

# Bakışsız Yokluk Ortamda Yansıma ve İletim Katsayıları İncelemesi

K.Delihacıoğlu<sup>1</sup>, N.Kaya<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Kilis 7 Aralık Üniversitesi, Elektrik ve Elektronik Mühendisliği, Kilis, Türkiye

<sup>2</sup>Kilis 7 Aralık Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü, Kilis, Türkiye

[kemal@kilis.edu.tr](mailto:kemal@kilis.edu.tr), [planknaya@gmail.com](mailto:planknaya@gmail.com).

## Özet

*Bakışsız yokluk ortamın, bakışsız yokluk ortam-serbest uzay sınırında negatif yansıma veren, iki polarizasyonlu dalga ürettiği bilinir. Bu makalede, elektromanyetik dalganın bakışsız yokluk ortamdan yansıma ve iletim katsayıları teorik olarak incelenmiştir. Bu çalışma serbest uzaydan, bakışsız yokluk ortama gelen eğik açılı, doğrusal ve dairesel polarizasyonlu dalgaların her ikisi içinde yapılmıştır. Elektriksel ve manyetik geçirgenlik değerleri çok küçük olduğundan, bakışsız yokluk ortamın dalga empedansı serbest uzay ile otomatik olarak eşleşir. Tam yansıma ve iletimin geliş açısının geniş bir alanına yayıldığı görüldü.*

*Anahtar kelimeler: Bakışsız yokluk, bakışsız ortam, negatif kırılma*

## Abstract

*Chiral nihility media are known to produce two polarizations, yielding negative refraction at the free space-chiral nihility medium boundary. The electromagnetic wave reflection and transmission coefficients from a chiral nihility slab have been theoretically studied in this paper. This study has been done for both a linearly and a circularly polarized waves that is obliquely incident on a chiral nihility slab from the free space region. Since the relative permittivity and the permeability values are very small, the wave impedance of chiral nihility slab is automatically matched to that of free space. It is seen that total reflection and total transmission exist that cover a wide range of incident angles.*

*Keywords: Chiral nihility, chiral media, negative refraction.*

## 1. Giriş

Son 10 yılda, özellikle geriye dalga (backward wave) üreten metamateriyal çalışmalarında ve tasarımlarında hızlı gelişmeler olmuştur. Bakışsız (chiral) ortam 19. yy' ın başlarında keşfedilmiş olup optik etkin ortam diye bilinir. Bakışsız ortam, görünür ışık aralığında doğal olarak gerçekleştirilebilir. Şu ana kadar bu konu elektromanyetik, fizik vb. alanlarda, lineer polarizasyon ve lineer olmayan polarizasyon yayılımı kapsamında hayli çalışılmıştır. Optik etkinliğin başlıca özelliği lineer polarize elektromanyetik dalganın polarizasyon düzlemine göre, dalga ortamdan geçtikçe döndürülmesidir. İletilen dalganın polarizasyonu,

