çıkış yörüngelerinin olası tüm permütasyonları ile yer değiştirmesi. Diğer bir ifadeyle, her  $1 \leq k < t$  değeri için çıkış yörüngesinde bulunan tüm  $S(x)$  vektörleri  $\pi^k(S(x))$  olarak değiştirilir, burada  $t$  değeri  $\pi^t(x) = x$  eşitliğini sağlayan en küçük değerdir. Örneğin, DSSK'lar için 10 büyüklüğünde 99 yörünge bulunmaktadır; buna göre, böyle bir yörüngedeki vektörler en fazla 9 kere kaydırılabilir ve böylelikle  $9 \times 99 = 891$  komşu elde edilir. Bu adımda DSSK'lar için 916 ve bağlaşımlar için 904 komşu üretilir.
- Aynı büyüklükte iki farklı çıkış yörüngesinin permütasyonları göz önüne alınmadan birbiri ile değiştirilmesi. Örneğin bu şekilde, DSSK'lar için 10 büyüklüğündeki 99 yörüngeden  $99 \times 98/2 = 4851$  komşu elde edilir. Böylelikle DSSK'lar için 4867, bağlaşımlar için 6228 komşu bulunur.

Bu iki adımın sonunda komşulukta bulunan S-kutularının toplam sayısı (Şekil 1'deki  $K$  parametresi) DSSK'lar için 5783 ve bağlaşımlar için 7132 bulunmaktadır. Her iterasyonda, iterasyon girdisi  $S$ 'nin komşuluğunda bulunan S-kutularının



Şekil 1. En Dik İniş Prensibine Dayalı Arama Algoritması.

maliyetleri hesaplanır ve  $STOK$  kümesinde bulunmayan en düşük maliyetli S-kutusu, iterasyon çıktısı olarak  $STOK$  kümesine eklenir.

Komşuluktaki herhangi bir S-kutusu için algoritmada kullanılan maliyet fonksiyonu,  $(6 \times 6$  ve  $8 \times 8$  S-kutuları için yapılan çalışmalarda [13, 26] iyi sonuçlar veren) bileşen fonksiyonlarının kareler toplamı göstergelerinin toplamıdır:

$$\sum_{\omega \neq 0 \in \text{GF}(2)^n} \sum_{d \neq 0 \in \text{GF}(2)^n} r_{f_\omega}^2(d), \quad (19)$$

burada  $d = 0$  için özilinti değeri sabit olduğundan hesaplamaya katılmamaktadır.

Algoritma C dilinde gerçekleştirilmiş ve Windows 8.1 Pro işletim sistemi, Intel(R) Xeon(R) CPU E5-1650 v3 @ 3.50GHz işlemci ve 16 GB RAM'e sahip bir bilgisayarda bütün çekirdekler kullanılarak iki hafta çalıştırılmıştır.  $N = 400$  için algoritmanın tek çekirdek üzerinde bir kere koşulması DSSK'larda 2 saat sürerken, bağlaşımlarda 2.5 saat, 2-RSSB'lerde 9 saat ve 5-RSSB'lerde ise yaklaşık 6 gün sürmektedir. Algoritmanın kodları [36]'da verilen bağlantıdan indirilebilmektedir.