yapı denklemlerinin yanı sıra, bakışsız ortamın kalınlığı ve geliş açısına da oldukça bağlıdır [1]. Bakışsız ortamda gelen elektrik veya manyetik alanı eş zamanlı olarak, magneto-elektrik kuplaj gösteren elektrik ve manyetik polarizasyon yaratır. 1968' de Veselego, negatif elektriksel ve manyetik geçirgenliğin aynı anda gerçekleşmesiyle, maddenin elektromanyetik özelliğini teorik olarak göstermiştir [2]. Metamateryal olarak bilinen bu materyaller (sol el materyal, geriye dalga materyal vb.) doğada normal şartlarda bulunamaz. Bunun yanı sıra bakışsız ortamda da, metamateriyal ortamlar geriye dalgaları destekler ve negatif kırılma gösterir. Zhang ve ark. [3] metamateriyal ortamlarda elektro manyetik alanların yayılmasını çalışmışlardır. Yapı parametrelerinin çift negatif özelliği antipalalel fazı ve grup hızları sergileyen elektromanyetik dalga yayılımını sağlar. Ziolkowski ve ark. [4] metamateriyalleri hem analitik hem de nümerik olarak çalışmışlardır. Bu yapay materyaller deneysel olarak [5]'de doğrulanmıştır. Bu mikrodalga frekans bölgesinde, ince tel yapı ve bölünmüş halka rezonatörler kullanılarak gerçekleştirilmiştir, fakat metalik yapılar olmadan Gyro-chiral ortam kullanılarak da negatif kırılma indisi oluşturulabilir [6]. Bakışsız yokluk bakışsız ortamın özel bir türüdür. Elektrik ve manyetik geçirgenlik katsayılarının her ikisi de aynı anda bakışsız yokluk ortamda sıfır olmasına rağmen çok küçük değerleri göz önüne alınmıştır. Açıkça görüldü ki ki yokluğun oluşturulması mümkün değildir, fakat belirli frekans aralığında çok küçük değerlere erişilebilir [7]. Bakışsız yokluk ortamda dairesel polarizasyonlu iki özel dalga (eigenwave) vardır, fakat bunlardan bir tanesi geriye dalgadır. Geriye dalgalar için, faz hızı kendisine karşılık gelen Poynting vektörüne antipalalel durumdadır. Bir elektromanyetik dalga serbest uzaydan, bakışsız yokluk ortama geldiğinde, negatif kırılma meydana gelir[8]. [9]'da elektromanyetik düzlem dalganın, izotropik bakışsız ortamda yayılması tanımlanıyor ve bakışsız yokluğa ve bakışsızlığın enerji iletimi etkilerine özel bir ilgi gösteriliyor. Bakışsız yokluk ortamda negatif kırılma, Gauss-ışınının yayılımı gösterilerek [10]'da gözlemlendi. Gauss-ışını hem bir hava-bakışsız ara yüzeyden hem de serbest uzayla eşleşen katmanlı bakışsız yokluk ortamından yansımış ve kırılmıştır. Bir dielektrik-bakışsız ara yüzeyden kırılma ve iletim problemi ile sonsuz bakışsız ortamda dalganın yayılımı tartışıldı [11]. Bu makalede, bakışsız yokluk ortamında iletim ve yansıma durumları, serbest uzaydan, eğik açı ile gelen doğrusal ve dairesel polarizasyonlu dalga açısından incelenmiştir. Elektriksel ve manyetik geçirgenlik değerleri çok küçük olduğundan dolayı, bakışsız

yokluk ortamın dalga empedansı otomatik olarak serbest uzayla eşitlendi. Ara yüzeylerde sınır şartları eşitlendikten sonra, yansıma ve iletim katsayıları matris tersi ile de elde edilebilir. Bakışsız yokluk ortamına eğik açıyla gelen doğrusal ve dairesel polarizasyonlu dalgalar için yansıma ve iletim katsayılarının, geliş açısına ve bakışsızlık değerlerine göre grafiği çizilmiştir.

## 2. Bakışsız Yokluk Ortam

Eğik açı ile gelen doğrusal ve dairesel polarizasyonlu dalga için  $d$  kalınlığında sonsuz bir bakışsız yokluk ortamdan yansıma ve iletim durumları Şekil 1' de gösterildiği gibi düşünüldü.  $(x,y,z)$  kartezyen koordinat sistemi kullanılmış ve  $x-z$ , gelme düzlemi olarak kabul edilmiştir. İzotropik kayıpsız bakışsız levha için kullanılan yapı denklemleri aşağıdaki gibi tanımlanmıştır [12].

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} + j\xi \mathbf{B} \quad (1)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} - j\xi \mathbf{E} \quad (2)$$

Burada  $\varepsilon$  ve  $\mu$  elektriksel ve manyetik geçirgenlik,  $\xi = \xi_0 \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$  ve  $\xi_0$  bakışsız yokluk ortamda bakışsızlık parametresidir.  $\varepsilon_0$  ve  $\mu_0$  sırasıyla serbest uzayda elektriksel ve manyetik geçirgenlik katsayısıdır. Makale boyunca zaman harmoniği  $e^{j\omega t}$  farz edildi ve gizli tutuldu. Şekil 1' de gösterildiği gibi, dik polarizasyonlu gelen ve yansıyan elektrik ve manyetik alan denklemleri şu şekilde yazılabilir.

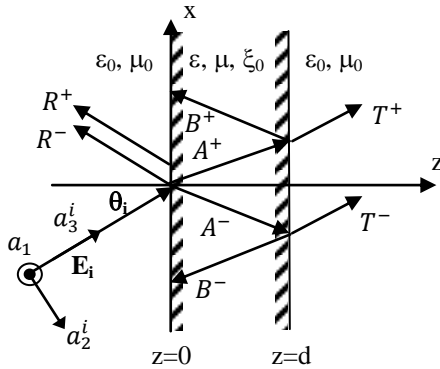
$$\mathbf{E}_i = \mathbf{a}_1 e^{-jk_x x - jk_z z} \quad (3)$$

$$\mathbf{H}_i = \frac{\mathbf{a}_2^i}{\eta} e^{-jk_x x - jk_z z} \quad (4)$$

$$\mathbf{E}_r = (R^-(\mathbf{a}_1 + j\mathbf{a}_2^r) + R^+(\mathbf{a}_1 - j\mathbf{a}_2^r)) e^{-jk_x x - jk_z z} \quad (5)$$

$$\mathbf{H}_r = \frac{1}{\eta} (R^-( -j\mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2^r) + R^+(j\mathbf{a}_1 - j\mathbf{a}_2^r)) e^{-jk_x x - jk_z z} \quad (6)$$

Burada  $k_z = k_0 \cos \theta_i$ ,  $k_0 = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ , ve  $\mathbf{a}_{1,2}$  birim vektör ve Şekil 1' de gösterildiği gibi  $\mathbf{a}_1 = \mathbf{a}_y$  dir.  $R^\pm$ , sağ el polarizasyonlu (RCP) ve sol el polarizasyonlu (LCP) yansıyan alanlarının büyüklüğünü temsil eder.  $\eta$  serbest uzayın empedansıdır.



Şekil:  $z=0$  ve  $z=d$  arasında yerleştirilmiş  $d$  kalınlığındaki sonsuz uzunlukta bakışsız yokluk ortamının gösterimi. Bakışsız yokluk ortam içinde dalgalar, RCP ve LCP olup farklı faz hızlarına sahiplerdir,  $\omega/k^+ + \omega/k^-$ . RCP ve LCP dalga sayıları;

$$k^\pm = \omega(\sqrt{\varepsilon \mu} \pm \xi) \quad (7)$$

olup  $\omega$  radyal frekansı, (+) ve (-) işaretler ise sırasıyla RCP ve LCP dalgalarını temsil eder. Dalga her iki durumda da aynı empedansa sahiptir ( $\eta^+ = \eta^- = \mu/\varepsilon = \eta$ ). Toplam elektrik ve manyetik alan denklemleri şu şekilde yazılabilir.

$$\mathbf{E} = A^-(\mathbf{a}_1 + j\mathbf{a}_2^{a-})e^{-jk_x x - jk_z z} + A^+(\mathbf{a}_1 - j\mathbf{a}_2^{a+})e^{-jk_x x - jk_z z} + B^-(\mathbf{a}_1 + j\mathbf{a}_2^{b-})e^{-jk_x x + jk_z z} + B^+(\mathbf{a}_1 - j\mathbf{a}_2^{b+})e^{-jk_x x + jk_z z} \quad (8)$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\eta} \{ A^-( -j\mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2^{a-})e^{-jk_x x - jk_z z} + A^+(j\mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2^{a+})e^{-jk_x x - jk_z z} + B^-( -j\mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2^{b-})e^{-jk_x x + jk_z z} + B^+(j\mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2^{b+})e^{-jk_x x + jk_z z} \} \quad (9)$$