### 3.1 Zaman ve bellek karmaşıklığı

Algoritma kısır döngüye girmemek için, her iterasyon sonucunu önceki iterasyon sonuçları ile karşılaştırmaktadır. Bu nedenle, genel olarak  $n \times n$  büyüklüğündeki S-kutuları için algoritmanın koşulduğu düşünülürse,  $N$  iterasyon için  $2^n N(N-1)/2$  karşılaştırma işlemi yapılmaktadır. Herhangi bir iterasyonda, önceki iterasyon sonuçlarından birisi üretilirse karşılaştırma işlemi tekrar etmektedir; bununla birlikte, yapılan tekrarın işlem yükü açısından etkisi sınırlıdır. Ayrıca, her iterasyonda her bir komşuluk için (19) ile verilen maliyet fonksiyonu hesaplanmaktadır. Maliyet fonksiyonunu bileşen fonksiyonlarının kareler toplamı göstergelerini kullanarak hesaplamak, özilinti değerlerini elde etmek için iki kere Walsh-Hadamard dönüşümü almayı gerektirir. Bunun yerine, ((17) eşitliğinden) doğrudan Walsh-Hadamard spektrumlarını kullanarak hesaplamak daha verimlidir.  $n$  değişkenli bir Boole fonksiyonun Walsh-Hadamard dönüşümünün  $n2^n$  toplama ve çıkarma işlemi ile elde edilebildiği bilinmektedir. Mutlak Walsh-Hadamard değerlerinin dağılımı afin dönüşüm altında değişmez olduğundan, simetrik bir S-kutusunun maliyet fonksiyonunu hesaplamak için bütün bileşen fonksiyonlar yerine sadece birbiri ile afin ilişkili olmayan ( $g_n - 1$  tane) bileşen fonksiyonların Walsh-Hadamard spektrumlarını elde etmek yeterlidir. Bu spektrumların tümü elde edildikten sonra, (17) eşitliğini kullanarak maliyet fonksiyonunun hesaplanması için, kare alma işlemlerinin yapılması gerektiği görülmektedir. Buna karşın, olası tüm Walsh-Hadamard dönüşümü değerleri için  $(W_f^2(w) - 2^n)^2$  işleminin karşılık gelen sonuçları önceden bir diziye atılarak, çarpma işlemi yapılmadan  $2^n(g_n - 1)$  toplama işlemi ile maliyet fonksiyonu hesaplanabilir. Bunun sonucunda,  $N$  iterasyon ve  $K$  komşu için  $(n+1)2^n(g_n-1)NK$  toplama ve çıkarma işleminin yapılması gerektiği görülmektedir. Bu nedenle, simetrik S-kutuları için komşu sayısı  $K \approx \binom{g_n}{2} + ng_n$  olduğundan, sabit iterasyon sayısı için asimptotik zaman karmaşıklığı  $O(n2^n g_n^3)$  olarak elde edilir.

Kriptografik elemanların tasarımında yaygın olarak kullanılan tavlama benzetimi ve tepe tırmanma gibi diğer benzer arama yöntemleri ile karşılaştırıldığında, en dik iniş prensibine dayalı arama algoritmasında olduğu gibi tüm komşulukta arama yapmadıkları için, bu yöntemlerin daha verimli oldukları düşünülebilir. Bununla birlikte, tepe tırmanma algoritmasının zayıf yönü yerel minimumdan kaçamamasıdır. Tavlama benzetimi algoritması ise tüm komşulukta arama yapmamaktadır ve bu nedenle daha iyi sonuçları kaçırma olasılığı bulunmaktadır. Ayrıca, başlangıç sıcaklığı, soğutma çarpanı, (bir iterasyonda rastgele üretilen) komşu sayısı gibi parametrelerinin ayarlanmasına ihtiyaç duyulmaktadır. Gerek tavlama benzetimi gerek tepe tırmanma yöntemlerinde, belirli

bir komşu üretme operatörü ile elde edilebilen tüm komşuluğa bakıldığı varsayıldığında, asimptotik karmaşıklıklarının en dik iniş prensibine dayalı arama algoritmasınıninki ile aynı olduğu görülmektedir. Burada elde edilen avantaj, yerel minimuma takılmadan her zaman komşuluk içerisindeki en iyi çözümün üretilmesidir. Bellek açısından değerlendirdiğimizde, en dik iniş prensibine dayalı arama algoritması her iterasyon çıktısını kaydetmektedir ve bu yüzden belirlenebilecek en yüksek iterasyon sayısı kullanılan bellek kapasitesi ile sınırlıdır. İterasyon çıktılarını kaydetmek için ihtiyaç duyulan bellek miktarının  $n2^n N$  bit olduğu kolaylıkla görülebilir. Bunun yanı sıra, simetrik S-kutuları yörünge temsilcileri ile temsil edilebildiğinden, sadece  $ng_n N$  bit, tüm iterasyon çıktılarını kaydetmek için yeterlidir. Örneğin, döngüsel simetrik S-kutuları için  $g_n \approx \frac{2^n}{n}$  olduğundan, gerek duyulan belleğin  $2^n N$  bit olduğu görülür. Bu gereksinim, genellikle makul büyüklükteki S-kutuları ve iterasyon sayıları için karşılanabilir niteliktedir.

### 4. Bulgular

En dik iniş prensibine dayalı sezgisel arama ve rastgele arama algoritmalarından elde edilen en iyi sonuçlar ile birlikte AES S-kutusunun kriptografik özellikleri Tablo 2'de sunulmuştur. Tablo 2'den, bağlaşımlar için elde edilen sonuçların, DSSK'lar için elde edilen sonuçlara yakın olduğu gözlenmektedir. Sezgisel aramanın rastgele aramadan daha iyi sonuçlar verdiği, her iki alt uzayda da en yüksek olmama değerinin 456, en düşük farksal birbicişimliliğin 8 ve en düşük mutlak göstergenin 168 bulunduğu görülmektedir; bununla birlikte DSSK alt uzayında bulunan 456 doğrusal olmama değerine sahip sonucun farksal birbicişimlilik değeri ( $\delta_s = 10$ ) daha iyi çıkmıştır.

Tablo 2. ( $N_L, A_I, \delta_s, d_s$ ), ( $p_d, p_f$ ) ve ( $I_s, N_s$ ) sonuçlarının karşılaştırılması.

|                       | DSSK'lar                                                    | Bağlaşımlar                                                 |
|-----------------------|-------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
| Rastgele arama        | (450, 200, 12, 9)<br>(448, 200, 10, 9)<br>(440, 176, 14, 9) | (450, 304, 12, 9)<br>(448, 334, 10, 9)<br>(440, 176, 12, 9) |
| En iyi ( $p_d, p_f$ ) | (0.560546875, 0.009765625)                                  |                                                             |
| En iyi ( $I_s, N_s$ ) | (3, 327)                                                    |                                                             |
| Sezgisel arama        | (456, 192, 10, 9)<br>(454, 184, 8, 9)<br>(448, 168, 10, 9)  | (456, 192, 12, 9)<br>(454, 184, 8, 9)<br>(448, 168, 10, 9)  |
| En iyi ( $p_d, p_f$ ) | (0.5546875, 0.0078125)                                      |                                                             |
| En iyi ( $I_s, N_s$ ) | (3, 327)                                                    |                                                             |
|                       | 2-DSSK'lar                                                  | 5-DSSK'lar                                                  |
| Rastgele arama        | (448, 224, 10, 9)<br>(444, 184, 10, 9)<br>(442, 176, 12, 9) | (442, 232, 14, 9)<br>(440, 216, 12, 9)<br>(432, 200, 12, 9) |
| En iyi ( $p_d, p_f$ ) | (0.5625, 0.009765625)                                       |                                                             |
| En iyi ( $I_s, N_s$ ) | (3, 327)                                                    |                                                             |
| Sezgisel arama        | (454, 208, 8, 9)<br>(454, 176, 10, 9)<br>(444, 176, 8, 9)   | (450, 200, 10, 9)                                           |
| En iyi ( $p_d, p_f$ ) | (0.556640625, 0.0078125)                                    |                                                             |
| En iyi ( $I_s, N_s$ ) | (3, 327)                                                    |                                                             |
| AES S-kutusu          | (112, 32, 4, 7)                                             |                                                             |
| ( $p_d, p_f$ )        | (0.5625, 0.015625)                                          |                                                             |
| ( $I_s, N_s$ )        | (2, 39)                                                     |                                                             |