Burada  $A^\pm$  ve  $B^\pm$  RCP ve LCP dalgaların büyüklükleridir.  $k_z^\pm = k^\pm \cos \theta^\pm$ ,  $\theta^\pm = \sin^{-1} \left( \frac{k_0 \sin \theta_i}{k^\pm} \right)$  ve  $\theta^\pm$  her iki dairesel polarizasyonlu dalga için kırılma açısıdır.  $\mathbf{a}_2^{a\pm}$  ve  $\mathbf{a}_2^{b\pm}$  birim vektörlerdir. Şöyle ki;

$$\mathbf{a}_2^{a\pm} = \mathbf{a}_z \sin \theta^\pm - \mathbf{a}_x \cos \theta^\pm$$

$$\mathbf{a}_2^{b\pm} = \mathbf{a}_z \sin \theta^\pm + \mathbf{a}_x \cos \theta^\pm$$

Bakışsız yokluk ortamda iletilen dalganın elektrik ve manyetik alan denklemler şu şekildedir.

$$\mathbf{E}_t = (T^-(\mathbf{a}_1 + j\mathbf{a}_2^t) + T^+(\mathbf{a}_1 - j\mathbf{a}_2^t)) e^{-jk_x x - jk_z z} \quad (10)$$

$$\mathbf{H}_t = \frac{1}{\eta} (T^-( -j\mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2^t) + T^+(j\mathbf{a}_1 + j\mathbf{a}_2^t)) e^{-jk_x x - jk_z z} \quad (11)$$

Burada  $T^\pm$  RCP ve LCP' de iletilen dalganın büyüklüğüdür. Elektrik ve manyetik alanların teğetsel bileşenleri için sınır şartları  $x=0$  ve  $x=d$  noktalarında iki ara yüzeye uygulandı. Bakışsız yokluk ortamın dalga empedansı ara yüzeylerde serbest uzay empedansı ile eşitlendi. Alanların eşitlenmesiyle aşağıdaki matris elde edilebilir.

$$\mathbf{V} = \mathbf{Z} \mathbf{I} \quad (12)$$

Burada  $[\mathbf{V}]$  matrisi bilinenleri,  $[\mathbf{I}]$  matrisi bilinmeyenleri ve  $[\mathbf{Z}]$  de empedans matrisini belirtmektedir.

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & C_1 & -C_2 & -C_1 & C_2 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -C_1 & -C_2 & C_1 & C_2 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D_1 & D_2 & D_3 & D_4 & -F & -F \\ 0 & 0 & D_1 C_1 & -D_2 C_2 & -C_1 D_3 & C_2 D_4 & -F & F \\ 0 & 0 & D_1 & -D_2 & D_3 & -D_4 & -F & F \\ 0 & 0 & -C_1 D_1 & -C_2 D_2 & C_1 D_3 & C_2 D_4 & F & F \end{bmatrix}$$

$$C_{1,2} = \frac{\cos \theta^{\mp}}{\cos \theta_i}, \quad D_{1,2} = e^{\mp j k_z d}, \quad D_{3,4} = e^{\mp j k_z^{\pm} d}, \quad F = e^{-j k_z d}$$

Dik, paralel ve dairesel polarizasyonlu gelen dalgalar ile bilinmeyen katsayı matrisleri (I) aşağıdaki şekilde yazılabilir.