Rastgele üretme yöntemi ile elde edilen sonuçlardan mutlak göstergesi en düşük ( $A_I = 176$ ) olanların doğrusal olmama değerleri düşük ( $N_L = 440$ ) olduğundan, AES S-

utusunun daha kötü doğrusallık olasılığına ( $p_d = 1024-440)/1024 = 0.5703125$ ) sahip oldukları gözlenmektedir. 48 doğrusal olmama değeri AES S-kutusu ile aynı ( $p_d = .5625$ ) ve 450 doğrusal olmama değeri ise AES S-kutusunun daha iyi ( $p_d = 0.560546875$ ) doğrusallık olasılığı vermektedir. Farksal birbçimlilik açısından bakıldığında ise rastgele üretme ile bulunan 10, 12 ve 14 değerlerinin tümü AES S-kutusunun daha düşük  $p_f$  olasılığı üretmektedir. Sezgisel arama algoritmasının her iki alt uzay için de kriptografik özellikleri iyileştirerek, AES S-kutusunun daha iyi doğrusallık ve farksal lasılıkları bulduğu görülmektedir.

Diğer taraftan,  $n$  çift olmak üzere,  $GF(2)^n$  uzayında tanımlı ters fonksiyonun  $2^{n-1}-2^{n/2}$  doğrusal olmama değerine sahip farksal-4 birbçimli olduğu bilinmektedir [11]. Sezgisel arama algoritmasında, başlangıç S-kutusu olarak rastgele üretilen bir S-kutusu (DSSK veya bağlaşım) yerine ters fonksiyon kullanıldığında, ters fonksiyon ile aynı veya yakın kriptografik özelliklere sahip S-kutuları üretilmiştir. Özel olarak, arama algoritması 400 iterasyon için koşulduğunda, bulunan doğrusal olmama değerleri 470, 472, 474, 476, 478, 480 ve farksal birbçimlilik değerleri 4, 6, 8, 10, 14 olarak elde edilmiştir.

Karşılaştırma amaçlı olarak 2-DSSK'ların ve 5-DSSK'ların oluşturduğu alt uzaylarda yürüttüğümüz arama sonuçlarına bakıldığında, (Tablo 1'de sunulan) özellikle 5-DSSK'lar için arama uzayının büyüklüğünden dolayı diğer alt uzaylarda elde edilen sonuçlara ulaşamadığı; bununla birlikte her iki alt uzay için de sezgisel arama algoritmasının, rastgele üretme yöntemi ile elde edilen sonuçları iyileştirdiği gözlenmektedir. Tablo 2'de sunulan sonuçlar cebirsel bağışıklık açısından ele alındığında, 10 boyutlu alt uzayların tümü için elde edilen S-kutularının cebirsel bağışıklıklarının en iyi olduğu ve AES S-kutusunun daha iyi cebirsel bağışıklık sağladıkları görülmektedir.

Tablo 2'de verilen sonuçlardan DSSK'lar için elde edilen en iyi) 456 ve 454 doğrusal olmama değerlerine sahip S-kutularını sırasıyla  $S_1$  ve  $S_2$  ile, bağlaşım için elde edilen en iyi doğrusal olmama değerlerine sahip S-kutularını sırasıyla  $S_3$  ve  $S_4$  ile, ve AES S-kutusunu AES ile gösterelim. Bu S-kutularının FDT ve DYT'leri, S-kutuları ile birlikte [36]'da verilen bağlantıdan indirilebilmektedir. Bu tablolar çok büyük olduğundan, burada (10 boyutlu durum için her biri  $64 \times 1024$ , 8 boyutlu durum için ise her biri  $16 \times 256$  büyüklüğünde) 16 arçaya bölüntülenerek, her bir bölüntüdeki mutlak değerce en büyük değer FDT için Tablo 3'te ve her bir bölüntüdeki en büyük değer DYT için Tablo 4'te sunulmuştur.