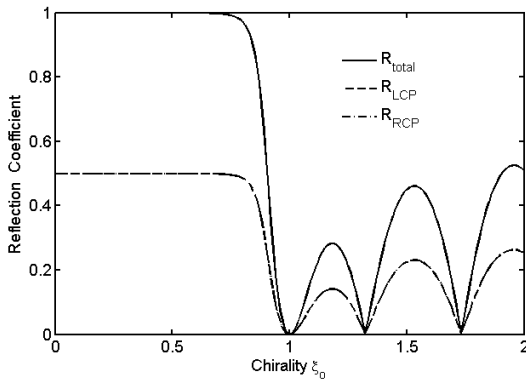
$$V_{\perp} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad V_{\parallel} = \begin{bmatrix} 0 \\ -j \\ 0 \\ -j \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad V_{\pm} = \begin{bmatrix} 1 \\ \pm 1 \\ -1 \\ \pm 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad I = \begin{bmatrix} R^{-} \\ R^{+} \\ A^{-} \\ A^{+} \\ B^{-} \\ B^{+} \\ T^{-} \\ T^{+} \end{bmatrix}$$

Yansımaya ve iletim katsayıları ( $R^{\pm}$  ve  $T^{\pm}$ ) Matlab programı yardımıyla matris tersi hesaplanarak kolayca bulunabilir.

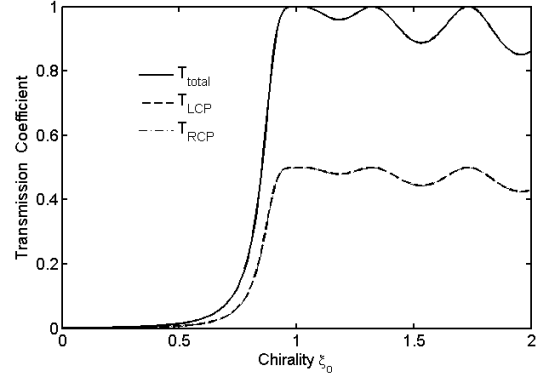
### 3. Sayısal Sonuçlar

Bu bölümde, bakışsız yokluk ortamdan yansımaya ve iletim katsayıları incelendi. Gelen dalganın elektrik alanı 1 V/m kabul edildi. Bakışsız ortam için hem elektriksel, hem de manyetik geçirgenlik değeri sıfıra çok yakın bir değer alındı ( $1 \times 10^{-5}$ ). Levha kalınlığı  $d = \lambda$  kabul edildi. Burada  $\lambda$  serbest uzayda gelen dalganın dalga boyudur. Gelen dalganın frekansı 10 GHz alındı. Bakışsızlık parametresi çizimlerde 0 ile 2 arasında değerler alındı.

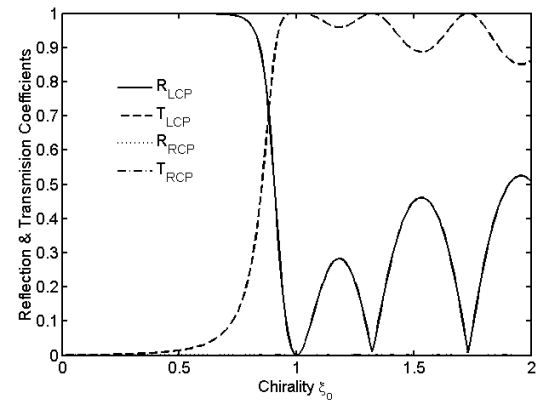
Bakışsız yokluk ortamına doğrusal polarizasyonlu dalga eğik açıyla geldiğinde, (ya dik, ya da paralel) büyüklükleri eşit, gelen dalganın yarı büyüklüğünde iki dairesel polarizasyonlu yansıyan ve iletilen dalga elde ederiz. Yansımaya ve iletim katsayıları RCP ve LCP' çakışmaktadır. Toplam iletim ve yansımaya büyüklükleri Şekil 2a ve 2b' de gösterildiği gibi LCP ve RCP dalgaları toplamı kadardır. Gelen dalga LCP (RCP) olduğunda iletilen ve yansıyan dalga LCP (RCP) olmaktadır. Yani LCP gelen dalga LCP iletim ve yansımaya üretirken, RCP gelen dalga RCP iletim ve yansımaya üretmektedir. Bu özellik Çizelge 1' de özetlenmektedir. Tüm gelme tiplerinde toplam yansıyan ve iletilen dalga büyüklükleri aynıdır.



(a)



(b)



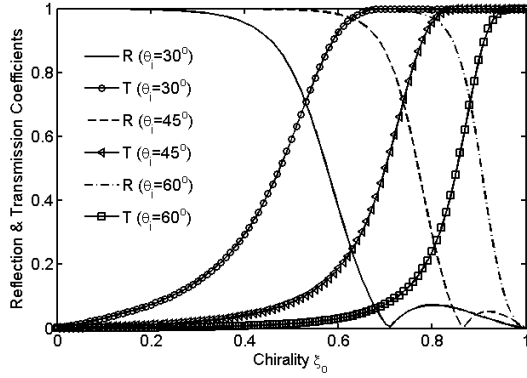
(c)

Şekil 2: Dik polarizasyonlu gelen dalga için (a) yansımaya (b) iletim katsayıları, (c) Sol el polarizasyonlu gelen dalga için yansımaya ve iletim katsayıları ( $\theta_i = 60^\circ$ ).

Çizelge 1: Gelen dalgaya karşılık yansıyan ve iletilen dalgalar.

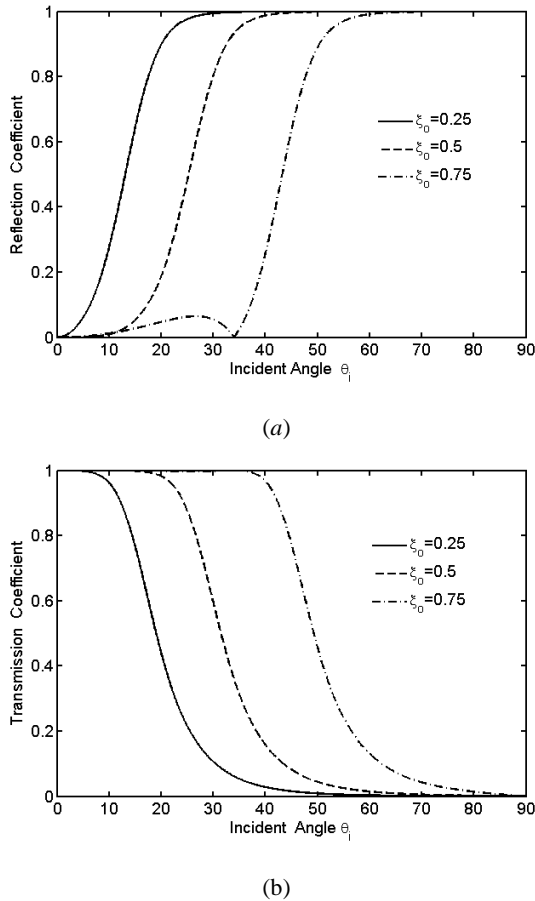
Gelen dalga	Yansıyan dalga	İletilen dalga
Lineer	LCP, RCP	LCP, RCP
LCP	LCP	LCP
RCP	RCP	RCP

Şekil 3'te yansımaya ve iletim katsayılarının büyüklükleri geliş açısının üç farklı değeri için bakışsızlık parametresine göre şekilleri çizilmiştir.  $\theta_i = 30^\circ$  de tam yansımaya ( $\xi_0 < 0.3$ ) ve tam iletim ( $\xi_0 > 0.7$ ) bölgeleri görülmektedir. İletim ve yansımaya katsayılarının büyüklüğünün bakışsızlık parametresine çok sıkı bağlı olduğunu söyleyebiliriz.



Şekil 3: Farklı geliş açılarındaki bakışsımsızlık parametresine göre yansımaya ve iletim katsayıları.