Tablo 3. Elde edilen en iyi sonuçların ve AES S-kutusunun FDT'lerinin karşılaştırılması.

| Bölüm # | $S_1$ | $S_2$ | $S_3$ | $S_4$ | AES |
|---------|-------|-------|-------|-------|-----|
| 1       | 8     | 8     | 10    | 8     | 4   |
| 2       | 10    | 8     | 10    | 8     | 4   |
| 3       | 10    | 8     | 10    | 8     | 4   |
| 4       | 8     | 8     | 10    | 8     | 4   |
| 5       | 10    | 8     | 10    | 8     | 4   |
| 6       | 10    | 8     | 10    | 8     | 4   |
| 7       | 8     | 8     | 10    | 8     | 4   |
| 8       | 8     | 8     | 10    | 8     | 4   |
| 9       | 10    | 8     | 12    | 8     | 4   |
| 10      | 8     | 8     | 8     | 8     | 4   |
| 11      | 10    | 8     | 8     | 8     | 4   |
| 12      | 8     | 8     | 8     | 8     | 4   |
| 13      | 8     | 8     | 8     | 8     | 4   |
| 14      | 8     | 8     | 8     | 8     | 4   |
| 15      | 8     | 8     | 8     | 8     | 4   |
| 16      | 8     | 8     | 12    | 8     | 4   |

Tablo 4. Elde edilen en iyi sonuçların ve AES S-kutusunun DYT'lerinin karşılaştırılması.

| Bölüm # | $S_1$ | $S_2$ | $S_3$ | $S_4$ | AES |
|---------|-------|-------|-------|-------|-----|
| 1       | 56    | 58    | 56    | 58    | -16 |
| 2       | -56   | -58   | -56   | 58    | -16 |
| 3       | -56   | -58   | 56    | 58    | -16 |
| 4       | 56    | 58    | 56    | -58   | -16 |
| 5       | 56    | -58   | 56    | 58    | 16  |
| 6       | 56    | -58   | 56    | -58   | 16  |
| 7       | 56    | -56   | 56    | -58   | -16 |
| 8       | -56   | 58    | -56   | -58   | -16 |
| 9       | 56    | 58    | 56    | 56    | 16  |
| 10      | -56   | -58   | 56    | 58    | 16  |
| 11      | 56    | -58   | -56   | 56    | -16 |
| 12      | 56    | -56   | 56    | 58    | -16 |
| 13      | 56    | 58    | 56    | 58    | 16  |
| 14      | -56   | 56    | -56   | 56    | -16 |
| 15      | -56   | 58    | 56    | 58    | -16 |
| 16      | -56   | 58    | -56   | 58    | 16  |

FDT ve DYT dağılımları incelendiğinde, farksal birbçimlilik değeri 8 olan S-kutularının, farksal birbçimlilik değeri 10 ve 12 olan S-kutularına göre daha tekdüze FDT'lere sahip oldukları; benzer şekilde, doğrusal olmama değeri 456 olan S-kutularının, doğrusal olmama değeri 454 olan S-kutularına göre daha tekdüze DYT'lere sahip oldukları görülmektedir. AES S-kutusunun doğrusal olmama ve farksal birbçimlilik değerlerinin en iyiye yakın olmasından dolayı, tabloların bütününe [36] bakıldığında hem FDT hem de DYT'sinin arama algoritması ile elde edilen S-kutularına göre daha tekdüze olduğu gözlenmektedir.

## 5. Sonuç

$10 \times 10$  büyüklüğündeki S-kutuları için DSSK'lar ve bağlaşımın sırasıyla  $2^{872.4}$  ve  $2^{976.1}$  olan arama uzaylarında uyguladığımız rastgele veya sezgisel arama yöntemleri ile bulunan S-kutularının, doğrusal, farksal ve cebirsel kriptanalize karşı AES S-kutusunun daha dayanıklı olabileceği gösterilmiştir. Bu çalışmada elde edilen kriptografik özelliklerin ve kullanılan metodun, büyük S-kutularının aranmasında farklı sezgisel arama yöntemlerinin geliştirilmesini motive edebilecek nitelikte olduğu düşünülmektedir. Gözlemlerimiz, elde edilen S-kutularının AES S-kutusuna göre üstünlüğünü yansıtmaktan çok, S-kutusu büyüklüğünün doğrusal olmama, farksal birbçimlilik ve cebirsel bağışıklık gibi kriptografik özelliklerin sağladığı kriptanaliz karşısında dayanıklılığa etkisinin bağımsız biçimde onaylanması olarak yorumlanmalıdır.