Şekil 4' te bakışsımsızlık parametresinin farklı değerleri için geliş açısına göre yansımaya ve iletim katsayıları gösterilmiştir.  $\xi_0$  nun 3 farklı değeri için (0.25,0.5,0.75) çok geniş bir gelme açısı alanı kapsayan tam yansımaya (critical angle) ve tam iletime (Brewster angle) açıları mevcuttur.



Şekil 4: Farklı bakışsımsızlık değerlerinde geliş açısına göre yansımaya ve iletim katsayıları.

#### 4. Sonuç

Bu çalışmada küçük değerlere sahip elektriksel ve manyetik geçirgenliğe yeni parametreler önerildi. Bakışsımsız ortama eğik açıyla gelen doğrusal ve dairesel polarizasyonlu dalgalar için yansımaya ve iletim katsayıları hesaplandı. Levhanın bakışsımsız yokluğunda olduğu gibi, bakışsımsızlık parametresinin yansımaya ve iletim katsayıları üzerinde anahtar rolü oynadığı görüldü. Bakışsımsız yokluk ortamı, serbest uzayda eşleştirildiğinde, bakışsımsızlık parametresine bağlı olarak farklı karakterde yayılan dalgalar gözlenmiştir. Eşit büyüklükte RCP ve LCP dalgaları tespit edildiğinden, bakışsımsız yokluk ortamı kullanarak, paralel veya dik polarizasyondan dairesel polarizasyonlu dalgalar elde edilebilir. Tam yansımaya ve iletim katsayılarının gelme açısının geniş bir alanına yayıldığı görülmüştür.

#### 5. Kaynaklar

- [1] I. V. Lindel, A. H. Sihvola, S. A. Tretyakov, ve A. J. Viitanen, *Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-isotropic Media*, Norwood, MA, Artech House, 1994.
- [2] V. G. Veselago, "The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$ ", *Sov. Phys. Usp.* cilt 10, 509-514, 1968.
- [3] Y. Zhang, T.M. Gregorczyk, ve J.A. Kong, "Propagation of Electromagnetic Waves in a slab with Negative permittivity and negative permeability", *Progr Electromagn Res PIER* cilt 35, 271-286, 2001.
- [4] R.W. Ziolkowski ve E. Heyman, "Wave Propagation in media having Negative permittivity and Permeability", *Phys Rev E*, cilt 64, 2001.
- [5] R.A. Shelby, D.R. Smith, ve S.Schultz, "Experimental Verification of a negative index of refraction", *Science* cilt 292, 77-79, 2000.
- [6] C.W. Qiu, H.Y. Yao, S. Zouhdi, L.W. Li, ve M.S. Leong, "On the constitutive relations of G-chiral media and the possibility to realize negative-index media", *Microwave Opt. Technol. Lett.* cilt 48, sayı 12, 2534-2538, 2006.
- [7] A. Lakhtakia ve J. B. Geddes, "Scattering by a nihility cylinder", *AEÜ Int. J. Electron. Commun.*, cilt 40, sayı 11, 2006.
- [8] Q. A. Naqvi, "Planar slab of Chiral Nihility Metamaterial Backed by Fractional Dual/PECM interface", *PIER*, cilt 85, 381-391, 2008.
- [9] C. W. Qiu, N. Burokur, S. Zouhd, ve L. W. Li, "Chiral Nihility effects on Energy Flow in Chiral Materials", *J. Opt. Soc. Am. A.*, cilt 25, sayı 1, 55-63, 2008.
- [10] X. Cheng, H. Chen, B. I. Wu, ve J. A. Kong, "Visualization of Negative Refraction in Chiral Nihility Media", *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, cilt 51, sayı 4,79-87, 2009.
- [11] S. Bassiri, C. H. Papas, ve N. Engheta, "Electromagnetic Wave Propagation through a Dielectric-Chiral Interface and through a Chiral Slab", *J. Opt. Soc. Am. A*, cilt 5, 1450-1459, 1988.
- [12] J. A. Kong, *Electromagnetic Waves Theory*, Cambridge, MA, EMW, 2008.