## Kaynakça

- [1] E. Biham, A. Shamir. Differential cryptanalysis of DES-like cryptosystems. Journal of Cryptology, 4(1):3-72, 1991.
- [2] M. Matsui. M. Linear cryptanalysis method for DES cipher. In: EUROCRYPT'93, LNCS, vol. 765, pp. 386-397, Springer, 1994.
- [3] N.T. Courtois, J. Pieprzyk. Cryptanalysis of block ciphers with overdefined systems of equations. In: Advances in Cryptology - ASIACRYPT 2002, LNCS, vol. 2501, pp. 267-287, Springer, 2002.
- [4] N.T. Courtois. General principles of algebraic attacks and new design criteria for cipher components. In: Advanced Encryption Standard - AES 2004, LNCS, vol. 3373, pp. 67-83, Springer, 2005.

- 5] X. Lai. Higher order derivatives and differential cryptanalysis. In: "Symposium on Communication, Coding and Cryptography", in honor of J. L. Massey on the occasion of his 60'th birthday, The Springer International Series in Engineering and Computer Science, vol. 276, pp. 27-233, Springer, 1994.
- 6] C. Carlet. Vectorial Boolean functions for cryptography. In: Yves Crama, Peter L. Hammer (Eds.), Chapter of the Monography "Boolean Models and Methods in Mathematics, Computer Science, and Engineering", Cambridge University Press, pp. 398-469, 2010.
- 7] C. Carlet. On highly nonlinear S-boxes and their inability to thwart DPA attacks. In: Proceedings of INDOCRYPT'05, LNCS, vol. 3797, pp. 49-62, Springer, 2005.
- 8] W. Millan. How to improve the nonlinearity of bijective S-boxes. In: Australasian Conference on Information Security and Privacy, vol. 1438, pp 181-192, Springer, 1998.
- 9] S. Picek, M. Cupici L. Rotim. A New Cost Function for Evolution of S-Boxes. Evolutionary Computation, 24(4):695-718, 2016.
- 10] J. Daemen, V. Rijmen. AES Proposal: Rijndael. NIST Publication, 1999.
- 11] K. Nyberg. Differentially uniform mappings for cryptography. In: Proceedings of EUROCRYPT'93, LNCS, vol. 765, pp. 55-64, Springer, 1994.
- 12] M. A. Evci, S. Kavut. DPA resilience of rotation-symmetric S-boxes. In: Proceedings of IWSEC 2014, LNCS, vol. 8639, pp. 146-157, Springer, 2014.
- 13] S. Kavut, S. Tutdere. Highly nonlinear (vectorial) Boolean functions that are symmetric under some permutations. Advances in Mathematics of Communications, 14 (1):127-136, 2020.
- 14] D. Jakobovic, S. Picek, M. S. R. Martins, M. Wagner. A characterisation of S-box fitness landscapes in cryptography. In: Proceedings of Genetic and Evolutionary Computation Conference – GECCO'19, pp. 285-293, 2019.
- 15] D. Jakobovic, S. Picek, M. S. R. Martins, M. Wagner. Toward more efficient heuristic construction of Boolean functions. Applied Soft Computing, vol. 107, 107327, 2021.
- 16] W. Millan, L. Burnett, G. Carter, A. Clark, E. Dawson. Evolutionary heuristics for finding cryptographically strong S-boxes. In: International Conference on Information and Communications Security, LNCS, vol. 1726, pp 263-274, Springer, 1999.
- 17] J. A. Clark, J. L. Jacob, S. Stepney. The design of S-boxes by simulated annealing. New Generation Computing, 23(3):219-231, 2005.
- 18] P. Tesař. A new method for generating high non-linearity s-boxes. Radio Engineerng, 19(1):23-26, 2010.
- 19] O. V. Kazymyrov, V. N. Kazymyrova, R. V. Oliynykov. A method for generation of high-nonlinear S-Boxes based on gradient descent. Mat. Vopr. Kriptogr., 5(2):71-78, 2014.
- 20] A. Mamadolimov, H. Isa, M. S. Mohamad. Practical Bijective S-box Design, arXiv:1301.4723v1, 2013.
- 21] H. Isa, N. Jamil, M. R. Z'aba. S-box construction from non-permutation power functions. In: Proceedings of the 6th International Conference on Security of Information and Networks, pp. 46-53, 2013.
- 22] H. Isa, N. Jamil, M. R. Z'aba. Construction of cryptographically strong S-boxes inspired by bee waggle dance. New Generation Computing, 34(3):221-38, 2016.
- 23] G. Ivanov, N. Nikolov, S. Nikova. Reversed genetic algorithms for generation of bijective s-boxes with good cryptographic properties. Cryptography and Communications, 8:247-276, 2016.
- 24] S. Kavut, S. Baloglu. Results on symmetric S-boxes constructed by concatenation of RSSBs. Cryptography and Communications, 11:641-660, 2019.
- 25] V. Rijmen, P. S. L. M. Barreto, D. L. G. Filho. Rotation symmetry in algebraically generated cryptographic substitution tables. Information Processing Letters, 106:246-250, 2008.
- 26] S. Kavut. Results on rotation-symmetric S-boxes. Information Sciences, 201:93-113, 2012.
- 27] 3rd Generation Partnership Project, Technical Specification Group Services and System Aspects, 3G Security, Specification of the 3GPP Confidentiality and Integrity Algorithms; Document 2: KASUMI Specification, V.3.1.1, 2001.
- 28] M. Bartholomew-Biggs. Chapter 5: The steepest descent method, nonlinear optimization with financial applications. pp. 51-64. Springer, 2005.
- 29] L. Goubin, A. Martinelli, M. Walle. Impact of sboxes size upon side channel resistance and block cipher design. In AFRICACRYPT'13, LNCS, vol. 7918, pp. 240-259, Springer, 2013.
- 30] B. Aslan, M. T. Sakalli, E. Bulus. Classifying 8-bit to 8-bit S-Boxes based on power mappings from the point of DDT and LAT Distributions. In: Proceedings of Arithmetic of Finite Fields – WAIFI 2008, LNCS, vol. 5130, pp. 123-133, Springer, 2008.
- 31] H. Heys, C. M. Adams. A tutorial on linear and differential cryptanalysis. Cryptologia, 26(3):189-221, 2002.
- 32] O. Kazymyrov. Methods and tools for analysis of symmetric cryptographic primitives. PhD thesis, The Selmer Center, Department of Informatics, University of Bergen, Norway, 2014.
- 33] A. M. Eilertsen, O. Kazymyrov, V. Kazymyrova, M. Storetvedt. A Sage library for analysis of nonlinear binary mapping. In: Pre-proceedings of Central European Conference on Cryptology – CECC'14, pp. 69-78, 2014.
- 34] X. M. Zhang and Z. Yheng. GAC – the criterion for global avalanche characteristics of cryptographic functions, Journal for Universal Computer Science, 1(5):316-333, 1995.
- 35] M. D. Yücel. Alternative nonlinearity criteria for Boolean functions. Electrical and Electronics Engineering Department, Middle East Technical University, Memorandum No. 2001-1, 2001.
- 36] GitHub, URL: <https://github.com/Selcuk-kripto/sbox10>, (Erişim tarihi: 27, 02, 2022).

## Özgeçmişler



**Selçuk Kavut**, Ankara Üniversitesi Elektronik Mühendisliği Bölümü'nden lisans derecesini 1998 yılında, Orta Doğu Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı'ndan yüksek lisans ve doktora derecelerini sırasıyla 2002 ve 2008 yıllarında almıştır. 2009-2014 yılları arasında Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü'nde Öğr. Gör. Dr. olarak çalıştıktan sonra Balıkesir Üniversitesi'ne geçmiş olup, halen Bilgisayar Mühendisliği Bölümü'nde Doç. Dr. olarak çalışmaktadır. Çalışma alanları kriptoloji ve kodlama teorisi üzerinedir.